Journal of the Korean Institute of Illuminating and Electrical Installation Engineers Vol. 15, No.4, pp. 31~36 July 2001 논문 15-4-5

3차원 전하 중첩법용 나선 전하의 특성에 관한 연구

(A Study on A Spiral Charge for 3 Dimensional Charge Simulation Method)

민석원* · 박은서** · 송기현***
(Suk-Won Min · Eun-Seo Park · Ki-Hyun Song)

요 약

본 논문은 765[kV] 송전선로의 풍소음 저감용 spiral rod의 전계를 계산하기 위해서 3차원 전하중첩법용 나선 전하의 특성에 관해 연구하였다.

본 연구에서 나선전하를 정현 함수 전하로 모의하는 것 보다 상수전하로 모의한 것이 전위오차가 적었고, 상수전하를 한 개로 모의하는 것 보다 2개를 배치하여 계산했을 때 spiral rod의 전하를 가장 잘 모의할 수 있는 것으로 나타났다.

Abstract

This paper investigates characteristics of spiral charge for 3 dimensional charge simulation method to calculate electric fields of special conductor bundles with spiral rods in 765kV transmission line. We finds the simulating spiral charge as constant charge density give less potential calculation error than sinusoidal charge density. When a spiral rod is simulated as spiral charge, we also knows two spiral charge can simulate spiral rod best.

1. 서 론

현재 우리나라는 전력수요의 증가와 인구의 대도시 집중화 현상으로 인해 신뢰도 높은 대용량 장거리 전력수송 설비를 점점 확충함에 따라 정전유도, 전선 및 애자의 코로나 방전에 의한 가청소음, 라디오 및 텔레비전 잡음, 전파의 반사와 차폐에 의한 텔레비전 수신장해, 바람의 영향으로 인한 송전선로의 풍소음 등, 각종의 환경영향 문제가 야기되고 있다[1]~[4].

765[kV] 송전선로의 경우 "Cardinal×6"의 송전선의 도체 방식은 일부지역에서 바람의 영향으로 인한 풍소음이라는 기계적 소음의 발생으로 인해서 인접지역 주민들에게 민원을 일으키고 있다[6].

이의 대책으로는 송전선로에 spiral rod를 감아 바람을 나선 형상에 따라 진행하게 함으로서 바람의 흐름을 바꾸어 풍소음을 줄이는 방법을 사용하고 있다.

그러나 이런 spiral rod는 송전선에 비해 반지름이 매우 작아서 송전선에 돌출 부분으로 표현되므로 전계가 집중하는 현상이 나타난다. 이런 전계의 불균등

* 정회원 : 순천향대 정보기술공학부 부교수 · 공박
** 정회원 : 정회원 순천향대 정보기술공학부 석사과정
*** 정회원 : 정회원 순천향대 정보기술공학부 석사과정
접수일자 : 2001년 4월 26일

은 송전선로에서 코로나 현상을 증가시키는 역효과를 일으킬 수 있으므로 spiral rod의 설치형태를 변화시켜 풍소음을 줄이는 동시에 spiral rod에서의 전계를 줄이는 연구가 필요하다.

따라서 본 저자들은 이를 해결하기 위해 spiral rod 형태를 1조, 대각2조, 밀착2조, 대각4조로 변화를 주었을 경우와 각각의 spiral rod 형태에 전계 저감용 전선이 첨가된 경우를 고려하여 송전선 표면 및 spiral rod 표면에 나타나는 전계의 세기를 2차원장 전하중첩법을 이용하여 연구한 적이 있다[5].

그러나 상기의 2차원장 해석으로 실제 송전선로에서 일어나는 물리현상을 정확히 예측한다는 것은 한계가 있으므로 본 연구에서는 실제의 spiral rod를 3차원 그대로 모의할 수 있는 3차원 전하중첩법을 개발하기 위해서 나선 전하에 관해 검토하였다.

2. 나선 전하의 성질

나선 전하는 그림 1 에서 보는 바와 같이 765[kV] 송전선로에 감겨져 있는 spiral rod모양의 기하학적인 구조를 가진 전하이다. 이런 3차원의 나선 전하는 spiral rod의 전계를 해석하거나 오존 발생기의 전계를 해석하는 등에 유용하게 사용될 수 있을 것으로 생각된다.

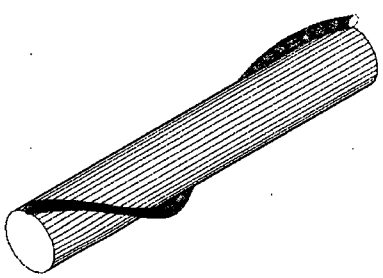

그림 1. 765 [kV] 송전선로에 감겨있는 spiral rod
Fig. 1. Spiral rod wound on the 765 [kV] transmission line

따라서 본 연구는 spiral rod를 3차원으로 전계를 해석하기 위해서 다음과 같은 단계로 연구를 수행하였다.

1) 나선 전하의 해석해를 구하기 위한 수학적인 검증을 하였다.

2) 해석해 표현이 어려워 Gaussian Quadrature 의 수치 기법을 적용하였다.

3) Spiral rod를 모의할 수 있는 다양한 모의전하 식들을 검토하였다.

4) 다양한 모의 전하식을 수치적분을 통해 검사점의 전위를 비교 분석함으로서 가장 작은 계산 오차를 포함하는 3차원 나선 모의 전하 식을 도출 하였다.

5) 위의 결과를 토대로 계산오차를 줄이기 위한 배치 전하수, 전하 배치 방법에 관한 분석을 함으로서 가장 적합한 방법을 제시하였다.

2.1 나선 전하의 기하학적 모델식

나선전하의 기하학적인 표현식은 다음과 같다.

$$X = a \sin u \quad Y = a \cos u \quad Z = b\,u \qquad (1)$$

그림 2에서 보는 바와 같이 X, Y 좌표의 a 는 나선의 회전 반경을 나타낸 것이고 Z 좌표에서 b 는 나선의 높낮이와 관련된 pitch이다. 그림 2는 변수 u 의 증가에 따라 나선 전하의 형상이 2 회전한 것을 나타낸 것이다. 이와 같이 나선 형상의 기하학적인 크기와 형태는 a, b 와 변수 u 에 의해 결정된다.

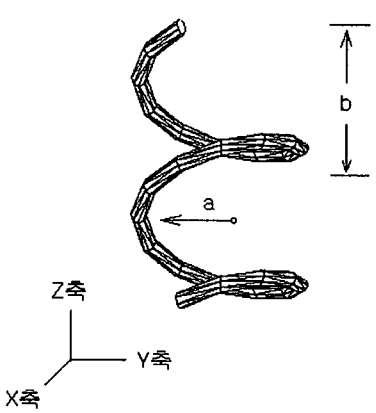

그림 2. 나선 전하의 기하학적인 모형
Fig. 2. A geometric model of spiral charge

2.2 나선 전하의 전위식

나선 전하를 수치적 방법을 통해 전계 및 전위를 구하기 위해서 나선 전하의 형태를 가정해야하는데 나선 전하가 임의의 미소 구간에서는 직선의 선전하와 같이 표현될 수 있으므로 나선 전하를 선전하로 가정하고 전위식을 유도했다.

식(2)와 같이 일반적인 선전하의 전위식은 다음과 같이 나타내어진다.

$$\Phi = \int \frac{\rho\iota}{4\pi\varepsilon\ell} dl \tag{2}$$

식(2)에서 $\rho\iota$은 선전하 밀도이고 분모의 ℓ은 거리이므로 3차원의 나선 형상에서는 아래와 같이 표현된다.

$$\ell = \sqrt{(x-asinu)^2+(y-acosu)^2+(z-bu)^2} \tag{3}$$

여기서 $d\ell$를 du로 변환하면

$$\begin{aligned} |d\ell| &= \sqrt{(dx)^2+(dy)^2+(dz)^2}du \\ &= \sqrt{(acosu)^2+(-asinu)^2+(b)^2}du \\ &= \sqrt{a^2+b^2}du \end{aligned} \tag{4}$$

로 나타내어진다.

또 나선 전하를 모의하기 위해서 식(2)의 분자의 밀도함수 $\rho\iota$을 다음의 세 가지로 검토하였다.

1) 첫 번째는 정현함수와 상수의 조합으로 표현한 경우로 전하밀도와 전위는 식(5)와 같다.

$$\rho\iota = k1sinu + k2 \tag{5}$$

$$\Phi = \int \frac{\sqrt{a^2+b^2}(k_1 \sin u + k_2)}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{(x-asinu)^2+(y-acosu)^2+(z-bu)^2}} du$$

2) 두 번째는 상수와 정현함수의 위상을 $\pi/4$ 만큼 변화시킨 조합으로 표현한 경우로 전하밀도와 전위 식(6)과 같다.

$$\begin{aligned} \rho\iota &= k1sinu + k1cosu + k2 \\ &= k1sin(u + \frac{\pi}{4}) + k2 \end{aligned} \tag{6}$$

$$\Phi = \int \frac{\sqrt{a^2+b^2}(k_1 \sin(u+\frac{\pi}{4}) + k_2)}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{(x-asinu)^2+(y-acosu)^2+(z-bu)^2}} du$$

3) 마지막 세 번째는 상수만으로 전하 밀도를 표현한 경우로 전하 밀도와 전위는 식(7)과 같다.

$$\rho\iota = k \tag{7}$$

$$\Phi = \int \frac{\sqrt{a^2+b^2}k}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{(x-asinu)^2+(y-acosu)^2+(z-bu)^2}} du$$

2.3 전하밀도 표현식에 따른 전위계산오차

그림 3 은 반경 1 cm, pitch 1 cm 인 spiral rod에 100[V] 전압을 인가할 때의 윤곽점과 검사점 배치 방법을 보이고 있다.

식(5),(6)과 같이 모의된 나선 전하 밀도함수의 경우는 미지수가 2개이기 때문에 윤곽점을 변수 u 가 0 과 2π가 인 점을 선정하였고 그림 3 에서는 ▽로 표시하였다.

식(7)과 같이 나선 전하의 밀도함수를 상수(k)로 표현한 경우는 미지수가 1개이기 때문에 윤곽점을 1개로 배치하여 적분구간이 0에서 2π인 경우는 변수 u 가 0 인 점을, 적분구간이 $-\pi$에서 3π인 경우는 변수 u 가 π인 점을 윤곽점으로 선정하였고 그림 3 에서는 ∀로 표시하였다.

또한 전하 밀도 표현식에 따른 전위 계산 오차를 검토하기 위하여, 그림 3 과 같이 spiral rod 표면에 ▼로 표시한 7개의 검사점을 선정하였다.

표 1 은 전하 밀도 표현식에 따른 전위 계산 결과로 전하 밀도를 상수로 표현한 것이 다른 것에 비해 상대적으로 계산오차가 작음을 알 수 있었다.

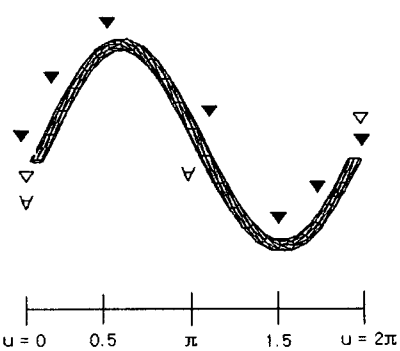

그림 3. Spiral rod의 윤곽점 및 검사점의 배치
Fig 3. Contour and check points on the spiral rod

표 1. Spiral 전하의 밀도 표현식에 따른 전위 계산 결과비교

Table1. Comparison of calculation potential with a variation of the expression for spiral charge density

인가 전압 100[V]	검사점의 위치 (π)	Spiral 전하의 밀도 표현식에 따른 검사점의 전위		
		k1sinu+k2	k1sin(u+$\frac{\pi}{4}$)+k2	k
적분 구간 0 ~ 2π	0.0*π	100.00	100.00	100.00
	0.25*π	120.69	154.46	120.69
	0.5*π	193.95	200.93	193.96
	1.0*π	103.36	-56.91	103.36
	1.5*π	193.95	-130.06	193.96
	1.75*π	120.69	26.09	120.69
	2.0*π	100.00	100.00	100.00
적분 구간 $-\pi$ ~ 3π	0.0*π	100.00	100.00	83.90
	0.25*π	1258.77	225.89	126.50
	0.5*π	1693.56	123.37	125.09
	1.0*π	78.77	-183.68	100.00
	1.5*π	-3936.40	-682.38	258.10
	1.75*π	-1068.03	-139.33	126.87
	2.0*π	100.00	100.00	303.54

2.4 나선 전하의 전계식

나선 전하의 전계식은 표 1 에서 보는 바와 같이 여러 경우의 밀도함수 표현식 중에서 선전하 밀도를 상수(k)로 모의하는 것이 상대적으로 가장 오차가 작음으로 이를 토대로 하여 나선전하의 X, Y, Z 방향의 전계 성분식을 다음과 같이 구하였다.

$$Ex = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} \tag{8}$$

$$= \int \frac{\sqrt{a^2+b^2}(k)(x-a\sin u)}{4\pi\varepsilon_0\{(x-a\sin u)^2+(y-a\cos u)^2+(z-bu)^2\}^{\frac{3}{2}}} du$$

$$Ey = -\frac{\partial \Phi}{\partial y} \tag{9}$$

$$= \int \frac{\sqrt{a^2+b^2}(k)(y-a\cos u)}{4\pi\varepsilon_0\{(x-a\sin u)^2+(y-a\cos u)^2+(z-bu)^2\}^{\frac{3}{2}}} du$$

$$Ez = -\frac{\partial \Phi}{\partial z} \tag{10}$$

$$= \int \frac{\sqrt{a^2+b^2}(k)(z-bu)}{4\pi\varepsilon_0\{(x-a\sin u)^2+(y-a\cos u)^2+(z-bu)^2\}^{\frac{3}{2}}} du$$

2.5 전하 배치수, 전하배치방법에 따른 전위계산 오차

표 1 에서 알 수 있는 바와 같이 상수로 표현된 밀도함수[k]가 다른 밀도함수들 보다 상대적으로 작은 계산오차를 보이지만 약 300% 이상의 오차를 포함하고 있으므로 수치오차를 줄이기 위해서 배치 전하수를 두 개로 증가하여 배치하여 계산해 본 결과, 표 2 에서 보는 바와 같이 약 4.0%이하의 작은 오차를 발생하고 있음을 알았다.

표 2. Spiral 상수 선전하를 2개 배치할 때의 전위

Table 2. The potential in case of arranging two spiral constant density charges in a spiral rod

구 분	검사점 위치 (π)	검사점의 전위 값
적분구간 $-\pi$~3π 윤곽점 $1/2\pi$, $3/2\pi$	0.0 *π	100.000
	0.25*π	101.321
	0.5 *π	103.356
	1.0 *π	104.042
	1.5 *π	103.843
	1.75*π	101.400
	2.0 *π	100.000

수치해석기법인 전하중첩법은 어떤 전하를 어디에 몇 개를 배치하는가에 따라 계산 오차가 변화하는 특성을 갖고 있다.

예로, 표 2에서 알 수 있는 바와 같이 상수전하를 1개를 배치할 때 보다 전하를 2개로 증가하여 배치했을 경우에 계산오차가 300[%]에서 4.0[%]로 계산오차를 많이 줄일 수 있었다.

따라서 배치 전하수를 증가하면 계산오차가 어떻게 변화하는가를 확인하기 위해 그림 4 와 같은 방법으로 배치 전하수를 3개, 4개, 5개로 증가시켜 spiral rod 표면의 검사점에서 전위를 계산하여 보았다.

표 3은 계산 결과로 배치 전하수를 증가시킴에 따라 계산오차가 커지고 표 2와 비교해 볼 때 배치 전하수가 2개일 때 계산 오차가 가장 작음을 알았다.

표 3. Spiral rod에서 상수전하를 여러 개 배치할 경우의 오차

Table 3. The potential error in case of changing numbers of spiral constant density charges in a spiral rod.

구 분	3개배치	4개배치	5개배치
인가전압 100[V]	164.0	163.0	153.8
	164.7	164.8	154.2
	166.2	165.2	153.0
	165.9	164.8	152.9
	164.7	162.5	151.8
	162.0	160.7	150.2
	159.8	158.8	148.2

그림 4 는 Spiral rod 내부에 상수전하를 같은 Z 축의 높이에 3개를 배치한 경우를 표현한 것이다.

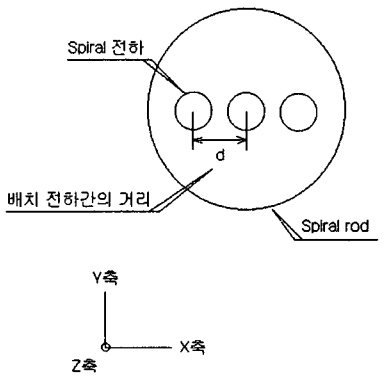

그림 4. 3개의 전하를 배치한 경우
Fig. 4. The case of arranging three spiral constant density charges in a spiral rod

다음으로 spiral rod 내부에 두 개의 전하를 배치하고 배치전하사이의 거리에 따라 계산 오차가 어떻게 변화하는가를 검토하여 보았다.

표 4. 두 전하의 사이의 거리에 따른 오차분석
Table 4. The potential error with a variation of a distance between two spiral charges.

구 분	전하사이 거리(단위 cm)		
	0.05	0.2	0.4
인가전압 100V	100.0	100.0	100.0
	101.3	101.4	101.5
	103.3	103.8	104.2
적분구간 $-\pi \sim 3\pi$	104.0	104.2	104.4
	103.8	103.9	104.0
	101.4	101.8	103.2
	100.0	100.0	100.0

표 4 와 같이 spiral rod 내부에 두 개의 상수전하의 거리를 0.05[cm], 0.2[cm], 0.4[cm]의 거리로 배치한 경우의 전위 계산오차를 비교해 본 결과, 두 전하의 사이의 거리가 0.05[cm]일 때 약 4[%] 오차범위 이내로 오차를 줄일 수 있음을 알았다.

3. 결 론

본 논문에서는 spiral rod의 3차원 전계계산을 하기 위해서 전하 중첩법용 나선 전하의 특성을 검토하였다.

연구결과로 나선 전하의 선전하 밀도를 정현함수와 상수의 조합으로 모의 한 것보다는 상수로 모의 한 것이 상대적으로 작은 계산오차를 보이고 상수전하를 한 개 가지고 모의하는 것보다는 2개의 상수전하를 0.05[cm]의 간격으로 배치할 때 4.0[%] 이하의 전위 오차를 나타내었다.

Spiral rod의 계산오차를 줄이기 위해서 나선 전하의 적분구간의 시점과 종점을 다양하게 변화시켜서 전위오차를 비교해 본 결과 적분구간을 $-\pi \sim 3\pi$로 윤곽점을 변수 u 가 $\pi/2$, $3\pi/2$ 인 점으로 하였을 때 가장 작은 계산오차가 나타나는 것을 알게 되었다.

Z축 상의 pitch가 변화함에 따라 나타나는 계산오차는 차이가 미미했으며 실제 spiral rod에서의 pitch는 일정하게 고정되어 있으므로 오차분석에는 큰 의미가 없는 것으로 생각했다.

따라서 본 연구를 통해 개발된 나선 전하식은 spiral rod가 설치된 송전선의 3차원 전계해석의 토대가 될 수 있을 것으로 생각하며 이를 우리 나라 765[kV] 2회선 송전선에 적용할 예정이다.

감사의 글

본 과제는 2001년도 순천향대학교 학술 연구조성비 일반 공모 과제 지원을 받아 수행하였음.

참 고 문 헌

[1] 민 석원, 김 정부,"코로나 케이지를 이용한 765[kV] 초고압 송전선 다중 도체방식 선정", 대한 전기학회 논문지 제542권 7호, 84-94, 1993.
[2] 민 석원, 박종근,"코로나 잡음 특성을 고려한 초고압 송전선의 다중 도체 배열 방식 연구", 대한 전기학회 논문지 제39권 5호, 508-515, 1990.
[3] S.W. Min, J.B. Kim, D.I.Lee,"A Study on Corona Characteristics of Symmetric and Asymmetric Conductor Bundle for 765kV Double Circuit Transmission Line by the Use of Corona Cage", Proc. of 8th ISH, Vol.3, 457-460, 1993.
[4] S.W. Min, J.K. Park, J.B. Kim,"Conductor Bundle Geometry Optimization in view of Conductor Surface Gradient", IEE Japan, 111-B, 1065-1072, 1991.
[5] 민석원, 김용준, 송기현, 박은서 "전하 중첩법을 이용한 765[kV] 2회선 송전선로 특수 다중도체 방식의 전계분포 해석", 2000년도 대한전기학회 방전 및 고전압연구회 춘계 학술연구 발표회 논문집, 3-8, 2000. 5. 27.

[6] 주문노,양광호,신구용,이동일,민석원 "765[kV] 송전선로용 저풍소음 복도체 방식의 코로나 특성 모의실험" 2000년도 대한전기학회 하계 학술대회 논문집, 131-133, 2000. 7. 20.

◇ 저자소개 ◇

민 석 원(閔錫源)
1958년 1월 3일생. 1981년 서울대 공대전기공학과 졸업. 1984년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1991년 동대학원 전기공학과 졸업(공박). 1984년~1991년 한전기술연구원 계통연구실 근무. 1996년~1997년 일본 교토대학 방문교수. 현재 순천향대학교 정보기술공학부 부교수.

박 은 서(朴殷緖)
1974년 1월 3일생. 2000년 순천향대학교 전기공학과 졸업. 현재 동 대학원 전기공학과 석사과정.

송 기 현(宋棋鉉)
1974년 5월 27일생. 2000년 순천향대학교 전기공학과 졸업. 현재 동 대학원 전기공학과 석사과정.