

평형해법을 이용한 트렁크 리드의 단면해석과 3차원 형상합성

정동원

제주대학교 기계에너지생산공학부

The Sectional Analysis of Trunk-lid using the Equilibrium Approach and Three-Dimensional Shape Composition

DONG-WON JUNG

Department of Mechanical Engineering, Cheju National University, Cheju-Do 690-756, Korea

KEY WORDS: Sectional analysis 단면해석, Three-dimensional shape composition 3차원 형상합성, Trunk-lid panel 트렁크-리드 패널, Equilibrium approach 평형해법

ABSTRACT: A sectional analysis of trunk-lid is carried out by using the equilibrium approach based on the force balance together with geometric relations and plasticity theory. In computing a force balance equation, it is required to define a geometric curve approximating the shape of sheet metal at any step of deformation from the interaction between the die and the deformed sheet. The trunk-lid panel material is assumed to possess normal anisotropy and to obey Hill's new yield criterion. Deformation of each section of trunk-lid panel is simulated and composed to get the three-dimensional shape by using CAD technique. It was shown that the three-dimensional shape composition of the two-dimensional analysis.

1. 서 론

자동차 산업에서 자동차의 각종 박판성형이 차지하는 비중은 매우 크며 자동차의 외관, 강성, 안전성 등에 큰 영향을 미치고 있다. 우수한 박판성형품을 생산하기 위해서는 성형상의 특성을 적절히 고려한 공정설계와 이에 따르는 금형설계가 필수적이다.

그러나 종래의 자동차차체의 프레스성형공정은 설계자의 정성적인 계산이나 시험용 다이(trial die)에 의해 시행착오 끝에 설계되었으며, 부정확한 계산으로 말미암아 다이가 준비된 후 문제점이 발견되어 여러 차례 수정과정을 겪게 됨으로써 시간과 경비를 증대시키는 원인이 되었다. 이 때문에 실제 금형을 제작하여 제품을 만들어 보기 이전에 이론적 방법을 통하여 성형 후 제품의 변형상태를 사전에 검토하여 제품의 설계 및 프레스 금형 설계시 자료로 활용하기 위한 역학적 예측시스템을 필요로 한다.

그 중 박판성형공정 해석에 사용되고 있는 비선형 유한요소법(F.E.M)에 의한 시뮬레이션은 정확한 해와 많은 정보를 줄 수 있다는 장점을 가지고 있으나, 기하학적 형상이 매우 복잡하거나 대용량의 큰 자동차 판넬과 같은 문제에 있어서는 수렴성과 과대한 계산시간 등의 문제가 있어 정량적 해를 얻을 수 없다(정과 양, 1997; 유 등, 1989; 양 등, 1991). 따라서, 유한요소법과는 달리 수렴성이 문제가 되지 않으면서 빠른 시간 내에 금형설계단계에서 성형성을 평가하고, 금형의 잘못된 곳

을 수정하기에 충분히 실용적인 장점을 가지고 있는 시스템이 필요하다(윤 등, 1994).

이러한 요구는 CAD적인 계산과 소성역학적 이론의 접목을 통해서 임의의 형상을 가진 금형의 단면해석의 구현이 가능하며, 도요다(Toyota) 자동차 회사는 1980년 후반에 CAD/CAM/CAE의 통합 시스템인 다이 페이스(Die Face) CAD 시스템을 개발하여 실용화 하였다(윤 등, 1994; Takahashi, et al., 1985; Sugiura, et al., 1988). 이는 다이 페이스 설계에서, 종래에 금형 제작 후 나타나는 시행착오를 CAD를 활용하여 다이 페이스 설계과정에서 미리 예측하여 수정할 수 있게 한 시스템을 말한다. 이런 시스템의 개발 목적은 CAD/CAE의 성형성 평가 모듈을 이용하여 금형불량상태 항목에 도움을 주고, 제품 형상에 따라 다양각색으로 변화하는 다이 페이스 형상과 성형성 평가를 위한 데이터를 축적하여 정밀한 설계를 하는데 있었다(유 등, 1989).

평형해법은 펀치 및 다이와 판넬의 기하학적 관계를 소성역학적인 이론과 접목하여 간단하게 성형 과정을 시뮬레이션하여 성형성을 평가해 볼 수 있어, 금형설계단계에서 잘못된 곳을 빠른 시간내에 바로 잡을 수 있다는 실용적인 관점에 목적을 두고 있다. 따라서, 평형해법은 유한요소법처럼 많은 정보를 제공하지는 못하지만, 금형 설계시 가장 중요한 성형성을 간단히 평가할 수 있어서 후자보다 정확성은 떨어져도 금형 설계에 실용적인 시스템으로서 의의가 있다. 본 해석을 하기 위해서, CAD적인 관점에서는 기하학적 관계로부터 실제 성

형되고 있는 차체 판넬의 모양을 근사시킬 수 있는 성형 곡선의 추적이 필요하였다. 또한 이로부터, 펀치 및 다이와 판넬의 접촉-비접촉부 판넬, 접촉-비접촉 부위 길이, 접촉각 등을 계산할 수 있으며, 이것은 소성역학적 계산을 위해서 선행되어야 한다(윤 등, 1994). 이렇게 구해진 정보를 바탕으로, 재료는 수직이방성을 갖는 강소성으로 가정하고, 힘 평형에 이르는 최적화 기법으로 해를 구하였으며 이 방법은 평면변형 문제로 취급할 수 있는 임의의 형상을 갖는 박판의 성형공정을 해석할 수 있도록 되어 있다(윤 등, 1994).

본 연구에서는 Takahashi, et al.(1985)이 개발한 힘평형에 이르는 최적해를 구하는 방법(평형해법 또는 Toyota 방식)을 윤 등(1994)이 개발한 기존 수식화를 이용하고 기존 연구결과들(윤 등, 1994; 정과 양, 1997; Takahashi, et al., 1985)을 이용하여 평형해법 프로그램을 구성하여 차체 판넬 단면해석을 위한 연구를 하였다. 적용한 예제로는 트렁크-리드(Trunk-Lid)단면의 해석이며, CAD 데이터와의 접목을 위하여 Ferguson의 3차원 매개변수 곡선을 도입하여 2차원 단면해석을 3차원적으로 합성함으로써(정과 양, 1997) 전면적 3차원 해석과 같은 효과를 보이도록 하였다.

2. 이론 해석

2.1 판넬 모양 예측

임의의 형상의 펀치와 다이의 단면 데이터가 주어지면, 기하학적인 관계로부터 판넬의 성형되는 모습을 알아낼 수 있다. 이때 얻어진 판넬 모양을 기하학적 성형곡선으로 취급할 수 있으며, 이런 CAD 자료로부터 얻은 기하학적 성형곡선은 F.E.M의 막막요소(membrane element)를 썼을 때 해석결과 얻어진 성형곡선과 유사하다.

기하학적 성형곡선의 물리적 의미는 양쪽 호울더에서 실을 팽팽하게 잡아 당겼을 때의 모양이며, 펀치와 다이의 기하학적 구속 조건을 만족시키면서 다이 캐비티(die cavity)를 통과하는 최단 경로라고 말할 수 있으며 성형곡선을 구하는 순서는 다음과 같다(윤 등, 1994).

과정 1 (펀치만 고려)

- 1) 다이의 양 끝점을 기준으로 해서 펀치만을 고려하여 성형곡선을 구한다.
- 2) 다이에 성형곡선이 침투(Penetration)되는지 검색한다.
- 3) 침투된 부분을 포함하는 가장 가까운 접촉 부위의 양 끝점(펀치)을 찾는다.

과정 2 (다이만 고려)

- 4) 과정 1에서 찾은 양 끝점을 기준으로 해서 다이만 고려하여 성형곡선을 구한다.
- 5) 펀치에 성형곡선이 침투되는지 검색한다.
- 6) 침투된 부분을 포함하는 가장 가까운 접촉부위의 양 끝점(다이)을 찾는다.
- 7) 6)에서 찾은 양 끝점을 기준으로 해서 과정 1을 반복한다.

과정 3 (반복과정)

- 8) 위와 같이 양 끝점만을 변경하여 과정 1과 과정 2를 반복하면서 침투가 생기지 않을 때까지 진행하면 원하는 성형곡선을 얻을 수 있다.

2.2 비접촉 부위에서의 변형률

Fig. 1에서 1단계(step)에서 2단계(step)로 재료의 성형이 진행하면 2단계를 기준으로 접촉 부위와 비접촉 부위를 판별하게 된다. 이때 판별된 비접촉 부위는 하나의 요소(element)로 취급되며, (i)번째 비접촉 부위는 Fig. 1에 나타나 있는 것과 같다. 물리적으로는 1step에서 2step으로 진행하는 동안에 길이가 신장되면서 ($\Delta L = L_{2i} - L_{1i}$), (i)번째 접촉 부위 미끄러짐양 X_i 가 제어영역(Control Volume)가 안으로 들어오고, (i+1)번째 접촉 부위의 미끄러짐양 X_{i+1} 가 제어영역 밖으로 나간다고 가정할 수 있다.

이때 2step에서 (i)번째 비접촉 부위의 진 변형률은 다음과 같이 유도된다(윤 등, 1994; 유 등, 1989).

$$\begin{aligned} \epsilon_{s2i} &= \ln \frac{L_i}{L_0} + \left(\frac{L_{2i} + X_{i+1} - X_i}{L_{1i}} \right) \\ &= \left(\frac{L_0 + (L_{1i} - L_0)}{L_0} \right) + \ln \left(\frac{L_{2i} + X_{i+1} - X_i}{L_{1i}} \right) \\ &= \ln(1 + e_{psi}) + \ln \left(\frac{L_{2i} + X_{i+1} - X_i}{L_{1i}} \right) \\ &= \ln \left(\frac{L_0 + X_{i+1} - X_i}{L_{1i}} + \frac{L_{2i} + X_{i+1} - X_i}{L_{1i}} e_{psi} \right) \end{aligned} \tag{1}$$

여기서 e_{psi} : 1단계에서 (i)번째 비접촉 부위의 공칭 변형률

L_0 : 제어영역내의 원래 길이

L_{1i}, L_{2i} : 1단계에서 2단계로의 변형 전후의 길이

X_i : 각 접촉 부위에서 미끄러짐양

2.3 응력과 변형률 관계

재료를 강소성이고 수직이방성을 갖는다고 가정하고, Hill의 2차 항복식을 사용하여 응력과 변형률 관계를 유도하면 아래의 표와 같이 된다. 즉, (2)식에 수직이방성계수(Lankford Value) r 를 고려하고 Hill의 2차 항복식과 유동 법칙(Flow Rule)을 이용하여 평면 스트레칭에 적용하면 (3)식이 되고, 평면변형해석

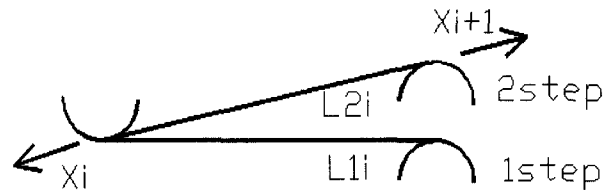


Fig. 1 Strain on the non-contact section

$\left[\alpha = \frac{\epsilon_y}{\epsilon_x} = 0 \right]$ 에서는 (4)식과 같이 된다(Hill).

$$\bar{\sigma} = K \bar{\epsilon}^n \tag{2}$$

$$\sigma = \frac{K \left(\frac{1+r}{\sqrt{1+2r}} \sqrt{1 + \alpha^2 + \frac{2r}{1+r} \alpha \cdot \epsilon} \right)^n}{\sqrt{1 + \left(\frac{1+\alpha(1+r)}{(1+r)+\alpha r} \right)^2 - \frac{2r}{1+r} \left(\frac{1+\alpha(1+r)}{(1+r)+\alpha r} \right)}} \tag{3}$$

$$\sigma = K \left(\frac{1+r}{\sqrt{1+2r}} \right)^{n+1} \epsilon^n \tag{4}$$

이때 σ 와 ϵ 은 박판이 늘어나는 방향으로의 응력과 변형률이다. (i)번째 비접촉 부위에 걸리는 응력은 $\sigma_{i+1} = K \left(\frac{1+r}{\sqrt{1+2r}} \right)^{n+1} \epsilon_{si}^n$ 로 유도되었다. 따라서 (i)번째 비접촉 부위에 걸리는 힘은 (5)식과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} F_{i+1} &= K \left(\frac{1+r}{\sqrt{1+2r}} \right)^{n+1} \epsilon_{si}^n \frac{1}{l} t_0 \\ &= K \left(\frac{1+r}{\sqrt{1+2r}} \right)^{n+1} \epsilon_{si}^n \frac{1}{1 + e_{si}} t_0 \end{aligned} \tag{5}$$

여기서 e_{si} : (i)번째 비접촉 부위의 공칭 변형률 (Engineering Strain)

ϵ_{si} : (i)번째 비접촉 부위의 진 변형률 (Natural Strain)

그러므로, F_{i+1} 는 오직 미끄러짐 양만의 함수로 나타나게 된다.

각 비접촉 부위의 장력이 구해졌으면, 이를 기본으로 판넬이 접촉 부위를 통과할 때 걸리는 통과 저항력을 정의할 수 있다. 이때, 통과 저항력은 Fig. 2에서와 같이 미끄러짐과 굽힘 효과를 고려하여 힘 평형 방정식으로부터 구할 수 있다 (Sugiura, *et al.*, 1988; Shingji and Kiyota, 1962).

$$F_{Ri} = F_i \left[\exp(\mu \theta_i) - 1 \right] + \frac{tY}{4(R_i + t/2)} \left[\exp(\mu \theta_i) + 1 \right] \tag{6}$$

($F_{i+1} > F_i$)

여기서 Y : 항복응력,

$$t = \frac{t_i + t_{i+1}}{2} : \text{판넬의 두께}$$

R_i : (i)번째 접촉 부위의 다이 반경,

θ_i : (i)번째 접촉 부위의 접촉각

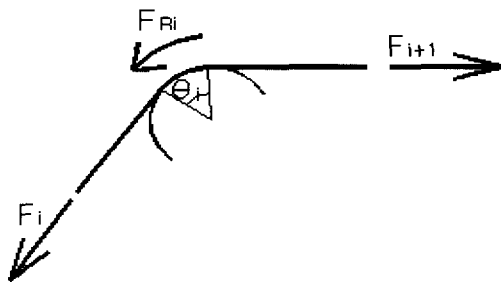


Fig. 2 Friction force at i'th contact section

2.4 접촉 부위에서 재료의 미끄러짐 및 미끄러짐양 계산

재료의 변형 거동은 재료의 이동과 변형(elongation)의 차이에 의해 일어나고, 재료의 인장력의 균형이 깨질 때 재료가 이동하는 경우는 다음의 두가지 경우이다(윤 등, 1994; Takahashi, *et al.*, 1985).

- 1) 다이 캐비티안에 재료의 인장력이 구속력(binding force)보다 클 때, 재료는 다이 캐비티안으로 이동한다.
- 2) 접촉 부위 양단에서 인장력 차가 통과 저항력을 초과할 때, 재료는 인장력이 큰쪽으로 이동한다.
 - a) 접촉 부위 양단의 힘이 균형상태에 있을 때 재료의 이동은 없다. ($F_{Ri} \geq |F_{i+1} - F_i|$)
 - b) 변형이 진행되어 접촉 부위 양단 힘의 차가 통과 저항력을 초과하면 ($F_{Ri} < |F_{i+1} - F_i|$) 재료는 움직이기 시작한다. 이때 재료의 미끄러짐 양 계산은 목적 함수 $J = \sum_{i=1}^N J_i$ (여기서 N =최대접촉 부위수, $J_i = |F_{i+1} - F_i| > F_{Ri}$)을 정의하고, 비접촉 부위의 인장구속조건 $L_{2i} - L_{1i} + X_{i+1} - X_i \geq 0$ ($i=1$, 최대 비접촉 부위수)를 만족시키면서 함수 J 를 최소화하는 미끄러짐 양을 구하게 된다.
 - c) 이때 재료의 움직임은 접촉 부위 양단의 힘의 차이가 통과 저항력과 같아질때까지 움직인다. ($F_{Ri} = |F_{i+1} - F_i|$)

2.5 접촉 부위에서의 변형률

접촉 부위의 변형률은 일단 최적화(접촉 부위 미끄러짐 양 계산)된 상태에서 접촉 부위를 다수의 세그먼트(segment)로 분할한 후 다음과 같은 과정을 거쳐 구한다.

좌우 유동이 없는 점의 각도 $\theta_{neutral}$ 은

$$\theta_{neutral} = \frac{1}{\mu} \ln \frac{\sigma_{\theta}}{\sqrt{\frac{\sigma_{\theta_i} \cdot \sigma_{\theta_{i+1}}}{e^{\mu \theta}}}} \tag{7}$$

로부터 구할 수 있다.

여기서 μ : 마찰계수

σ_{θ} : I번째 접촉 부위의 왼쪽 비접촉 부위에 걸리는 응력을 나타낸다.

접촉 부위의 변형도를 ϵ_{θ} 는 $\theta_{neutral}$, σ_{θ} 에 대하여

$$\begin{aligned} \epsilon_{\theta} &= \left(\frac{\sqrt{1+2R}}{1+R} \right)^{\frac{1+n}{n}} \left(\frac{1}{K} \right)^{\frac{1}{n}} \times \\ &\left(\sqrt{\frac{\sigma_{\theta_i} \cdot \sigma_{\theta_{i+1}}}{e^{\mu \theta_i}}} \cdot e^{\mu(\phi - \theta_{neutral})} \right)^{\frac{1}{n}} \end{aligned} \tag{8}$$

($0 \leq \phi \leq \theta_i$)

로 표시된다.

(7)식으로부터 $\theta_{neutral}$ 을 구한 후 (8)식으로부터 각 요소들의 변형률을 계산한다. 이렇게 구해진 요소들의 변형률로부터

$\theta_{neutral}$ 을 기점으로 좌우의 체적변화를 계산하고 그에 해당하는 X_i, X_{i+1} 를 재조정하여 각 비접촉 부위에서의 변형률을 확정시킨다. 이상의 과정은 매 단계(step)마다 반복되어 펀치가 다이와 완전히 접할 때까지 계속된다.

2.6 성형 해석 알고리즘

- 1) 바인더 랩(Binder Wrap)에 펀치가 접촉하는 순간을 구한다.
- 2) 기하학적 성형곡선을 계산한다.
- 3) 접촉비접촉 부위를 판별하고, 소성역학적 계산에 필요한 데이터를 계산한다.
- 4) 접촉 부위에서 미끄러짐 체크를 한다.
- 5) 미끄러짐이 생기는 부위가 없으면 변형률 계산후 단계를 변경한 후 2)로 간다.

- 6) 미끄러짐이 생기는 부위가 존재하면, 최적화하여 미끄러짐양을 구한다. 또한, 접촉 부위의 변형률을 계산하고, 이로부터 생기는 체적변화를 고려하여 비접촉 부위의 변형률을 보정한다. 이상의 과정을 마친뒤, 단계를 변경하여 2)로 간다.
- 7) 펀치가 다이에 완전히 접할 때까지 2) - 6)의 과정을 반복한다.

3. 트렁크 리드(Trunk-Lid)의 단면 성형해석 및 3차원 형상 합성

CATIA로부터 얻은 CAD 데이터를 이용하여 트렁크 리드 대칭 단면에 대해 평형해법으로 성형 해석을 하고, 3차원적으로 합성하였다. 트렁크 리드는 자동차의 외형을 결정 짓는 중

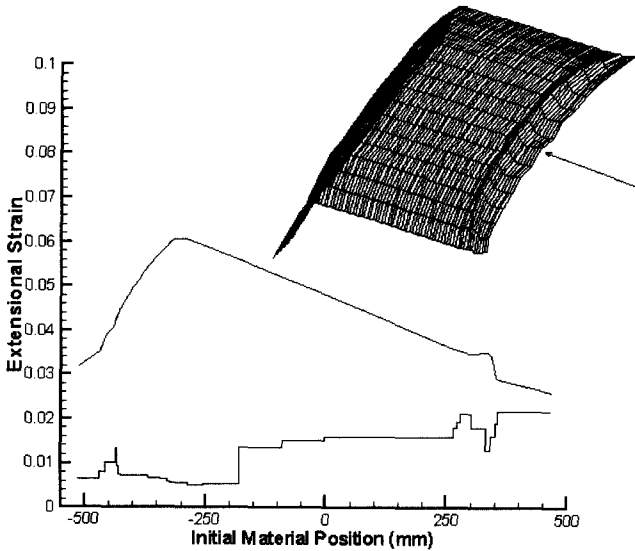


Fig. 3 Strain in distribution at Symmetry-section

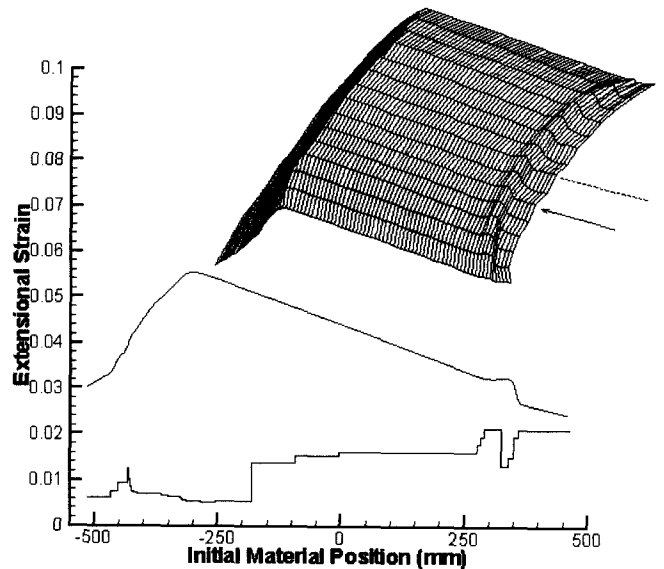


Fig. 5 Strain in distribution at 200mm-section

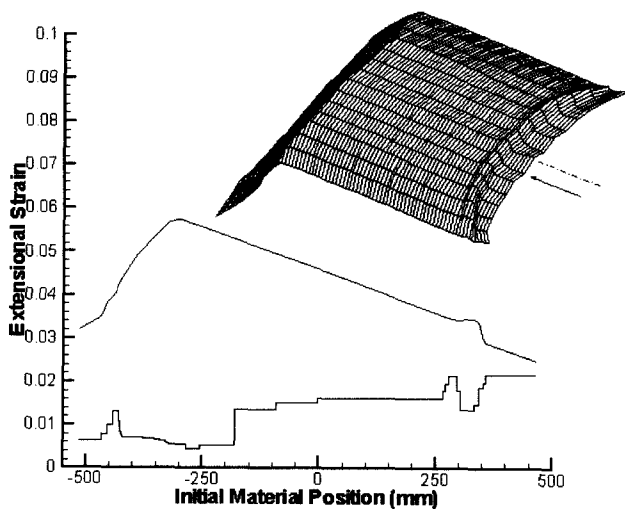


Fig. 4 Strain in distribution at 100mm-section

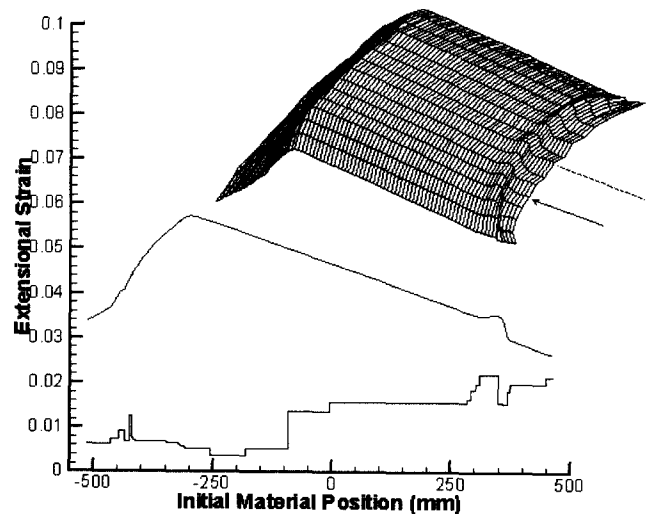


Fig. 6 Strain in distribution at 300mm-section

요한 판넬로 성형하기가 어렵고, 특히, 굴곡과 스프링-백이 없어야 하는 난해한 제품으로 평면 변형으로 근사화 할 수 있어 단면 해석이 가능하다. 트렁크 리드의 대칭선으로부터 100mm 간격으로 단면 해석하여 700mm 단면까지 성형 해석하여 그 최종 형상들을 3차원형상으로 합성하였다.

응력-변형도 곡선 : $\bar{\sigma} = 51.915 (\bar{\epsilon})^{0.217}$

수직 이방성 계수 : $R = 1.6$

재료 두께 : $t = 0.6\text{mm}$

Coulomb 마찰계수 : $\mu = 0.2$

구속력(Binding Force) : 15kgf/mm(왼쪽), 15kgf/mm(오른쪽)

트렁크 리드 대칭 단면의 시뮬레이션 결과는 변형도가 0.05% 미만의 성형공정이었다. 따라서, 구속력을 너무 크게 주지 않는 한 무리 없이 성형될 것으로 판단되며, 트렁크 리드의 변형 형상과 변형률 분포가 Fig. 3에서부터 Fig. 10까지 그림들에

나타나 있고 특정 부위의 변형률이 높은 것은 최종 상태 직전까지 비접촉 부위로 남기 때문에 주위보다 변형률이 높다. Fig. 3에서 Fig. 10까지를 관찰해 보면 트렁크 리드의 중간 단면에서 변형률이 대체로 높고 외곽쪽으로 갈수록 조금씩 낮아져 최외곽 단면은 눈에 띄게 변형률 분포가 낮음을 알수 있다. 이는 트렁크 리드의 중간 단면에서 성형깊이가 제일 깊고 외곽으로 갈수록 성형깊이가 줄어들어 최외곽 단면에서는 가장 작은 성형깊이를 갖기 때문에 이 성형깊이의 차이가 변형률 분포크기에 가장 큰 영향을 미쳤으리라 짐작된다. Fig.11의 합성한 결과의 변형률분포에도 위에서 고찰한 결과가 분명히 나타남을 알수 있다.

Fig. 11에서 각 단면의 최종 스텝에서의 변형률결과를 3차원적으로 합성하여 전체적 분포를 알기 쉽게 나타내었고 비드부분에 특히 변형률이 높음을 알수 있었다. 비드부위에서 최대 변형률을 갖는 것은 최종 상태 직전에 해당 비접촉 부위에 인

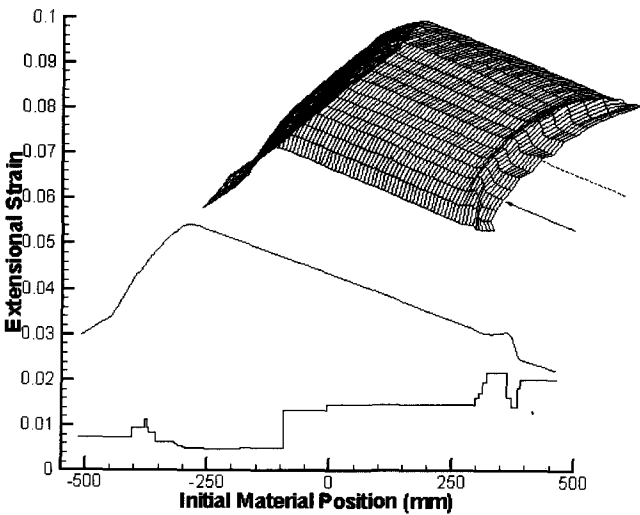


Fig. 7 Strain in distribution at 400mm-section

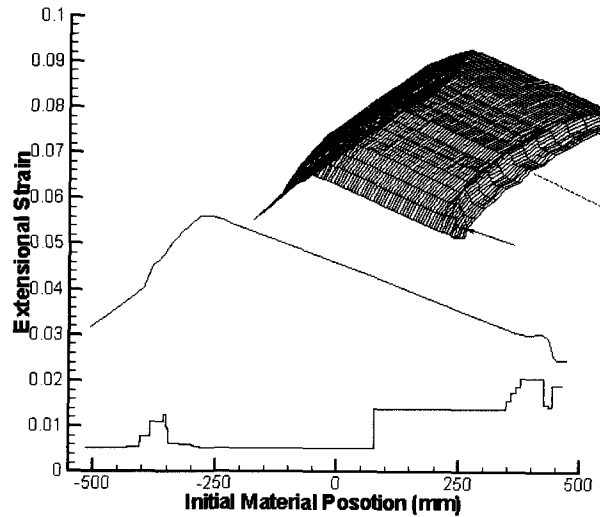


Fig. 9 Strain in distribution at 600mm-section

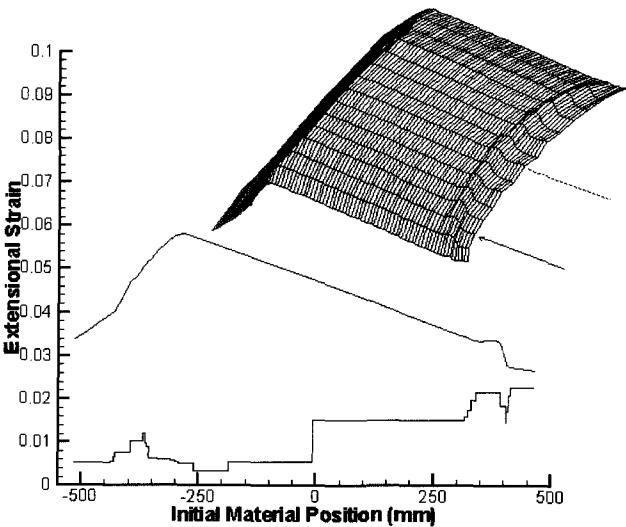


Fig. 8 Strain in distribution at 500mm-section

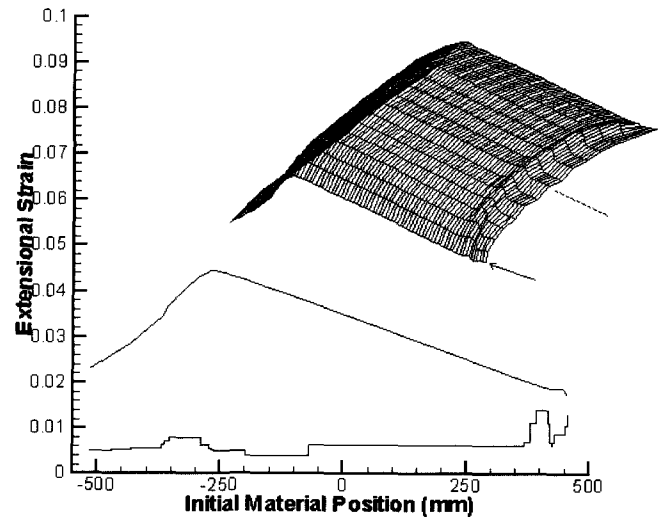


Fig. 10 Strain in distribution at 700mm-section

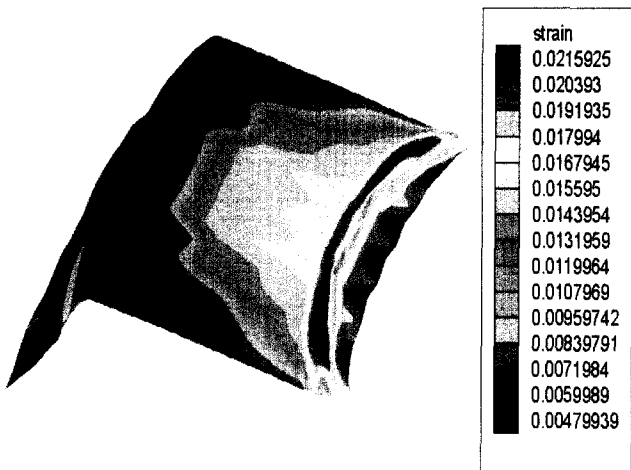


Fig. 11 Strain distributed simulation of trunk-lid panel at final step

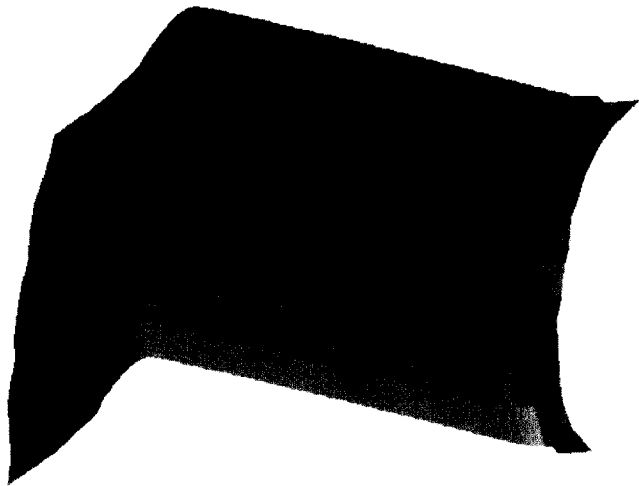


Fig. 12 Final shape of trunk-lid panel by three-dimensional composition

접한 양쪽 접촉 부위가 접촉영역이 넓게 성장해 마찰력이 커져서, 미끄러짐이 발생하지 않아 관심 부위가 미끄러짐 없이 인장변형만 일어나기 때문이다. Fig. 12에서는 해석된 각 단면을 3차원적으로 합성하였을 경우에 형상을 보여주고 있는데 이런 합성방법을 이용하여 간단한 2차원해석으로 어렵고 많은 계산시간이 소요되는 3차원해석과 같은 효과를 가져올수 있다.

4. 결 론

유한요소법을 적용할 경우 비선형이 큰 문제일 경우에 수렴성이 문제가 되어 현업에 적용하는데 한계가 있어 정확도는 조금 낮지만 수렴성 문제가 없어 항상 결과를 제공해 줄수 있는 평형해법을 도입하여 트렁크 리드 문제에 적용시켜 보았다. 또, 3차원 문제인 경우 유한요소법으로 해석하기는 아직 계산시간이 너무 많이 걸리고 고도의 전문적 해석기술이 필요하여 현업에 적용하는데 어려움이 있어서 평면 변형률 문제인 경우 2차원 단면해석을 중요한 몇 개 단면에 대하여 행하여 나중에

3차원적으로 합성하여 3차원 해석을 행한것과 같은 효과를 보이도록 하였다. 트렁크 리드 문제에 대하여 평형해법을 적용하고 단면해석을 행하여 그 결과들을 3차원적으로 합성하여 수렴성 문제없이 짧은 시간안에 전문적 해석기술없이도 누구나 쉽게 해석이 가능하도록 하여 3차원 해석을 행한것과 같은 효과를 보였다. 기하학적 관계와 소성역학적 이론을 바탕으로 힘 평형에 이르는 최적해를 구하는 방법인 평형해법은 빠른 시간내에 대체적인 경향 파악과 최대 변형률의 정량적인 양을 예측할 때 특히 실용적인 장점을 가지고 있어서, 금형 설계 단계에서 시뮬레이션 변수와 금형의 형상을 바꾸어 가면서, 최적의 금형 설계 조건 및 공정 변수를 예측하는데 유용하다.

후 기

본연구에 많은 자료와 큰 도움이 된 한국과학기술원의 양동열 교수님과 LG 생산기술원의 윤정환 박사님께 깊은 감사 드립니다.

참고문헌

- 정동원, 양동열(1997). "차체 판넬 스탬핑 공정의 단면해석과 3차원 형상합성", 한국정밀공학회지, 제14권, 제9호, pp 101~107.
- 양동열, 정완진, 송인섭, 전기찬, 유동진, 이정우(1991). "강소성 유한 요소법을 이용한 자동차 판넬 성형 공정의 평면 변형 해석", 대한기계학회 논문집, 제15권, 제1호, pp 169~178.
- 유동진, 이정우, 전기찬(1989). "차체 판넬 프레스 성형 공정의 평면 변형 해석", 대한기계학회 89년 추계학술대회, pp 275~278.
- 윤정환, 유동진, 송인섭, 양동열, 이장희(1994). "평형해법을 이용한 박판성형의 단면해석", 한국정밀공학회지, 제15권, 제4호, pp 59~68.
- Hill, R., "The mathematical Theory of Plasticity", Oxford University Press.
- Shingji Fukui and Kiyota Yoshida(1962). "Measurement of the Mean Friction Coefficient in Sheet Drawing", Int J. Mech. Tool. Des. Res., Perhamon Press, Vol. 2, pp 19~62.
- Sugiura, H., Okamoto, I., Hiramatsu, T., Yoshimi, J., Fujiwara, K.(1988). "Evaluation of Elongation and Material Movement during Press Forming with CAD", JSAE Review, Vol. 9, No. 2, April.
- Takahashi, A., Okamoto, I., Hiramatsu, T. and Yamada, N.(1985). "Evaluation Methods of Press Forming Severity in CAD Applications", Computer Modeling of Sheet Metal Forming Process, Theory, Verification and Application, Edited by Wang, N. M. and Tang, S. C., pp 37~50.

1999년 6월 3일 원고 접수

2000년 12월 1일 수정본 채택