

원자외선 분광기 광학계의 오차 예산 분석

선광일^{1†}, 옥인수¹, 유광선², 박장현¹, 진호¹, 선종호³, 오승한², 이진근¹,
이대희², 남옥원¹, 한원웅¹, 민경옥², 이우백¹, J. Edelstein⁴, E. Korpela⁴
¹한국천문연구원 우주과학연구그룹, ²한국과학기술원 인공위성연구센터
³(주)썬트렉아이, ⁴Space Sciences Lab., Univ. of California, Berkeley

ERROR BUDGET ANALYSIS OF FIMS OPTICAL SYSTEM

K.-I. Seon^{1†}, I.-S. Yuk¹, K.-S. Ryu², J.-H. Park¹, H. Jin¹, J.-H. Seon³, S.-H. Oh²
J.-G. Rhee¹, D.-H. Lee², U.-W. Nam¹, W. Han¹, K.-W. Min²
W.-B. Lee¹, J. Edelstein⁴, E. Korpela⁴

¹Space Science Research Group, Korea Astronomy Observatory

²Satellite Technology Research Center, KAIST

³(주)SaTReCi

⁴Space Sciences Lab., University of California, Berkeley

E-mail: kiseon@kao.re.kr

(Received October 20, 2001; Accepted November 15, 2001)

요 약

원자외선 분광기 (Far ultraviolet IMaging Spectrograph; FIMS)는 과학위성 1호의 주탑재체로 개발되고 있다. 원자외선 분광기 광학부에 대한 민감도 분석과 오차 예산 분석을 광범위하게 수행하였다. 몬테카를로 시뮬레이션을 통하여 제작 오차 및 조립 오차 등의 모든 오차가 함께 존재할 때 실제 원자외선 분광기가 갖게 되는 성능을 조사하였다. 시뮬레이션 결과 과학 임무를 위해 필요한 모든 요구 조건을 99.9% 이상의 확률로 만족하고 있음을 확인하였다.

ABSTRACT

Far-ultraviolet IMaging Spectrograph (FIMS) is under development as the main payload of the first Korean science satellite, KAISTSAT-4. An extensive sensitivity and error budget analyses of FIMS optical system have been performed. As an way of estimating aggregate effects of all tolerances, a Monte Carlo simulation is used. The simulation result shows that the optical performance required from the science objectives is achieved within the probability higher than 99.9%.

Keywords: Optical System Design, Astronomical and space-research instrumentation

1. 서 론

원자외선 분광기 (Far ultraviolet IMaging Spectrograph; FIMS)는 과학위성 1호의 주탑재체로서 원자외선 영역에서 천문 관측과 지구의 상층 대기 관측을 수행할 예정이다 (선광일외 2000).

[†]corresponding author

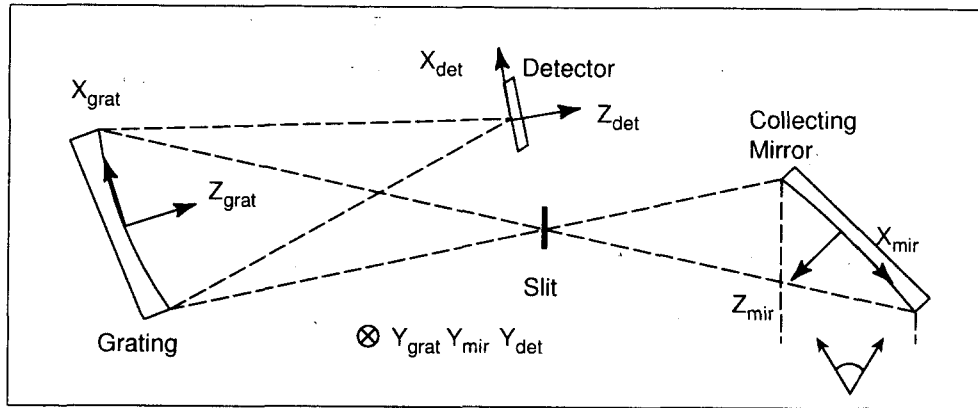


그림 1. 민감도 분석을 위해 사용된 좌표계

원자외선 분광기와 같은 광학 장치를 제작하기 위해서는 우선 관측하고자 하는 대상 및 목적이 분명하여야 하며, 목적이 정해지면 그 목적을 달성하기 위하여 광학 사양 결정, 민감도 (sensitivity) 분석, 오차 예산 (error budget) 분석 등을 수행하게 된다 (Ginsberg 1981, Olson 1977, Zemax 1999). 민감도 분석을 통해서 각 광학 부품의 가공 오차 (manufacturing error) 및 가공된 부품의 조립과 마운팅 (mounting)에서 생길 수 있는 모든 오차에 대하여 각각의 개별적인 오차만 존재한다고 가정했을 때, 광학 성능을 만족하는 범위 내에서 최대 허용오차 (tolerance)를 구한다. 이때 서로 광학적으로 연관 (coupled)되어 있는 광학 변수들의 쌍이 존재하는데, 이런 경우에 하나의 가공 또는 조립 정밀도가 허용 오차 범위를 벗어난다면, 하나는 고정시키고 다른 하나를 조정함으로써 서로의 오차에 의한 광학 성능의 저하 (degradation)를 보상할 수 있는 보상자 (compensator)의 역할을 하게 된다. 이러한 보상자 및 실제 기술적으로 가공 가능한 오차 등을 고려하여 실제로 모든 오차가 동시에 존재할 때 각각의 변수에 대해 허용 가능한 1차적인 기계-광학적 오차예산을 만들게 된다. 1차적인 오차예산이 구해지면, 몬테카를로 시뮬레이션을 거쳐 최종적으로 시스템의 성능이 만족되는가 확인하는 단계를 거치게 된다. 시뮬레이션으로부터 만족스러운 결과를 얻지 못하면 최종적으로 만족할 만한 광학 성능을 얻을 때까지, 오차예산과 몬테카를로 시뮬레이션을 반복한다.

원자외선 분광기의 민감도 분석 및 1차적인 오차예산 분석은 유광선 외(2000)에 의해 자세하게 설명되었기 때문에, 본 논문에서는 민감도 분석과 1차적인 오차예산 분석 및 보상자 분석에 대한 간략한 소개와 함께 유광선 외(2000)에서 다루지 않은 자세한 분석 결과를 설명하고, 마지막으로 얻어진 오차예산을 최종적으로 확정하기 위해 수행된 몬테카를로 시뮬레이션의 결과를 보여주고자 한다.

2. 민감도 분석

유광선 외 (2000)에서는 각각의 광학부품에 대하여 두 가지 가능한 좌표계를 이용하였으나, 최종적으로 그림 1과 같이 Z축이 각 광학부품면에 수직인 좌표계를 이용하여 민감도 분석 및 오차예산 분석 등을 수행하였다.

본 연구에서 분석된 원자외선 분광기의 주요 목적이 넓게 퍼진 성간물질로부터 복사에너지를 측

표 1. 민감도 분석 결과^a

Merit Fun. Requirement	Operation	Spec. Res. < 1.8Å@1035Å	Spat. Res. < 10'@2° offset	θ shift < ±1°	φ shift < ±2.5'	φ width < 10'(99%)	λ shift < 30Å
Mirror	ΔZ ^b	.	.	.	±0.12	.	.
	ΔX	.	.	.	±0.14	±0.36	.
	ΔY
	Rz ^c	.	±24'	±61'	.	±31'	.
	Rx	.	±23'	±45'	±25'	±40'	.
	Ry	.	.	.	±1.3'	±15'	.
	ΔFoc ^d	.	.	.	±3.00	±5.00	.
Grating	ΔZ	±0.25
	ΔX	±0.53	±1.3
	ΔY	±3.75	±1.9	±3.00	.	.	.
	Rz	±35'	±23'
	Rx	±41'	±23'	±32'	.	.	.
	Ry	±18'	±25'
	ΔA ^e	±0.22
	ΔC ^f	.	.	±3.68	.	.	.
Rul. Tilt ^g	.	.	.	±129'	.	.	
Rul. Const ^h	±79'	±64'	
Detector	ΔZ	±0.42
	ΔX	±2.40
	ΔY	±5.40	.	±3.00	.	.	.
	Rz	±61'
	Rx
	Ry	±160'

^aUnit for linear dimension is mm, ^bLinear error along Z axis, ^cAngular error about Z axis, ^dFocal length error
^eGrating Curvature in ZX plane (spectral, tangential), ^fGrating Curvature in XY plane (spatial, sagittal)
^gRuling angle error, ^hRuling constant error

정하는 것이므로 (선광일 외 2000), 편이상 등방성을 갖는 입사광을 가정하여 각각의 광학부품의 오차에 의한 분광 분해능, 시야 이동 (field of view shift) 및 파장 이동 (wavelength shift) 등의 광학적 성능의 변화를 고려하였다. 공간 분해능의 성능 저하를 분석하기 위해서는 영상 방향(θ)으로는 오차가 전혀 없는 시스템을 기준으로 검출기 평면상에서 $y = [0, 6, 12, -6, -12]$ mm의 5개점에 대응하는 5개의 방향 $\theta = [0, 2, 4, -2, -4]$ degree 으로 입사하는 입사광선에 대하여 분석하였다. 이때 θ는 그림 1에서 ZX평면상의 분광 방향 φ에 수직인 XY 평면상의 영상 방향이고, 분광 방향 (φ)으로는 등방성을 갖고 입사한다고 가정하였다.

표 1은 민감도 분석을 위해 사용된 광학 성능 평가의 지표인 merit function 및 광학 성능 제한 조건과 함께 최종 마무리된 민감도 분석 결과를 보여준다. 표 1에서 점으로 표시된 것은 변수의 변화에 따라 해당하는 광학성능이 거의 변하지 않음을 의미한다. 표 1에서 볼 수 있듯이 분광분해능과 파장 이동은 주로 회절격자에만 의존하고, φ 방향의 관측 시야의 변화는 주로 반사경에만 의존함을 알 수 있다.

각각의 광학변수를 변화시켜가면서 ray trace를 수행하여 각각의 광학 성능의 변화를 그림 2와 같이 얻었으며, 표 1은 이러한 방법으로 얻어졌다. 그림 2는 광학 시스템의 특성을 나타내는 6개의

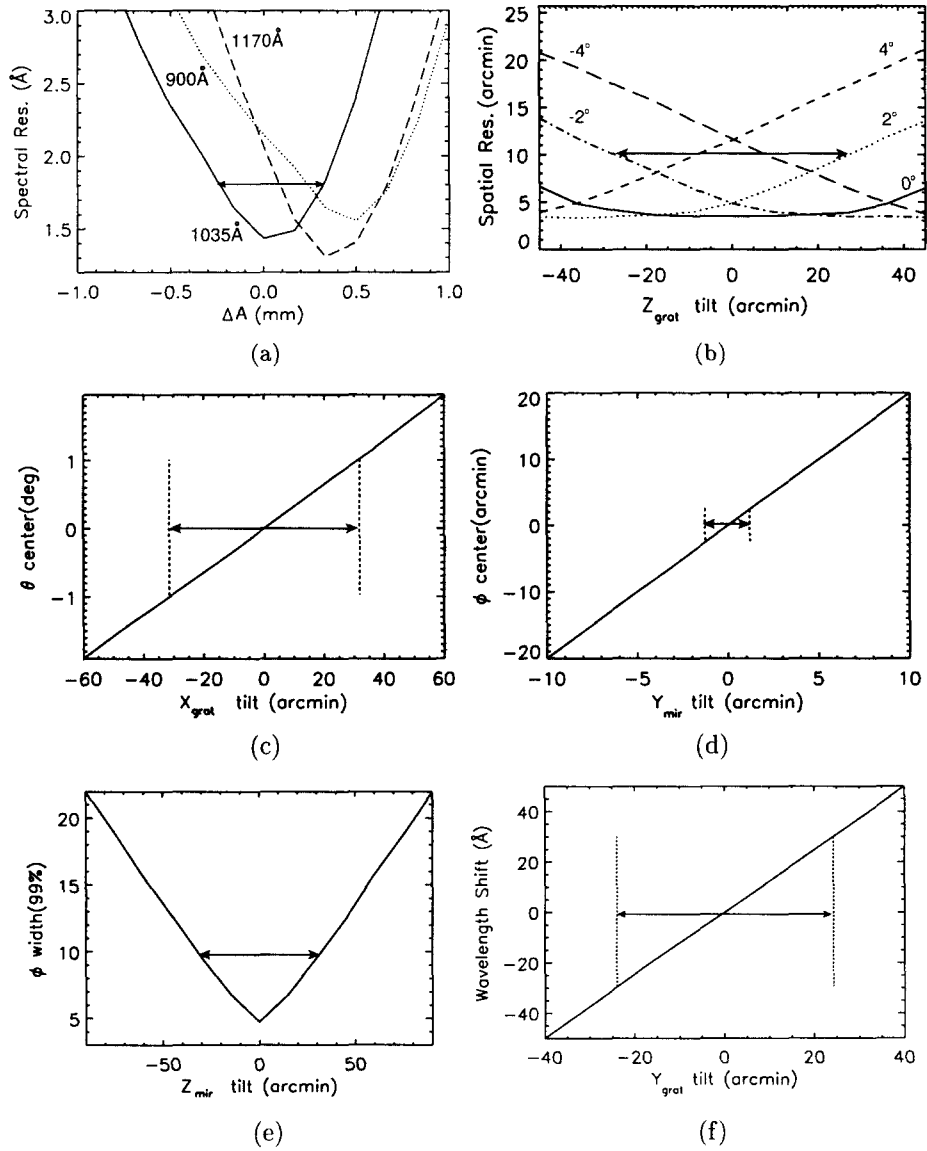


그림 2. 6개의 merit function (분광 분해능, 영상 분해능, θ , ϕ 시야중심 의 이동, ϕ 시야 폭의 변화, 파장대역의 이동)에 대하여 각각에 가장 민감한 광학부품 오차에 대한 민감도. (a) 회절격자 곡률 오차에 의한 분광 분해능의 변화, (b) 회절격자 Z축 회전 오차에 의한 영상 분해능의 변화, (c) 회절격자 X축 회전 오차에 의한 영상 (θ) 방향의 시야 중심 이동, (d) 반사경 Y축 회전 오차에 의한 분광 (ϕ) 방향의 시야 중심 이동, (e) 반사경 Z축 회전 오차에 의한 분광 (ϕ) 방향의 시야 폭의 변화, (f) 회절격자 Y축 회전 오차에 의한 Short Wavelength Band의 관측 파장대역의 이동

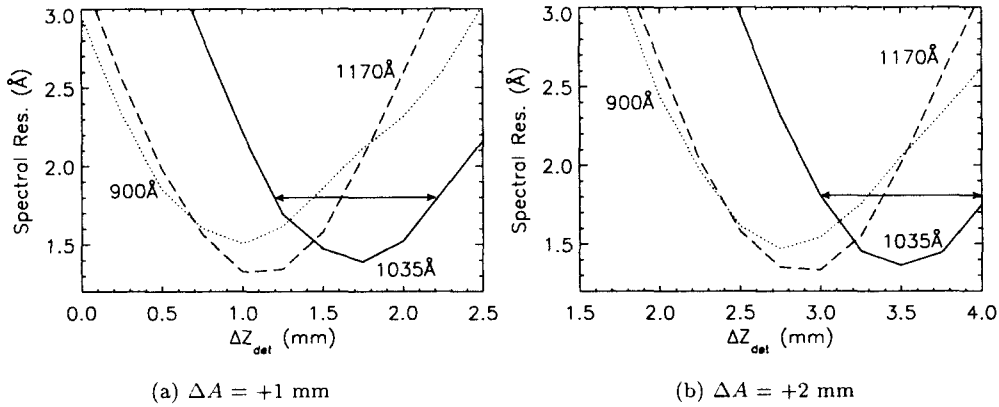


그림 3. 검출기를 Z축 방향으로 미세 조정하여 회절격자 분광 방향의 곡률 반경 오차에 의한 분광 분해능의 저하 보상. 회절격자 곡률 반경의 오차가 (a) $\Delta A = +1$ mm 일 때, (b) $\Delta A = +2$ mm 일 때 분광 분해능 저하 보상.

merit function에 대하여 가장 민감한 광학 변수들의 오차에 대한 merit function의 변화를 나타낸 것이다. 유광선 외 (2000)가 원자외선 분광기에 대한 민감도 분석을 자세하게 기술하였지만 그림 2와 같은 각 변수에 대한 광학 성능의 변화는 보여주고 있지 않으므로 대표적인 경우에 대하여 그림으로 나타내었다.

그림 2의 화살표는 각 광학변수의 오차의 한계 영역을 나타낸다. 그림 2a에서 볼 수 있듯이 1035Å에서의 분광분해능이 1.8Å 이상이어야 한다는 조건으로부터 회절격자 분광방향 곡률반경(A)의 오차 허용 한계는 ± 0.22 mm임을 알 수 있다. 회절격자의 Z축에 대한 회전 오차의 한계는 그림 2b로부터 $\pm 2.3'$ 임을 알 수 있으며, 회절격자의 X축에 대한 회전 오차 (그림 2c) 및 반사경의 Y축에 대한 회전 오차 (그림 2d), 반사경의 Z축에 대한 회전 오차 (그림 2e), 회절격자의 Y축에 대한 회전 오차 (그림 2f)는 각각 $\pm 32'$, $\pm 1.3'$, $\pm 31'$, $\pm 25'$ 임을 확인 할 수 있다.

3. 보상자 분석

민감도 분석으로부터 다음과 같은 쌍이 서로 연관되어 있고, 각각은 서로 다른 쪽에 의한 광학성능 저하를 보상을 위해 사용될 수 있음을 알 수 있었다. 따라서 각 쌍에 대하여 하나의 오차에 의한 성능 저하를 보상하기 위하여 다른 하나를 얼마나 미세 조정하여야 하는지 알기 위하여 보상자 분석을 수행하였다. 이렇게 얻어진 보상자 분석 결과는 오차 예산 분석에 입력 자료로 사용되었다.

- 반사경의 X축 이동과 반사경의 Y축 회전
- 회절격자의 X축 이동과 회절격자의 Y축 회전
- 회절격자의 Y축 이동과 X축 회전
- 회절격자의 분광 곡률 반경(A)의 오차와 회절격자의 Z축 이동 또는 검출기의 Z축 이동

민감도 분석을 통해 얻어진 허용 한계 값을 만족시킬 수 없는 가장 심각한 변수는 타원체 회절격자의 분광 방향의 곡률 반경(A)이었다. 타원체 회절격자의 곡률반경에 대한 가공 정밀도는 고작해

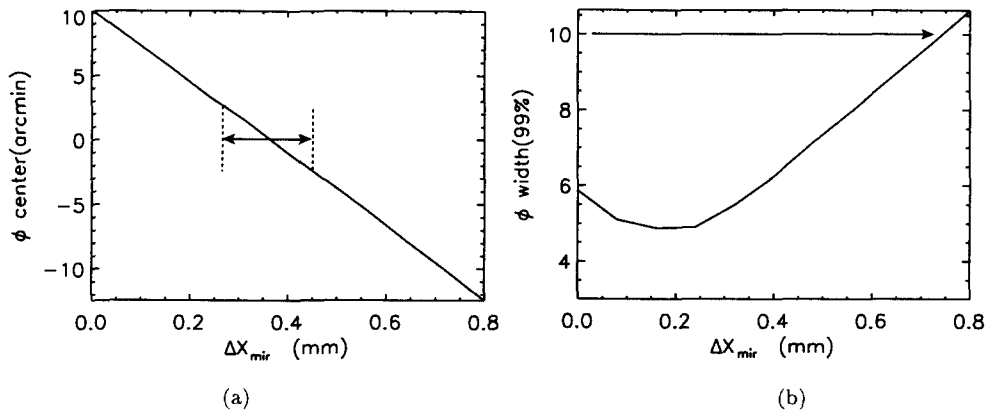


그림 4. 반사경의 Y 축 회전 오차가 5'일 때 반사경의 위치를 X축 이동하여 분광 방향(ϕ) 시야에 대한 오차 보상. (a) 시야 중심 방향의 이동 보상 (b) 시야 폭의 변화 보상

야 ± 1 mm인데 반해 허용 한계는 약 ± 0.22 mm이었다. 다행히, 회절격자 곡률 반경에 의한 분광분해능의 저하는 회절격자의 위치 또는 검출기의 위치를 Z축 방향으로 미세 조정함으로써 보상할 수 있음을 알았다. 그림 3은 회절격자의 곡률 반경 오차가 +1 mm 또는 +2 mm일 때, 검출기의 위치를 1.2-2.2 mm 또는 3-4 mm 이동함으로써 원래의 분광 분해능을 회복할 수 있음을 보여준다. 마찬가지로, 회절격자의 위치를 미세 조정함으로써 분광 분해능의 저하를 보상할 수 있다. 이때 영상 분해능의 변화는 회절격자 곡률 반경, 회절격자 및 검출기의 위치 변화에 민감하지 않기 때문에 보상한 후에도 영상 분해능의 저하는 없다.

그 밖에 반사경의 Y축 회전은 분광 방향(ϕ)의 시야 중심 이동 및 시야 폭과 관련되어 있으며 오차 허용 한계 값은 1.3'으로 성취하기 힘든 조건이다. 그러나 반사경의 위치를 X축에 대하여 미세 조정하면 Y축 회전에 의한 ϕ 방향의 시야 이동과 폭의 증가를 보상할 수 있다. 그림 4는 반사경의 Y축 회전 오차에 의한 광학 성능의 변화를 반사경의 X축 위치를 미세 조정함으로써 광학 성능의 변화를 보상할 수 있음을 보여준다. 반사경의 Y축 회전 오차가 민감도 분석으로부터 얻어진 오차 한계(1.3')보다 클 때(5') 반사경을 X축으로 약 0.25-0.41 mm 조정하여 시야 중심 방향의 이동을 보정할 수 있으며, 동시에 시야 폭의 변화를 보상할 수 있음을 알 수 있다.

회절격자 중심 정렬에 필요한 정밀도는 X축 및 Y축의 위치 오차 허용 한계 값과 비슷하다. 그러므로 각각 Y축 및 X축에 대한 회절격자의 회전을 미세 조정하여 각각의 오차에 의한 성능 저하를 보상하도록 하였다.

4. 몬테카를로 시뮬레이션을 통한 오차 예산 분석

오차 예산 분석의 목적은 실제 제작, 조립 및 눈금조정(calibration) 시에 광학 성능의 저하 요인이 일부의 광학 변수에 의해 주로 좌우되지 아니하고 허용된 가공, 조립 및 눈금조정 오차 범위 내에서 광학적 성능이 모두 만족되도록 허용 가능 오차예산을 구한 후, 구해진 허용 오차예산에 따라 광학 가공, 조립 및 눈금조정을 수행할 수 있도록 미세조정 장치를 마련하는 것이다. 그러나 어떤 광학

변수의 경우는 가공, 조립 및 눈금조정에 의해서 오차 허용 한계값내에 들어가기 어려운 경우가 있다. 이때는 보상자를 이용하여 성능 저하를 보상하도록 한다.

일반적으로 대략적인 오차 예산을 얻기 위해서는 root of the sum of the square (r.s.s.)라는 방법을 이용한다 (Smith 1985). r.s.s 방법은 첫 번째 근사값으로써 최종 오차 예산을 위한 대략적인 예상 값을 제공해준다. 1차적으로 얻어진 오차 예산으로부터 원하는 광학 성능을 얻을 수 있는지 보기 위해서는 몬테카를로 시뮬레이션을 이용하여야 한다. 유광선 외(2000)은 원자외선 분광기에 대하여 r.s.s. 방법과 도식적인 방법을 이용하여 1차적인 오차예산은 구하였으며, 각각의 오차예산을 구하는 과정에 대하여 자세하게 설명하였다.

민감도 분석과 달리, 몬테카를로 시뮬레이션 분석은 한번에 모든 오차가 동시에 존재할 때의 효과를 보기 위한 것이다. 매번 ray trace를 수행할 때마다 모든 광학 변수들은 3개의 통계 분포(modified gaussian distribution, uniform distribution, parabolic distribution)중의 하나를 따라서 무작위로 오차 예산 범위 내에서 선택된다. 오차 예산은 유광선 외(2000)에 의하여 r.s.s. 방법을 이용하여 얻어진 결과를 이용하였다. 일반적으로 많이 사용되는 통계 분포는 modified gaussian distribution으로 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)\sigma}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right), \quad -n\sigma \leq x \leq n\sigma \quad (1)$$

여기서, x 는 양 극단의 오차 허용 한계의 중간 값으로부터 측정하여 벗어난 정도를 나타내며, gaussian 분포와 다른 점은 x 값이 표준편차의 n 배 범위 내에만 놓일 수 있다는 것이다. 즉, nx 와 $-nx$ 가 양 극단의 최대 값과 최소 값이 되고, 일반적으로 $n = 2$ 로 놓고 사용하며 n 값이 클수록 좀더 중심 값에 가까운 분포를 형성하게 된다. 본 연구에서도 $n = 2$ 로 놓고 시뮬레이션을 수행하였다. 몬테카를로 시뮬레이션을 위하여 modified gaussian distribution, uniform distribution 및 parabolic distribution과 같은 3가지 가능한 확률 분포를 가정하여, 각각의 광학 변수를 3가지의 확률 분포를 따라 오차 허용 범위 또는 미세 조정 범위 내에서 무작위로 선택하였다. 회절격자 곡률 반경과 같이 가공 오차 또는 조작 오차가 오차예산의 범위에서 벗어날 때는 성능오차를 보상해줄 수 있는 보상자를 미세 조정함으로써 광학 성능의 변화를 보상한다고 가정하고 몬테카를로 시뮬레이션을 수행하였다. 이때 각각의 미세 조정 또한 미세 조정 장치의 정밀도 범위 내에서 동일한 확률분포를 가진다고 가정하여 시뮬레이션을 수행하였다.

uniform distribution은 다음과 같이 표현된다.

$$p(x) = \frac{1}{2\Delta}, \quad -\Delta \leq x \leq \Delta \quad (2)$$

이때 Δ 는 오차 허용한계 양 극단의 차이의 반값에 해당하는 값이다. 위의 분포를 따라 무작위로 선택된 값은 양 극단 사이의 값을 균일한 확률을 가지고 분포하게 된다.

마지막으로 parabolic distribution은 다음과 같다.

$$p(x) = \left(\frac{3}{2\Delta^3}\right)x^2, \quad -\Delta \leq x \leq \Delta \quad (3)$$

이때 Δ 는 uniform distribution에서와 같이 정의된다.

modified gaussian distribution은 대부분의 값이 오차 허용 한계의 중앙에 분포하게 되지만 parabolic distribution은 양 극단에 대부분 값이 분포하게 된다. 3가지 통계 분포는 modified gaussian, uniform

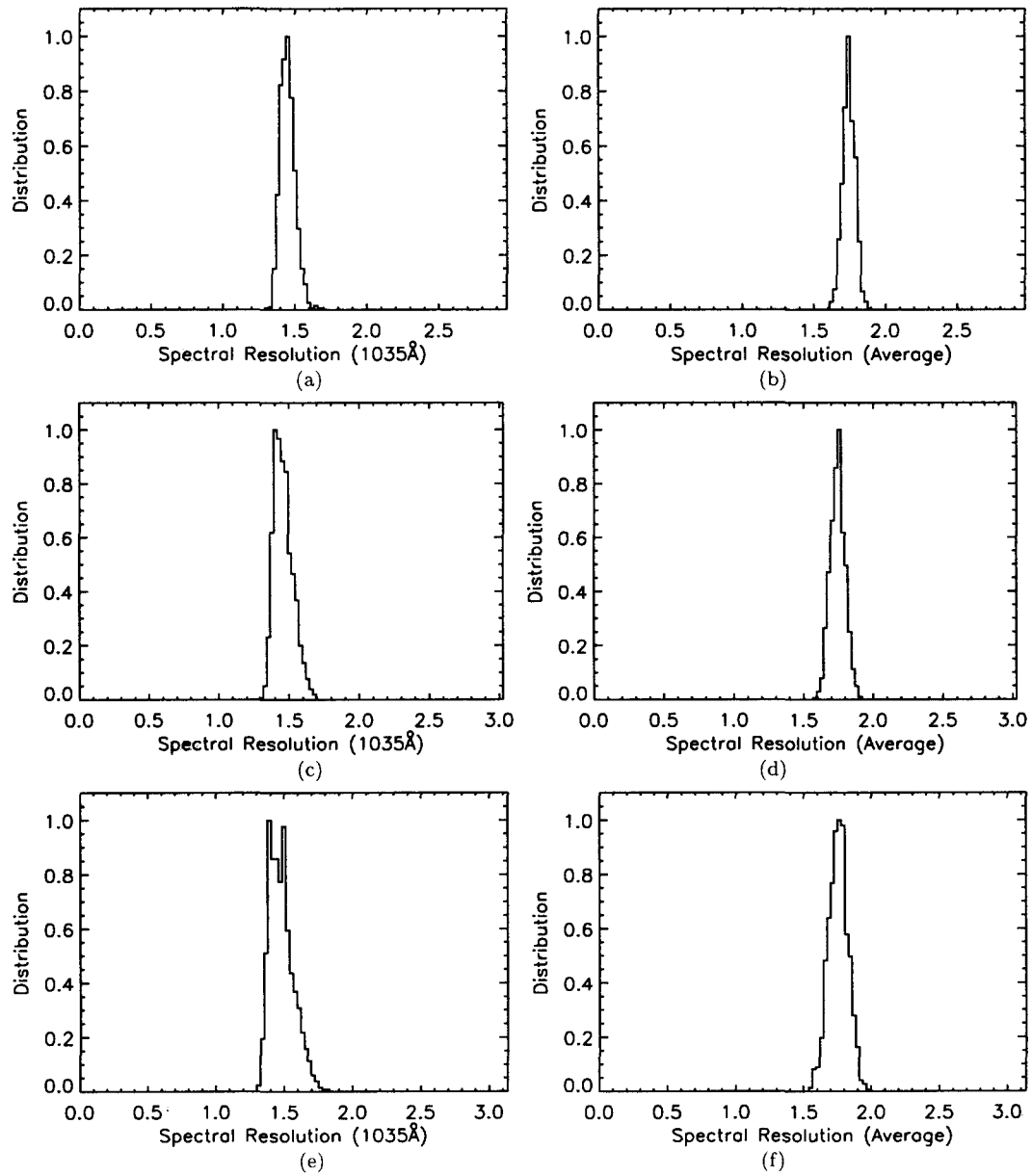


그림 5. 몬테카를로 시뮬레이션 결과, 분광분해능: modified gaussian distribution을 따라 광학 오차가 존재한다고 가정했을 때의 (a) 1035Å에서의 분광 분해능의 분포, (b) 단파장대의 평균 분광분해능의 분포, uniform distribution을 따른다고 가정했을 때, (c) 1035Å에서의 분광 분해능의 분포, (d) 단파장대의 평균 분광분해능의 분포, parabolic distribution을 따른다고 가정했을 때, (e) 1035Å에서의 분광 분해능의 분포, (f) 단파장대의 평균 분광분해능의 분포.

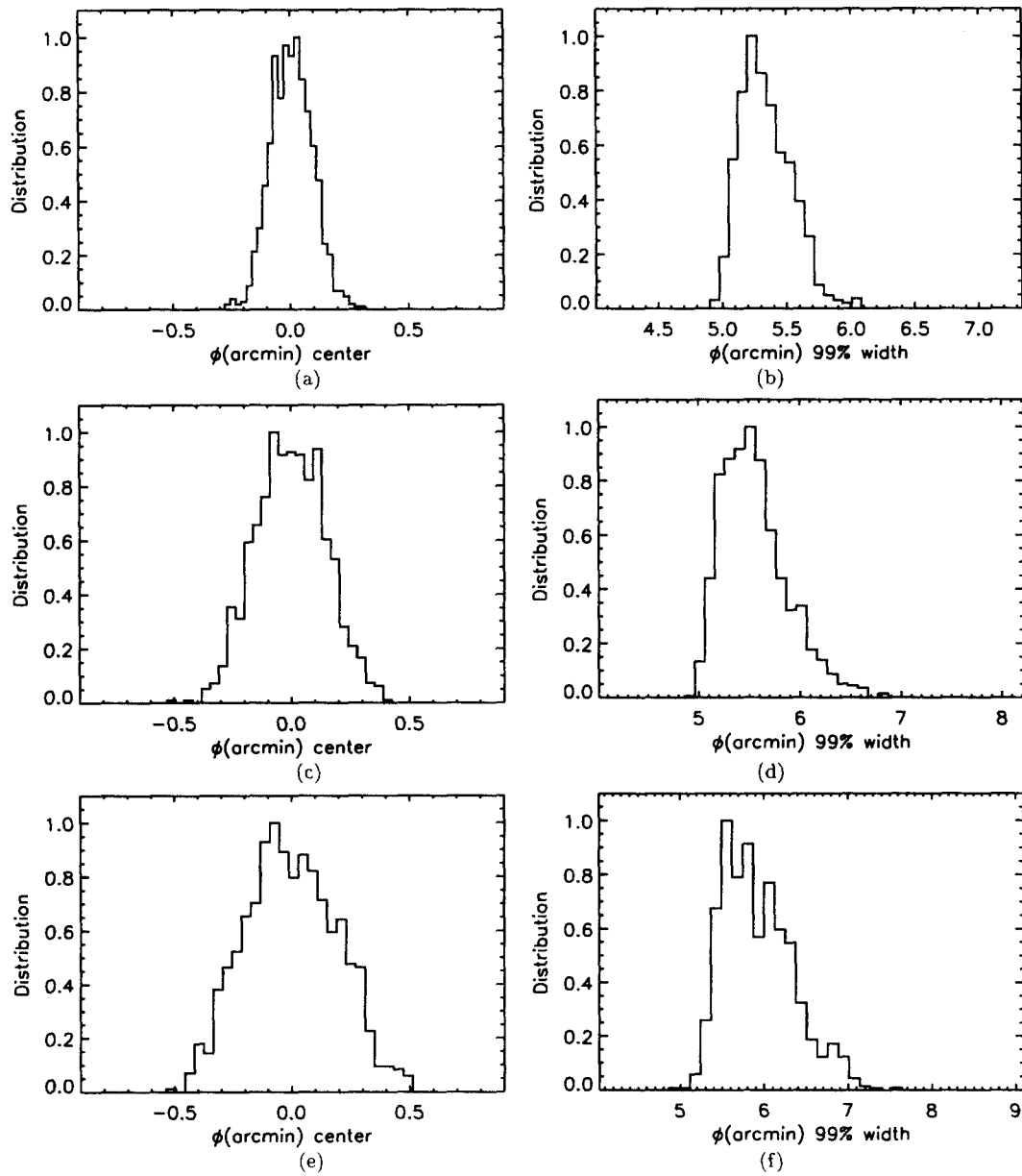


그림 6. 몬테카를로 시뮬레이션의 결과, ϕ 방향 시야: modified gaussian distribution을 따라 광학 오차가 존재한다고 가정했을 때의 (a) 시야 중심의 분포, (b) 99% 시야 폭의 분포, uniform distribution을 따른다고 가정했을 때, (c) 시야 중심의 분포, (d) 99% 시야 폭의 분포, parabolic distribution을 따른다고 가정했을 때, (e) 시야 중심의 분포, (f) 99% 시야 폭의 분포.

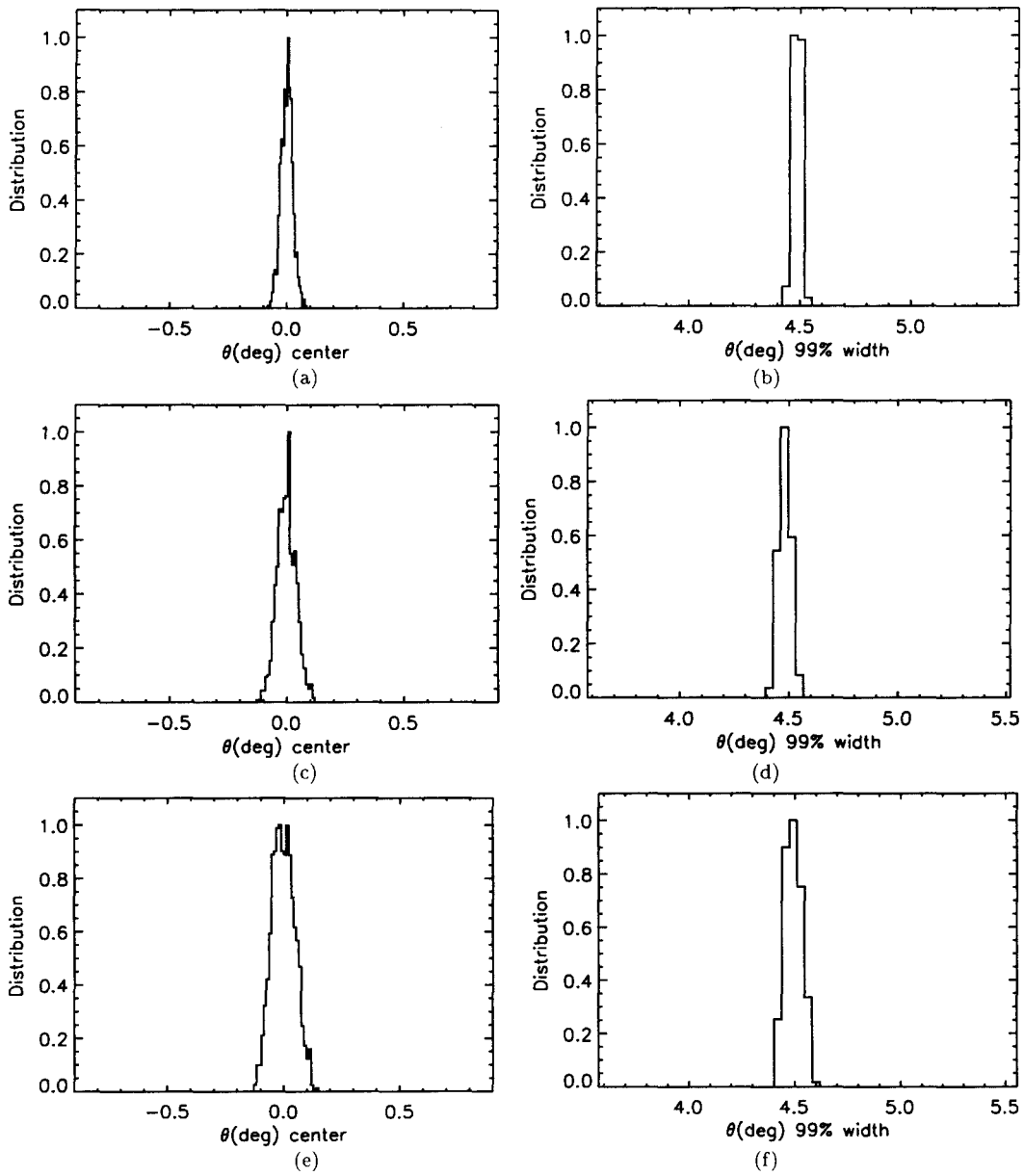


그림 7. 몬테카를로 시뮬레이션의 결과, θ 방향 시야: modified gaussian distribution을 따라 광학 오차가 존재한다고 가정했을 때의 (a) 시야 중심의 분포, (b) 99% 시야 폭의 분포, uniform distribution을 따른다고 가정했을 때, (c) 중심의 분포, (d) 99% 시야 폭의 분포, parabolic distribution을 따른다고 가정했을 때, (e) 시야 중심의 분포, (f) 99% 시야 폭의 분포.

distribution, parabolic distribution의 순서로 좀더 보수적인 통계 분포라고 할 수 있으며, parabolic distribution에 의한 시뮬레이션은 최악의 상황을 가정한 것이라고 생각할 수 있다. 매 단계마다 ray tracing이 수행된 후 표 1의 merit function을 계산한다. 1000번이상의 계산이 끝난 후에 각각의 merit function에 대한 분포도를 그리고 분포도에 따라 광학 성능이 초기 과학 임무를 위해 요구된 조건을 벗어날 확률을 계산한다.

그림 5는 3가지 확률 분포를 가정하고 수행된 몬테카를로 시뮬레이션으로부터 얻어진 각각 분광분해능의 확률분포를 보여준다. 예상되었던 바와 같이 parabolic distribution의 경우 가장 안 좋은 결과를 보여주며 중앙에서 약간 들어간 모습을 보여준다. 이것은 초기에 가정한 확률분포가 양 극단으로 치우쳐져 있기 때문이다. 그림으로부터 3가지 분포 모두에 대하여 1035Å의 파장에 대한 분광분해능이 1.8Å보다 좋아야 한다는 요구 조건을 잘 만족함을 알 수 있고, 특히 가장 안 좋은 modified gaussian distribution의 경우에도 99.9%이상의 확률로 분광분해능 요구 조건을 만족하고 있다.

그림 6과 7은 각각 ϕ 및 θ 방향의 시야 중심의 이동과 시야 폭의 확률 분포를 보여준다. 두 경우 모두에 대하여 본 연구에서 수행된 몬테카를로 시뮬레이션의 경우 한번의 예외도 없이 표 1의 요구 조건을 만족하고 있음을 알 수 있다. 영상 분해능과 파장대역의 경우도 마찬가지로 확률분포가 구해졌고 한 번의 예외도 없이 모두 요구조건을 만족하였다.

5. 결론

본 논문에서는 과학위성 1호의 주 탑재체인 원자외선 분광기 FIMS의 광학계에 대한 민감도 분석, 보상자 분석 및 오차예산분석 결과를 소개하였다. 보상자 분석을 통해서는 회절격자의 곡률 반경 등 가공 정밀도가 광학 오차 허용 한계를 만족할 수 없는 경우에 대하여 다른 광학 변수를 미세 조정함으로써 광학적 성능 저하를 보상할 수 있음을 보였다.

특히 오차예산분석을 위해 r.s.s 방법을 통해 구해진 1차 오차 예산을 바탕으로 몬테카를로 시뮬레이션을 거쳐 실제 가공 및 조립이 되었을 때 원자외선 분광기가 갖게 되는 광학 성능의 확률 분포를 구하였다. 분광분해능의 경우 최악의 분포에 해당하는 parabolic distribution을 가정한 경우에도 99.9% 이상의 확률로 광학 사양 요구 조건을 만족하고 있으며 영상 분해능, 시야의 변동 및 파장대역의 이동의 경우는 모두 몬테카를로 시뮬레이션을 통하여 실패 확률을 구할 수 없을 정도로 충분히 만족할 만한 결과를 얻었다.

감사의 글: 이 연구는 한국천문연구원의 Astro21과 과학기술부의 과학위성 1호 연구사업의 연구비 지원에 의하여 수행되었습니다.

참고문헌

- 선광일, 유광선, 육인수, 박장현, 남옥원, 한원용, 선종호, 민경욱, Edelstein, J., & Korpela, E. J., 2000, 한국우주과학회지, 17, 77
- 유광선, 선광일, 육인수, 선종호, 남옥원, 이대회, 민경욱, 한원용, Edelstein, J., & Korpela, E. J., 2000, 한국우주과학회지, 17, 67
- Ginsberg, R. H. 1981, Optical Engineering, 20, 175
- Olson, V. 1977, in Optics News, Fall

Smith, W. J., 1985, in Proc. SPIE, 531, 196

Zemax 1999, Zemax Optical Design Program User's Guide (Arizona: Focus Software), 269