

<논 문>

자동차용 변속기의 치합전달오차에 의한 진동특성 연구 A Study on Vibration Characteristics by Gear Transmission Error of Vehicle Transmission

배 명 호[†] · 박 노 길^{**}

Myung-Ho Bae and No-Gill Park

(2001년 8월 20일 접수 : 2001년 10월 9일 심사완료)

Key Word : Gear Whine Noise(기어화인소음), Vibration Characteristics(진동특성), Gear Transmission Error(치합전달오차), Vehicle Transmission(변속기)

ABSTRACT

The gear whine noise of vehicle transmission is directly correlated with the gear transmission error of mating gear. The object of this study is to build up the synthesized countermeasure for the reduction of gear whine noise of vehicle transmission by developing the program which can be used to analyze and predict the vibrational characteristics caused by gear transmission error of mating gears of vehicle transmission. The developed mathematical models on the elements of transmission, for example, helical gear pairs, bearings and shafts are used and the modeling of the excitation forces are developed by the gear transmission error of mating gear which is defined by the amount of the elastic deformation of gear tooth & shaft and gear profile & lead errors. The mathematical system model of vehicle transmission developed by the substructure synthesis method is also verified by the experiments.

1. 서 론

자동차 품질향상의 일환으로서 자동차용 핵심 동력 전달 장치인 변속기(transmission)에 대한 진동, 소음 저감 대책이 절실히 필요한 실정이다. 차실내에서 변속기에 의하여 승차자에게 감지되는 가장 심각한 소음은 맞물린 기어(mating gear)에서 이상적인 치형 곡선에 벗어난 양만큼 기어 시스템의 가진원으로 작용⁽¹⁾하게 되어 발생하는 소음 즉 기어화인소음(gear

whine noise)인데, 주요 가진원은 변속기 평균 전달 토크에 의한 구성요소들의 탄성변형(축의 비틀림/굽힘, 케이스의 변형, 기어치의 변형 등), 가공오차 및 치형수정으로 인한 치합전달오차로 알려지고 있으며 가진주파수는 높은 치통과주파수이다. 기어화인소음을 저감하는 잘 알려진 방법으로 치형수정이 있는데 현재까지 최적 치형수정량 결정에 대한 이론 해석이 미흡한 상태이며 변속기의 소음/진동에 대한 연구의 대부분은 케이스로부터 방사되는 소음/진동특성 연구 및 변속기 모델을 단순화시킨 1단 기어 연쇄기구에 대한 연구가 되고있을 뿐이지 치합전달오차를 가진원으로 하고 주요 진동전달계인 헬리컬 기어연쇄, 베어링 및 동력축을 모두 포함시킨 변속기 전체 시스템에 대한 진동특성 해석에 대한 연구는 미흡한 실정이다. 치합전달오차는 기어화인소음에 미치는 영향

[†] 책임저자, 정회원, 창원전문대학 자동차과

E-mail : mhbae@changwon-c.ac.kr

Tel : (055) 279-5137, Fax : (055) 279-5132

^{**} 정회원, 부산대학교 기계공학부, 기계기술연구소

은 매우 크고 이것에 의한 맞물린 기어의 진동이 차실내의 기어소음으로 변환되는 과정에서 변속기 구동축, 베어링의 굽힘 및 비틀림 진동 전달특성, 변속기 케이스의 진동전달 및 소음방사특성 등에 의하여 소음레벨이 변화되므로 치합전달오차에 의하여 발생하는 변속기의 진동특성에 대한 정확한 메카니즘을 규명할 필요가 있다. 연구동향을 살펴보면, Mark⁽¹⁾는 피치오차를 고려한 치합전달오차를 물림해석에 의하여 정식화하고 기어 가공오차로부터 치합전달오차를 규명하기 위한 기구학적 해석을 정립하였다. Graber⁽²⁾는 여러가지 치형수정 및 물림률을 가진 평기어 및 헬리컬기어의 정적 및 동적 치합전달오차에 대한 이론 및 실험치를 비교분석하였다. Choi⁽³⁾ 등은 부하상태의 평기어 및 헬리컬기어의 치강성과 치변형에 기인한 치합전달오차와의 관계를 연구하였다. Munro⁽⁴⁾는 부하가 가해진 평기어의 치변형에 의한 치합전달오차가 진동 및 소음의 주원인으로 판정하고 측정된 치합전달오차를 시간 및 주파수영역으로 나타내었다. Suzuki⁽⁵⁾는 자동차용 변속기의 기어제원, 치면형상오차 및 조립오차에 기인한 기어진동의 가진원의 성질을 규명하고 기어진동과 차실내에서 발생하는 기어화인소음과의 전달특성에 대한 정량적인 관계를 연구하였고 Neriya⁽⁶⁾는 1단 헬리컬기어의 비틀림, 굽힘, 축방향의 연성효과를 고려하여 정적 치합전달오차를 가진원으로서의 응답을 구했다. 국내에서는 Park⁽⁷⁾ 등이 평기어의 가공한계오차와 부하상태에서의 치탄성변형량을 고려한 치형수정곡선을 정식화하고 치형수정된 기어쌍에 대한 치합전달오차를 모델링하여 기어제원 및 치형수정량에 따른 치합전달오차를 계산하는 프로그램을 개발하였고 Bae⁽⁸⁾ 등은 변속기용 기어의 부하에 의한 치탄성변형 및 가공오차에 기인한 치충돌로 발생하는 기어화인소음의 저감을 위한 체계적인 목표치형수정량 결정 및 최적 치형곡선의 선정방법을 제시하였다. 또한 Bae⁽⁹⁾ 등은 다단 헬리컬 기어-로터시스템과 케이스로 구성되어 있는 차량 변속기의 진동특성 해석을 위한 수학적 모델을 개발하여 실험결과와 이론해석치를 위험속도로서 비교하고 진동/소음원을 분석하였다. 당 연구에서는 기 개발한 변속기의 진동특성 해석을 위한 수학적 모델⁽⁹⁾을 이용하여 차량변속기의 주요 가진원인 헬리컬 기어류의 치형곡선에 따른 치합전달오차 가진력 모델링 및 해석기법을 개발하고 헬리컬 기어류의 치형곡선 형

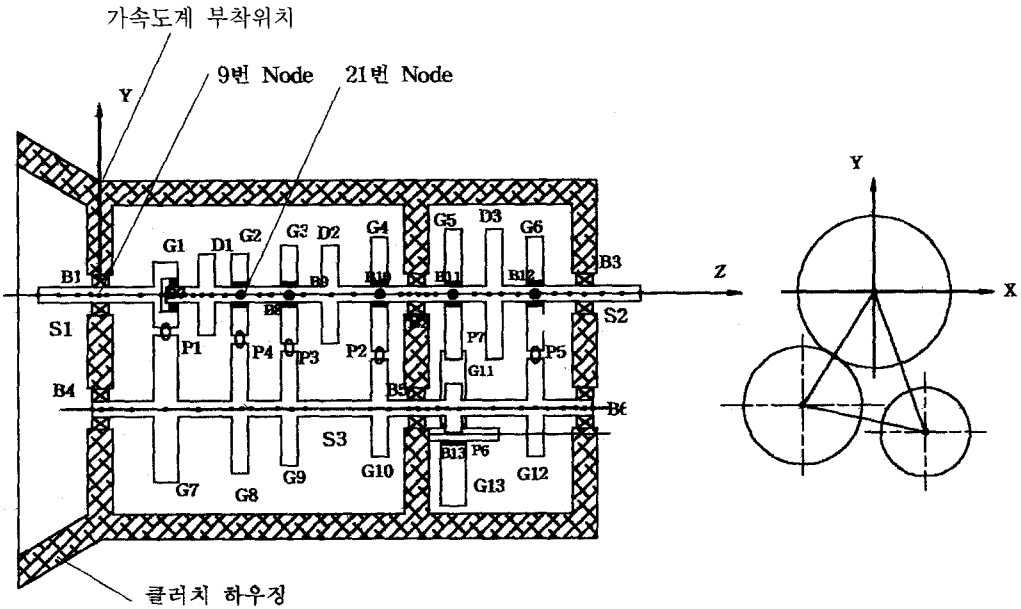
상에 따른 변속기 시스템의 치합전달오차에 의한 응답특성 해석결과와 "Transmission Dynamo. Tester" 실험장치를 이용한 부하조건에서의 실험결과를 비교 검증하여 개발된 "치합전달오차에 의한 진동특성 해석 프로그램"의 타당성을 입증한다. 이것은 기어류의 치형곡선 형상에 따른 변속기 시스템의 응답특성을 이론적으로 해석 및 예측하는 것이 가능하게 되어 현재 기어화인소음의 저감대책인 최적 치형곡선의 수립을 위하여 관련 산업체 현장에서 사용하고 있는 반복적인 실차시험 및 평가에 소요되는 비용의 절감, 개발기간의 단축 및 품질향상에 기여할 수 있다고 판단된다.

2. 자동차용 변속기의 시스템 모델링

복잡한 헬리컬기어 연쇄기구, 동력축, 베어링, 도그 클러치(dog clutch) 및 케이스(case) 등으로 구성된 변속기 시스템을 기어 연쇄부, 축부, 로터부 그리고 베어링부로 나누어 집중질량계(lumped parameter)법으로 케이스류는 ANSYS에 의하여 모델링 하였는데 각 절점에 대해서는 축방향 및 축방향 변위, 굽힘 및 비틀림 회전, 자이로 효과를 모두 고려한 6자유도로 모델링한다. 기어화인소음의 저감목적으로 헬리컬 기어에 적용하는 프로파일 오차량, 치변형량, 리드 오차량, 그리고 축변형량인 4개의 매개변수들로 크기가 결정되는 설계단계의 치형수정량을 근거로 한 목표 치형수정곡선을 정식화하고 기구학적인 기어물림해석으로써 치합전달오차를 규명하여 변속기 가진력을 모델링 한 뒤 부분구조합성법에 의한 통합시스템 모델링으로 "치합전달오차에 의한 진동특성 해석 프로그램"을 개발한다. Fig. 1에 해석 대상 후륜구동방식 자동차용 변속기의 수학적 모델⁽⁹⁾을 나타낸다.

2.1 요소부품별 진동모델⁽⁹⁾

한쌍의 헬리컬기어는 회전하는 두 개의 강체와 탄성변형하는 치접축부, 즉 두 기초원에 연결된 한 개의 스프링 요소로 가정하고 감쇠는 무시한다. 동력축은 질량을 고려한 운동에너지 및 탄성에너지 저장 유한요소 모델로 가정하였고, 로터는 강제운동을 하는 운동에너지 저장요소로, 베어링은 모두 선형 스프링으로 가정하였다.



* 적용엔진 : 2.5 L Gasoline
 Max. torque : 21 kgm/2500 rpm
 Max. power : 66 kw/4500 rpm

* 변속비 : (1단) 4.185(2단) 2.731(3단) 1.432
 (4단) 1.000 (5단) 0.867(후진) 4.130

Fig. 1 The mathematical model of manual vehicle transmission

2.2 헬리컬 기어의 치합전달오차에 의한 가진력 모델링

변속기의 헬리컬 기어쌍에 적용되는 프로파일 및 리드 방향의 치형수정을 동시에 적용한 수정치면을 B-spline 곡면으로 정식화하고 수정치면에 의한 치합 전달오차에 의해 발생하는 변속기 시스템의 가진력을 수학적으로 모델링한다. 치형수정량의 크기를 결정하는 인자들(factors)로서는 기어와 동력축의 탄성변형과 가공 및 조립 오차 등을 고려한 프로파일 오차량, 치변형량, 리드 오차량 그리고 축변형량이 있다.⁽⁸⁾

(1) 목표 치형수정곡선의 정식화

Fig. 2에 치형수정이 적용된 기어의 치면을 프로파일 및 리드 방향의 오차함수로써 정의하였는데 x 축은 프로파일 방향축, y 축은 리드 방향축이고 x' 및 y' 축은 기어 중앙점을 통과하는 프로파일 및 리드 방향축이다. $E_p(x)$ 는 기어의 프로파일 오차함수, $E_L(y)$ 는 기어의 리드 오차함수인데 총 오차함수, e_t 는 프로파일 및 리드 오차함수의 합, 즉 $e_t = E_p(x) + E_L(y)$ 으로 정의된다.

Fig. 3에 기어의 프로파일 방향에 치형수정(압력각

수정)이 적용된 인블류트 기어쌍의 기구학적 물림관계를 도시하였는데 첨자 1은 구동기어를, 2는 피동기어를 의미한다. 두 인블류트 치형은 작용선상의 점 Q 에서 접하는데 치접촉영역은 점 T_1 에서 점 C_1 까지이다. T_1 은 중동기어의 이끝원(addendum circle)과 작용선의 교점으로 구동기어의 TIF가 시작되는 점, L_1 은 최저 단일접촉영역을 표시하는 점, M_1 은 작용선상에서 작용선과 양기어의 중심을 연결한 선이 만나는 중앙점을, H_1 은 최고 단일접촉영역을 표시하는 점, C_1 은 구동기어의 이끝원과 작용선과의

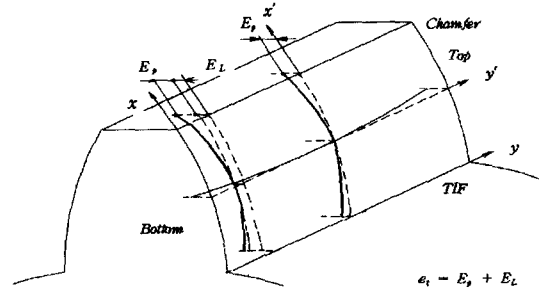
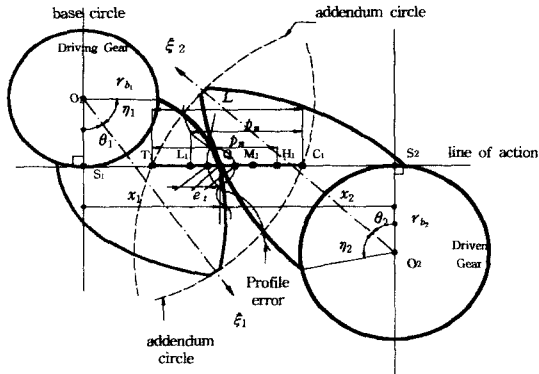
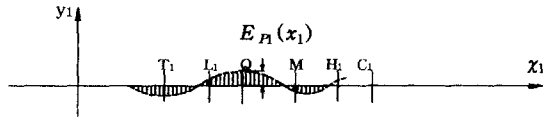


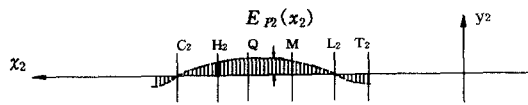
Fig. 2 The profile and lead error function of a gear tooth



(a) Schematic of involute gear



(b) The profile error of driving gear



(c) The profile error of driven gear

Fig. 3 Kinematic relationship of tooth modified gear system

교점으로서 피동기어의 TIF가 되는 물림이 끝나는 점을 나타낸다. 또한 L 은 물림길이, P_n 은 법선피치를 나타낸다.

치형수정이 적용된 기어쌍에서 구동(첨자 1) 및 피동(첨자 2)기어의 프로파일 방향 목표치형곡선, $P_1(x_1)$, $P_2(x_2)$ 과 리드 방향 목표치형곡선, $L_1(y)$, $L_2(y)$ 는 다음과 같이 B-spline 곡선 함수로 나타낼 수 있다.⁽⁸⁾

$$P_1(x_1) = A_p + B_px_1 + C_px_1^2 + D_px_1^3 + E_px_1^4 \quad (1)$$

$$P_2(x_2) = A_p + B_px_2 + C_px_2^2 + D_px_2^3 + E_px_2^4 \quad (2)$$

$$L_1(y_1) = A_L + B_Ly_1 + C_Ly_1^2 + D_Ly_1^3 \quad (3)$$

$$L_2(y_2) = A_L + B_Ly_2 + C_Ly_2^2 + D_Ly_2^3 \quad (4)$$

여기서 A, B, C, D는 상수이고 $x_2 = \sqrt{S_1S_2} - x_1$ 가 성립된다. 따라서 Fig. 3의 치접촉점, Q에서의 구동기어 및 피동기어의 프로파일오차량, $E_{P1}(x_1)$, $E_{P2}(x_2)$ 는

$$E_{P1}(x_1) = A_{P1} + B_{P1}x_1 + C_{P1}x_1^2 + D_{P1}x_1^3 + E_{P1}x_1^4 \quad (5)$$

$$E_{P2}(x_2) = A_{P2} + B_{P2}x_2 + C_{P2}x_2^2 + D_{P2}x_2^3 + E_{P2}x_2^4 \quad (6)$$

로 정의된다. 식 (5), (6)에서 A_{P1} , A_{P2} , B_{P1} 등의 계수는 주어진 프로파일오차량 및 기어 치의 변형량과 물림길이 및 L, M, H 점의 위치에 의해 curve fitting 방법으로 계산되며 Fig. 3의 치접촉점, Q에서 맞물린 양기어의 프로파일 오차량, $E_P(x)$ 는 구동 및 피동기어 각각의 프로파일 오차량의 합으로서 다음과 같이 정의된다.

$$E_P(x) = E_{P1}(x_1) + E_{P2}(x_2) \quad (7)$$

또한 리드 방향 치접촉점에서의 구동기어 및 피동기어의 리드 오차량, $E_{L1}(y_1)$, $E_{L2}(y_2)$ 는

$$E_{L1}(y_1) = A_{L1} + B_{L1}y_1 + C_{L1}y_1^2 + D_{L1}y_1^3 \quad (8)$$

$$E_{L2}(y_2) = A_{L2} + B_{L2}y_2 + C_{L2}y_2^2 + D_{L2}y_2^3 \quad (9)$$

로 정의된다. A_{L1} , A_{L2} , B_{L1} 등의 계수는 주어진 리드 오차와 치폭을 3등분한 두점의 위치에 의하여 curve fitting 방법으로 계산되며 맞물린 기어의 리드 오차량, $E_L(y)$ 는 구동 및 피동기어 각각의 리드 오차량의 합으로서 다음과 같이 정의된다.

$$E_L(y) = E_{L1}(y_1) + E_{L2}(y_2) \quad (10)$$

또한 맞물린 기어의 총 오차량, e_t 는 식 (7)과 식 (10)에서

$$e_t = E_P(x) + E_L(y) \quad (11)$$

이다.

(2) 치합전달오차의 정식화

Fig. 3의 프로파일 방향에 치형수정이 적용된 인블류트 기어쌍의 기구학적 물림관계에서 구동 및 피동기어의 잇수를 N_1 , N_2 라고 할 때 구동기어가 θ_1 만큼 회전하면 종동기어의 회전각은 이론적으로 $\frac{N_1}{N_2} \theta_1$ 이 되어야 하나 종동기어의 실제 회전각, θ_2 는 이론적인 회전각에서 차이가 발생하게 되는데 이것을 치합전달오차, $\Delta \theta_2$ 로 정의하며 수식으로 표현하면 다음과 같다.⁽⁷⁾

$$\Delta\theta_2 = \theta_2 - \frac{N_1}{N_2} \theta_1 \quad (12)$$

또한 맞물린 양기어의 치형이 완전한 인블류트 곡선일 때 점 Q에서 서로 접촉하나 구동기어를 고정시켜 생각해 보면 수정된 치형은 식 (11)에서 정의된 오차량만큼 종동기어의 회전각에 오차가 발생하게 된다. 따라서 치합전달오차, $\Delta\theta_2$ 는

$$\Delta\theta_2 = \frac{e_i^{(i)}}{r_{b2}} \quad (13)$$

로 정의된다. 여기서 $e_i^{(i)}$ 는 치접축선의 i 번째 치접축부에 대한 총 오차량이고 r_{b2} 는 피동기어의 기초원반경이다. 또한 인블류트 기어는 물림길이 내에서 항상 한 개의 치접축선 상에서만 접촉하는 것은 아니므로 하나의 기어쌍에 대한 종합오차량은 물림율내에 존재하는 각 치접축선에서의 총 오차량을 겹친상태에서의 최대값으로 나타나므로 맞물린 기어의 종합오차량, e_{total} 은

$$e_{total} = \max\{e_i^{(1)}, e_i^{(2)}, \dots, e_i^{(N)}\} \quad (14)$$

으로 정의된다.⁽⁷⁾

(3) 치형수정이 적용된 헬리컬 기어쌍의 치합전달 오차 계산

프로파일 및 리드 방향에 치형수정이 적용된 헬리컬 기어에 대한 종합오차량, e_{total} 을 구하기 위하여 Fig. 4에 한쌍의 맞물린 헬리컬 기어에 대한 물림면상의 치접축선을 이차원 윈도우로 나타내었다. Fig. 4에서 좌표가 (x_i, z_i) 인 치접축점, i 에서 맞물린 기어의 치형수정으로 인한 오차함수, e_{ii} 는 다음과 같이 정의된다.

$$e_{ii} = E_{P1}(x_i) + E_{P2}(L_o - x_i) + E_{L1}(z_i) + E_{L2}(z_i) \quad (15)$$

여기서, $E_{P1}(x_i)$: 구동기어의 프로파일 오차함수

$E_{P2}(L_o - x_i)$: 피동기어의 프로파일 오차함수

$E_{L1}(z_i)$: 구동기어의 리드 오차함수

$E_{L2}(z_i)$: 피동기어의 리드 오차함수

작용선의 길이, $L_o = C \sin\alpha$

물림길이, $L = x_{OF} - x_{OR}$

$$x_{OR} = L - \sqrt{r_{CN}^2 - r_{BN}^2}$$

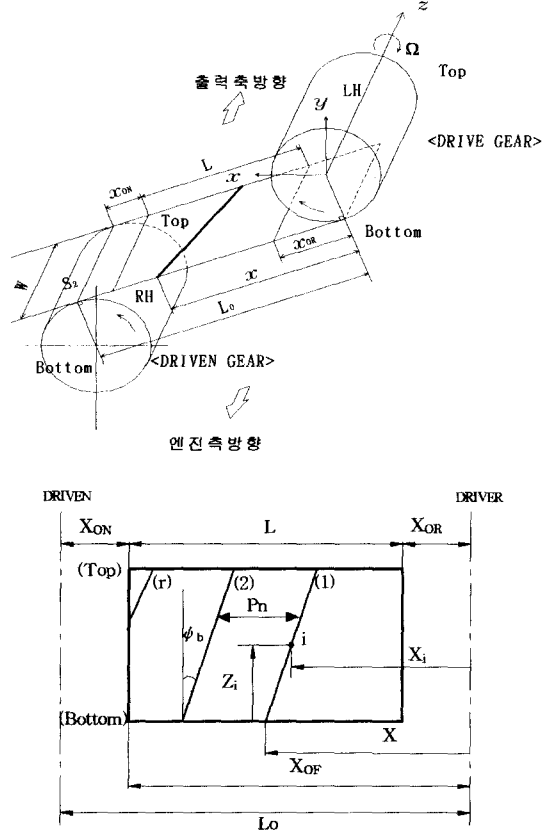


Fig. 4 The face contact of helical gear teeth

$$x_{OF} = \sqrt{r_{CR}^2 - r_{BR}^2}$$

이며 ϕ_b 는 기초원상의 비틀림각, p_n 은 법선피치, w 는 치폭, C 는 중심거리, a 는 치직각 모듈, r_{CR} 은 구동기어의 챔퍼반지름, r_{CN} 은 피동기어의 챔퍼반지름, r_{BR} 은 구동기어의 기초원 반지름, r_{BN} 은 피동기어의 기초원 반지름이다

$$기하학적인 관계에서 x_i^{(1)} = x - z_i \tan \phi_b \quad (16)$$

$$x_i^{(2)} = x_i^{(1)} + p_n$$

:

$$x_i^{(r)} = x_i^{(1)} + (r-1) p_n$$

이 성립되며, 여기서 $r = 1, 2, 3, \dots, T$ 이다.

또한 윈도우상에 걸쳐 있는 치접축선의 개수, T 는

$$T = [\epsilon] + 1 \quad (17)$$

$$\epsilon = \frac{L + w \tan \phi_b}{P_n}$$

이며 기하학적인 관계에서 x_i, z_i 의 범위는

$$x_{OR} \leq x_i \leq x_{OR} + L + w \tan \phi_b,$$

$$0 \leq z_i \leq w$$

이다. 가진력은 오차함수의 최대값에 따라서 결정되는 치합전달오차에 의하여 발생하므로 물림현상에 존재하는 T 개의 치접촉선에 대하여 전부 탐색하여 각 치접촉선에서의 총 오차량을 결친 상태에서의 최대값인 종합오차량, e_{total} 를 구한다.

기어쌍의 기본제원(잇수, 모듈, 압력각, 전위량), 치형수정곡선을 결정해주는 가공 한계오차량과 기어 및 동력축의 하중변형량을 입력매개변수로 하여 치합전달오차를정량적으로 산출하는 프로그램의 전산 유통도를 Fig. 5에 나타내었다.

(4) 치합전달오차와 기어 시스템의 등가 가진력과의 상관관계

한 쌍의 기어에서 치형오차는 물려 돌아가는 동안 완전한 인볼류트곡선을 벗어나는 양(종합오차량)만큼 작용선 방향으로 자체적인 변위가진 역할을 하게 된

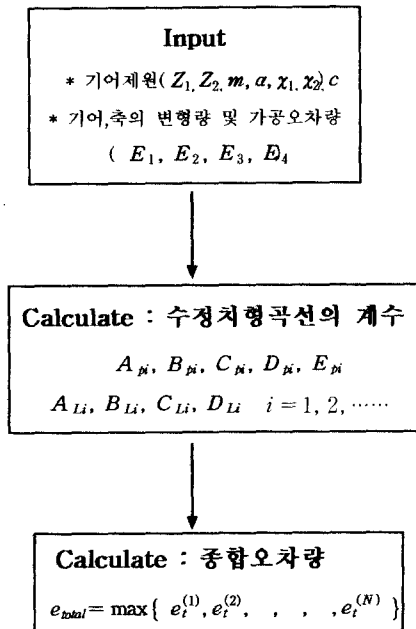


Fig. 5 Flow chart of program for calculating gear transmission error

다. 헬리컬 기어는 회전하는 두 개의 강체와 탄성변형하는 치접촉부, 즉 두 기초원에 연결된 한 개의 스프링 요소로 가정하고 감쇠는 무시한다. 구동 및 피동 기어가 정속 운전일 때 치합전달오차로 인한 기어 시스템의 가진원은 치합전달오차에 비례함을 알 수 있다.⁽⁷⁾ 이 결과는 굽힘, 비틀림, 축방향이 서로 연성되어 있는 헬리컬 기어 시스템에도 일반적으로 성립되는데 그 이유는 치형수정으로 인한 탄성복원력과 변위가 진으로 인한 반력으로 정의되는 치접촉전달력은 기어 회전체에 회전 토크 뿐만 아니라 축의 수직방향 및 수평방향 힘으로도 작용하기 때문이다.⁽¹⁰⁾ 헬리컬 기어쌍의 구동(첨자, 1) 및 피동기어(첨자, 2)의 회전체 중심에 작용하는 힘벡터를 F , 모멘트 벡터를 M 이라 하면, 치합전달오차에 의한 치접촉전달력, N_i 는

$$N_i = K_{th} e_{total}(t) \quad (18)$$

로 정의된다. 여기서 K_{th} 는 치접촉부의 상당 평치차의 등가 치강성 계수이다. 실제로 치접촉 전달력은 비선형 함수이므로 기어 시스템도 비선형이 되나 dynamic tooth load가 치접촉 전달력에 비해서 작다고 가정하고 정상상태(steady state)응답에 관심을 가진다면 등가치강성계수는 기본주파수가 치통과 주파수인 주기함수로 간주될 수 있으므로 Fourier 급수로써 표현⁽¹⁰⁾ 될 수 있다. 따라서 구동기어에 작용하는 힘 및 모멘트벡터, f_1 은

$$\underline{f}_1 = \left(\frac{F_1}{M_1} \right) = \underline{A}_1 K_{th} e(t) \quad (19)$$

로 정의되며,⁽¹⁰⁾ 마찬가지로 피동기어에 작용하는 힘 및 모멘트벡터, f_2 는

$$\underline{f}_2 = \left(\frac{F_2}{M_2} \right) = \underline{A}_2 K_{th} e(t) \quad (20)$$

로 정의된다. 여기서,

$$\underline{A}_1 = \begin{pmatrix} \cos \phi \cos \alpha \\ \cos \phi \sin \alpha \\ \sin \phi \\ -r_{b1} \sin \phi \cos \alpha \\ -r_{b1} \sin \phi \sin \alpha \\ r_1 \cos \phi \end{pmatrix}$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} -\cos \phi \cos \alpha \\ -\cos \phi \sin \alpha \\ -\sin \phi \\ -r_{b2} \sin \phi \cos \alpha \\ -r_{b2} \sin \phi \sin \alpha \\ r_2 \cos \phi \end{pmatrix}$$

이고 ϕ 는 비틀림각, α 는 구동 및 종동기어의 중심선의 수평경사각, r_{b1} 은 구동기어의 기초원 반경, r_{b2} 는 피동기어의 기초원 반경이다.

Toda & Tordion⁽¹¹⁾는 치합전달 오차 함수를 Fourier 급수로 나타내었는데 치합전달 오차는 치통과주파수의 정수배 term에서 주성분을 가진다고 하였다. 즉 치합전달 오차는 주기적인 함수이므로 기본주파수가 치통과 주파수 (Ω)인 Fourier 급수로써 다음과 같이 정의된다.⁽¹⁰⁾

$$\begin{aligned} e_{total}(t) &= \sum_{i=1}^N (E_{ic} \cos(i\Omega_i t) + E_{is} \cos(i\Omega_i t)) \\ &= \sum_{i=1}^N \hat{E}_i \cos(i\Omega_i t - \phi_i) \\ &= \sum_{i=1}^N E_i e^{j(i\Omega_i t)} \end{aligned} \quad (21)$$

단, $E_i = \hat{E}_i e^{-j\phi_i}$, $\hat{E}_i = \sqrt{E_{ic}^2 + E_{is}^2}$, $\phi_i = \tan^{-1}\left(\frac{E_{is}}{E_{ic}}\right)$ 이다. 따라서 구동기어에 작용하는 힘 및 모멘트 벡터, f_1 와 피동기어에 작용하는 힘 및 모멘트 벡터, f_2 은 식 (19)~(21)로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \underline{f}_1 &= \left(\frac{F_1}{M_1} \right) = \underline{A}_1 K_{th} \sum_{i=1}^N E_i e^{j(i\Omega_i t)} \\ &= \sum_{i=1}^N \underline{f}_{1i} e^{j(i\Omega_i t)} \\ \underline{f}_2 &= \left(\frac{F_2}{M_2} \right) = \underline{A}_2 K_{th} \sum_{i=1}^N E_i e^{j(i\Omega_i t)} \\ &= \sum_{i=1}^N \underline{f}_{2i} e^{j(i\Omega_i t)} \end{aligned} \quad (22)$$

여기서, $\underline{f}_{1i} = \underline{A}_1 K_{th} E_i$
 $\underline{f}_{2i} = \underline{A}_2 K_{th} E_i$ 이다.

2.3 변속기 시스템의 운동방정식

변속기 시스템의 기어 연쇄부, 동력축부, 로터부 및 베어링부에 대한 질량행렬, 강성행렬, 자이로 효과 및 기어의 치합전달 오차에 의한 가진력행렬이 정의되었으므로 Lagrange equation을 이용하여 Fig. 1에 설정된 각 절점에 대한 운동방정식을 구하고 부분구조 합성법으로 조합하여 전체 운동방정식을 구한다. 따라서 일반화된 변위벡터, \underline{q} 로 표현된 차량변속기 시스템의 운동방정식은 다음과 같다.

$$M\ddot{\underline{q}} + G\dot{\underline{q}} + K\underline{q} = \underline{f} \quad (23)$$

여기서,

$$\underline{q} = [q_1, q_2, \dots, q_i, \dots, q_M]^T$$

M : 시스템 질량행렬

G : 자이로효과

K : 시스템 강성행렬

\underline{f} : 치합전달 오차에 의한 가진력행렬

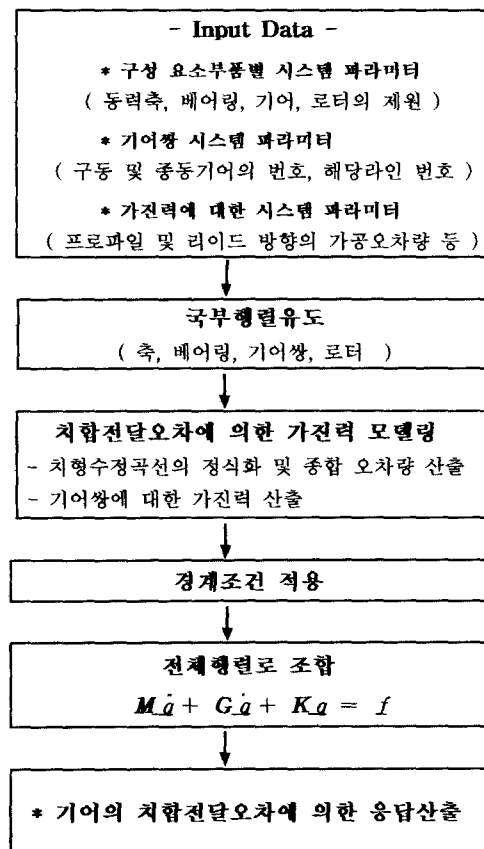


Fig. 6 Flow chart of program

이다.

2.4 치합전달 오차에 의한 진동특성 해석 프로그램 개발

Fig. 6은 변속기의 치합전달 오차에 의한 진동특성 해석을 위한 프로그램의 전산 유통도를 나타내고 있다. 입력 파라미터는 기어, 로터, 동력축, 베어링의 제원에 관한 데이터, 기어쌍 별 시스템 파라미터는 구동기어의 절점번호와 해당라인번호 그리고 종동기어의 절점번호와 해당라인번호가 있다. 가진력에 대한 시스템 파라미터는 기어 프로파일 방향의 가공오차량(E1), 기어의 치변형량(E2), 기어 리드 방향의 가공오차량(E3), 동력축의 변형량(E4) 및 기어의 제원이다.⁽⁸⁾ 기어, 기어쌍, 로터, 동력축 및 베어링에 대한 국부행렬을 유도하고, 치형수정된 맞물린 기어의 치합전달 오차에 의한 가진력 모델링을 수행한 뒤 각 국부행렬을 부분구조합성법에 의하여 조합한다. 경계조건을 적용하여 변속기의 치합전달 오차에 의한 응답을 산출한다.

3. 치합전달 오차에 의한 응답특성 해석 및 실험검증

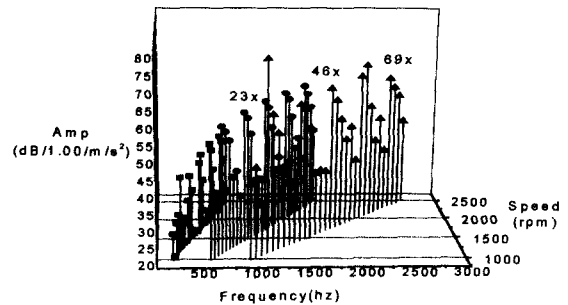
변속기의 각 변속단에 대하여 응답특성을 해석하고 이 중에서 3단 변속상태에 대하여 개발된 치합전달 오차에 의한 진동특성 해석 프로그램에서 산출된 치통과주파수 및 그 정수배에 해당하는 응답특성의 이론치와 실험치를 비교검증한다.

3.1 실험장치 구성

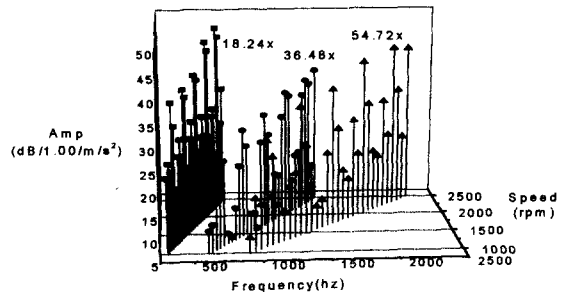
실험장치는 T/M Dynamo Tester를 사용하였는데 변속기의 각 변속단별 최대 회전토크를 부가하고 회전수를 0~2500 rpm으로 증가시키면서 변속기 케이스의 윗면에 3축 가속도계를 부착하여 진동신호를 측정하고 입력모터측에 타코미터(tachometer)를 설치하여 회전속도를 측정한다. 이때 가속도계의 부착위치는 Fig. 1에 나타내었는데 변속기 케이스 구성품중 소음방사특성상 치합전달 오차에 의한 변속기 진동전달이 가장 심하다고 판단되는 클러치 하우징 인접 부위를 가속도계의 부착위치로 선정하였다. 가속도계와 타코미터의 측정신호는 B&K사의 3560 PULSE 주파수분석기를 사용하여 분석한다.⁽⁹⁾ 또한 분석 대상 변속기의 제원은 참고문헌 (9)에 나타나 있다.

3.2 응답특성 해석 및 실험결과 분석

3단 변속상태에서 동력전달 입력 및 출력 기어쌍에 대한 치통과주파수 및 이것의 정수배 주파수에 해당되는 각 order에 대하여 입력 회전수를 1000 rpm에서 2500 rpm 까지 10 rpm씩 변화시킬 때 가진원인 치합전달 오차에 기인한 응답특성을 B1베어링의 중앙점인 9번 노드에서의 X방향 진폭의 이론치로써 3D로 Fig. 7에 나타내었다. 여기서 수평축은 입력 축 속도 및 주파수를 나타내고, 수직축은 진폭신호를 나타내며 분석대상 order는 18.15X, 23X, 36.3X, 46X, 54.45X, 69X, 72.6X이다. 진동신호가 가장 큰 특정 입력 회전수(위험속도)에 대한 동력전달 입력 기어쌍(G1+G7)의 치통과주파수($\Omega_1=23X$) 및 출력 기어쌍(G2+G8)의 치통과주파수($\Omega_2=18.15X$) 그리고 이것들의 정수배 주파수에 대한 응답스펙트럼을 Fig. 8에 나타내었는데 가속도계를 장착한 변속기 케이스에 가장 인접한 절점인 B1베어링의 중앙점, 9번 노드(위험속도, 2060 rpm) 및 3단기어(G2)의 중앙절점인 21



(a) Input gear pair(G1+G7)



(b) Output gear pair(G2+G8)

Fig. 7 The 3D diagram of response (node #9, 3rd speed)

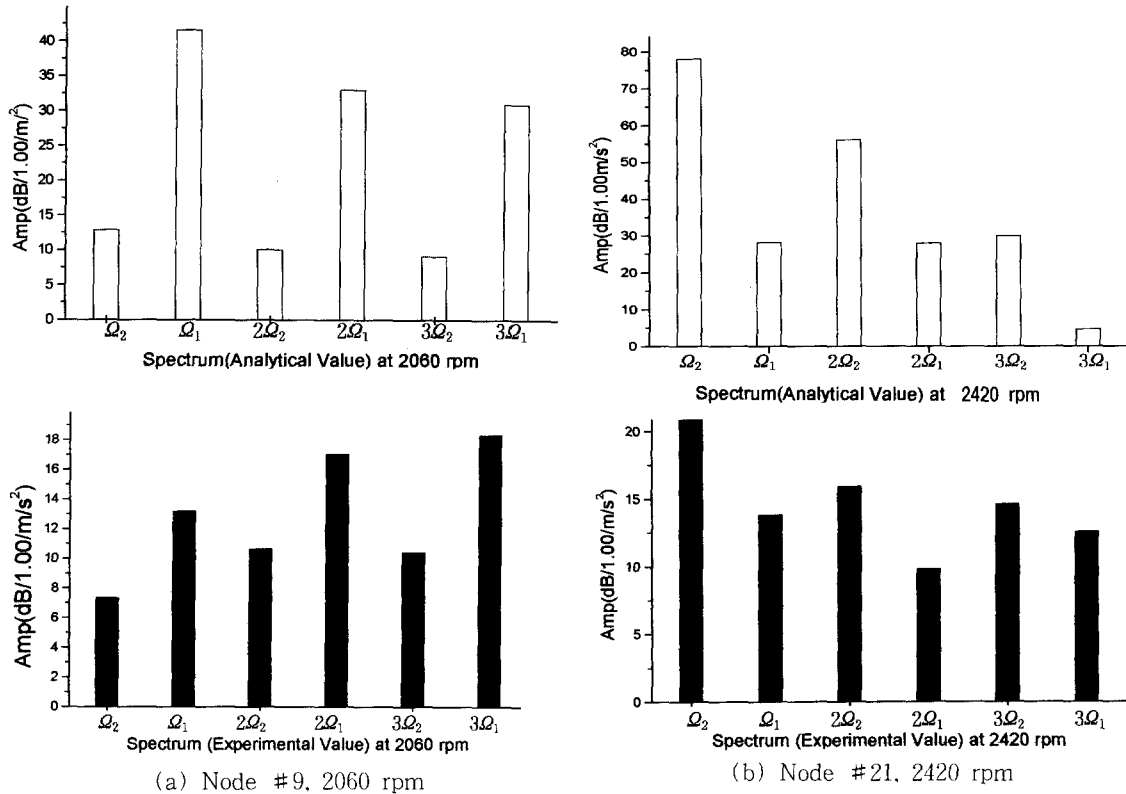


Fig. 8 The response spectrum (3rd speed)

번 노드(위험속도, 2420 rpm)에서의 응답 이론치와 실험치를 비교 검토하였다.

3단 변속상태에서 가진원인 치합전달 오차에 기인한 응답특성의 이론치와 실험치를 비교분석한 결과 진폭값은 정확하게 일치하지 않으나 동력전달 입력 기어쌍의 치통과주파수 (Ω_1) 및 출력 기어쌍의 치통과주파수 (Ω_2) 그리고 이것들의 정수배에 대한 응답 스펙트럼의 변화경향은 거의 잘 일치하고 있다. 또한 위험속도인 2060 rpm에서는 입력 기어쌍의 치통과주파수 (Ω_1) 및 이것의 정수배주파수 ($2\Omega_1, 3\Omega_1$), 2420 rpm에서는 출력 기어쌍의 치통과주파수 (Ω_2) 및 이것의 정수배주파수 ($2\Omega_2, 3\Omega_2$)에서 높은 진동수준을 나타내 준다는 점에서도 일치되는 경향을 보였다. 진동수준의 값 및 변화 경향이 실험치와 정확하게 일치되지 않는 이유로서는 실험대상 변속기에 실제로 적용된 치형수정량을 정확히 규명하여 계산에 필요한 입력치로 사용할 수 없어서 현장에서 상용되는 설계치로 추정하여 사용한 문제 및 진동측정용 가

속도계의 부착위치와 이론응답치 계산 절점의 위치가 다른문제 등에 의거한 것으로 판단된다. 그러나 변속장치 전체에 대한 시스템 진동모델을 집중질량계로 가정하여 수립하고 상기의 문제점들을 내포한 이론 해석결과 임을 고려하여 볼 때 개발된 "치합전달 오차에 의한 차량변속기의 진동특성 해석을 위한 프로그람"을 이용하여 기어화인소음의 원인을 계통적으로 분석하고 예측하여 소음 저감을 위한 최적치형을 개발하는 데에는 활용도가 충분하다고 판단된다.

4. 결론

(1) 자동차용 변속기에서 발생하는 기어화인소음의 주요 가진원인 헬리컬 기어류의 치형곡선 형상에 따른 치합전달 오차에 의한 응답특성을 해석하기 위하여 기어 가공오차인 프로파일 및 리드 오차량, 치변형량, 축변형량인 4개의 매개변수들로 크기가 결정되는 치형수정곡면을 B-spline 곡면으로 정식화하고 이

들 수정치면에 의해서 발생하는 치합전달 오차에 의한 가진력을 수학적으로 모델링한 뒤 기 개발한 자동차용 후륜구동방식 변속기의 주요 구성 요소부품별 수학적 모델에 부분구조합성법으로 조합하여 변속기 시스템 모델링을 수립하고 치합전달 오차에 의한 응답특성을 해석하는 종합프로그램을 개발하였다.

(2) 변속기의 각 변속단에 대하여 응답특성을 해석하고 이 중에서 3단 변속상태에 대하여 개발된 치합전달 오차에 의한 진동특성 해석 프로그램에서 산출된 치통과주파수 및 그 정수배에 해당하는 응답특성의 이론치와 실험치를 비교 검증한 결과 응답스펙트럼의 진폭값 및 변화경향은 정확하게 일치하지는 않으나 높은 진동수준이 나타나는 동력전달 입력 및 출력 기어쌍의 치통과주파수 그리고 이것들의 정수배주파수에 대한 응답특성은 비교적 잘 일치하여 개발된 "치합전달 오차에 의한 차량변속기의 진동특성 해석을 위한 프로그램"의 타당성은 입증되었다고 판단된다.

(3) 개발된 프로그램은 자동차의 요구성능에 따른 변속비, 강도조건을 만족하고 소음감소를 위하여 치간섭량, 치마모량 및 치변형량 등을 최소화시키는 최적제원으로 설계된 기어의 수정치형곡선에서 발생하는 치합전달 오차에 의한 변속기 시스템의 진동특성을 이론적으로 해석 및 예측하는 것이 가능하게 하여 현재 기어화인소음의 저감대책인 최적 치형곡선의 수립을 위하여 관련 산업체 현장에서 사용하고 있는 반복적인 실차시험 및 평가에 소요되는 과대한 비용의 절감, 개발기간의 단축 및 품질향상에 적극 활용될 수 있다고 판단된다.

참고문헌

(1) Mark, W. D. 1987, "Analytical Reconstruction of Running Surfaces of Gear Teeth, Part 2: Combining Tooth Spacing Measurements with Profile and Lead Measurements", Transaction of ASME, Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Vol. 19, pp. 268~274.

(2) Graber, J. M. 1994, "A Theoretical and Experimental Study of Static and Dynamic Transmission Error for Spur and Helical Gears with Various Modification and Contact Ratios", M. S. Thesis, The Ohio State University.

(3) Choi, M. and David, J. W. 1990, "Mesh Stiffness and Transmission Error of Spur and Helical Gears", SAE 901764.

(4) Munro, R. G. 1990, "A Review of the Theory and Measurement of Gear Transmission Error", IMechE C404/032.

(5) Suzuki, 1994, "自動車用 齒車の低振動, 低騒音設計に関する研究" Ph. D., 京都大學.

(6) Neriya, S. V., Bhat, R. B., and Sankar, T.S., 1988, "On the Dynamic Response of a Helical Geared System Subjected to a Static Transmission Error in the Form of Deterministic and Filtered White Noise Input", ASME Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, Vol. 110, pp. 501~506.

(7) 주상훈, 노오현, 정동현, 배명호, 박노길, 1998, "치형수정된 기어쌍의 치합전달 오차 모델링", 한국소음진동공학회지, 제 8 권 제 5 호, pp. 841~848.

(8) 배명호, 박노길, 1998, "기어변속기의 소음저감을 위한 치형수정 설정방법에 관한 고찰", 한국자동차공학회논문집, 제 6 권 제 6 호, pp. 243~251.

(9) 배명호, 이형우, 박노길, 2000, "차량변속기의 진동특성에 대한 연구", 한국소음진동공학회지, 제 10 권 제 1 호, pp. 107~116.

(10) Park, N. G. 1987, "An Analysis investigation of Geared System Dynamics Containing Spur and Helical Gears", Ph. D., North Carolina State University, Raleigh, p. 57, pp. 61~71, pp. 72~75.

(11) Toda, A. and Tordion, G. V. 1980, "Approximation of Gear Transmission Errors by Standard Gear Errors", ASME Paper No. 80-C2/DET-71.