

연속 웨이블릿 변환의 확대된 위상 지도를 이용한 기어의 초기 피팅 결함 진단

이 상 권[†], 심 장 선^{*}

(2001년 2월 15일 접수, 2001년 8월 25일 심사완료)

Fault Detection of a Gear with Initial Pitting using the Zoomed Phase Map of Continuous Wavelet Transform

Lee, Sang Kwon and Sim, Jang Sun

Key Words : Fault Detection(결함 진단), Wavelet Transform(웨이블릿 변환), Gear(기어), Phase Modulation(위상 변조), Phase Map(위상 지도), Pitting(피팅), Breakage(절손)

Abstract

Vibration transient generated by developing localized fault in gear can be used as indicators in gear fault detection. In this paper, we propose the zoomed phase map for a fault signal using continuous wavelet transform to detect this vibration transient. Local fault induces the abrupt fluctuation of load exciting tooth and phase lag in the vibration signal measured on the gearbox. The relatively large fault like "tip breakage" easily can be detected by the clear fluctuation of exciting load. However, minor fault like "initial pitting" cannot be detected using the load fluctuation. To detect this kind of minor fault, the phase map for a fault signal is taken into account. The phase lag by minor fault is observed well in the zoomed phase map.

1. 서 론

자동차, 항공기 등의 수송 기계와 일반 공작 기계의 동력 전달 장치로서 오랜 동안 사용 되어온 기어는 중요한 기계 부품으로 인정되어 왔다. 따라서 기어의 결함 진단에 대한 여러 가지 연구가 진행되어 왔다. 이러한 연구의 주요 목적은 기어의 결함을 조기에 발견하여 기계의 손상으로 인한 경제적인 손실과 인명 피해를 미연에 방지하기 위함이다.

기어의 결함을 진단하는 연구는 주로 기어 시스템으로부터 측정된 진동 신호에 바탕을 두고 있다. 이러한 진동 신호는 여러 가지 원인으로 인해서 발생되므로 복잡한 형상을 나타낸다. 특히 기어의 지협적 결함(local fault)은 기어 이(齒)의 갑작스러운 강성 변화에 의한 충격파 진동으로 나타나

며 이런 충격파 진동은 순간적으로 기어 이(齒)에 걸리는 하중을 변동시키고 그 위상을 지연시키는 역할을 하게 된다.

기어 시스템의 진동 신호로부터 이런 충격파 신호를 찾아내기 위한 방법으로 시간 평균화 방법,⁽¹⁾ Kurtosis 평가,⁽²⁾ Cepstrum 분석⁽³⁾ 등이 사용되어져 왔다. 특히 McFadden 에 의한 위상 변조 추출법(phase demodulation)⁽⁴⁾은 충격파에 의한 순간적인 위상 변화를 이용하여 기어의 결함을 진단하는 방법으로 제시되어졌다. 최근 들어서는 디지털 신호 처리 기법의 발전에 힘입어 신호의 주파수 성분들을 시간 축 상에서 전개해 나갈 수 있는 시간-주파수 분석법,^(5,6) 이산 웨이블릿 변환(discrete wavelet transform),^(7,8) 연속 웨이블릿 변환(continuous wavelet transform)^(9,10) 등이 이런 충격파를 탐지하는데 이용되어지고 있다. 이 중에서 특히 연속 웨이블릿 변환은 스케일 변수로써 간단히 다중 시간-주파수 분해능을 구현할 수 있어 기어 결함 진단에 유용함이 입증되었다.^(9,10) 하지만 초기 피팅(pitting)과 같은 미세한 결함을 갖는 기어의 초기 결함 탐지에는 여러 가지의 어려움을 가

[†] 책임저자, 회원, 인하대학교 기계 공학과
E-mail : sangkwon@inha.ac.kr
TEL : (032)860-7305 FAX : (032)868-1716

^{*} 인하대학교 대학원 기계 공학과

지고 있다.

본 연구에서는 지배적인 기어 맞물림 주파수에 해당하는 연속 웨이블릿 변환의 스케일 변수 부분만을 확대하여 위상 변화 간격을 정량적으로 분석함으로써 초기 피팅과 같은 미세한 결함을 갖는 기어의 결함을 조기에 탐지할 수 있는 방법을 제시하고자 한다. 또한 정상 상태, 상단 절손(tip breakage), 초기 피팅 형태의 결함을 갖는 기어의 결함 진단 실험을 통해 본 연구에서 제시하는 방법의 타당성 및 유용성을 검증 하고자 한다.

2. 이론해석

2.1 연속 웨이블릿 변환(CWT)

입력 신호 $x(t)$ 에 대한 연속 웨이블릿 변환 $CWT(a,b)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$CWT(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (1)$$

여기서 $\Psi(t)$ 는 모(母) 웨이블릿 함수(mother wavelet function)이며, a 는 스케일 변수(scale parameter) b 는 이동 변수(translation parameter) 이다. 스케일 변수 a 는 모(母) 웨이블릿 함수의 기본 구조를 유지 시키면서 그 폭을 확장 또는 압축 시켜주는 역할을 한다. 즉 시간-주파수 분해능을 결정 시켜주는 변수이며, 이동 변수 b 는 시간 축 상에서의 모(母) 웨이블릿 함수를 이동 시켜주는 역할을 한다.

각각의 변수 a, b 에 대한 CWT 의 계수는 입력 신호 $x(t)$ 와 모(母) 웨이블릿 함수가 각각 스케일 되어지고 이동되어진 상태인 웨이블릿 셀들 $\Psi((t-b)/a)$ 과의 교차 상관관계(cross correlation)를 나타낸다. 또한 $1/\sqrt{a}$ 은 에너지 평균화(energy normalization)를 위한 항이다.

본 연구에서는 모(母) 웨이블릿 함수로써 복소수 형태를 가지는 Morlet 웨이블릿 함수를 사용하였다.

$$\Psi(t) = \exp\left(-\frac{c_0^2}{2}t^2\right) \exp(j2\pi f_0 t) \quad (2)$$

여기서 f_0 는 최고 관심 주파수이고 c_0 는 Morlet 웨이블릿 함수의 f_0 에서의 초기 시간 폭과 주파수 대역폭(bandwidth)을 결정해 주는 변수이다. 일반적으로 웨이블릿 함수의 효과적인 유지를 위하여

$c_0 = (f_0/(5.3364/2\pi))$ 값을 취한다.⁽⁹⁻¹¹⁾ 따라서 식 (1)의 CWT 는 다음과 같이 쓰여질 수 있다.

$$CWT(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} \left(x(t) \exp\left(-\frac{c_0^2}{2}\left(\frac{t-b}{a}\right)^2\right) \exp\left(j2\pi f_0\left(\frac{t-b}{a}\right)\right) \right) dt \quad (3)$$

또한 웨이블릿 함수 $\Psi(t)$ 가 복소수 형태의 값을 가지므로 CWT 의 계수 $CWT(a,b)$ 또한 복소수 형태의 값을 갖게 된다. 그래서 CWT 는 시간-주파수 축 상에서 입력 신호 $x(t)$ 의 진폭 지도(amplitude map)와 위상 지도를 가지게 된다. 이 두 가지 정보들은 기어 결함 진단에 효과적으로 이용되어질 수 있다.

2.2 기어 진동 신호의 위상 변조

일정한 하중과 속도 하에서 이상적으로 제조된 기어의 진동 신호 $x(t)$ 는 기본 맞물림 주파수(fundamental tooth meshing frequency ; f_m)와 그 하모닉(harmonic) 성분들의 합으로 나타낼 수 있다.

$$x(t) = \sum_{n=0}^N X_n \cos(2\pi n f_m t + \Phi_n) \quad (4)$$

여기서 X_n 은 각 성분들의 진폭이고 Φ_n 은 그때의 위상을 나타낸다. 기어가 지형적 결함을 가지면 기어 이(齒) 주변에 강성 변화를 유발 시킨다. 이런 변화는 진폭 변조 함수 $a(t)$ 와 위상 변조 함수 $b(t)$ 로써 표현 되어질 수 있다. 이와 같이 변조 되어진 기어의 진동 신호 $y(t)$ 는 다음과 같이 표현 되어진다.

$$y(t) = \sum_{n=0}^N X_n (1 + a_n(t)) \cos(2\pi n f_m t + \Phi_n + b_n(t)) \quad (5)$$

여기서 지배적인 하모닉 성분과 그 주위의 측대역(sideband) 성분들로써 변조 되어진 기어의 진동 신호를 근사적으로 표현할 수 있다. 이 근사적 진동 신호를 $z_n(t)$ 이라 하면

$$z_n(t) \cong X_n (1 + a_n(t)) \cos(2\pi n f_m t + \Phi_n + b_n(t)) \quad (6)$$

다음으로 근사적인 진동 신호 $z_n(t)$ 의 해석적

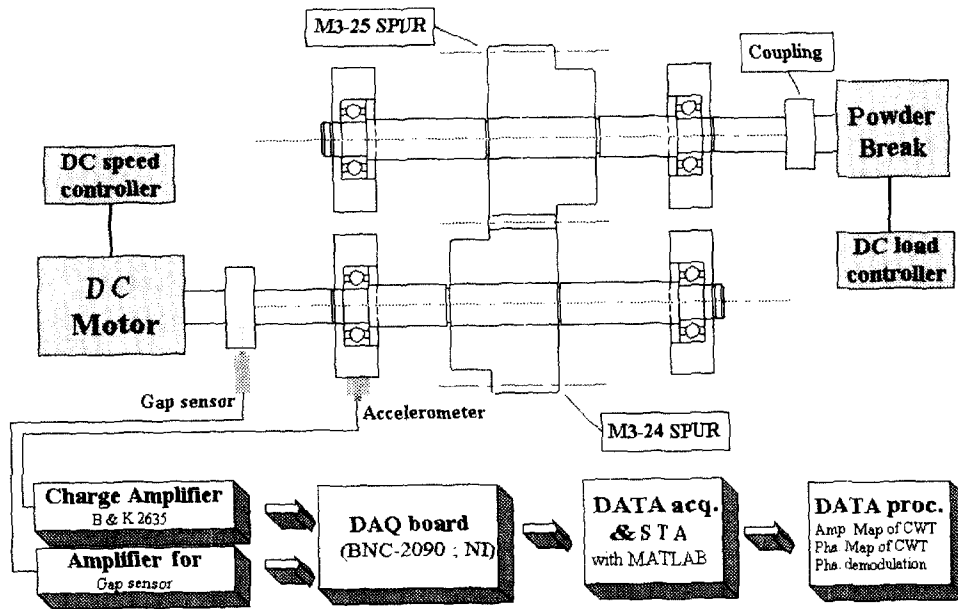


Fig. 1 Schematic diagram of Test Rig for gear fault detection

신호(analytic signal)를 이용하여 위상 변조 함수 $b_n(t)$ 를 구할 수 있다. 이 해석적 신호 $c_n(t)$ 는 다음과 같다.

$$c_n(t) = z_n(t) + jH(z_n(t)) = X_n(1 + a_n(t))\exp(j(2\pi f_n t + \Phi_n + b_n(t))) \quad (7)$$

여기서 $H(z_n(t))$ 는 근사적인 진동 신호 $z_n(t)$ 의 Hilbert 변환이다. 식 (7)로부터 위상 변조 함수 $b_n(t)$ 는 다음과 같이 얻어진다.⁽⁴⁾

$$b_n(t) = \arg(c_n(t)) - (2\pi f_n t + \Phi_n) \quad (8)$$

3. 실험방법

3.1 실험 장치 및 데이터 수집 과정

본 연구에서 사용되어진 기어의 결함 진단을 위한 기어 시스템 실험 장치의 개략도가 Fig. 1에 도시 되어져 있다. 본 실험장치는 0.75 KW의 MSS-080M DC 모터와 SCM 재질의 M3-24 입력 축 평기어(spur gear)와 같은 재질의 M3-25 출력 축 평기어 한 쌍으로 구성되어 있으며 기어 시스템에 토크 부하(torque load)를 가해 주기 위해 출력 축에 NKPБ-1.2Y 파우더 브레이크(powder break)를

사용하였다. 이 파우더 브레이크는 실험 장치에 추가적인 진동을 유발시키지 않고 안정적인 에너지 소산을 시킬 수 있는 장치이다. 본 실험 장치에서 입력 축 회전 속도는 DC 모터에 연결되어진 DC 속도 조절기(DC speed controller)로써 조절이 가능하고 파우더 브레이크에 연결되어진 DC 토크 부하 조절기(DC torque load controller)로써 기어 시스템에 가해주는 토크 부하를 결정할 수 있다.

본 실험에서는 750 rpm의 입력 축 회전 속도와 2.94 Nm의 토크 부하 상태에서 실험을 수행하였다. 또한 결함을 갖는 기어를 입력 축 기어로 하였으며 이에 의한 진동 신호를 얻기 위해 가장 근접해 있는 베어링 하우징(bearing housing) 상단에 가속도계(accelerometer; B&K 4366)를 부착하였다. 기어 축 한 회전 당의 기준 펄스 신호(pulse signal)를 얻기 위해 입력 축 상의 커플링(coupling)에 있는 키(key) 고정용 구멍(hole)을 이용하여 간극 센서(gap sensor; AEC-55MS-M)로부터 상대적인 기준 펄스 신호를 얻었다. 이렇게 얻어진 기어의 진동 신호와 기준 신호를 각각 증폭기(amplifier)를 통하여 증폭 시키고 DAQ 보드(BNC-2090)를 이용하여 펄스 신호를 기준으로 기어의 진동 신호를 트리거(trigger) 하였다. 이 트리거 되어진 신호들을 동시 시간 평균화(synchronous time average; STA) 하여 기어축 한 회전에 대한 기어 시스템의 진동 신호를 얻었다.

3.2 기어 결함 형태 및 위치

기어의 지협적 결함 형태 중 가장 일반적이고 중요한 형태는 치면 피로(surface fatigue)에 의한 피팅 파손과 굽힘 피로(bending fatigue)에 의한 절손 파손이다.⁽¹²⁾

피팅 파손은 치면의 접촉응력이 재료의 피로 한도를 넘었을 때에 반복 하중에 의해 치면 또는 내부에 미세한 균열이 발생하여 거기서 작은 조각이 탈락하고 치면에 웅덩이를 만드는 손상으로 기어의 피치선(pitch line) 바로 아래 부분에서 파손이 시작되는 특징이 있다. 절손 파손은 순간적인 과부하(overload) 또는 구조물의 부적절한 설치(misalignment), 베어링 파손, 큰 이물질의 침투 등으로 인한 굽힘 피로의 누적으로 비교적 큰 금속편이 치면으로부터 박리하는 손상으로 조립이나 제조 과정 등에서도 발생할 수 있다.

Fig. 2 는 본 실험에서 사용되어진 정상 기어와 지협적 결함을 갖는 기어의 형상을 나타내고 있다. Fig. 2 의 (b)는 비교적 미세한 결함 형태인 초기 피팅을 갖는 기어를 실험용으로 제작한 것으로 피치선 바로 아래 부분에 이 두께(tooth thickness)의 20%를 줄(file)로써 갈아주었다. 또한 (c)는 비교적 큰 결함 형태인 상단 절손을 갖는 기어를 나타낸 것으로 기어 작용 높이(working depth)의 25%를 줄로써 제거해주었다. 이와 같은 결함을 가지는 기어를 전체 24 개중 14 번째에 위치 시켜 기어의 결함 진단 실험을 실시 하였다.

Table 1 Data on the test gear set

구분	모듈	잇수(개)	피치원직경(mm)	이나비(mm)	이두께(mm)
Pinion	3	24	72	30	4.71
Gear	3	25	75	30	4.71

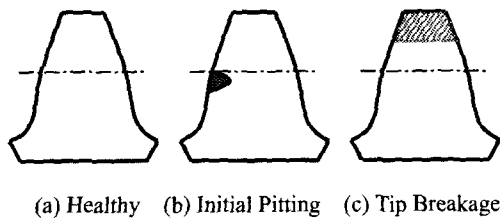
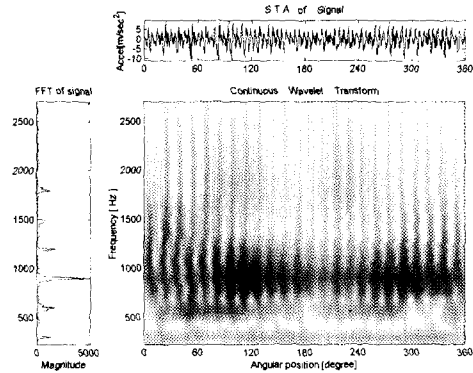


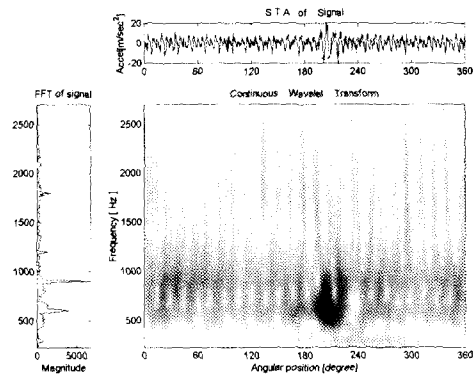
Fig. 2 Details of gear fault for experiment

4. 결과 및 해석

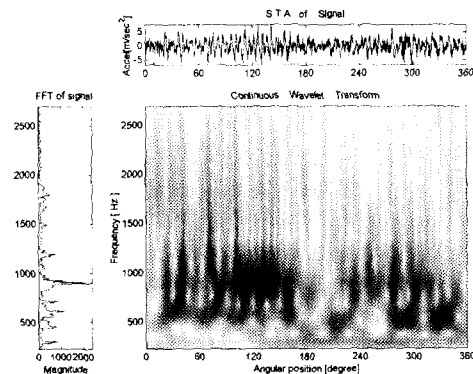
기어의 결함 진단을 위해 Fig. 2 에서 제시한 3 가지 경우에 대해 동일한 조건 하에서 실험을 실시하였다. 가속도계로부터 나오는 진동 신호와 기준 펄스 신호를 이용하여 기어축 한 회전 당 동시 시간 평균화 되어진 시간 신호를 추출 하였으며



(a) Healthy Gear



(b) Gear with tip breakage



(c) Gear with initial pitting

Fig. 3 Amplitude Map of CWT

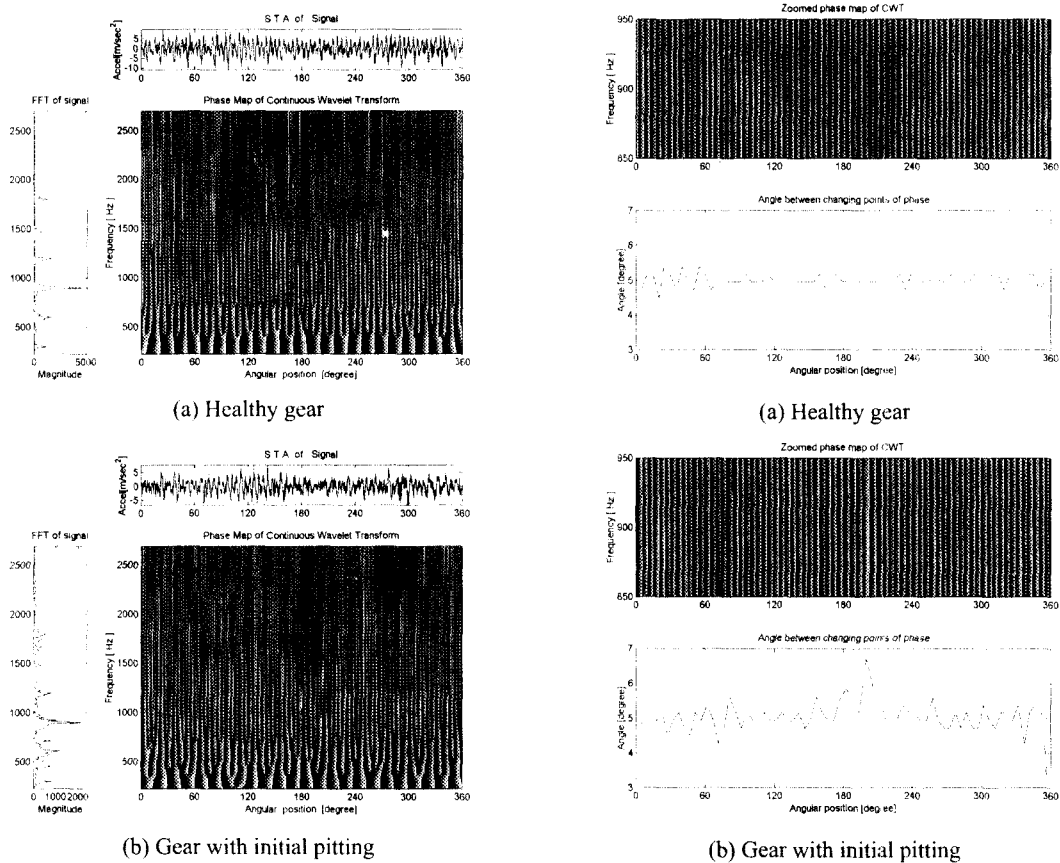
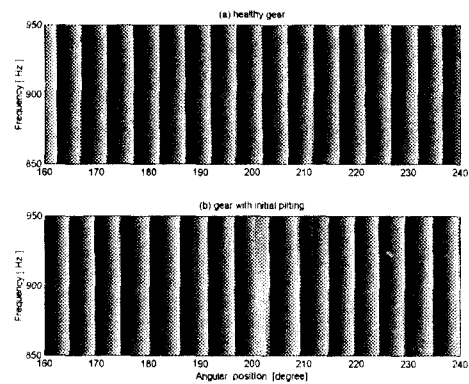


Fig. 4 Phase map of CWT

이 신호를 이용하여 식 (3)에 제시되어진 CWT 를 구현하였다. 본 연구에서 사용되어진 최고 관심 주파수 f_0 는 2692 Hz 이며 스케일 변수 a 는 1 부터 12 까지 0.5 의 증분을 사용하였다. 또한 CWT 결과의 참고 자료로 활용하기 위해 시간 신호의 푸리에 변환(fourier transform)을 수행하여 주파수 분포를 알아보았다. Fig. 3 은 정상 상태, 상단 절손, 초기 피팅의 경우에 대한 CWT 의 진폭 지도를 나타내고 있다.

Fig. 3 의 (a)를 보면 기어 진동 신호 대부분의 에너지는 기본 맞물림 주파수의 3 번째 하모닉 성분인 900 Hz 부근에 집중되어 있음을 알 수 있다. Fig. 3 의 (b)는 비교적 큰 결함 형태인 상단 절손을 갖는 기어의 경우로 200° 부근에서 결함이 있음을 탐지할 수 있다. 이는 본 실험에서 결함 위치로 지정한 14 번째 기어의 위치(195° ~ 210°)와 일치하며 이 결과로부터 기어의 결함 진단에 CWT 의 진폭 지도가 유용하게 이용될 수 있음을 알 수 있다. 하지만 Fig. 3 의 (c)와 같이 미세한



(c) Zooming in more detail

Fig. 5 Phase map of dominant meshing frequency and its sidebands zoomed from Fig. 4

결함 형태 중 하나인 초기 피팅을 갖는 기어의 경우에는 결함의 유무를 정확히 판단 하기가 곤란하다. 따라서 본 연구에서는 CWT 의 확대된 위상 지도를 이용하여 기어의 미세한 결함을 탐지할 수 있는 방법을 제안하고자 한다.

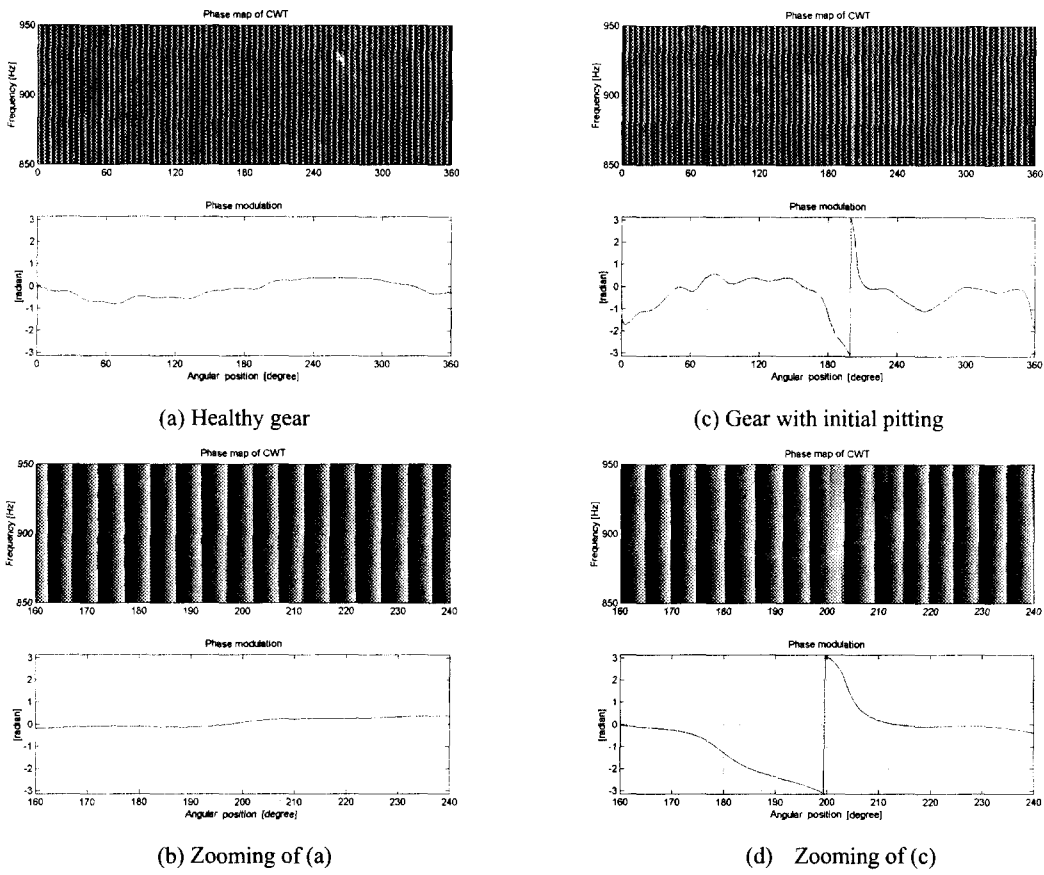


Fig. 6 Comparison the zoomed phase map of CWT with Phase modulation of McFadden

지협적인 기어의 결함은 기어 이(齒)의 강성을 변화시켜 순간적인 위상 변화를 유발시키며 결국은 이상적인 기어 진동 신호의 위상을 변조시키게 된다. 이런 위상 변조는 맞물림 주파수의 측 대역 주파수 성분들의 변화로 나타나며 지배적 맞물림 주파수와 그 영역의 측 대역 주파수 성분들을 분석함으로써 지협적 기어 결함에 의한 위상 변조를 탐지할 수 있다.

Fig. 4는 정상 상태의 기어와 초기 피팅을 갖는 기어의 경우에 대한 CWT의 위상 지도를 나타내고 있다. CWT의 위상 지도는 기어의 기본 맞물림 주파수에서는 기어 잇수 만큼의 위상 변화를 나타내고 그 하모닉 성분에서는 잇수의 정수배 만큼의 위상 변화를 보여주고 있다. 정상 상태의 경우는 비교적 위상 변화의 폭이 일정함을 알 수 있으나 초기 피팅의 경우는 보다 정량적으로 분석할 필요성이 있음을 알 수 있다.

Fig. 5는 지배적 맞물림 주파수인 기본 맞물림 주파수의 3 번째 하모닉 성분, 즉 900 Hz에 해당

되는 CWT의 스케일 변수 a 를 기준으로 주위의 스케일 변수와 독립적인 주파수 범위를 각 경우에 대해 Fig. 4로부터 확대하여 도시한 그림이다. 또한 이때의 CWT 계수들로부터 위상 변화폭의 간격을 정량적으로 계산한 결과를 함께 도시하였다.

Fig. 5의 (c)를 보면 정상 상태의 기어는 위상이 등 간격으로 변하고 있는 반면 미세한 결함 형태인 초기 피팅을 갖는 기어의 경우는 200° 부근에서 등 간격의 폭이 현저하게 증가됨을 볼 수 있다. 이는 지협적 결함을 갖는 기어가 일시적인 강성 변화를 일으켜 순간적인 위상 지연(phase lag) 현상을 나타내고 있음을 명확히 보여주고 있다. 또한 이는 본 실험에서 결함 위치로 지정한 14 번째 기어의 위치(195° ~ 210°)와도 정확히 일치함을 알 수 있다.

다음으로 기어의 미세한 결함을 탐지하기 위한 방법으로 본 연구에서 제시한 CWT의 확대된 위상 지도를 이용하는 방법의 타당성을 검토하기 위

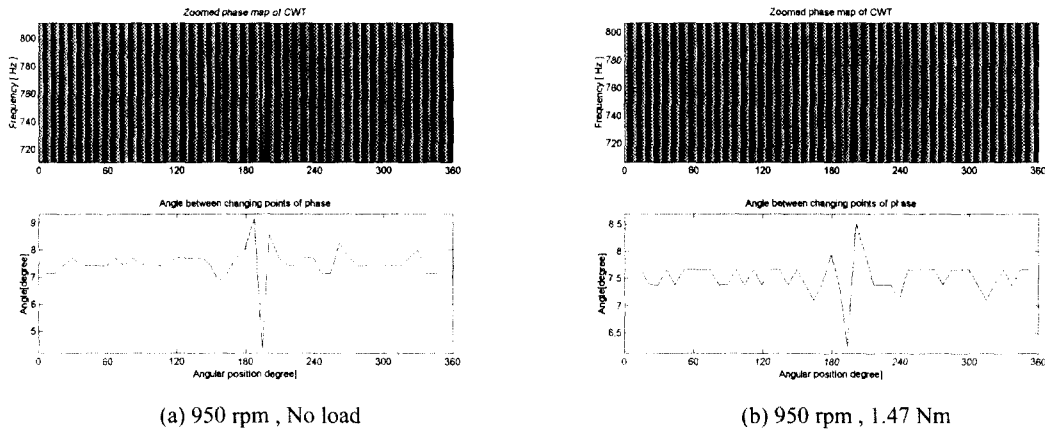


Fig. 7 Zoomed phase map of CWT in other experimental conditions

해 McFadden 이 제시한 Hilbert 변환을 이용한 위상 변조 추출법(2.2 절)의 결과와 본 연구의 결과를 비교하여 Fig. 6 에 도시하였다.

Fig. 6 의 (a)와 (b)는 정상 상태 기어의 위상 변조를 나타내고 있다. CWT 의 확대된 위상 지도에서 알 수 있었듯이 위상이 거의 일정하게 변화하고 있음을 위상 변조 추출법을 통해 확인할 수 있다. 또한 (c)와 (d)는 초기 피팅을 갖는 기어의 위상 변조를 나타내고 있다. 이 경우에서도 미세한 결함에 의한 위상 지연의 위치로 CWT 의 확대된 위상 지도로부터 찾은 200° 부근에서 명확한 위상 변화를 일으킴을 위상 변조 추출법을 통해 확인할 수 있다. 또한 본 연구의 객관성을 검증하기 위해서 동일한 초기 피팅 결함에 대한 다른 회전 속도와 토크 부하에서의 CWT 의 확대된 위상 지도 결과를 Fig. 7 에 도시하였다.

위 결과들로부터 본 연구에서 제시한 CWT 의 확대된 위상 지도를 이용하는 기어 결함 진단 방법은 초기 피팅과 같이 미세한 결함을 가지는 기어의 결함 진단에 유용성이 있음을 알 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 비교적 큰 결함 형태인 상단 절손을 갖는 기어와 미세한 결함 형태인 초기 피팅을 갖는 기어의 경우에 대해 연속 웨이블릿 변환(CWT)의 진폭 지도와 위상 지도를 이용하여 기어 결함 진단을 수행하였다.

상단 절손을 갖는 기어의 경우는 CWT 의 진폭 지도만으로도 그 결함의 유무 및 위치를 정확히 탐지할 수 있었지만 미세한 결함 형태인 초기 피팅을 갖는 기어의 경우는 결함의 유무조차도

탐지할 수 없었다. 하지만 본 연구에서 제시한 CWT 의 확대된 위상 지도를 이용한 결함 진단 방법을 통해서 는 기어의 미세한 결함의 유무뿐만 아니라 그 위치 까지도 정확히 탐지할 수 있었다.

또한 McFadden 이 제시한 Hilbert 변환을 이용한 위상 변조 추출법의 결과와 본 연구에서 제시한 CWT 의 확대된 위상 지도를 이용한 방법의 결과를 비교해 봄으로써 초기 피팅과 같이 탐지가 곤란한 기어의 미세한 결함을 조기에 탐지함에 있어 본 연구에서 제시한 방법이 유용성이 있음을 검증하였다.

참고문헌

- (1) Stewart, R. M., 1977, "Some Useful Data Analysis Techniques for Gearbox Diagnostics," *Institute of Sound and Vibration Research, University of Southampton, Report MHM/R/10/77.*
- (2) Dyer, D. and Stewart, R. M., 1978, "Detection of Rolling Element Bearing Damage by Statistical Vibration Analysis," *Journal of Mechanical Design, Transactions of ASME, Vol. 100, No. 2, pp. 229-235.*
- (3) Randall, R., 1982, "Cepstrum Analysis and Gearbox Fault Detection," B&K Application Note, Technical Report, pp. 13-150.
- (4) McFadden, P. D., 1986, "Detecting Fatigue Cracks in Gears by Amplitude and Phase Demodulation of Meshing Vibration," *Journal of Vibration Acoustics Stress and Reliability in Design, Transactions of ASME, Vol. 108, pp. 165-170.*
- (5) Lee, S. K. and White, P. R., 1997, "Higher-Order Time-Frequency Analysis and Its Application to Fault Detection in Rotating Machinery," *Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 11, No. 4, pp. 637-650.*
- (6) Lee, S. K. and White, P. R., 1999, "Two-Stage

- Adaptive Line Enhancer and Sliced Wigner Trispectrum for the Characterization of Faults from Gear Box Vibration Data," *Journal of Vibration Acoustics, Transactions of ASME*, Vol. 121, pp. 488~494.
- (7) Wang, W. J. and McFadden, P. D., 1995, "Application of Orthogonal Wavelets to Early Gear Damage Detection," *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 9, No. 5, pp. 497~507.
- (8) 박화영, 김선호, 이만형, 안중환, 1996, "이송모터 전류신호의 Wavelet 변환에 의한 공구파손 식별," 한국정밀공학회지, 제 13 권, 제 9 호, pp. 31~37.
- (9) Boulahbal, D. Golnaraghi, M. F. and Ismail, F., 1999 "Amplitude and Phase Wavelet Maps for The Detection of Cracks in Geared Systems," *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 13, No. 3, pp. 423~436.
- (10) 이상권, 심장선, 2001, "스파이크 웨이블렛 변환을 이용한 기어시스템의 건전성 감시," 한국음향학회지, 제 20 권, 제 5 호, pp. 21~27.
- (11) Daubechies, I., 1992, "Ten Lectures on Wavelets," *Society for Industrial and Applied Mathematics*, pp. 76~80.
- (12) 小泉晋, 1995, "기어와 호브반 작업," 기전 연구사, pp. 237~247.