

가중함수법에 의한 기계적 체결홀에 존재하는 타원호형 관통균열의 응력확대계수 해석 (I)

- 가중함수법의 전개 -

허성필[†] · 양원호^{*} · 현철승^{**}

(2001년 3월 28일 접수, 2001년 7월 6일 심사완료)

Stress Intensity Factor Analysis of Elliptical Arc Through Cracks at Mechanical Fastener Holes by Weight Function Method (I)

- Development of Weight Function Method -

Sung-Pil Heo, Won-Ho Yang and Cheol-Seung Hyun

Key Words: Stress Intensity Factor(응력확대계수), Weight Function Method(가중함수법), Elliptical Arc Through Crack(타원호형 관통균열), Mechanical Fastener Hole(기계적 체결홀), Finite Element Analysis(유한요소해석), Reference Loading(기준하중)

Abstract

It has been reported that cracks at mechanical fastener holes usually nucleate as elliptical corner cracks at the faying surface of the mechanical joints and grow as elliptical arc through cracks after penetrating the opposite surface. The weight function method is an efficient technique to calculate the stress intensity factors for elliptical cracks using uncracked stress field. In this study the weight function method for three dimensional mixed-mode problem applied to elliptical corner cracks is modified for elliptical arc through cracks and the stress intensity factors at two surface points of elliptical arc through cracks at mechanical fastener holes are analyzed by the weight function method. This study consists of two parts and in part I, the weight function method for elliptical arc through cracks is developed and verified.

1. 서론

기계적 체결은 볼트나 리벳, 핀 등에 의한 구성요소의 체결을 통칭하는 것으로, 항공기 동체를 비롯한 많은 기계 구조물에 널리 사용되고 있는 방법이다. 이러한 기계적 체결은 체결 강도나 해체 등의 측면에서 우수한 접합 방법이지만, 체결부에서의 응력집중 및 볼트부에 의한 접촉압력 등으로 인해 체결홀로부터 균열이 발생하여 파단

에 이르는 경우가 많다. 따라서 이러한 기계적 체결부(mechanical joint)에 대한 강도 평가 뿐 아니라 파괴역학적 안전성 평가가 요구되며 이를 위해서는 체결홀에 존재하는 임의 형상의 균열에 대한 정확한 응력확대계수(stress intensity factor; SIF)의 해석이 필요하다.

Fawaz^(1,2)는 체결부 시편에 대한 파단면 조사를 통하여 기계적 체결홀에서의 균열은 Fig. 1과 같이 주로 접합면에서 타원형 모서리균열의 형태로 발생하고, 점차 두께를 관통하여 타원호형 관통균열(elliptical arc through crack)의 형태로 성장함을 보고하였다.

타원형 균열에 대한 응력확대계수는 3차원 유한요소해석을 통해 신뢰성 있는 값을 구할 수 있

[†] 책임저자, 회원, 성균관대학교 대학원 기계공학과

E-mail : spheo@orgio.net

TEL : (031)290-7496 FAX : (031)290-5849

^{*} 회원, 성균관대학교 기계공학부

^{**} 회원, 성균관대학교 대학원 기계설계학과

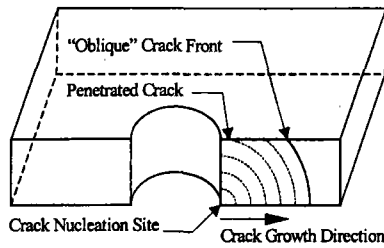


Fig. 1 Crack growth profile at mechanical fastener holes⁽²⁾

으나, 여러 하중조건 및 균열형상에 대한 해를 얻고자 하는 경우에는 모델 구성 및 해석에 많은 시간을 요하게 된다. 가중함수법(weight function method)에 의한 응력확대계수는 주어진 균열형상에 대한 가중함수와 균열을 포함하지 않은 동일형상의 구조물에 대한 응력장으로부터 결정된다. 균열이 없는 모델에 대한 응력해석만을 수행하여 응력확대계수를 구할 수 있으므로 다양한 하중조건에 대한 반복적인 해석에서 대단히 효율적이라 할 수 있다.

가중함수법의 적용에 관련된 연구는 주로 2차원 균열 및 3차원 타원형 균열의 모드 I 문제에 관하여 수행되어 왔다.⁽³⁻⁶⁾ Fett 등⁽⁷⁾은 일반적인 2차원 혼합모드 문제에 적용할 수 있는 가중함수법을 제안하고 계면 근방의 균열에 대한 응력확대계수를 해석하였다. 저자 등⁽⁸⁾은 이러한 가중함수법을 3차원 혼합모드 문제로 확장 적용하여 기계적 체결부에 존재하는 타원형 모서리균열에 대한 혼합모드 응력확대계수를 해석한 바 있다.

기계적 체결부 균열에 대한 파괴역학적 해석은 주로 관통균열을 대상으로 2차원 해석 모델에 대하여 수행되었다. Cartwright와 Parker⁽⁹⁾는 볼트부의 접촉압력을 균일 분포 및 여현(cosine) 분포로 가정하여 대칭균열에 대한 응력확대계수를 해석하였다. Ju⁽¹⁰⁾는 유한요소해석을 통해 수평 및 경사균열에 대한 혼합모드 응력확대계수를 해석하였다.

3차원 해석 모델에 관해서는 균열 발생의 초기에 해당하는 타원형 모서리균열에 대해 Lin과 Smith⁽¹¹⁾가 유한요소해석에 의하여, 저자 등⁽⁸⁾이 가중함수법을 적용하여 각각 응력확대계수를 해석한 바 있다. 두께를 관통한 직후에 해당하는 타원호형 관통균열에 대해서는 Fawaz^(1,2)가 유한요소해석 결과를 바탕으로 가상균열단합법(virtual

crack closure technique)을 적용하여 응력확대계수를 해석하였으나, 볼트부를 해석에서 고려하지 못하였고, 대칭 균열의 모드 I 문제에 대해서만 해석을 수행하였다. 따라서 볼트부에서의 실제 접촉 조건을 고려한 평가가 요구되는데, 접촉부와 균열을 포함한 3차원 유한요소해석은 특히 설계 초기단계에서의 여러 하중조건이나 간극(clearance)조건에 대한 반복적인 해석에서 많은 해석시간을 요하게 된다. 가중함수법은 균열이 없는 모델에 대한 응력해석을 통해 파괴역학적 평가를 수행하게 되므로, 이러한 한계를 극복할 수 있을 것이다.

본 연구의 목적은 가중함수법을 적용하여 기계적 체결부에 존재하는 타원호형 관통균열의 혼합모드 응력확대계수를 해석하는 것이다. 본 연구는 I편과 II편으로 구성되며, I편에서는 저자 등⁽⁸⁾이 타원형 모서리균열에 적용하였던 3차원 혼합모드 문제에 대한 가중함수법을 수정하여 타원호형 관통균열의 양 표면점에 대한 가중함수법을 전개하고 그 타당성을 검증하였다. II편에서는 이러한 가중함수법을 적용하여 간극의 크기 및 균열 경사각에 따른 응력확대계수를 해석하여 파괴역학적 특성을 고찰할 것이다.

2. 가중함수법의 적용

2.1 가중함수법의 개요

가중함수법은 Bueckner와 Rice에 의해 제안된 방법으로, 서로 다른 두 하중조건에 대한 상반정리(reciprocal theorem)를 바탕으로 체적력을 무시하는 경우에 식 (1)과 같이 응력확대계수를 표현할 수 있다.⁽¹²⁾

$$K = \int_{\Gamma} \mathbf{h} \cdot \mathbf{t} d\Gamma \quad (1)$$

여기서 \mathbf{t} 는 Fig. 2와 같이 구조물의 경계 Γ 에 작용하는 외력 벡터이고, 가중함수 \mathbf{h} 는 임의하중에 대한 응력확대계수 K 와 변위 벡터 \mathbf{u} 를 이용하여 식 (2)와 같이 표현된다.⁽¹²⁾

$$\mathbf{h}(x, y, a) = \frac{H}{2K} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial a} \quad (2)$$

외력 \mathbf{t} 에 대한 응력확대계수는 중첩의 원리에 의해 균열이 없는 모델에서 균열면의 위치에 나타나는 응력에 대한 값으로 대체될 수 있다.⁽¹³⁾ 모드 I 문제에서는 Fig. 3과 같이 수직응력 $\sigma(x)$

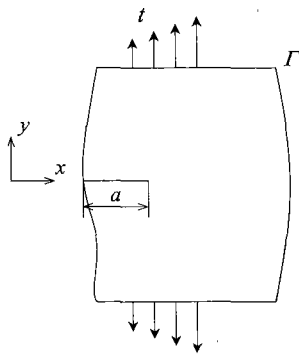


Fig. 2 Cracked body loaded by traction

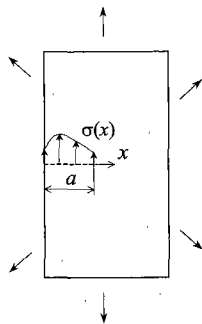


Fig. 3 Weight function method for two-dimensional crack

만이 관여하며, 균열면을 따라 좌표축을 설정하게 되면 가중함수도 y방향의 스칼라 함수가 된다. 따라서 균열 문제를 각 모드별로 분해하면, 가중함수법을 스칼라의 형태로 적용할 수 있게 되며, 2차원 모드 I 문제의 경우 식 (3)과 같이 균열길이에 대한 적분으로 표현된다.^(3,4)

$$K = \int_0^a h(x, a) \sigma(x) dx \quad (3)$$

위 식에서 가중함수 $h(x, a)$ 는 기하학적 형상에 의존하지만 작용하중에는 독립인 특성을 가지고 있기 때문에, 특정의 균열 및 균열체(cracked body) 형상에 대해 적합한 가중함수가 결정되면 임의의 하중조건에 대해서도 식 (3)의 적분을 통해 간단하게 응력확대계수를 구할 수 있다.

2.2 타원형 균열에 대한 가중함수법

Fig. 4와 같은 타원형 모서리균열에 대한 가중함수법의 적용에서는 식 (3)에 포함된 응력장과 가중함수가 모두 x, z의 함수로 표현되며, 따라서 식 (4)와 같이 균열면에 대한 면적적분을 통해 타

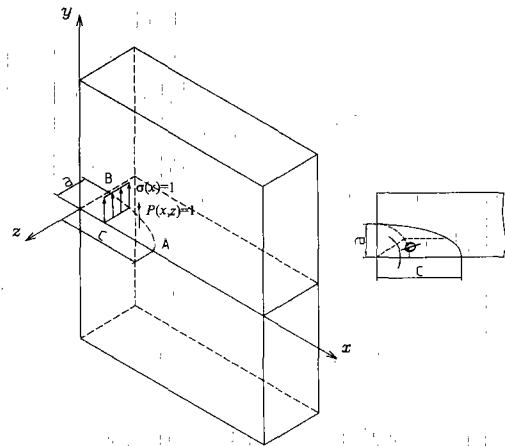


Fig. 4 Weight function method for elliptical corner crack

원형 경계를 따른 각 선단에서의 응력확대계수를 구하게 된다.

$$K(\phi) = \int_S h(x, z, a, c; \phi) \sigma(x, z) dS \quad (4)$$

여기서 a와 c는 각각 균열깊이와 균열길이를 나타내며, ϕ 는 균열 선단의 위치를 지시하는 타원 매개각(parametric angle)이다.

타원형 모서리균열에서는 대부분의 경우에 Fig. 4에 나타낸 선단 A와 선단 B에서 최대 응력확대계수가 나타나며, 두 선단에서의 응력확대계수로 부터 타원형 경계를 따른 응력확대계수의 범위를 예측해 볼 수 있다. 이에 기존의 대부분의 연구들^(5,6)에서도 정확도와 적용성 측면에서 위의 두 선단에 대한 응력확대계수에 초점을 맞추고 있다. 선단 A와 선단 B는 ϕ 가 각각 0과 $\pi/2$ 에 해당하며 두 균열선단에서의 응력확대계수는 식 (5), (6)으로 표현된다.

$$K_{(A)} = \int_S h(x, z, a, c; \phi=0) \sigma(x, z) dS \quad (5)$$

$$K_{(B)} = \int_S h(x, z, a, c; \phi=\pi/2) \sigma(x, z) dS \quad (6)$$

두 식에 포함된 가중함수는 x와 z의 함수이며, Fig. 4에 표현된 균열면상의 (x, z)위치에 작용하는 단위하중에 대한 응력확대계수의 의미를 갖는다. 3차원 타원형 균열 문제에서는 식 (5), (6)과 같이 2차원 응력장 및 가중함수를 고려하여 면적적분을 수행하게 된다. 그러나 많은 경우에 균열이 없는 모델에서의 응력장을 1차원으로 근사화할 수 있으며, Fig. 4에서 응력장이 두께 방향으

로는 일정하고, x 방향을 따라서만 변화하는 경우를 가정하면 가중함수는 균열면상의 x 위치에 작용하며 두께 방향으로의 균일 분포의 단위하중에 대한 응력확대계수에 해당한다. 따라서 가중함수를 x 만의 함수로 설정하고, 식 (7), (8)과 같이 x 방향으로의 선적분만으로 응력확대계수를 구할 수 있게 된다.^(5,6)

$$K_{(A)} = \int_0^c h_{(A)}(x, c) \sigma(x) dx \quad (7)$$

$$K_{(B)} = \int_0^c h_{(B)}(x, c) \sigma(x) dx \quad (8)$$

3. 가중함수법에 의한 타원호형 관통균열의 혼합모드 응력확대계수

본 연구의 해석 모델은 Fig. 5와 같이 기계적 체결홀에 수평한 타원호형 관통균열이 존재하고 있고 외부에 균일 인장력을 받고 있는 평판이다. 그림에서 c_1 과 c_2 는 각각 균열 발생면과 그 반대면에 해당하는 양쪽 표면에서의 균열길이이고, a 는 타원의 깊이를 나타낸다. 그리고, 균열선단의 양 표면점은 선단 A와 선단 B로 표기하였다.

경사진 균열을 포함하여 Fig. 5의 모델과 같이 기하학적 대칭성이 존재하지 않는 일반적인 3차원 균열의 혼합모드 문제에서는 균열면상에 작용하는 수직응력 σ_y 에 대해서도 모드 I뿐 아니라 모드 II 및 모드 III 응력확대계수가 모두 나타나며 이들은 식 (7), (8)과 같은 1차원 응력장에 대한 가중함수법에 의해 식 (9)~(11)로 표현된다.

$$K_I^{(\sigma_y)} = \int_0^c h_I^{(\sigma_y)}(x, c) \sigma_y(x) dx \quad (9)$$

$$K_{II}^{(\sigma_y)} = \int_0^c h_{II}^{(\sigma_y)}(x, c) \sigma_y(x) dx \quad (10)$$

$$K_{III}^{(\sigma_y)} = \int_0^c h_{III}^{(\sigma_y)}(x, c) \sigma_y(x) dx \quad (11)$$

위 식에서 각 가중함수의 윗첨자는 균열면상의 응력 성분을 구별하기 위한 것으로, 물론 가중함수는 응력의 크기에 대해서는 독립이다.

균열면상에 작용하는 전단응력 τ_{xy} , τ_{yz} 에 대해서도 모드 II, 모드 III뿐 아니라 모드 I 응력확대계수가 모두 나타난다. 그리고, Fig. 5와 같은 타원호형 관통균열에서는 식 (9)~(11)과 같은 균열면에 대한 적분 구간이 $[0, c_1]$ 에 해당된다. 이러한 균열이 존재하는 구조물에 일반적인 하중이

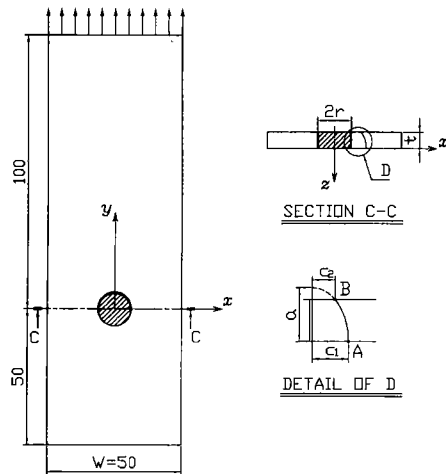


Fig. 5 Configuration of an elliptical arc through crack at mechanical fastener holes

작용하면 균열면상에는 수직응력과 전단응력이 모두 나타나고, 이 때에는 위의 경우들을 모두 중첩하여 응력확대계수를 구할 수 있다.

타원호형 관통균열의 선단 A에서는 Fig. 5의 좌표축을 기준으로 전단응력 τ_{xy} 가 모드 II, τ_{yz} 가 모드 III에 해당되며, 각 모드의 응력확대계수는 식 (12)~(14)로 표현된다.

이 식들에 포함된 $\sigma_y(x)$, $\tau_{xy}(x)$, $\tau_{yz}(x)$ 는 균열면이 될 위치에서의 수직응력과 전단응력 분포를 나타내며, 균열이 없는 모델에 대한 응력해석으로부터 얻게 된다. 식 (12)~(14)는 Fett 등⁽⁷⁾에 의해 제시된 2차원 혼합모드 문제에 대한 가중함수법을 3차원으로 확장한 형태로, 저자 등⁽⁸⁾에 의한 타원형 모서리균열의 표면점(surface point)에 대한 가중함수법의 적용에서와 동일한 표현 방식이다.

식 (12)~(14)에 포함된 가중함수들은 선단 A의 경우에 $x=c_1$ 에서의 특이성(singularity)을 고려하여 $1-x/c_1$ 항의 무한급수로 설정하며 9개의 가중함수 중에서 $h_{I(A)}^{(\sigma_y)}$ 의 경우는 식 (15)와 같이 표현된다.

$$h_{I(A)}^{(\sigma_y)} = \sqrt{\frac{2}{\pi c_1}} \sum_{n=0}^{\infty} D_{I(A),n}^{(\sigma_y)} \left(1 - \frac{x}{c_1}\right)^{n-1/2} \quad (15)$$

타원호형 관통균열의 선단 B에 대한 가중함수는 $x=c_2$ 에서의 특이성을 포함해야 하며, 전체 균열면 대한 적분을 수행하여야 하므로 함수의 정의역은 $[0, c_1]$ 이어야 한다. 이러한 조건을 만족

$$K_{I(A)} = \int_0^{c_1} \{h_{I(A)}^{(\sigma_y)}(x, c_1)\sigma_y(x) + h_{I(A)}^{(\tau_{xy})}(x, c_1)\tau_{xy}(x) + h_{I(A)}^{(\tau_{yz})}(x, c_1)\tau_{yz}(x)\} dx \quad (12)$$

$$K_{II(A)} = \int_0^{c_1} \{h_{II(A)}^{(\sigma_y)}(x, c_1)\sigma_y(x) + h_{II(A)}^{(\tau_{xy})}(x, c_1)\tau_{xy}(x) + h_{II(A)}^{(\tau_{yz})}(x, c_1)\tau_{yz}(x)\} dx \quad (13)$$

$$K_{III(A)} = \int_0^{c_1} \{h_{III(A)}^{(\sigma_y)}(x, c_1)\sigma_y(x) + h_{III(A)}^{(\tau_{xy})}(x, c_1)\tau_{xy}(x) + h_{III(A)}^{(\tau_{yz})}(x, c_1)\tau_{yz}(x)\} dx \quad (14)$$

$$K_{I(B)} = \int_0^{c_2} \{h_{I(B),1}^{(\sigma_y)}(x, c_2)\sigma_y(x) + h_{I(B),1}^{(\tau_{xy})}(x, c_2)\tau_{xy}(x) + h_{I(B),1}^{(\tau_{yz})}(x, c_2)\tau_{yz}(x)\} dx \\ + \int_{c_2}^{c_1} \{h_{I(B),2}^{(\sigma_y)}(x, c_2)\sigma_y(x) + h_{I(B),2}^{(\tau_{xy})}(x, c_2)\tau_{xy}(x) + h_{I(B),2}^{(\tau_{yz})}(x, c_2)\tau_{yz}(x)\} dx \quad (16)$$

$$K_{II(B)} = \int_0^{c_2} \{h_{II(B),1}^{(\sigma_y)}(x, c_2)\sigma_y(x) + h_{II(B),1}^{(\tau_{xy})}(x, c_2)\tau_{xy}(x) + h_{II(B),1}^{(\tau_{yz})}(x, c_2)\tau_{yz}(x)\} dx \\ + \int_{c_2}^{c_1} \{h_{II(B),2}^{(\sigma_y)}(x, c_2)\sigma_y(x) + h_{II(B),2}^{(\tau_{xy})}(x, c_2)\tau_{xy}(x) + h_{II(B),2}^{(\tau_{yz})}(x, c_2)\tau_{yz}(x)\} dx \quad (17)$$

$$K_{III(B)} = \int_0^{c_2} \{h_{III(B),1}^{(\sigma_y)}(x, c_2)\sigma_y(x) + h_{III(B),1}^{(\tau_{xy})}(x, c_2)\tau_{xy}(x) + h_{III(B),1}^{(\tau_{yz})}(x, c_2)\tau_{yz}(x)\} dx \\ + \int_{c_2}^{c_1} \{h_{III(B),2}^{(\sigma_y)}(x, c_2)\sigma_y(x) + h_{III(B),2}^{(\tau_{xy})}(x, c_2)\tau_{xy}(x) + h_{III(B),2}^{(\tau_{yz})}(x, c_2)\tau_{yz}(x)\} dx \quad (18)$$

하는 함수를 하나의 식으로 표현하는데 무리가 있어 본 연구에서는 선단 B에 대한 가중함수를 $[0, c_2]$, $[c_2, c_1]$ 의 두 구간으로 나누어 설정하였다. 따라서 식 (12)~(14)와 같은 응력확대계수 계산을 위한 적분식도 선단 A의 경우와 달리 두 구간으로 나뉘어지게 된다. 또한 선단 B에서의 모드 II와 모드 III 성분을 구별하기 위하여 Fig. 6 과 같이 선단 B에 수직 및 접선방향인 x' , z' 좌표축을 설정하였고, 이 좌표축을 기준하면 선단 B에서는 τ_{xy} 가 모드 II, τ_{yz} 가 모드 III에 해당된다. 선단 B에 대한 각 모드의 응력확대계수는 적분 구간을 $[0, c_2]$, $[c_2, c_1]$ 으로 나누어 식 (16)~(18)과 같이 표현할 수 있다.

선단 B에 대한 각 가중함수는 위에서 언급한 바와 같이 두 구간으로 나누고 $x=c_2$ 에서의 특이성을 고려하여 설정하며, $h_{I(B)}^{(\sigma_y)}$ 의 경우는 각 구간에 대하여 식 (19), (20)과 같이 표현된다.

$$h_{I(B),1}^{(\sigma_y)} = \sqrt{\frac{2}{\pi c_2}} \sum_{n=0}^{\infty} D_{I(B),1,n}^{(\sigma_y)} \left(1 - \frac{x}{c_2}\right)^{n-1/2} \quad (19)$$

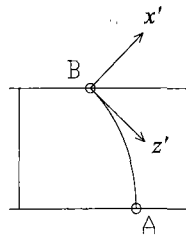


Fig. 6 Local coordinate system at tip B

$$h_{I(B),2}^{(\sigma_y)} = \sqrt{\frac{2}{\pi c_2}} \sum_{n=0}^{\infty} D_{I(B),2,n}^{(\sigma_y)} \left(\frac{x}{c_2} - 1\right)^{n-1/2} \quad (20)$$

식 (15), (19), (20)을 비롯한 각 가중함수에 포함된 미정계수들은 기준하중(reference loading)에 대한 응력확대계수를 이용하여 결정할 수 있다.

4. 가중함수의 결정

기계적 체결홀에 존재하는 타원호형 관통균열에 가중함수법을 적용하기 위하여 먼저 균열이 없는 모델에 대한 응력해석을 수행하였다. Fig. 7 은 해석에 사용된 유한요소망을 나타낸 것으로 대칭성을 고려하여 1/4만을 모델링하였고, 볼트부는 강체요소(rigid element)를 사용하여 표현하였으며, 홀 주위는 접촉조건이 만족되도록 상세하게 요소망을 구성하였다. 사용된 재료는 탄성계수가 68.95GPa, 푸아송의 비가 0.25인 알루미늄이며, 유한요소해석은 상용 프로그램인 ABAQUS를 이용하였다.

Fig. 8(a), (b)는 각각 작용하중에 수직인 면에서 반지름 방향을 따른 수직응력 σ_y 와 전단응력 τ_{xy} , τ_{yz} 의 분포를 나타낸 것으로 평판의 표면에서와 중심에서의 결과를 함께 나타내었다. 그림에서 평판의 표면에서와 중심에서의 응력 차이가 크지 않고, x 방향을 따른 변화가 동일한 형태이므로 본 연구에서는 균열이 없는 모델에 대한 응력장을 두께 방향으로 일정한 1차원 응력장으로

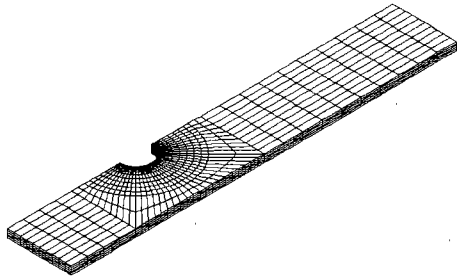


Fig. 7 Finite element mesh for an uncracked plate with a mechanical joint

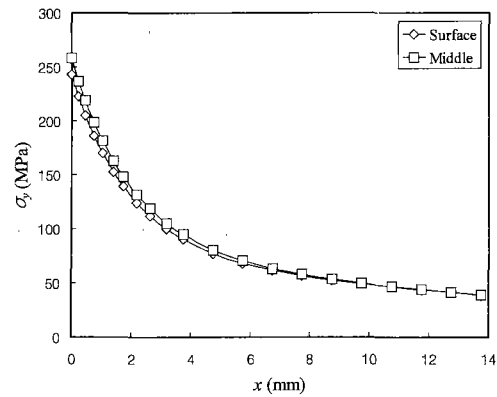
로 가정하여 앞장의 절차를 따라 가중함수법을 적용하였다. Fig. 8(b)에서 전단응력 τ_{yz} 는 거의 0인 값을 가지므로, 선단 A에 대한 가중함수법의 적용에서는 식 (12)~(14)에서 τ_{yz} 가 포함된 항을 고려하지 않았고, 선단 B에 대한 적용에서는 식 (16)~(18)에서 τ_{xy} 만을 Fig. 6의 좌표축에 대해 τ_{xy} 와 τ_{yz} 로 분해하여 적용하였다.

식 (15), (19), (20)과 같이 이론적으로 무한급수 형태인 각 가중함수는 적절한 항의 수를 선정하여 실제의 응력확대계수 해석에 적용한다. 2차원 균열 문제에 대해서는 일반적으로 3개의 항으로 구성된 가중함수를 사용하며, 저자 등⁽⁸⁾은 체결부에 존재하는 3차원 타원형 모서리균열에 대하여 항의 수에 따른 결과를 비교 고찰한 바 있다. 본 연구에서는 기계적 체결홀에 존재하는 타원호형 관통균열에 대하여 4개의 항으로 구성된 가중함수를 적용하였으며, 항의 수 선정에 관해서는 아래의 5장에서 자세히 언급하였다.

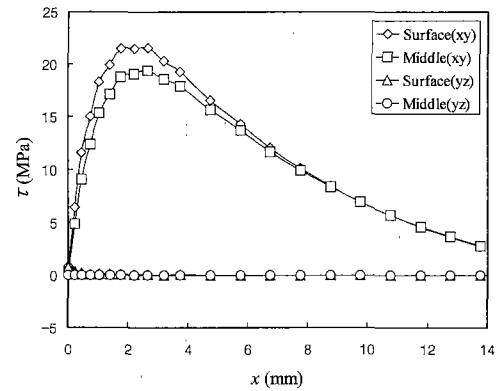
타원호형 관통균열의 선단 A에서의 모드 I, 모드 II, 모드 III 응력확대계수를 구하기 위해서는 식 (12)~(14)에 포함된 9개의 가중함수 중에서 앞의 고찰로부터 τ_{yz} 항을 무시하면 6개의 가중함수를 결정해야 한다. 이 중 $h_{1(A)}^{(\sigma)}$ 는 4개의 항으로 구성하면 식 (21)로 표현되며, 나머지 가중함수들도 같은 형태이다.

$$h_{1(A)}^{(\sigma)} = \sqrt{\frac{2}{\pi c_1}} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1-x/c_1}} + D_{1(A),1}^{(\sigma)} \left(1 - \frac{x}{c_1}\right)^{1/2} + D_{1(A),2}^{(\sigma)} \left(1 - \frac{x}{c_1}\right)^{3/2} + D_{1(A),3}^{(\sigma)} \left(1 - \frac{x}{c_1}\right)^{5/2} \right\} \quad (21)$$

가중함수에 포함된 미정계수들을 결정하기 위하여 기존의 연구들⁽³⁻⁷⁾에서와 유사한 방법으로 유한요소해석을 통해 균열면상에 작용하는 기준



(a) Normal stress



(b) Shear stress

Fig. 8 Stress distribution for an uncracked plate with a mechanical joint

하중에 대한 응력확대계수를 미리 구해놓고, 이 하중조건에 대하여 가중함수법을 적용하였다. σ_y 에 대하여 식 (22)와 같은 형태의 기준하중을 설정하였고, 전단응력에 대해서도 같은 형태로 설정하였다.

$$\sigma_y(x) = \sigma_0 \left(1 - \frac{x}{c_1}\right)^n \quad (n=0, 1, 2, \dots) \quad (22)$$

식 (21)에 포함된 3개의 미정계수를 구하기 위하여 식 (22)에서 n 이 0, 1, 2에 해당하는 3개의 기준하중을 고려하고 이들에 대하여 식 (23)~(25)와 같이 가중함수법을 적용한다.

$$\int_0^{c_1} h_{1(A)}^{(\sigma)}(x, c_1) \sigma_0 dx = \sigma_0 \sqrt{\frac{\pi a}{Q}} F_{1(A),1}^{(\sigma)} \quad (23)$$

$$\int_0^{c_1} h_{1(A)}^{(\sigma)}(x, c_1) \sigma_0 \left(1 - \frac{x}{c_1}\right) dx = \sigma_0 \sqrt{\frac{\pi a}{Q}} F_{1(A),2}^{(\sigma)} \quad (24)$$

$$\int_0^{c_1} h_{1(A)}^{(\sigma)}(x, c_1) \sigma_0 \left(1 - \frac{x}{c_1}\right)^2 dx = \sigma_0 \sqrt{\frac{\pi a}{Q}} F_{1(A),3}^{(\sigma)} \quad (25)$$

위 식에서 $F_{1(A),1}^{(\sigma)}$, $F_{1(A),2}^{(\sigma)}$, $F_{1(A),3}^{(\sigma)}$ 는 세 기준 하중에 대한 무차원 응력확대계수로, 균열면상에 각각의 $\sigma_y(x)$ 를 가하여 유한요소해석을 통해 얻을 수 있다. Q 는 타원의 형상계수로 타원형 균열의 응력확대계수를 무차원화 시키는데 일반적으로 사용된다. 이들 적분을 수행하여 정리하면 식 (26)~(28)과 같은 3개의 연립방정식이 세워지며 이를 풀면 가중함수 $h_{1(A)}^{(\sigma)}$ 에 포함된 3개의 미정계수를 구할 수 있게 된다.

$$D_{1(A),1}^{(\sigma)} + \frac{3}{5} D_{1(A),2}^{(\sigma)} + \frac{3}{7} D_{1(A),3}^{(\sigma)} = -\frac{3\pi}{2\sqrt{2Q}} \sqrt{\frac{a}{c_1}} F_{1(A),1}^{(\sigma)} - 3 \quad (26)$$

$$D_{1(A),1}^{(\sigma)} + \frac{5}{7} D_{1(A),2}^{(\sigma)} + \frac{5}{9} D_{1(A),3}^{(\sigma)} = -\frac{5\pi}{2\sqrt{2Q}} \sqrt{\frac{a}{c_1}} F_{1(A),2}^{(\sigma)} - \frac{5}{3} \quad (27)$$

$$D_{1(A),1}^{(\sigma)} + \frac{7}{9} D_{1(A),2}^{(\sigma)} + \frac{7}{11} D_{1(A),3}^{(\sigma)} = -\frac{7\pi}{2\sqrt{2Q}} \sqrt{\frac{a}{c_1}} F_{1(A),3}^{(\sigma)} - \frac{7}{5} \quad (28)$$

본 논문에서 x 만의 함수로 설정한 가중함수는 식 (21)과 같이 2차원 균열과 마찬가지로 -1/2승의 특이성을 가지며, 형태 또한 동일하다. 그러나, 위의 절차에서 가중함수의 각 미정계수에 타원호형 균열에 대한 기준응력확대계수가 포함됨을 알 수 있다. 따라서 본 논문의 가중함수에서 Fig. 5의 타원호형 균열에 대해 두께 방향으로 변하는 균열형상 인자는 미정계수에 반영된다고 할 수 있겠다.

위의 절차는 저자 등⁽⁸⁾에 의한 타원형 모서리 균열의 표면점에 대한 가중함수법의 적용 절차와 동일하며, 결국 타원호형 관통균열의 선단 A는 타원형 모서리균열의 표면점과 유사하게 가중함수법을 적용할 수 있다.

타원호형 관통균열의 선단 B에서의 모드 I, 모드 II, 모드 III 응력확대계수를 구하기 위해서는 식 (16)~(18)에 포함된 가중함수들을 결정해야 한다. 선단 B에서는 앞에서 언급한 대로 전단응력 τ_{yz} 는 무시하고 τ_{xy} 를 τ_{xy} 와 τ_{yz} 로 분해하여 적용하므로, 식 (16)~(18)에 포함된 9개의 가중함수 모두를 결정해야 한다. 이 중 $h_{1(B)}^{(\sigma)}$ 는 $[0, c_2]$, $[c_2, c_1]$ 의 두 구간에서 각각 식 (29), (30)으로 표

현된다.

$$h_{1(B),1}^{(\sigma)} = \sqrt{\frac{2}{\pi c_2}} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1-x/c_2}} + D_{1(B),1}^{(\sigma)} \left(1 - \frac{x}{c_2}\right)^{1/2} + D_{1(B),2}^{(\sigma)} \left(1 - \frac{x}{c_2}\right)^{3/2} + D_{1(B),3}^{(\sigma)} \left(1 - \frac{x}{c_2}\right)^{5/2} \right\} \quad (29)$$

$$h_{1(B),2}^{(\sigma)} = \sqrt{\frac{2}{\pi c_2}} \left\{ \frac{1}{\sqrt{x/c_2-1}} + D_{1(B),4}^{(\sigma)} \left(\frac{x}{c_2} - 1\right)^{1/2} + D_{1(B),5}^{(\sigma)} \left(\frac{x}{c_2} - 1\right)^{3/2} + D_{1(B),6}^{(\sigma)} \left(\frac{x}{c_2} - 1\right)^{5/2} \right\} \quad (30)$$

두 식에 포함된 미정계수는 하나의 함수에 포함되어 있는 계수임을 나타내기 위해 일련의 번호를 하첨자로 붙여 표현하였다.

선단 B에 대해서는 식 (29), (30)에 포함된 6개의 미정계수를 결정해야 한다. 이에 식 (22)에서 n 이 0, 1, 2, 3, 4, 5에 해당하는 6개의 기준하중을 고려하였고, 이들에 대해 식 (23)~(25)와 유사하게 가중함수법을 적용하여 정리하면 6개의 연립방정식을 세울 수 있으며 식 (31)에 이를 행렬의 형태로 나타내었다.

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D_{1(B),1}^{(\sigma)} \\ D_{1(B),2}^{(\sigma)} \\ D_{1(B),3}^{(\sigma)} \\ D_{1(B),4}^{(\sigma)} \\ D_{1(B),5}^{(\sigma)} \\ D_{1(B),6}^{(\sigma)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \end{pmatrix} \quad (31)$$

위 식에서 C_{ij} 와 F_i 는 식 (26)~(28)의 계수들과 같이 균열길이, 균열깊이 및 기준하중에 대한 응력확대계수들로부터 결정되는 값이다. 따라서 주어진 균열형상 정보와 기준하중에 대한 유한요소해석 결과로부터 C_{ij} 와 F_i 를 구하고, 이 값들을 대입하여 식 (31)의 연립방정식을 풀면, 식 (29), (30)에 포함된 6개의 미정계수를 구할 수 있다.

5. 가중함수법 적용의 타당성 검토

5.1 유한요소해석

타원호형 관통균열에 대한 유한요소해석의 타당성을 검토하기 위하여 접촉부는 포함되지 않은 상태에서 체결홀에 대칭으로 존재하는 타원호형 관통균열에 대하여 응력확대계수를 해석하고 이를 Fawaz⁽²⁾의 결과와 비교하였다. Fig. 9는 해석에 사용된 유한요소망을 나타낸 것으로 그림에서와 같이 부분 타원 형상에 적합한 비직교망(nonorthogonal mesh)으로 구성하고, 가상균열단함

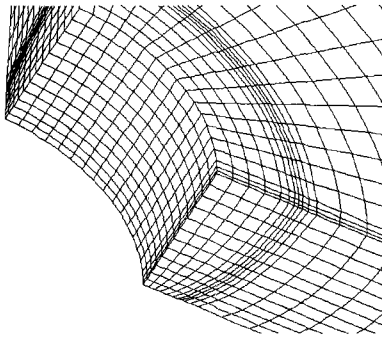


Fig. 9 Finite element mesh for symmetric elliptical arc through cracks at a fastener hole

법을 적용하여 응력확대계수를 구하였다.

타원형 균열에 대한 파괴역학적 해석에서는 균열선단 주위를 3차원 1/4절점요소(quarter point element)로 모델링하고, 균열면상의 절점변위를 이용하여 응력확대계수를 계산하는 COD(crack opening displacement)법이 널리 사용되고 있다. 그러나 이러한 COD법은 요소망의 구성에서 타원형 선단을 가로지르는 선이 타원경계에 수직인 직교망(orthogonal mesh)을 구성하여야만 적용이 가능하다. 가상균열단힘법^(14,15)은 본 연구의 대상인 타원호형 관통균열과 같이 한쪽 끝단 부근에서 완전한 직교망을 구성할 수 없는 경우에도 적용 가능함이 입증되어 있다.^(1,2)

Fig. 10은 균열형상 a/c_1 이 2.0인 경우에 대하여 가상균열단힘법에 의한 응력확대계수 해석 결과를 두께 방향을 따라 나타낸 것이다. 그림에서 본 해석 결과가 함께 나타낸 Fawaz⁽²⁾의 결과와 전반적으로 잘 일치함을 볼 수 있다. 또한 저자 등⁽⁸⁾은 2차원 접촉부와 3차원 관통균열을 포함한 유한요소해석의 타당성을 입증한 바 있다. 따라서 기계적 체결홀에 존재하는 타원호형 관통균열에 대한 본 연구에서의 유한요소망의 구성과 응력확대계수 계산이 타당하다고 할 수 있겠다.

5.2 기준응력확대계수 해석

각 가중함수에 포함된 미정계수들을 결정하기 위해서는 균열면상에 작용하는 식 (22)와 같은 형태의 기준하중에 대해 유한요소해석을 수행하고 이로부터 응력확대계수를 구해야 한다. Fig. 5의 본 해석 모델은 기하학적 대칭성이 없으므로 모델 전체에 대해 유한요소망을 구성하였고, 가상균열단힘법을 적용하여 이러한 기준응력확대계수

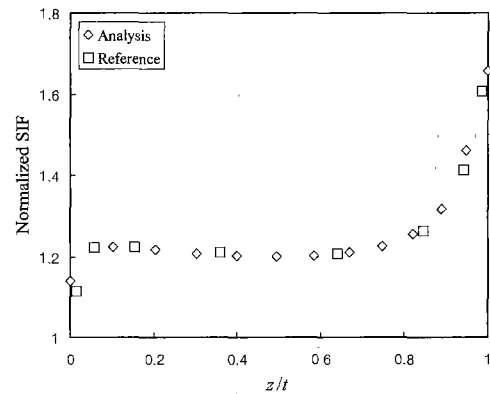


Fig. 10 Stress intensity factors for symmetric elliptical arc through cracks at a fastener hole

(reference stress intensity factor)를 구하였다.

Raju⁽¹⁴⁾는 2차원 균열에 대하여 위의 기준하중과 같이 균열면상에 작용하는 하중에 대한 가상균열단힘법의 적용에서는 약간의 수정 절차가 필요함을 제시하였다. 균열면상의 균일 분포력에 대한 해석에서 Fig. 11과 같이 a 와 $a+\Delta a$ 사이의 가상균열면에도 작용력과 동일한 형태의 분포력이 작용해야 실제의 균열과 가상균열에서 균열면 변위장이 동일하게 되어 가상균열단힘법의 기본가정을 만족하게 된다. 따라서 유한요소해석을 통한 응력확대계수 계산에서는 가상균열면상의 절점에 작용 분포력에 해당하는 등가절점력(equivalent nodal force)이 추가되어야 한다. 본 연구에서는 이러한 균열면 하중에 대한 수정 절차를 3차원 균열문제에 적용하였다.

Fig. 12는 타원형 균열의 기본 모델인 유한평판에 존재하는 반타원 표면균열에 대하여 균열면상에 작용하는 균일 인장력에 대한 응력확대계수 해석 결과를 나타낸 것이다. 이는 외부에 작용하는 균일 인장력에 대한 응력확대계수와 등가이며 따라서 이에 대한 Raju와 Newman⁽¹⁶⁾의 결과와 비교하였다. 그림에서 일반적인 가상균열단힘법에 의해 계산한 응력확대계수는 실제보다 작게 평가되며, 가상균열면상에 등가절점력을 추가하는 수정 후에 타당한 결과를 얻을 수 있음을 볼 수 있다.

Table 1, 2는 각각 $a/t=1.2$ 인 타원호형 관통균열의 선단 A와 선단 B에서의 기준응력확대계수를

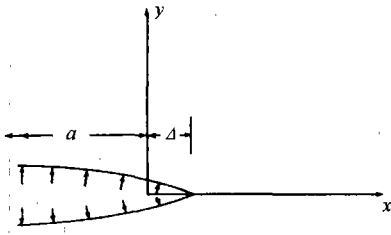


Fig. 11 Modification of virtual crack closure technique for crack face loading⁽¹⁴⁾

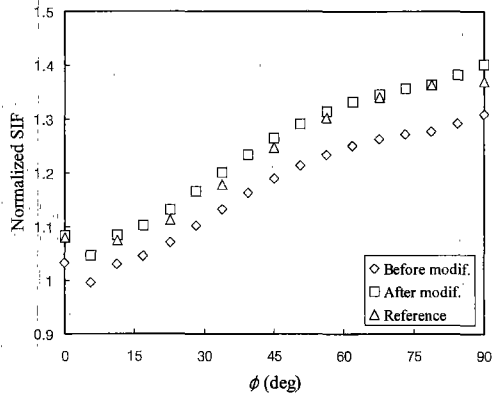


Fig. 12 Stress intensity factors for semi-elliptical surface crack in finite-width plate under uniform crack face loading

위의 가상균열닫힘법의 수정 절차를 통해 구한 결과를 나타낸다.

본 연구에서는 4장에서 언급한 바와 같이 선단 A에 대한 가중함수들은 3개씩의, 선단 B에 대한 가중함수들은 6개씩의 미정계수를 포함하는 함수로 설정하였다. 이를 결정하기 위하여 선단 A와 선단 B에 대해서 각각 3개씩과 6개씩의 기준응력확대계수를 해석하였고 표에는 값의 경향을 확인하기 위하여 각각 2개씩의 기준응력확대계수만을 나타내었다. 또한 전단응력 τ_{yz} 는 무시할 수 있었으므로, 선단 A에 대해서는 기준하중으로 σ_y 와 τ_{xy} 만을 고려하였으나, 선단 B에 대해서는 τ_{xy} 만을 선단 B의 국부좌표계로 변환하여도 2개의 전단응력 성분이 모두 존재하므로 기준하중으로 σ_y , τ_{xy} , τ_{yz} 모두를 고려하였다.

표에서 전단응력과 모드 I와의 커플링 효과를 나타내는 $F_I^{(\tau_x)}$, $F_I^{(\tau_y)}$, $F_I^{(\tau_z)}$ 항과, 수직응력과 모

Table 1 Reference stress intensity factors at tip A of elliptical arc through cracks

a/c_1	1.2	1.5	1.8
$F_I^{(\sigma)}(A,1)$	1.205	0.9963	0.8660
$F_I^{(\sigma)}(A,2)$	0.4160	0.3436	0.2996
$F_I^{(\tau_x)}(A,1)$	2.42E-3	2.21E-3	4.74E-5
$F_I^{(\tau_x)}(A,2)$	5.51E-4	4.23E-5	6.99E-4
$F_{II}^{(\sigma)}(A,1)$	9.93E-4	2.35E-3	2.25E-3
$F_{II}^{(\sigma)}(A,2)$	1.38E-4	6.17E-4	2.47E-4
$F_{II}^{(\tau_x)}(A,1)$	1.363	1.133	0.9832
$F_{II}^{(\tau_x)}(A,2)$	0.5463	0.4544	0.3946
$F_{III}^{(\sigma)}(A,1)$	-1.19E-3	-4.48E-5	-6.52E-5
$F_{III}^{(\sigma)}(A,2)$	-3.75E-5	-2.89E-5	-2.99E-5
$F_{III}^{(\tau_x)}(A,1)$	-0.4162	-0.3553	-0.3116
$F_{III}^{(\tau_x)}(A,2)$	-0.2011	-0.1757	-0.1568

Table 2 Reference stress intensity factors at tip B of elliptical arc through cracks

a/c_1	1.2	1.5	1.8
$F_I^{(\sigma)}(B,1)$	1.582	1.265	1.061
$F_I^{(\sigma)}(B,2)$	0.9749	0.7808	0.6563
$F_I^{(\tau_x)}(B,1)$	6.75E-3	3.57E-5	5.36E-3
$F_I^{(\tau_x)}(B,2)$	5.47E-3	1.95E-5	1.27E-5
$F_I^{(\tau_y)}(B,1)$	2.36E-4	6.61E-3	4.94E-5
$F_I^{(\tau_y)}(B,2)$	4.98E-3	6.35E-5	1.44E-3
$F_{II}^{(\sigma)}(B,1)$	1.31E-3	2.19E-3	7.81E-5
$F_{II}^{(\sigma)}(B,2)$	1.52E-3	3.70E-4	5.30E-5
$F_{II}^{(\tau_x)}(B,1)$	4.832	3.288	2.412
$F_{II}^{(\tau_x)}(B,2)$	3.167	2.155	1.584
$F_{II}^{(\tau_y)}(B,1)$	-2.304	-1.715	-1.336
$F_{II}^{(\tau_y)}(B,2)$	-1.461	-1.092	-0.8550
$F_{III}^{(\sigma)}(B,1)$	-1.08E-3	-2.03E-3	-6.09E-5
$F_{III}^{(\sigma)}(B,2)$	-1.33E-3	-7.83E-4	-3.62E-5
$F_{III}^{(\tau_x)}(B,1)$	0.2770	0.3176	0.3510
$F_{III}^{(\tau_x)}(B,2)$	0.2576	0.1178	0.1864
$F_{III}^{(\tau_y)}(B,1)$	-2.191	-1.742	-1.458
$F_{III}^{(\tau_y)}(B,2)$	-1.248	-0.9983	-0.8418

드 II 및 모드 III와의 커플링 효과를 나타내는 $F_{II}^{(\sigma)}$, $F_{II}^{(\tau_x)}$, $F_{II}^{(\tau_y)}$, $F_{III}^{(\sigma)}$, $F_{III}^{(\tau_x)}$ 항들은 거의 0에 가까운 값을 나타냄을 볼 수 있다. Fett 등⁽⁷⁾의 연구

에서와 같은 계면 근방의 균열이나 기하학적 비대칭성이 심한 문제의 경우에는 이러한 값들도 고려되어야 하겠으나, 기계적 체결홀에 존재하는 타원호형 관통균열에서는 이 값들을 계수에 포함하는 가중함수들은 응력확대계수 계산에서 고려하지 않아도 될 것이다. 따라서 식 (12)~(14)와 (16)~(18)은 τ_{yz} 항을 무시하고, 커플링 효과를 포함하는 가중함수들을 무시하여 선단 A에 대해서는 식 (32)~(34), 선단 B에 대해서는 식 (35)~(37)로 간략화할 수 있으며, 본 연구에서는 이를 적용하여 혼합모드 응력확대계수를 해석하였다.

$$K_{I(A)} = \int_0^{c_1} h_{I(A)}^{(\sigma_y)}(x, c_1) \sigma_y(x) dx \quad (32)$$

$$K_{II(A)} = \int_0^{c_1} h_{II(A)}^{(\tau_{xy})}(x, c_1) \tau_{xy}(x) dx \quad (33)$$

$$K_{III(A)} = \int_0^{c_1} h_{III(A)}^{(\tau_{yz})}(x, c_1) \tau_{yz}(x) dx \quad (34)$$

5.3 가중함수법 적용의 타당성 검토

Table 3은 서로 다른 균열형상과 간극조건에 대하여 본 연구에서의 가중함수법을 적용하여 구한 선단 A와 선단 B에서의 모드 I, 모드 II, 모드 III 응력확대계수를 유한요소해석에 의한 결과와 함께 나타낸 것이다. 표에서 WFM이 가중함수법에 의한 결과를 나타내며, 이는 기준하중에 대한 유한요소해석 결과를 바탕으로 가중함수의 계수

를 결정하고, 균열이 없는 모델에 대한 응력해석을 통해 얻은 균열면상의 수직응력과 전단응력을 적절한 x 의 다항식으로 곡선적합(curve fitting)한 후 식 (32)~(37)과 같이 이들의 곱을 적분하여 계산한 결과이다. 표에서 FEM은 타당성 검토의 기준이 되는 값으로 타원호형 관통균열과 접촉부를 포함한 3차원 유한요소해석을 수행하고 이로부터 응력확대계수를 구한 결과를 나타낸다.

표에서 선단 A와 선단 B에서의 모드 I, 모드 II, 모드 III 응력확대계수 6개의 성분을 모두 고려할 때, 균열형상 및 간극의 크기에 상관없이 가중함수법에 의한 결과가 유한요소해석에 의한 결과와 비교적 잘 일치함을 볼 수 있다. 그러나 특징의 균열형상에서 선단 B의 모드 III 응력확대계수에 최대 10%정도의 다소 큰 오차가 나타나며, 전체적으로 모드 I에 비하여 모드 II 및 모드 III에 대한 오차가 다소 크다. 본 가중함수법에서는 4개의 항으로 구성된 가중함수를 사용하였는데, 만약 항의 수를 증가시키면 이러한 특정 항의 오차도 줄일 수 있을 것으로 생각된다. 또한 본 연구에서는 균열 없는 모델의 응력장을 1차원으로 가정하여 가중함수법을 적용하였는데, Fig. 8에서 균열이 없는 모델에서의 전단응력 분포가 수직응력에 비해 두께 방향으로의 차이가 약간 크게 나타나며 이로 인해 모드 II와 모드 III에 대한 오차가 다소 큰 것으로 판단된다. 따라서 균

$$K_{I(B)} = \int_0^{c_2} h_{I(B),1}^{(\sigma_y)}(x, c_2) \sigma_y(x) dx + \int_{c_2}^{c_1} h_{I(B),2}^{(\sigma_y)}(x, c_2) \sigma_y(x) dx \quad (35)$$

$$K_{II(B)} = \int_0^{c_2} \{h_{II(B),1}^{(\tau_{xy})}(x, c_2) \tau_{xy}(x) + h_{II(B),1}^{(\tau_{yz})}(x, c_2) \tau_{yz}(x)\} dx + \int_{c_2}^{c_1} \{h_{II(B),2}^{(\tau_{xy})}(x, c_2) \tau_{xy}(x) + h_{II(B),2}^{(\tau_{yz})}(x, c_2) \tau_{yz}(x)\} dx \quad (36)$$

$$K_{III(B)} = \int_0^{c_2} \{h_{III(B),1}^{(\tau_{xy})}(x, c_2) \tau_{xy}(x) + h_{III(B),1}^{(\tau_{yz})}(x, c_2) \tau_{yz}(x)\} dx + \int_{c_2}^{c_1} \{h_{III(B),2}^{(\tau_{xy})}(x, c_2) \tau_{xy}(x) + h_{III(B),2}^{(\tau_{yz})}(x, c_2) \tau_{yz}(x)\} dx \quad (37)$$

Table 3 Stress intensity factors for elliptical arc through cracks at mechanical fastener holes by weight function method and finite element method

Position	Mode	$a/t=1.2, a/c_1=1.5$				$a/t=1.5, a/c_1=0.9$			
		clearance=1%		clearance=5%		clearance=1%		clearance=5%	
		WFM	FEM	WFM	FEM	WFM	FEM	WFM	FEM
Tip A	$F_{I(A)}$	2.266	2.196	2.291	2.228	2.309	2.262	2.343	2.300
	$F_{II(A)}$	0.3704	0.3743	0.4231	0.4251	0.4113	0.3904	0.5193	0.5049
	$F_{III(A)}$	-0.1145	-0.1185	-0.1291	-0.1314	-0.1226	-0.1222	-0.1540	-0.1559
Tip B	$F_{I(B)}$	3.705	3.643	3.712	3.656	3.423	3.457	3.476	3.511
	$F_{II(B)}$	0.3419	0.3509	0.3727	0.3868	0.4932	0.4701	0.6043	0.6019
	$F_{III(B)}$	-0.3535	-0.3193	-0.3863	-0.3535	-0.4096	-0.4022	-0.5255	-0.5139

열이 없는 모델에 대한 응력장을 엄밀하게 2차원으로 고려하여 면적적분을 수행하는 가중함수법을 적용하게 된다면 정확도를 더욱 향상시킬 수 있을 것으로 기대된다.

그러나 항의 수를 4개에서 5개로 증가시킬 경우, 가중함수의 미정계수를 결정하기 위하여 선단 A의 경우에는 기준하중 σ_y 와 τ_{xy} 에 대하여 각각 하나씩, 선단 B의 경우에는 σ_y , τ_{xy} , τ_{yz} 에 대하여 각각 두 개씩의 추가적인 기준응력확대계수 해석이 필요하다. 더구나 미정계수 결정을 위한 연립방정식의 크기가 선단 B의 경우에는 8×8 로 증가하게 되어 훨씬 복잡한 절차를 따르게 된다. 그리고 2차원 응력장에 대한 가중함수법은 가중함수 자체를 2차원 함수로 설정하여야 하므로 대단히 어려운 접근이 되며, 기존의 타원형 균열에 대한 가중함수법의 적용과 관련된 연구들^(5,6)도 대부분 1차원 응력장으로 근사화할 수 있는 경우에 대해서만 적용되어 있다.

따라서 공학적인 측면에서 볼 때 약간의 정확도 향상을 위하여 위와 같은 매우 복잡한 절차를 따르는 것보다는 공학적 오차를 포함한 간단한 접근이 보다 효과적이라고 판단된다. 더구나 모든 I 응력확대계수의 경우는 본 연구의 가중함수법에 의한 결과가 최대 3% 내외로 유한요소해석 결과와 잘 일치한다. 그리고 본 연구의 대상인 기계적 체결홀에 존재하는 타원호형 관통균열에 대한 유한요소해석은 3차원 균열과 2차원 접촉부를 포함한 해석이어서 가중함수법의 적용에 필요한 균열 없는 모델에 대한 응력해석에 비해 대단히 많은 해석시간이 소요된다. 구체적으로 간극이 크기가 작아 접촉 면적이 큰 경우에는 단 한번의 해석에서 최대 50배 내외의 해석 시간이 걸린다. 따라서 Table 3에 나타난 정도의 오차 범위 내에서 가중함수법에 의한 혼합모드 응력확대계수 해석은 하중조건 및 간극조건을 달리하는 등의 여러 하중조건에 대한 해석에서 충분한 적용성을 갖는다고 할 수 있을 것이다.

Fig. 13은 $a/t=1.2$, $a/c_1=1.5$ 인 형상에 대한 가중함수들 중에서 $h_1^{(\sigma)}$ 와 $h_1^{(\tau)}$ 를 그래프로 그린 것이다. 그림에서 선단 A에 대한 가중함수는 $x=c_1$ 에서, 선단 B에 대한 가중함수는 $x=c_2$ 에서 특이성을 가지는 형태임을 볼 수 있다. 특히 선단 B에 대한 가중함수는 전체 균열면에 해당하

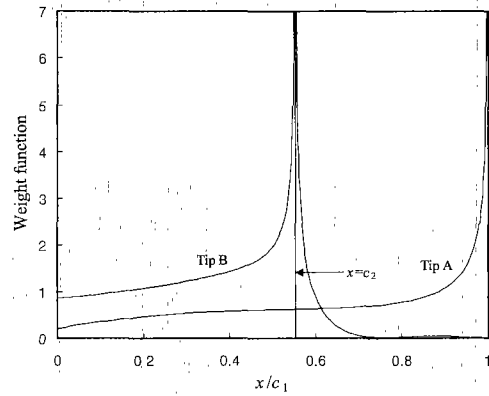


Fig. 13 Weight functions for an elliptical arc through crack at mechanical fastener holes

는 $[0, c_1]$ 을 정의역으로 가지면서 $x=c_2$ 에서 특이성을 포함하여야 하므로, 가중함수를 설정할 때 그림에서와 같이 이러한 조건을 만족하도록 $[0, c_2]$, $[c_2, c_1]$ 의 두 구간으로 나누어 설정하였다.

6. 결론

본 연구에서는 기계적 체결홀에 존재하는 타원호형 관통균열의 양 표면점에서의 혼합모드 응력확대계수 해석을 위한 가중함수법을 전개하였다. 타원형 모서리균열에 적용되었던 3차원 혼합모드 문제에 대한 가중함수법을 타원호형 관통균열에 수정 적용하였다. 타원호형 관통균열의 선단 A는 타원형 모서리균열의 표면점과 유사한 절차로 가중함수법을 적용할 수 있었으나, 선단 B는 특이성과 정의역의 조건을 모두 만족시키기 위하여 가중함수를 두 구간으로 나누어 설정하였고 전단 응력 성분을 국부좌표계로 변환하여 가중함수법을 적용하였다.

이러한 가중함수법에 의한 응력확대계수 해석 결과를 서로 다른 균열형상 및 간극 조건에 대하여 균열과 접촉부를 포함한 실제의 유한요소해석 결과와 비교하여 그 타당성을 입증하였다.

후 기

본 논문은 한국과학재단 산하 성균관대학교 산업설비 안전성평가 연구센터의 연구비 지원으로

이루어진 것으로서, 이에 관계자 여러분들께 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Fawaz, S. A., 1998, "Application of the Virtual Crack Closure Technique to Calculate Stress Intensity Factors for Through Cracks with an Elliptical Crack Front," *Engng. Fracture Mechanics*, Vol. 59, No. 3, pp. 327~342.
- (2) Fawaz, S. A., 1999, "Stress Intensity Factor Solutions for Part-Elliptical Through Cracks," *Engng. Fracture Mechanics*, Vol. 63, pp. 209~226.
- (3) Glinka, G. and Shen, G., 1991, "Universal Features of Weight Functions for Cracks in Mode I," *Engng. Fracture Mechanics*, Vol. 40, No. 6, pp. 1135~1146.
- (4) Wu, X. R. and Carlsson, A. J., 1991, "*Weight Functions and Stress Intensity Factor Solutions*," Pergamon Press, New York.
- (5) Wang, X. and Lambert, S. B., 1995, "Stress Intensity Factors for Low Aspect Ratio Semi-Elliptical Surface Cracks in Finite-thickness Plates Subjected to Nonuniform Stresses," *Engng. Fracture Mechanics*, Vol. 51, No. 4, pp. 517~532.
- (6) Kiciak, A., Glinka, G., Eman, M. and Shiratori, M., 1998, "Weight Functions and Stress Intensity Factors for Corner Quarter-Elliptical Crack in Finite Thickness Plate Subjected to In-plane Loading," *Engng. Fracture Mechanics*, Vol. 60, No. 2, pp. 221~238.
- (7) Fett, T., Munz, D. and Tilscher, M., 1997, "Weight Functions for Sub-Interface Cracks," *Int J. of Solids and Structures*, Vol. 34, No. 3, pp. 393~400.
- (8) 허성필, 양원호, 김철, 2001, "가중함수법에 의한 기계적 체결부에 존재하는 타원형 모서리균열의 혼합모드 응력확대계수," 대한기계학회논문집 A권, 제25권, 제4호, pp. 703~713.
- (9) Cartwright, D. J. and Parker, A. P., 1982, "Opening Mode Stress Intensity Factor for Cracks in Pin-Loads Joints," *Int. J. of Fracture*, Vol. 18, No. 1, pp. 65~78.
- (10) Ju, S. H., 1997, "Stress Intensity Factors for Cracks in Bolted Joints," *Int J. of Fracture*, Vol. 84, pp. 129~141.
- (11) Lin, X. B. and Smith, R. A., 1999, "Stress Intensity Factors for Corner Cracks Emanating from Fastener Holes under Tension," *Engng. Fracture Mechanics*, Vol. 62, pp. 535~553.
- (12) Rice, J., 1972, "Some Remarks on Elastic Crack-Tip Stress Field," *Int. J. of Solids and Structures*, Vol. 8, pp. 751~758.
- (13) Anderson, T. L., 1994, "*Fracture Mechanics*," CRC Press, Florida.
- (14) Raju, I. S., 1986, "Calculation of Strain-Energy Release Rates with Higher Order and Singular Finite Elements," *Engng. Fracture Mechanics*, Vol. 28, No. 3, pp. 251~274.
- (15) Shivakumar, K. N, Tan., P. W. and Newman Jr., J. C., 1988, "A Virtual Crack-Closure Technique for Calculating Stress Intensity Factors for Cracked Three Dimensional Bodies," *Int. J. of Fracture*, Vol. 36, pp. R43~R50.
- (16) Raju, I. S. and Newman Jr., J. C., 1979, "Stress-Intensity Factors for a Wide Range of Semi-Elliptical Surface Cracks in Finite-Thickness Plates," *Engng. Fracture Mechanics*, Vol. 11, pp. 817~829.