

〈논 문〉

실험모드해석에 의한 다점지지된 연속원통셸의  
진동특성에 관한 연구

A Study on the Vibrational Characteristics of the Continuous Circular Cylindrical Shell with the Multiple Supports Using the Experimental Modal Analysis

한 창 환\* · 이 영 신\*\*

Chang-Hwan Han and Young-Shin Lee

(2001년 3월 2일 접수 : 2001년 6월 26일 심사완료)

**Key Words :** Receptance Method(동적응답법), Experimental Modal Analysis(실험모드해석), Continuous Circular Cylindrical Shell(연속원통셸), Modal Expansion Method(모드확장법), Frequency Response Function(주파수응답함수)

**ABSTRACT**

An experimental modal analysis is the process to identify structure's dynamic characteristics such as resonant frequencies, damping values and mode shapes. An experimental model was made of stainless steel in the shape of a circular cylindrical shell and installed on the test bed with jigs. For investigating vibrational characteristics of the continuous circular cylindrical shell with intermediate supports, modal testing is performed by using impact hammer, accelerometer and 8-channel FFT analyzer. The frequency response function(FRF) measurements are also made on the experimental model within the frequency range from 0 to 4kHz. Modal parameters are identified from resonant peaks in the FRF's and animated deformation patterns associated with each of the resonances are shown on a computer screen. The experimental results are compared with analytical and FEA results.

**1. 서 론**

원통셸 형태의 구조물은 항공기, 우주비행체, 원자로, 미사일 또는 잠수함 등 고성능의 구조물뿐만 아니라 공장 또는 산업설비에 사용되는 대형 송유관, 가스관, 핵연료봉 또는 시설배관 등에 많이 사용되고 있다. 또한 항공기 동력장치(powerplant)등에 사용되는 연료관(fuel pipe) 또는 유압관 같은 작은 구조물

에서도 찾아 볼 수 있다. 이러한 구조물은 다점지지된 연속원통셸(continuous circular cylindrical shell)의 형태를 가지며, 동력장치, 지진, 바람, 또는 충격 등의 다양한 진동원에 노출되어 있기 때문에 공진에 의한 파손이 일어날 수 있다. 따라서 설계시 진동원에 의한 공진방지를 위한 구조물의 진동특성에 대한 분석이 요구된다.

본 연구에서 제시된 이론식<sup>(1)</sup>은 지지점에서 연속인 원통셸의 구조물에 대한 동특성을 동적응답법(receptance method)을 이용해서 유도한 식이며, 동적응답법은 지금까지 문헌상에서 많이 게재된 이론이다.<sup>(2~11)</sup> 이론식의 유도과정은 참고문헌 (1)에 자세히 기술되어 있다. 본 연구에서 진동실험은 이론해석의 타당성을 검증하기 위하여 수행되었으며, 실험결과를

\* 정희원, 한국항공우주연구원 소형기연구그룹  
E-mail : hanch@viva.kari.re.kr  
Tel : (042) 860-2513, Fax : (042) 860-2004

\*\* 정희원, 충남대학교 공과대학 기계설계공학과

이론해 및 FEA 결과와 비교·분석하여 본 논문에 제시하였다. 실험은 비교적 다루기가 용이한 충격가진법(impulse hammer method)을 이용하여 수행되었으며, 구조물의 가진에 의해 발생된 시간신호(time signal)를 푸리에 변환하여 주파수응답함수(FRF)를 추출하였다.

## 2. 이론적 배경

Fig. 1은 연속원통셀의 형상 및 좌표계를 나타내고 있다. 여기서  $L$ 은 전체길이,  $L_1, L_2, \dots, L_N$ 은 부분계(subsystem) A, B, …, Z의 스펜길이를 나타낸다.  $u_1, u_2, u_3$ 는 각각  $x, \theta, z$  방향의 변위이다. 또한  $a$ 는 반경,  $h$ 는 두께를 나타낸다.  $\alpha, \beta, \gamma, \dots, \chi, \psi$ 는 각 부분계의 동적응답(receptance)을 나타낸다.<sup>(3)</sup>

연속원통셀의 양단 및 중간 지지가 단순지지이고 축방향의 힘을 무시하면 경계조건은  $x=0, L_1, \dots, L_N$ 에서  $u_2 = u_3 = M_x = N_x = 0$ 이 된다.

모드확장법(modal expansion method)<sup>(12)</sup>을 이용해 전체 진동계의 횡변위를 나타낼 수 있고, 임의 위치에서의 동적변위를 얻기 위한 모드기여식(modal participation factor equation)은 식 (1)과 같이 쓸 수 있다.<sup>(12)</sup>

$$\ddot{\eta}_k + 2\zeta_k \omega_k \dot{\eta}_k + \omega_k^2 \eta_k = F_k^* e^{j\omega t} \quad (1)$$

여기서  $\eta_k$ (modal participation factor)는 모드기여계수이고, 모달감쇠계수  $\zeta_k$ 는 식 (2)와 같다.

$$\zeta_k = \frac{\lambda}{2\rho h \omega_k} \quad (2)$$

$\lambda$ 는 감쇠계수(damping factor),  $\rho h$ 는 단위면적당의 질량밀도(mass density),  $\omega_k$ 는  $k$ 번째 모드의 고유진동수이다.

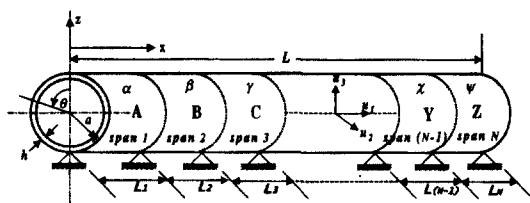


Fig. 1 Geometry and coordinate system of the analytical model

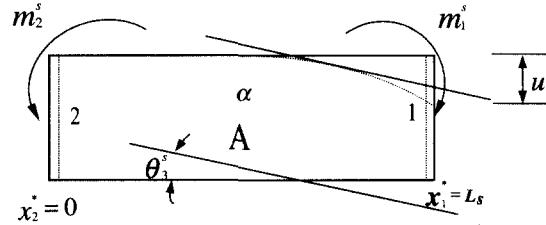


Fig. 2 Moments, displacements and slopes of the circular cylindrical shell simply supported at two end edges

Fig. 2에서 원통셀의 양단  $x_1^* = L_s, x_2^* = 0$ 에 작용하는 모멘트  $m_1^s, m_2^s$ 는 Dirac Delta함수를 이용하여 식 (3) 및 식 (4)와 같이 나타낼 수 있다.<sup>(1)</sup>

$$m_1^s(\alpha_1, \alpha_2, t) = M_{01}^s \cos(p\theta) \delta(x - x_1^*) e^{j\omega t} \quad (3)$$

$$m_2^s(\alpha_1, \alpha_2, t) = M_{02}^s \cos(p\theta) \delta(x) e^{j\omega t} \quad (4)$$

여기서  $\alpha_1, \alpha_2$ 는 곡면에 대한 일반좌표계<sup>(12)</sup>로 각각  $x, \theta$ 를 나타내고,  $M_{01}, M_{02}$ 는 단위길이당 모멘트 크기이다.  $p$ 는 정수이다.  $x$  방향의 굽힘모멘트(bending moment)에 대한  $F_k^*$ 는 식 (5)와 같다.<sup>(3)</sup>

$$\begin{aligned} F_k^* = & \frac{1}{\rho h N_k} \int_{\alpha_1} \int_{\alpha_2} [q_1 U_{1k} + q_2 U_{2k} + q_3 U_{3k} \\ & + \frac{U_{1k}}{2A_2} \frac{\partial T_n}{\partial \alpha_2} - \frac{U_{2k}}{2A_1} \frac{\partial T_n}{\partial \alpha_1} \\ & + \frac{U_{3k}}{A_1 A_2} \left( \frac{\partial(T_1 A_2)}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial(T_2 A_1)}{\partial \alpha_2} \right)] \\ & A_1 A_2 d\alpha_1 d\alpha_2 \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 원통셀의 경우  $A_1 = 1, A_2 = a$ 이다.

$$N_k = \int_{\alpha_1} \int_{\alpha_2} \left[ \sum_{i=1}^3 U_{ik}^2 \right] a d\alpha_1 d\alpha_2, \quad i = 1, 2, 3 \quad (6)$$

이 되고, 모멘트만 작용하면 3방향으로 작용하는 하중  $q_1 = q_2 = q_3 = 0$ 이 된다.  $T_1, T_2$ , 및  $T_n$ 은 각각  $\alpha_1, \alpha_2$  및 수직방향의 분포모멘트이고,  $U_{ik}$ 는 각 방향의 모드형상이다. 모드확장법을 사용하여 변위를 모달변위의 합으로 표현하면 식 (7)과 같다.

$$u_i^s(\alpha_1, \alpha_2, t) = \sum_{k=0}^{\infty} \eta_k(t) U_{ik}(\alpha_1, \alpha_2) e^{j\omega t}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (7)$$

식 (7)에서 모달감쇠 및 내평면 변위를 무시하면 횡변위는 식 (8)과 같이 된다.

$$u_3^s(\alpha_1, \alpha_2, t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{F_k^*}{(\omega_k^2 - \omega^2)} U_{3k}(\alpha_1, \alpha_2) e^{j\omega t} \quad (8)$$

여기서

$$\eta_k(t) = \frac{F_k^*}{(\omega_k^2 - \omega^2)} e^{i\omega t} \quad (9)$$

$\omega_k$ 는 각 부분계의 고유진동수이고  $\omega$ 는 구하고자 하는 연속원통셀의 고유진동수이다.  $F_k^*$ 는 식 (5)로부터  $x$ 를  $0 \sim L_s$ 까지 적분하면 식 (10) 및 식 (11)을 얻을 수 있다.

$$F_k^*|_{M_i^*} = -\frac{2M_{01}m}{\rho h L_s^2} \left[ \cos\left(\frac{m\pi x}{L_s}\right)|_{x=x_1^*} \right] \int_0^{2\pi} \cos n\theta \cos p\theta d\theta \quad (10)$$

$$F_k^*|_{M_i^*} = -\frac{2M_{02}m}{\rho h L_s^2} \left[ \cos\left(\frac{m\pi x}{L_s}\right)|_{x=x_2^*} \right] \int_0^{2\pi} \cos n\theta \cos p\theta d\theta \quad (11)$$

$F_k^*|_{M_i^*}$  및  $F_k^*|_{M_i^*}$ 는  $n \neq p$  일 때  $0^\circ$ 으로  $n = p$  일 때 식 (10) 및 식 (11)은 식 (12)과 같이 쓸 수 있다.

$$F_k^*|_{M_i^*} = -\frac{2M_{0i}\pi m}{\rho h L_s^2} \cos\left(\frac{m\pi x}{L_s}\right)|_{x=x_i^*}, \quad i=1, 2$$

여기서  $F_k^*|_{M_i^*}$ 는  $x_1^* = L_s$ ,  $F_k^*|_{M_i^*}$ 는  $x_2^* = 0$ 에서 값이다. 따라서 횡변위는 각각 식 (13), (14)와 같이 된다.

$$u_3^i(x, \theta, t)|_{M_i^*} = -\frac{2M_{01}}{\rho h L_s^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\pi m \cos(m\pi)}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} \sin\left(\frac{m\pi x}{L_s}\right) \cos(n\theta) e^{i\omega t} \quad (13)$$

$$u_3^i(x, \theta, t)|_{M_i^*} = -\frac{2M_{02}}{\rho h L_s^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\pi m \sin\left(\frac{m\pi x}{L_s}\right) \cos(n\theta)}{(\omega_{mn}^2 - \omega^2)} e^{i\omega t} \quad (14)$$

여기서 기울기는 식 (13), (14)를  $x$ 에 관하여 미분하여 구할 수 있다. 따라서 시스템 A의 동적응답  $a_{11}$ ,  $a_{12}$ ,  $a_{21}$ ,  $a_{22}$ 는 식 (13), 식 (14)를 식 (15)에 대입하여 구할 수 있다.

$$a_{11} = \frac{\theta_3^i(x=L_s, \theta, t)|_{M_i^*}}{M_1^i(x, \theta, t)} \quad (15-a)$$

$$a_{12} = \frac{\theta_3^i(x=L_s, \theta, t)|_{M_i^*}}{M_2^i(x, \theta, t)} \quad (15-b)$$

$$a_{21} = \frac{\theta_3^i(x=0, \theta, t)|_{M_i^*}}{M_1^i(x, \theta, t)} \quad (15-c)$$

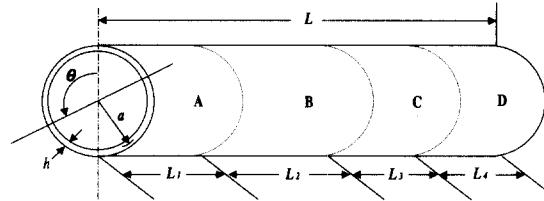


Fig. 3 Experimental model with 4 equal spans

$$a_{22} = \frac{\theta_3^i(x=0, \theta, t)|_{M_i^*}}{M_2^i(x, \theta, t)} \quad (15-d)$$

여기서  $a_{ij}$ 는 Fig. 2에서 보는 바와 같이  $i$ 는 변위(기울기)의 위치이며,  $j$ 는 힘(모멘트)의 작용위치를 나타낸다. 또한 힘의 평형과 변위의 연속조건으로부터 구한 진동수 방정식은 식 (15)와 같다.<sup>(1)</sup>

$$\begin{bmatrix} \alpha_{11} + \beta_{11} & -\beta_{12} & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ -\beta_{21} & \beta_{22} + \gamma_{22} & -\gamma_{23} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & -\gamma_{32} & \gamma_{33} + \delta_{33} - \delta_{34} & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -\delta_{43} & \delta_{44} + \dots & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\chi(N-2)(N-1) & \chi(N-1)(N-1) + \psi(N-1)(N-1) & 0 \end{bmatrix} = 0 \quad (16)$$

여기서 동일한 스팬길이(span length)를 갖는 경우 동적응답은 식 (17)과 같이 된다.

$$\alpha_{11} = \beta_{11} = \beta_{22} = \dots = \xi_{(N-2)(N-2)} = \xi_{(N-1)(N-1)} = \phi_{(N-1)(N-1)} \quad (17-a)$$

$$\beta_{12} = \beta_{21} = \dots = \xi_{(N-2)(N-1)} = \xi_{(N-1)(N-2)} \quad (17-b)$$

### 3. 실험모드해석

#### 3.1 실험모델

본 연구에서 사용된 실험모델은 Fig. 3과 같이 전체 길이( $L$ )가 1.0 m, 반경( $a$ ) 0.05 m, 두께( $h$ ) 0.001 m인 스테인리스강 원통셀이다. 사용된 재료는 등방성이며, 두께가 일정하다. 재료의 물성치는 탄성계수( $E$ )가 193 GPa, 전단탄성계수( $G$ )는 74 GPa, 포아송비( $\nu$ )는 0.27, 밀도( $\rho$ )는 7860 kg/m<sup>3</sup>이다. A, B, C, D는 각 스팬을 나타내며,  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$ ,  $L_4$ 는 이들 각 스팬의 길이다.

#### 3.2 실험장치

실험장치는 Fig. 4와 같으며, 구조물의 가진 해머(impact hammer), 응답신호 측정용 가속도계(accelerometer), 신호 증폭기(signal amplifier), 8 채

널을 가진 Spectral Dynamic 사의 자료획득 시스템(BOBCAT DAQ 5.32) 및 주파수분석기(STAR SYSTEM)로 구성되었다.

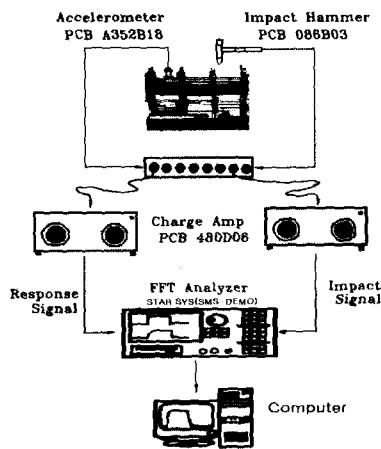


Fig. 4 Schematic diagram of modal test setup

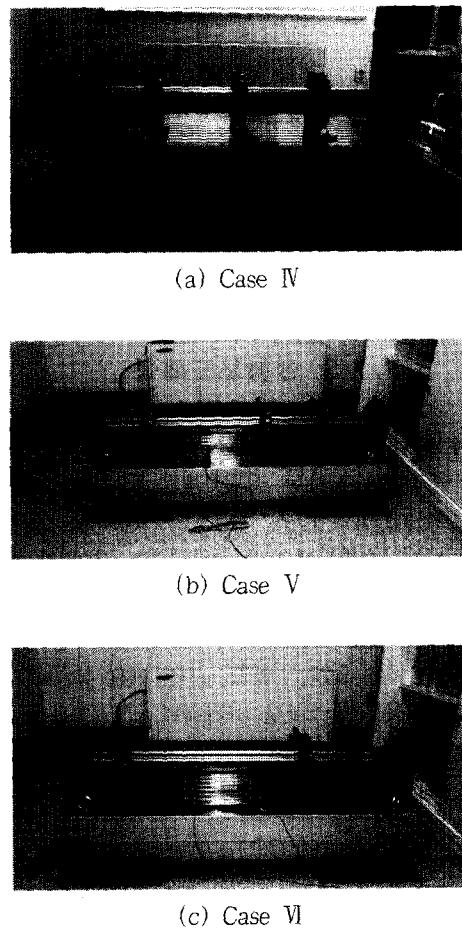


Fig. 5 View of experimental model installation

Table 1 Experimental modal test set-up for the number of supports(spans)

Case	No. of supports (No. of spans)	Span length(m)
I	2 (1)	1.0
II	3 (2)	0.5-0.5
III	4 (3)	0.33-0.33-0.33
IV	5 (4)	0.25-0.25-0.25-0.25
V	5 (4)	0.20-0.40-0.20-0.20
VI	5 (4)	0.15-0.55-0.15-0.15

### 3.3 모델장착

Fig. 5는 지그(jig)를 이용해 실험모델을 시험베드(test bed)에 장착한 모습이다. 시험베드는 충분한 질량(800 kgf)과 방진댐퍼를 가진 강체이다. 각 지점에서 단순지지 경계조건은 지그에 일정 간격으로 배열된 18개 볼트에 의해 구현되며, 이때 볼트의 지지점이 원주방향으로 등간격이 되도록 실험모델을 지그 장착부의 중심에 위치시키고 구조물이 변형되지 않을 정도로 볼트를 조여 지지하였다. 이와 같은 단순지지의 구현방법은 이영신 등<sup>(14)</sup>에 의해 시도되었으며, 직접 진동실험을 통하여 신뢰성도 입증되었다.

Fig. 5는 Table 1에 있는 case IV, V, VI의 실험모델을 장착한 모습이다. 여기서 (a)는 4개의 동일스팬(equal span)을 갖는 연속원통셀이며, (b), (c)는 3개의 동일스팬과 1개의 비동일스팬(unequal span)을 갖는 연속원통셀이다. 그림에서 보여 주는 바와 같이 스팬길이는 지그사이의 간격으로 결정된다.

### 3.4 진동실험

Table. 1은 본 연구에서 수행한 각 시험 case를 나타낸다. 여기서 case I, II, III, IV는 지지점의 수가 다른 동일스팬 연속원통셀에 대한 동특성을 해석을 위한 실험 case이며, case V, VI는 스팬길이가 다른 연속원통셀에 대한 동특성을 해석하기 위한 실험 case이다. 응답의 측정은 고정응답(fixed response) 방법으로서, 가속도계(accelerometer)를 구조물의 한 측정점에 고정하고 가진점을 이동하면서 타격하는 방법을 사용하였다. 본 실험에서 실험모델의 가진점(driving point)은 길이방향으로 33개, 원주방향으로 16개로 정하였으며, 타격할 때 원하는 모드가 가진 될 수 있도록 노드점(nodal point)을 피하여 가진점을 정하였다. 또한 실험장치의 setting시 5회의 가진

횟수를 평균하여, 가진오차를 최소화하고, 과부하(overload) 및 중복가진(double impact)의 입력을 제거시켜서 측정신호의 정확성을 기하고자 하였다. 시스템에 대한 주파수응답함수(FRF)를 시간 영역의 가진 및 응답신호를 주파수분석기로 푸리에 변환하여 구하고, 이 함수의 공진피크에서 고유진동수(natural frequency) 및 진동모드(vibration mode)를 추출하였다. 실험결과는 Table 2에 제시되었다.

#### 4. 유한요소 해석

유한요소해석(FEA)은 진동실험의 결과에 대한 신뢰성의 확인 차원에서 수행되었다. 해석 tool로는 ANSYS 5.3 상용프로그램이 사용되었다. FE 모델링은 Fig. 6과 같으며, 4 절점 shell 63 등방성 탄성쉘 요소를 사용하였다. 요소의 수는 길이방향으로 51개 원주방향으로 16개이며, 총 메쉬(mesh)의 수는 816 개, 절점(node) 수는 831개이다. FE 모델링시 UX, UY의 구속하고, UZ의 변위 및 RX, RY, RZ 방향의 회전을 허용하는 방법으로 단순지지 경계조건을 구현하였다. 해석결과를 Table 2에 제시하였다.

#### 5. 결과 및 고찰

Table 2는 FEA, 실험 및 이론해의 결과를 1차에서 5차까지 제시하고 있으며, 1차는 각 해석결과에 대한 기본진동수(fundamental frequency) 및 해당 모드를 나타낸다. 본 진동실험에서 설정된 주파수 영역(frequency range)은 0~4 kHz이다. 여기서 오차(error)는 실험결과에 대한 이론해의 오차를 나타낸다. 최대오차는 case III에서 12 %이고, 최소오차는 case II에서 0.2 %로서 해석결과들이 비교적 잘 일치하고 있다. 이러한 오차는 실험, 재료의 불성치 또는 이론적 가정 등에서 기인될 수 있다. 해석결과를 분석해 보면 고유진동수가 지지수에 따라 변하는데, 이것은 구속에 의한 구조물의 강성변화에 의해 나타나는 현상이다.

Fig. 7은 세로축에 모드수, 고유진동수 그리고 가로축에는 스펜수를 나타냈으며, 그래프에서 스펜수에 따른 모드의 변화를 볼 때 진동특성이 구속수(지지의 수)에 의존적임을 알 수 있다. 여기서 모드( $m, n$ )는 진동모드(vibration mode)로서,  $m$ 은 길이방향의 반파수(axial half-wave number)를 나타내고,  $n$ 은 원

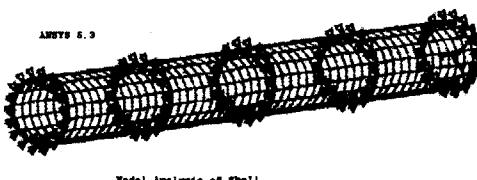


Fig. 6 FE Modeling of the continuous circular cylindrical shell with 4 equal spans

Table 2 Comparison of the natural frequencies of case I ~ IV for FEA, EXP and analytic results

Case \ Mode No	1st	2nd	3rd	4th	5th
Case I	FEA 265 (1,1)	270 (1,2)	426 (2,2)	724 (1,3)	746 (2,3)
	EXP 245 (1,1)	290 (1,2)	445 (2,2)	760 (1,3)	790 (2,3)
	Analytic 256 (1,1)	270 (1,2)	427 (2,2)	721 (1,3)	744 (2,3)
	Error(%) 4.3	7.4	4.2	5.4	6.2
Case II	FEA 425 (1,2)	566 (1,2)	753 (1,3)	969 (1,3)	982 (1,4)
	EXP 455 (1,2)	565 (1,2)	785 (1,3)	-	1020 (1,4)
	Analytic 456 (1,2)	531 (1,2)	756 (1,2)	812 (1,3)	978 (1,4)
	Error(%) 0.2	6.4	3.8	-	4.3
Case III	FEA 778 (1,2)	826 (1,3)	926 (1,2)	1240 (1,2)	1428 (1,4)
	EXP 820 (1,2)	865 (1,3)	995 (1,2)	1220 (1,2)	1490 (1,4)
	Analytic 809 (1,2)	874 (1,3)	1067 (1,2)	1388 (1,2)	1467 (1,4)
	Error(%) 1.4	1.0	6.7	12.0	1.6
Case IV	FEA 983 (1,3)	1042 (1,3)	1190 (1,2)	1281 (1,3)	1362 (1,4)
	EXP 1020 (1,3)	1090 (1,3)	1240 (1,2)	1300 (1,3)	1361 (1,4)
	Analytic 1001 (1,3)	1054 (1,3)	1093 (1,2)	1303 (1,3)	1346 (1,4)
	Error(%) 1.9	3.4	13.4	3.4	1.1

- FEA : Finite element analysis results(Hz)

- EXP : Experimental results(Hz)

주방향의 파수(circumferential wave number)를 나타낸다. 여기서 모드  $m, n$ 은 연속원통쉘의 한 스펜에서의 모드수로 나타났다. 스펜수에 따른 각 관심모드에 대한 고유진동수의 변화를 살펴보면, 단일 스펜(case I)인 경우에 모드  $m=1$ 일 때 모드  $n=1$ 에서 기본 진동수가 나타나며 파수  $n$ 이 순차적으로 증가하는 반면, 스펜수가 증가할수록 모드  $n$ 이 매우 유

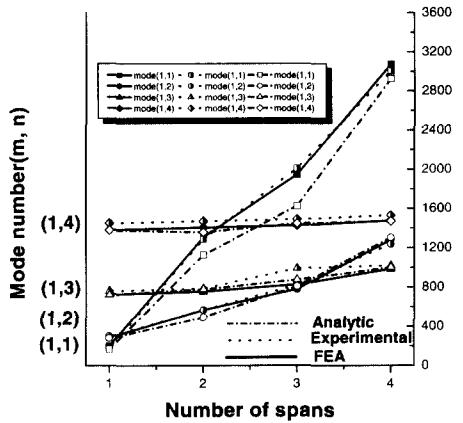


Fig. 7 Variation of natural frequencies for selected vibration modes with no. of spans varied

동적으로 나타난다(case II, III, IV). 모드 (1, 1)은 4 개의 동일스팬을 갖는 경우 매우 높은 고유진동수에서 나타나고 있다.

또한 스팬의 수가 증가하면 상대적으로 지지간격이 좁아져 길이방향 보다는 원주방향의 모드가 지배적으로 거동한다. 여기서 원통셀 형태의 구조물은 뼈 또는 판과 같이 모드가 진동수의 증가에 따라 순차적으로 나타나지 않는 것이 하나의 특성이다. 원통셀 구조물은 최저 진동수를 갖는 파수  $n$ 을 기준으로 하여 낮은 쪽에서는 신장에너지(stretching energy)에 의한 거동으로 인해 고유진동수가 점차 낮아지고, 높은 쪽에서는 굽힘에너지(bending energy)에 의한 거동으로 인해 점차 고유진동수가 증가한다.<sup>(15)</sup> 기본진동수는 이 두 에너지가 교차하는 점에서 나타난다. 따라서 고유진동수가 증가한다고 반드시 원주방향의 파수  $n$ 이 동시에 증가한다고 볼 수 없다. 이와 같은 특징을 본 연구에서도 확인할 수 있다. Fig. 8은 case IV, V, VI에 대한 기본진동수의 변화를 보여 주고 있으며, 연속원통셀의 스팬 중에서 최대 스팬의 특성이 구조물의 고유진동수에 미치는 영향을 나타내고 있다. 여기서 case VI의 기본진동수가 가장 낮게 나타났다. 이론해석과 실험결과와의 오차는 case IV의 경우 1.9 %, case V인 경우 14 %, case VI인 경우 약 15 % 정도이며 스팬의 길이가 다른 다점 지지의 경우에 오차가 더 크게 나타났다.

Fig. 9는 대표적으로 4개의 동일스팬 연속원통셀에 대한 주파수응답함수를 보여주고 있으며, 여기서 진폭(magnitude)은 로그 스케일(log scale)로 나타냈다.

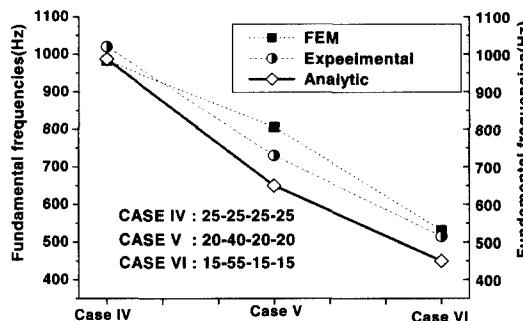


Fig. 8 Variation of the fundamental frequencies of case IV, V, VI

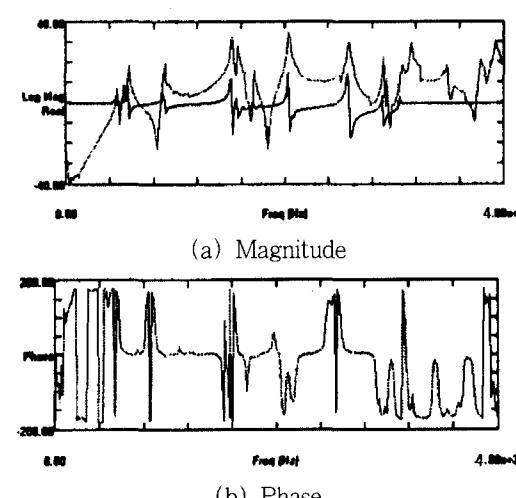


Fig. 9 Frequency Response Function(FRF) of the system in case IV

실험에서 모달 파라미터(modal parameter)는 주파수 응답함수의 공진파크(resonant peak)로부터 추출되고, 시간영역(time domain)의 가진신호와 응답신호를 주파수분석기(FFT Analyzer)로 후리에 변환하여 얻는다. Fig. 9는 주파수응답함수(FRF)를 크기(magnitude)와 위상(phase)을 같이 보여주고 있다.

Fig. 10은 다점지지 연속원통셀의 길이방향 및 원주방향의 모드형상을 보여주고 있고, Fig. 11은 길이방향의 모드형상을 보여주고 있다. 여기서 Fig. 10은 ANSYS 5.3을 이용하여 구한 모드형상이고, Fig. 11은 이론해석 및 실험을 통해서 얻은 모드형상을 나타낸다. Fig. 12에서 보여 주는 원주방향의 모드형상은 원통셀과 매우 유사하게 거동하고 있음을 알 수 있다. 역시 모드형상은 유한요소 해석, 이론해석 및 실험해석결과가 서로 잘 일치하고 있다. 실험을 통해서 구

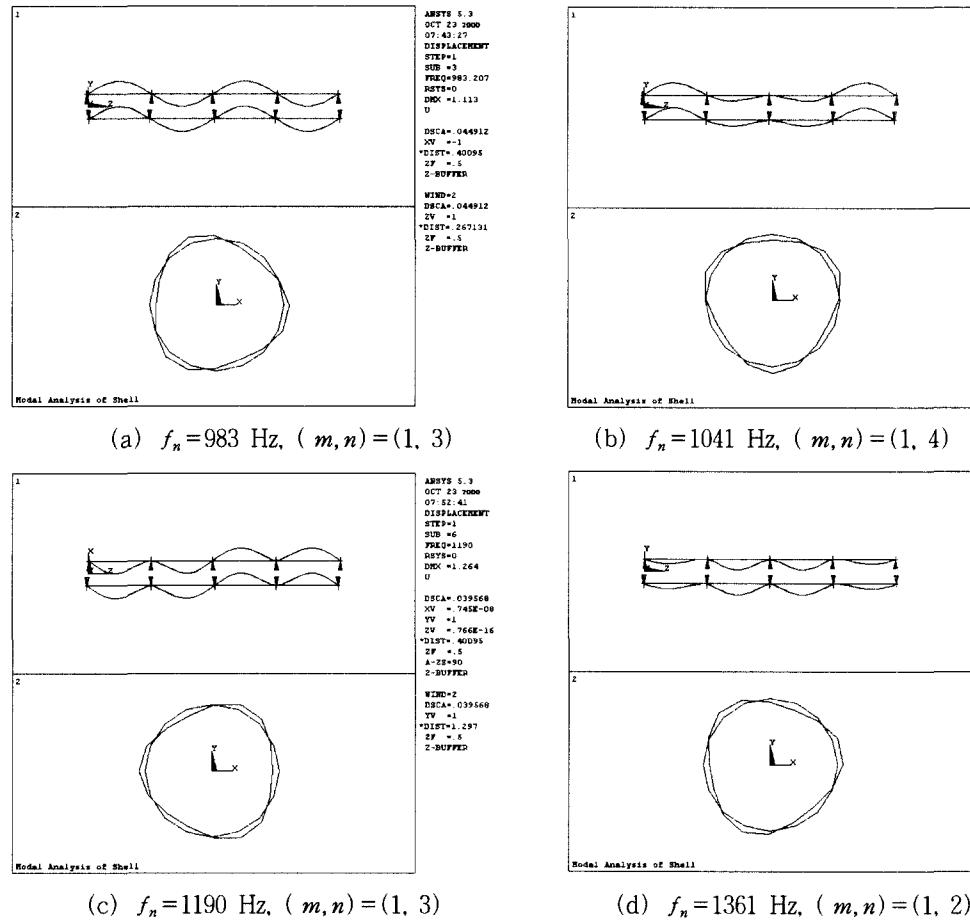


Fig. 10 Mode shapes of the circular cylindrical shell with 4 equal spans from ANSYS 5.3

한 모드형상은 STAR SYSTEM에서 제공하는 애니메이션 프로그램을 통해 얻었고 이론해석으로 얻은 모드형상은 Mathematica 3.0을 사용하여 구하였다. 실험을 통해 얻은 길이방향의 모드형상은 변형전과 교차하는 부분이 단순지지점이 된다. 길이방향의 모드형상은 Fig. 10 및 Fig. 11에서 보는 바와 같이 각 스팬의 진폭이 일정한 굽힘모드(bending mode) 및 진폭이 다른 굽힘모드가 나타낸다. 이러한 진폭의 차이 현상은 연속원통셀에서 나타나는 중간지지점의 구속에 의한 진동특성이다. 원주방향의 진동모드는 일반 원통셀과 매우 유사하다.

Fig. 12에서 보는 바와 같이 (a) 및 (b)는  $m=1$  일 때 case I의 원주방향의 1차 및 2차 모드형상이며, (c) 및 (d)는 case IV의 원주방향의 3차 및 4차 모드형상이다. 이들 모드형상들은 원통셀의 모드형상들과 매우 유사함을 알 수 있다. (a)는 반경보다 스

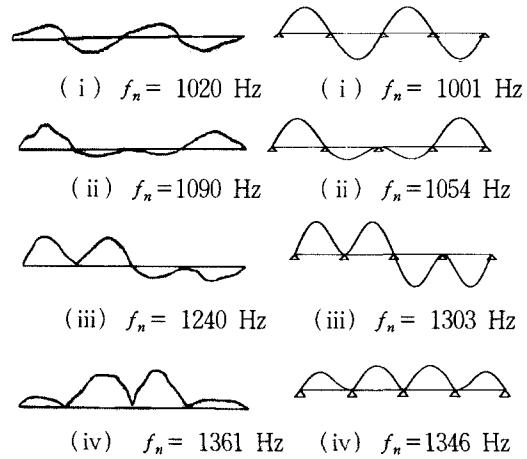


Fig. 11 Mode shapes in the axial direction of the circular cylindrical shell with 4 equal spans from experimental and analytic method  
 (a) Experimental,  $m=1$       (b) Analytic,  $m=1$

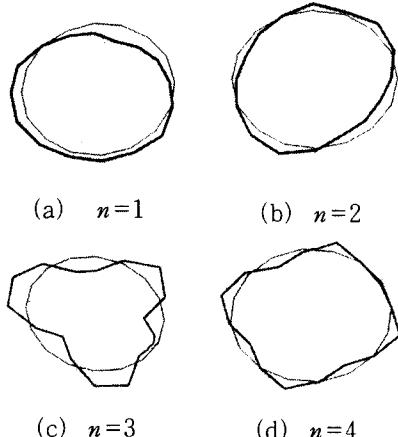


Fig. 12 Mode shapes in the circumferential direction of the circular cylindrical shell with 4 equal spans from STAR SYSTEM

팬이 상대적으로 매우 긴 구조물에서 나타나는 모드로서 본 실험에서는 case I에서는 최저 진동수에서 나타나고 case IV에서는 매우 높은 진동수에서 나타나고 있다. 따라서 반경이 일정할 때 스팬길이가 짧아지면 원주방향의 모드가 지배적으로 거동한다. 본 연구에서 원주방향의 모드형상은 FEA 및 실험결과만 제시하였다.

## 6. 결 론

본 연구에서 다점 단순지지된 연속원통셀에 대한 이론해의 타당성을 검증하고자 FEA 및 실험에 의한 모드해석이 수행되었다. 실험에서 해당 고유진동수에 대한 진동모드를 STAR SYSTEM이 제공하는 애니메이션 프로그램을 이용해 신속하게 확인할 수 있어 해석에 많은 도움이 되었다. 자료획득시 충격해머를 이용하여 구조물을 가진하고 가속도계로 응답신호를 측정하였으며, 주파수분석기를 이용해 이를 신호로부터 주파수응답함수(FRF)를 얻었다. 본 시험결과를 간단히 요약하면 다음과 같다.

(1) 이론 및 실험값을 비교·분석한 결과, 동일스팬을 갖는 연속원통셀의 경우 고유진동수가 서로 잘 일치하여 만족스런 결과를 얻은 반면, 스팬길이가 동일하지 않은 연속원통셀의 경우 기본진동수에서 다소 오차를 보였다.

(2) 다점 지지된 연속원통셀은 스팬에 따라 진폭의 변화 등 원통셀의 거동과 많은 차이가 있었으며, 특

히 본 연구에서 제시한 바와 같이 길이방향에 대한 4개의 대표적인 모드를 확인할 수 있었다.

(3) 중간 지지가 없는 case I은 모드 ( $m, n$ )=(1, 1)에서 기본 진동수를 가지나 지지수가 증가하면 모드 ( $m, n$ )=(1, 1)의 진동수는 급격히 증가하고 원주방향의 파수  $n$ 이 보다 더 큰 파수에서 최저진동수가 나타난다. 이것은 스팬의 길이가 짧아 질수록 원주방향의 모드가 지배적으로 거동하기 때문이다.

(4) 전체길이가 일정할 때 지지의 수가 구조물의 동특성을 변화시키는데 이것은 구속에 의한 강성의 변화에 기인한 것이며, 기본진동수도 이를 중간지지의 수에 매우 민감하게 반응함을 알 수 있다.

(5) 다점지지 형태의 구조물의 경우 형상치수 또는 구속조건의 변경에 의한 진동특성의 개선보다 다점지지를 이용하는 것이 효과적이다.

## 참 고 문 헌

- (1) 이영신, 한창환, 2000, “동적응답법을 이용한 다점 단순지지된 연속원통셀의 자유진동해석”, 한국소음진동공학회지, Vol. 12, No. 6, pp. 998~1008.
- (2) Azimi, S., Hamilton, J. F. and Soedel, W., 1986, Natural Frequencies and Modes Shape of Cylindrical Polygonal Ducts Using Receptance Methods,” Journal of Sound and Vibration, Vol. 109, No. 1, pp. 79~88.
- (3) Huang, D. T. and Soedel, W., 1993, Study of the Forced Vibration of Shell-Plate Combinations Using the Receptance Method,” Journal of Sound and Vibration, Vol. 166, No. 2, pp. 341~369.
- (4) Missaoui, J., Cheng, L. and Richard, M. J., 1995, Free and Forced Vibration of a Cylindrical Shell with a Floor Partition,” Journal of Sound and Vibration, Vol. 190, No. 1, pp. 21~40.
- (5) Irie, T., Yamada, G. and Kobayashi, Y., 1985, “Natural Frequencies of Circular Cylindrical Shell with Longitudinal Exterior Plates,” Journal of Sound and Vibration, Vol. 101, No. 2, pp. 257~261.
- (6) 이영신, 최명환, 1999, “내부판 구조물이 결합된 강 및 평직복합재료 원통셀의 구조진동 특성연구,” 한국소음진동공학회지, Vol. 9, No. 1, pp. 149~162.

- (7) 한창환, 이영신, 1999, “외부에 사각판이 결합된 원통셸의 자유진동해석,” 한국소음진동공학회, 추계학술대회논문집, pp. 402~407.
- (8) Moskalenko, V. N., 1975, “Frequency Spectra and Mode of Free Vibrations of Doubly Periodic Systems,” Journal of Applied Mathematics and Mechanics, Vol. 39, pp. 503~510.
- (9) Azimi, S., Hamilton, J. F. and Soedel, W., 1984, “The Receptance Method Applied to the Free Vibration of Continuous Rectangular Plates,” Journal of Sound and Vibration, Vol. 93, No. 1, pp. 9~29.
- (10) Huang, D. T. and Soedel, W., 1993, “Natural Frequencies and Mode Shapes of a Circular Plate Welded to a Circular Cylindrical Shell at Arbitrary Axial Positions,” Journal of Sound and Vibration, Vol. 163, No. 3, pp. 403~427.
- (11) Yim, J. S., Sohn, D. S. and Lee, Y. S., 1998, “Free Vibration of Clamped-Free Circular Cylindrical Shell with a Plate Attached at an Arbitrary Axial Position,” Journal of Sound and Vibration, Vol. 213, No. 1, pp. 75~88.
- (12) Soedel, W., 1993, Vibrations of Shells and Plates, Marcel Dekker, Inc., New York, Second Edition.
- (13) Blevins, R. D., 1979, Formulas for Natural Frequency and Mode Shape, Van Nostrand Reinhold Co., New York.
- (14) 이영신, 최명환, 신도섭, 1999, “단순지지된 Steel 및 GFRP 복합재료 원통셸의 자유진동특성,” 한국소음진동공학회지, Vol. 9, No. 2, pp. 273~284.
- (15) Leissa, A. W., 1973, Vibration of shell, NASA SP-288, National Aeronautics and Space Administration.