퍼지 비교 기반 퍼지 숫자의 등급과 방법
(A Ranking Method for Fuzzy Numbers based on Fuzzy Comparisons)

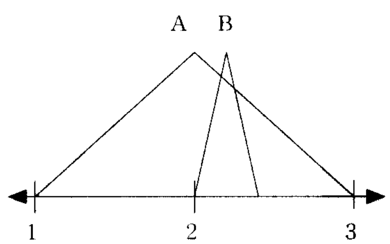
이 지 형 † 이 광 형 ††
(Jee Hyong Lee) (Kwang Hyung Lee)

요 약 퍼지숫자의 정렬은 퍼지숫자를 크기 순서로 나열을 하는 것이다. 일반적으로 퍼지숫자의 정렬을 위해서는 퍼지숫자 사이의 비교가 필요한데, 퍼지숫자가 명확하지 않은 값을 표현하기 때문에, 그 비교결과 역시 명확하지 않을 수 있다. 따라서 그 비교결과를 이용한 정렬결과 역시 명확하지 않을 수 있다. 그러나 지금까지 대부분의 연구는 퍼지숫자의 정렬 결과를 하나의 배열로만 명확하게 표현하였다. 본 논문에서는 이러한 점을 고려하여 퍼지만족함수를 이용한 퍼지숫자 정렬방법을 제안한다. 퍼지만족함수는 두 퍼지숫자를 비교하여 그 대소를 0과 1사이의 퍼지집합으로 표현하는 퍼지비교방법이다. 제안하는 방법은 정렬결과로 단순히 하나의 배열만을 생성하지 않고, 퍼지숫자가 겹쳐서 생길 수 있는, 다른 가능한 정렬결과들을 생성한다.

Abstract For ranking fuzzy numbers, comparisons between fuzzy numbers are necessary. However, the comparison results can be vague since fuzzy numbers represent vague numeric values. Thus, ranking results of fuzzy numbers, which are based on comparisons between fuzzy numbers, could also be vague. This means that there could be several possible ranking sequences of fuzzy numbers. There have been proposed many ranking methods for fuzzy numbers. However, most of them generate only one ranking sequence. In this paper, we present a ranking method for fuzzy numbers using the fuzzy satisfaction function. The fuzzy satisfaction function fuzzily represents the comparison results between fuzzy numbers. Our method generates several possible ranking sequences of the given fuzzy numbers using the fuzzy satisfaction function.

1. 서 론

퍼지숫자는 애매모호한 값을 표현하는데 적합하므로 많은 분야에서 적용되어 왔다. 따라서 퍼지숫자를 다루고 처리하기 위한 많은 방법들이 제안되고 개발되었는데[1], 그 중에서 퍼지숫자를 크기 순으로 나열하는 퍼지숫자의 정렬은 여러 분야에서 많이 사용되는 중요한 것이다[2-11]. 그러나 퍼지숫자가 명확하지 않은 값을 표현하고 있기 때문에, 이러한 값을 비교하여 그 크기 순으로 나열한다는 것은 쉽지 않다. 더욱이 퍼지숫자가 명확하지 않은 값이기 때문에 퍼지숫자를 정렬한 결과 역시 명확하게 표현되지 않을 수 있다. 그러나 기존의 퍼지숫자의 정렬방법들은 퍼지숫자의 정렬 결과를 하나의 배열로만 표현하였다. 그것들은 퍼지숫자의 정렬에 존재하는 애매모호성을 배제하고 하나의 배열로써 명확하게 표현하려 하였다.



A=(1.0,2.0,3.0), B=(2.0,2.2,2.4)

그림 1 두 퍼지숫자

· 본 연구는 첨단정보기술 연구센터를 통하여 과학재단의 지원을 받았음.
† 비 회 원 : 한국과학기술원 첨단정보기술연구센터 연구원
jhlee@erg.sri.com
†† 종신회원 : 한국과학기술원 전산학과 교수
khlee@if.kaist.ac.kr
논문접수 : 2000년 5월 6일
심사완료 : 2001년 9월 24일

퍼지숫자를 크기 순으로 정렬하기 위해서는 어떤 방식이든지 퍼지숫자(또는 퍼지숫자를 대표하는 어떤 값)를 비교하는 과정이 필요하다. 그러나 퍼지숫자는 애매모호한 값을 표현하기 때문에, 어떤 퍼지숫자가 다른 퍼지숫자보다 큰지 작은지 역시 애매모호할 수밖에 없다. 예를 들어, 그림 1에서 퍼지숫자 A와 B는 많은 부분이 겹쳐있으므로 어느 것이 어느 것보다 크다고 명확히 말하기 어렵다. 즉, B가 A보다 크다고 할 수 있지만, 이와 동시에 A가 B보다 크다고 할 수도 있다. 그러나, 물론 B가 A보다 클 것에 대한 확신도와 A가B보다 클 것에 대한 확신도는 서로 다를 것이다. 평가하는 방법에 따라서 물론 B가 A보다 클 것에 대한 확신도가 A가B보다 클 것에 대한 확신도보다 작을 수도 있고 클 수도 있을 것이다

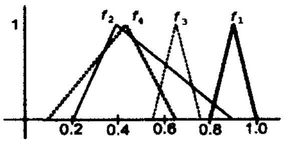


그림 2 4개의 퍼지숫자

이렇게 퍼지숫자의 비교결과가 명확하지 않고 확신도도 바뀔 수 있으므로, 이러한 퍼지숫자의 비교를 기반으로 하는 퍼지숫자의 정렬 역시 애매모호하고 확신도에 따라서 다른 결과를 낼 수밖에 없다. 예를 들면, 그림 2와 같이 4개의 퍼지숫자가 주어졌을 때, 확신도 1.0으로 정렬결과를 (f_1, f_3, f_2, f_4)라 할 수 있지만, 확신도를 낮추면 이것 이외에도 (f_1, f_2, f_3, f_4)도 정렬결과가 될 수 있다. 그림에서 f_3에 포함되는 값이, f_2에도 포함되어 있으나 f_2의 대부분의 값들보다는 오른쪽에 존재하므로 높은 확신도에서 f_3는 f_2보다 크다고 할 수 있다. 그러나 이와 동시에 f_2의 어느 부분은 f_3보다도 오른쪽에 존재하므로 f_2가 f_3보다 크다고도 할 수 있다. 물론 이것의 확신도는 f_3가 f_2보다 크다는 것보다는 낮을 것이다. 이처럼 f_3가 f_2보다 클 가능성을 생각하면 정렬결과는 (f_1, f_3, f_2, f_4)이지만, f_3가 f_2보다 작을 가능성을 생각하면 (f_1, f_2, f_3, f_4)이 된다. 따라서 퍼지숫자의 정렬결과도 명확하게 하나의 배열로만 표현하는 것보다 서로 다른 확신도를 갖는 여러 개의 숫자 배열로 표현하는 것이 퍼지숫자의 정렬에 존재하는 애매모호성을 잘 표현할 것이다.

본 논문에서는 퍼지숫자가 서로 겹쳐서 생기는 대소비교의 애매모호함으로 인한 정렬의 애매모호함을 표현하는 방법을 제안한다. 제안하는 방법은 퍼지숫자의 정렬 결과를 하나의 숫자 배열로 표현하지 않고, 숫자 배열의 퍼지집합으로 표현한다. 본 논문에서 제안하는 방법은 [12]에서 제안된 퍼지숫자 정렬방법을 [13]에서 제안한 퍼지만족함수를 이용하여 확장한 것이다. 본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 2장에서는 본 논문에서 기초로하고 있는 퍼지만족함수와 [12]에서 제안한 퍼지숫자 정렬방법을 간단히 기술하고, 3장에서는 퍼지숫자의 퍼지정렬방법을 제안하며, 4장에서는 이를 적용한 예를 보인다. 그리고, 5장에서 본 논문에서 제안한 방법의 응용 가능성에 대하여 토의한 후, 6장에서 본 논문의 결론을 맺는다.

2. 관련연구

2.1 사용자관점을 반영한 순위매김방법

이 절에서는 [12]에서 제안한 퍼지숫자의 정렬에 대하여 기술한다. 이 방법은 주어진 퍼지숫자를 정렬하기 위하여 사용자로부터 주어지는 평가관점을 이용한다. 평가관점은 사용자가 자신의 관심, 선호도에 따라 정의한 퍼지집합으로, 다음과 같이 정의된다.

정의 1 평가관점 V는 0과 1사이에 정의된, 다음을 만족하는 퍼지집합이다[12].

(1) $\forall A \in X,\ Supp(A) \subseteq Supp(V)$

단, $Supp(A) = \{x \mid \mu_A(x) \neq 0\}$

(2) $\int_{-\infty}^{\infty} \mu_V(x)\, dx$는 0이 아닌 값으로 존재한다.

단, X는 정렬의 대상이 되는 퍼지숫자의 집합이다.

어떤 퍼지집합이 관점이 되기 위해서는 그 지지집합(support)이 평가대상이 되는 모든 퍼지숫자의 지지집합을 포함하여야 한다. 논문 [12]의 방법은 이렇게 정의된 퍼지집합을 평가 관점으로 이용하여 각 퍼지숫자를 평가한 후, 그 평가값에 따라 정렬한다. 각 퍼지숫자를 평가관점에 따라서 평가하는 방법은 다음과 같이 정의되는 만족함수[14]를 이용한다.

$$S(A \langle B) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{y} \mu_A(x) \odot \mu_B(y)\, dx\, dy}{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \mu_A(x) \odot \mu_B(y)\, dx\, dy}$$

연산자 $\odot$은 T-norm 연산자이다. $S(A \langle B)$는 퍼지숫자 A가 퍼지숫자 B보다 작을 가능성을 나타낸다. 이때, 사용자로부터 주어진 평가관점 V에서 평가한 A의 평가값$(E_V(A))$는 다음과 같이 정의된다.

$$E_V(A) = S(A \langle V)$$

이렇게 정의된 평가값을 크기순으로 정렬하여, 그 순서대로 퍼지숫자를 정렬한다. 이를 간단히 정리하면 다

음과 같다.

(1) 정렬의 대상이 되는 퍼지숫자에 대하여 관점 V를 정의한다.

(2) 정의한 관점 V를 이용하여 퍼지숫자들을 평가하여 $E_V(A)$를 얻는다.

(3) 퍼지숫자들을 $E_V(A)$에 따라서 내림차순으로 정렬한다.

위의 정렬 방법은 모든 퍼지숫자를 주어진 동일한 관점에서 평가하고, 그 평가값에 따라서 정렬을 하므로, 다른 관점이 이용될 경우 다른 정렬 결과가 나오게 된다. 따라서 사용자는 자신의 관심이나 선호도에 따라서 평가 관점을 정의하면, 그 관점에서 평가, 정렬한 결과를 얻을 수 있다.

2.2 퍼지만족함수

이 절에서는 본 논문에서 제안하는 정렬방법에 사용되는 퍼지만족함수에 대하여 간단히 설명한다. 논문 [13]은 위의 정렬방법에서도 사용되었던 기존의 만족함수를 확장하여 퍼지만족함수를 정의하였다.

두 퍼지숫자 A와 B를 비교하는 퍼지만족함수, $\tilde{S}(A<B)$는 다음과 같이 정의된다.

$$\mu_{\tilde{S}(A<B)}(x)=$$

$$\begin{cases} \max_{t \text{ s.t. } x=S(A_t<B)} Similarity(A,t) & \text{if } Selector(A,B)=A \\ \max_{t \text{ s.t. } x=S(A<B_t)} Similarity(B,t) & \text{otherwise} \end{cases}$$

단, $-\ \mu_{A_t}(x)=\mu_A(x-t)$

- $Selector(A,B)$는 A와 B중에서 어느 하나를 선택하는 함수로서 다음을 만족하여야 한다.
  - ① $Selector(A,B) \in \{A,B\}$
  - ② $Selector(A,B)=Selector(B,A)$
  - ③ $Selector(A,k)=k$ 단, k가 실수인 경우
- $Similarity(A,t)$는 두 퍼지숫자 A와 A_t사이의 유사도(similarity degree)를 구하는 함수로서 다음을 만족하여야 한다.
  - ① $Similarity(A,0)=1$
  - ②만약 $Supp(A) \cap Supp(A_t)=\phi$이면, $Similarity(A,t)=0$.
    단, $Supp(A)=\{x \mid \mu_A(x)>0\}$
  - ③ $Similarity(A,t)$는 $t>0$에서 증가하지 않는다.
  - ④ $Similarity(A,t)$는 $t<0$에서 감소하지 않는다.
- $S(A>B)$, $S(A<B)$는 만족도함수이다.

$\tilde{S}(A<B)$는 A가 B보다 작을 가능성들의 퍼지집합으로, 정의구역은 0과 1사이의 실수이며, 볼록하고 정규화되어 있다[13]. 따라서, $\mu_{\tilde{S}(A<B)}(x)$는 x가 $\tilde{S}(A<B)$에 속하는 정도, 즉 A가 B보다 작을 가능성일 가능성을 나타낸다. 예를 들어 그림 1과 같이 두 퍼지숫자 A, B가 주어졌을 때, [13]에서 사용된 $Selector(A,B)$와 $Similarity(A,t)$를 사용하면 퍼지만족함수 $\tilde{S}(A<B)$의 결과는 그림 3과 같다.

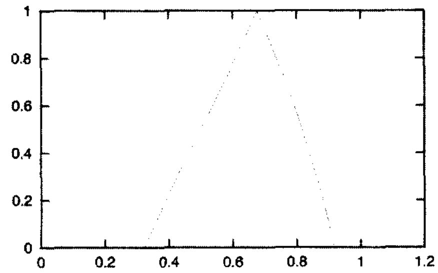


그림 3 퍼지만족도 함수 $\tilde{S}(A<B)$의 결과

x축은 A가 B보다 작을 가능성의 집합이고, y축은 x가 $\tilde{S}(A<B)$에 속하는 정도이다. 이 결과는 다음과 같이 해석될 수 있다. $\tilde{S}(A<B)$의 $\alpha=1.0$의 α-수준집합을 구하면 [0.708,0.708]이 된다. 즉 확신도 1.0으로 A, B의 비교결과를 표현하면, A가 B보다 작을 가능성이 0.708이라고 할 수 있다. 다시 $\alpha=0.8$의 α-수준집합을 구하면 [0.480, 0.870]이 되다. 이것은 구간 [0.480, 0.870]에 속하는 임의 숫자 x에 대하여, A가 B보다 작을 가능성이 x일 확신도가 최소 0.8이라는 것이다. 이것을 달리 해석하면, A가 B보다 작을 가능성은 확신도를 0.8로 할 때 구간 [0.480, 0.870]이라는 것이다. 즉, 우리가 확신도를 0.8로 하였을 때 A가 B보다 작을 가능성은 최소 0.480에서 최고 0.870이 된다. 즉, 확신도가 낮아짐에 따라서 A가 B보다 작을 가능성은 모호해져서 하나의 값이 아닌 구간으로 바뀌게 된 것이다. 이와 같이 퍼지만족함수는 두 퍼지숫자의 비교결과를 단순히 하나의 실수로 표현하지 않고, 확신도에 따른 애매모호한 결과로 표현한다.

3. 퍼지숫자의 퍼지정렬방법

이 절에서는 퍼지만족함수를 이용한, 퍼지숫자의 정렬방법에 대하여 기술한다. 제안하는 방법은 [12]에서 제안한 퍼지숫자 정렬방법을 퍼지만족함수를 이용하여 확장하였다. 따라서, 제안하는 방법도 주어진 퍼지숫자를 평가하기 위하여, 사용자로부터 주어지는 평가관점을 이용한다. 평가관점의 정의는 정의 1과 같다. 제안하는 방법은 주어진 관점에서 퍼지숫자들을 평가하여 퍼지평가

값을 구한 후, 그것에 따라서 정렬한다.

주어진 평가 관점에서 평가한 퍼지숫자의 퍼지평가는 아래와 같이 정의된다.

정의 2 관점 V에서 평가한 퍼지숫자 A의 퍼지평가

$$\tilde{E}_V(A)$$

$$\tilde{E}_V(A) = \tilde{S}(V \langle A)$$

이 값은 관점 V에서 평가한 A의 평가값으로 A가 관점 V에서 어떠한 평가를 받았는가를 나타낸다. 2.2절에서 설명한 바와 같이 퍼지만족함수의 결과는 0과 1사이의 볼록하고 정규화된 퍼지집합이므로, $\tilde{E}_V(A)$ 역시 그러하다. $\tilde{E}_V(A)$는 관점 V에서 평가했을 때 퍼지숫자 A가 받을 수 있는 평가값들을 확신도와 함께 표현한 것이므로, $\tilde{E}_V(A)$에는 퍼지집합은 확신도가 0인 것부터 1인 것까지 가능한 모든 보통 평가값을 포함하고 있다. 따라서 $\tilde{E}_V(A)$를 $\alpha = c$에서 α-수준집합을 구하면 구간 $[c_{\min}, c_{\max}]$, $c_{\max} = \max\{x \mid \mu_{\tilde{E}_V}(x) > c\}$, $c_{\min} = \min\{x \mid \mu_{\tilde{E}_V}(x) > c\}$ 이 되는데, 이것은 관점 V에서 확신도 c로 평가한 퍼지숫자의 평가값이라 할 수 있다. 본 논문에서 제안하는 정렬방법은 이와같이 확신도에 따라서 퍼지숫자의 평가값을 구한 후 그것에 따라서 퍼지숫자를 정렬한다. 그러나 확신도 c에서의 평가값이 구간이므로, 이것을 이용하기 위해서는 구간의 대표값을 선택하게 된다. 이렇게 선택되는 구간의 대표값은 A의 보통평가값이라 하는데, 이것은 다음과 같이 정의된다.

정의 3 주어진 두 실수 $d,\ c \in [0,1]$에 대하여, 관점 V에서 평가한 A의 보통평가값 $E_V^{d,c}(A)$는 다음과 같다.

$$E_V^{d,c}(A) = d \times c_{\max} + (1-d) \times c_{\min}$$

단, $c_{\max} = \max\{x \mid \mu_{\tilde{E}_V}(x) > c\}$, $c_{\min} = \min\{x \mid \mu_{\tilde{E}_V}(x) > c\}$.

이 때 d를 비퍼지화의 낙관도(optimistic degree)라 하고, c를 확신도(certainty degree)라 한다.

관점 V에서 평가한 퍼지숫자 A의 퍼지평가값 $\tilde{E}_V(A)$는 볼록한 퍼지집합이므로 $\alpha = c$의 α-수준집합을 구하면, $[c_{\min}, c_{\max}]$의 구간이 얻어진다. 즉, 확신도를 c로 하면 A의 평가값은 구간 $[c_{\min}, c_{\max}]$으로 표현된다. 이 때 이 평가값을 대표할 수 있도록, 구간을 비퍼지화하여 하나의 실수를 선택하여, 그것을 V에서 확신도 c로 평가한 A의 보통 평가값이라 한다. 이 때 구간의 대표값을 선택할 때, 그 구간 내에서 어떤 값을 선택하는가는 사용자가 지정한 0과 1사이의 실수 d를 이용하는데, 이것을 비퍼지화의 낙관도라고 한다. 그 이유는 d가 크면 클수록 구간 내에서 큰 값을 선택하기 때문이다. 예를 들면, d가 1인경우에는 $c_{\max}$를 0인 경우에는 $c_{\min}$을 선택하게 되며, 0과 1사이 값인 경우에는 이것은 $c_{\min}$과 $c_{\max}$사이의 값을 d에 비례하게 선택한다.

정의 4 주어진 두 실수 $d,\ c \in [0,1]$에 대하여, 관점 V에서 평가한 A의 상대평가값 $R_V^{d,c}(A)$는 다음과 같이 정의된다.

$$R_V^{d,c}(A) = \frac{E_V^{d,c}(A)}{\max_{B \in X} E_V^{d,c}(B)}$$

단, X는 정렬대상이 되는 퍼지숫자의 집합이다.

이것은 퍼지숫자 A의 퍼지평가값을 확신도 c와 낙관도 d를 이용하여 보통평가값으로 변환했을 때, 가장 좋은 보통평가값을 받은 퍼지숫자의 보통평가값에 대한 퍼지숫자 A의 보통평가값의 비이다. 이것은 퍼지평가값을 보통평가값으로 변환했을 때 퍼지숫자 A가 가장 좋은 보통평가값을 받은 퍼지숫자에 대하여 얼마나 가까운가 또는 얼마나 좋은 것인가를 나타낸다.

위에서 정의된 퍼지평가와 보통평가값, 상대평가값을 이용하여, 주어진 퍼지숫자들의 퍼지정렬을 구하는 방법은 표 1과 같다.

표 1 퍼지숫자를 퍼지정렬하는 방법

1. 관점으로 사용될 퍼지집합 V를 정의한다.
2. 낙관도 d를 선택한다.
3. 정렬대상이 되는 퍼지숫자들의 퍼지평가값 $\tilde{E}_V(\cdot)$를 구한다.
4. $S_V^d = \phi$
5. While 확신도 c = 1 down to 0
   - 5-1 각 퍼지숫자에 대하여 $E_V^{d,c}(\cdot)$를 구한다.
   - 5-2 퍼지숫자를 $E_V^{d,c}(\cdot)$에 따라서 정렬한다. (정렬결과를 $S_V^{d,c}$라 하자)
   - 5-3. 각 퍼지숫자의 $R_V^{d,c}(\cdot)$를 계산한다.
   - 5-4. $S_V^d = S_V^d \cup \{(S_V^{d,c}, c)\}$

   End While

제안하는 방법은 사용자로부터 퍼지숫자를 평가할 관점, 퍼지평가를 비퍼지화할 때 사용될 비퍼지화 낙관도 d를 입력으로 받는다. 그 후 사용자가 제시한 확신도에서 퍼지평가값을 구한 후, 이것으로부터 주어진 확신도에서의 보통평가값을 얻어내고, 그 평가값에 따라서 정렬을 한다. 이때 정렬하기 위해서 사용된 평가값의 확신도가 c이므로, 정렬결과의 확신도도 c라 할수 있다. 따라서 정렬결과 $S_V^{d,c}$의 확신도는 c가 되는 것이다. 이러한

방식으로 확신도에 따라 숫자 배열을 모으면 퍼지숫자의 퍼지 정렬결과 S_V^d가 나오게 된다. 이 때 확신도는 1과 0사이에서 사용자가 관심이 있는 값을 선택할 수도 있다. 즉, 사용자가 확신도 1.0, 0.8, 0.5, 0.3의 정렬결과가 필요하다면, 그것에 대한 것에 대해서만 보통평가값을 구한 후 정렬결과를 얻어 S_V^d를 얻을 수 있다.

4. 예 제

이 절에서는 서론에서 제시된 그림 2의 퍼지숫자를 제안하는 방법을 이용하여 정렬한 결과를 보이도록 한다. 우선 각 퍼지숫자를 평가할 관점 V_1이 식 (1)과 같이 주어졌다면, 각 퍼지숫자의 퍼지평가는 그림 4와 같다.

$$\mu_{V_1}(x) = \begin{cases} 1 & 0 \le x \le 1 \\ 0 & o.w. \end{cases} \tag{1}$$

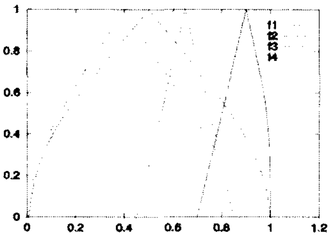


그림 4 퍼지숫자의 퍼지평가값

이때 선택의 낙관정도 d를 0.9로 하고, 평가확신도로 1.0, 0.8, 0.6, 0.4, 0.2를 선택하자. 이때, 각 퍼지숫자의 보통평가값을 구해보자. 먼저 평가확신도에 따라서 각 퍼지평가값의 α-수준집합을 구하면 표 2와 같다.

표 2 퍼지평가값의 확신도에 따른 평가값 구간

확신도 \ 퍼지숫자	f_1	f_2	f_3	f_4
1.0	[0.9,0.9]	[0.5,0.5]	[0.65,0.65]	[0.4,0.4]
0.8	[0.88,0.92]	[0.36,0.64]	[0.61,0.69]	[0.29,0.51]
0.6	[0.82,0.97]	[0.22,0.77]	[0.57,0.73]	[0.18,0.62]
0.4	[0.78,0.99]	[0.11,0.89]	[0.53,0.77]	[0.09,0.73]
0.2	[0.74,1.00]	[0.03,0.97]	[0.49,0.81]	[0.03,0.83]

낙관도 d가 0.9이므로, 주어진 확신도에서 각 퍼지숫자의 보통평가값은 각 구간의 왼쪽끝 값과 오른쪽끝 값에 각각 0.1과 0.9를 곱하여 더한 값이 되므로, 각 확신도에서 퍼지숫자의 보통평가값을 구하면 표 3과 같다.

표 3의 값에 따라서 확신도가 1.0일 때의 정렬을 하면 다음과 같다. 확신도 1.0일 때, f_1의 평가값은 0.90, f_2는 0.50, f_3는 0.65, f_4는 0.40이므로 평가값의 크기순으로 정렬하면,

표 3 d=0.9에서의 보통평가값

확신도 \ 퍼지숫자	f_1	f_2	f_3	f_4
1.0	0.90	0.50	0.65	0.40
0.8	0.92	0.61	0.68	0.49
0.6	0.96	0.72	0.71	0.58
0.4	0.97	0.81	0.75	0.67
0.2	0.97	0.88	0.78	0.75

$$(f_1,0.90),\ (f_3,0.65),\ (f_2,0.50),\ (f_4,0.40)$$

가 된다. 위의 정렬결과는 퍼지숫자와 그것의 보통평가값을 쌍으로 표현하였다. 따라서, 위 정렬결과에서 f_1이 0.90로 가장 높은 평가를 받았으므로, 퍼지숫자의 f_1의 상대평가값은 0.9/0.9=1.00이며, f_3의 상대평가값은 0.65/0.90=0.72가 되고, f_2의 경우 0.50/0.90=0.56이고, f_4의 경우는 0.40/0.90=0.44가 된다. 이 정렬결과는 각 퍼지숫자의 확신도 1.0일 때의 보통평가값을 이용했으므로, 이 정렬결과에 대한 확신도도 1.0이 된다. 위의 정렬결과를 상대평가값과 확신도와 함께 아래와 같이 나타내도록 한다.

$$(\{(f_1,1.00),\ (f_3,0.72),\ (f_2,0.56),\ (f_4,0.44)\},\ 1.0)$$

위의 과정을 나머지 확신도에 대해서도 적용하여, 최종 정렬결과를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} S_{V_1}^{0.9} = \{ & (\{(f_1,1.00),\ (f_3,0.72),\ (f_2,0.56),\ (f_4,0.44)\},\ 1.0) \\ & (\{(f_1,1.00),\ (f_3,0.74),\ (f_2,0.67),\ (f_4,0.53)\},\ 0.8) \\ & (\{(f_1,1.00),\ (f_2,0.75),\ (f_3,0.75),\ (f_4,0.60)\},\ 0.6) \\ & (\{(f_1,1.00),\ (f_2,0.84),\ (f_3,0.77),\ (f_4,0.69)\},\ 0.4) \\ & (\{(f_1,1.00),\ (f_2,0.90),\ (f_3,0.80),\ (f_4,0.77)\},\ 0.2)\} \end{aligned}$$

위의 정렬결과는 다음과 같은 의미이다. 예를 들어 c=1.0과 c=0.4일 때를 살펴본다. c=1.0일 때의 정렬결과 ($\{(f_1,1.00),(f_3,0.72),(f_2,0.56),(f_4,0.44)\}$, 1.0)의 의미는, 주어진 퍼지숫자를 관점 V_1에서, f_1이 제일 좋은 평가를 받고, f_3은 f_1의 72%, f_2는 56%, f_4는 44%로 평가를 받아, 배열 (f_1, f_3, f_2, f_4)가 주어진 4개 퍼지숫자의 정렬결과가 될 확신도는 1.0이라는 것이다. 또한 마찬가지로 ($\{(f_1,$ 1.00), $(f_2,0.84)$, $(f_3,0.77)$, $(f_4,0.69)\}$, 0.4)의 의미는, f_1이 제일 좋은 평가를 받고, f_2은 f_1의 84%, f_3는 77%, f_4는 69%로 평가를 받아, 순열 (f_1, f_2, f_3, f_4)로 정렬될 확신도는 0.4라는 것이다.

위의 정렬결과를 살펴보면, 그림 2의 퍼지숫자를 정렬했을 때, (f_1, f_3, f_2, f_4)가 가장 높은 가능성을 갖지만, 정

렬결과의 확신도를 낮춤에 따라서 (f_1, f_2, f_3, f_4)도 정렬결과에 포함될 수 있음을 알 수 있다. 이것은 퍼지숫자가 서로 겹침에 따라서 대소의 구분이 명확하지 않아서 생길 수 있는 정렬결과를 표현하고 있다.

비퍼지화 낙관도인 d는 구간으로 나오는 퍼지숫자의 평가값을 대표하는데 사용된다. 3장에서 설명한 바와 같이 d=1.0인 경우는 구간에 속하는 값 중 가장 큰 값을 선택하게 되고, d=0인 경우는 가장 작은 값을 선택하게 된다. 따라서 d가 크면 클수록 구간의 비퍼지화가 큰 값으로 이루어진다. 구간 평가값 중에서 큰 쪽을 선택하게 된다는 것은 한 퍼지숫자가 가질 수 있는 여러 평가값들 중에서 좋은 평가값을 선택하는 것이며, 따라서 그 퍼지숫자를 낙관적으로 해석하게 되는 것이다. 그래서, 그림 2의 퍼지숫자의 정렬결과도 확신도 1.0과 0.8에서는 (f_1, f_3, f_2, f_4)였지만, 확신도가 0.6으로 내려갔을 때는 (f_1, f_2, f_3, f_4)가 되었다. 이는 f_2가 f_3보다 큰 값을 갖는 부분이 있는데, 이것 부분을 고려하면 비록 확신도가 좀 낮기는 하지만 f_2가 f_3보다 크다고 할 수 있다는 의미이다.

선택의 긍정정도 d값은 사용자가 다른 값을 선택할 수 있다. d값은 퍼지평가값을 $\alpha = c$에서 α-수준집합을 구해서 나오는 구간에서 어느 값을 선택하는가를 결정하므로, 만약 사용자가 다른 값을 선택하면, 다른 정렬결과를 얻을 수 있다. 만약 0.3를 선택하면 다음과 같은 정렬결과를 얻을 수 있다.

$$
\begin{aligned}
S^{0.3}_{V_1} = \{ & (\{(f_1,1.00), (f_3,0.72), (f_2,0.56), (f_4,0.44)\}, 1.0) \\
& (\{(f_1,1.00), (f_3,0.71), (f_2,0.50), (f_1,0.40)\}, 0.8) \\
& (\{(f_1,1.00), (f_3,0.71), (f_2,0.45), (f_4,0.36)\}, 0.6) \\
& (\{(f_1,1.00), (f_3,0.71), (f_2,0.41), (f_4,0.33)\}, 0.4) \\
& (\{(f_1,1.00), (f_3,0.72), (f_2,0.38), (f_4,0.33)\}, 0.2)\}
\end{aligned}
$$

비퍼지화 낙관도 d가 작은 값을 갖는 경우에는 퍼지숫자의 평가를 보수적으로 판단하게 된다. 즉, 큰 값이 많이 포함된 퍼지숫자보다는 작은 값이 덜 포함된 퍼지숫자가 유리하도록 해석된다. 따라서, f_2와 f_3의 경우 d=0.9에서는 확신도가 작은 경우에 f_2가 f_3보다 좋은 평가를 받았지만, d=0.3인 경우에는 f_2가 f_3보다 작은 값을 많이 포함하고 있으므로, 확신도가 낮은 경우에도 항상 f_3가 f_2보다 앞에 정렬되었다.

또한 관점을 바꾸어서, 아래와 같은 V_2를 사용한다면, 각 퍼지숫자의 퍼지평가값은 그림 5와 같다.

$$
\mu_{V_2}(x) = \begin{cases} x & 0 \le x \le 1 \\ 0 & o.w. \end{cases} \tag{2}
$$

이때 비퍼지화 낙관도 d를 0.9로 하였을 때는 다음과 같은 정렬결과를 얻을 수 있으며,

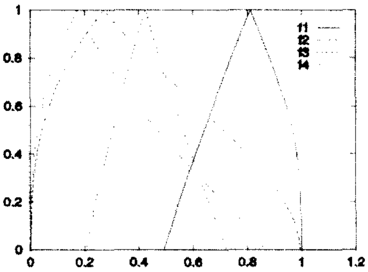


그림 5 새로운 관점에서의 퍼지평가값

$$
\begin{aligned}
S^{0.9}_{V_2} = \{ & (\{(f_1,1.00), (f_3,0.52), (f_2,0.33), (f_4,0.21)\}, 1.0) \\
& (\{(f_1,1.00), (f_3,0.54), (f_2,0.46), (f_4,0.29)\}, 0.8) \\
& (\{(f_1,1.00), (f_2,0.62), (f_3,0.56), (f_4,0.40)\}, 0.6) \\
& (\{(f_1,1.00), (f_2,0.77), (f_3,0.59), (f_4,0.52)\}, 0.4) \\
& (\{(f_1,1.00), (f_2,0.89), (f_4,0.67), (f_3,0.65)\}, 0.2)\}
\end{aligned}
$$

0.3으로 하였을 때는 다음과 같은 정렬결과를 얻을 수 있다.

$$
\begin{aligned}
S^{0.3}_{V_2} = \{ & (\{(f_1,1.00), (f_3,0.52), (f_2,0.33), (f_4,0.21)\}, 1.0) \\
& (\{(f_1,1.00), (f_3,0.52), (f_2,0.30), (f_4,0.19)\}, 0.8) \\
& (\{(f_1,1.00), (f_3,0.52), (f_2,0.31), (f_4,0.20)\}, 0.6) \\
& (\{(f_1,1.00), (f_3,0.52), (f_2,0.36), (f_4,0.25)\}, 0.4) \\
& (\{(f_1,1.00), (f_3,0.53), (f_2,0.42), (f_4,0.31)\}, 0.2)\}
\end{aligned}
$$

위의 두 결과를 V_1을 사용했을 때의 결과와 비교하면, 관점이 주는 영향을 알 수 있다. 제안하는 방법에서 관점은 퍼지값을 평가할 때 사용되는 가중치라고도 볼 수 있는데, 논문 [12]에서와 같이 퍼지숫자를 평가하는 기준이 된다. 관점이 V_1의 경우 0과 1사이의 모든 값에 대하여 소속도가 1.0이지만, V_2인 경우에는 값이 증가함에 따라서 소속도 함께 증가한다. 따라서 V_1의 경우에는 작은 값이나 큰 값을 같은 정도로 고려한 경우이고, V_2의 경우는 큰 값을 더 많이 고려한 것으로 해석할 수 있다. 따라서 큰 값을 많이 포함하는 퍼지숫자는 V_1의 경우보다 V_2의 경우에 상대적으로 높은 평가치를 얻게 된다. 예를 들어, $S^{0.9,1.0}_{V_1}$과 $S^{0.9,1.0}_{V_2}$을 비교해 보면, 정렬결과가 (f_1, f_3, f_2, f_4)로 같더라도, 상대평가값을 비교해 보면 V_2에서 평가한 f_2, f_3, f_4의 상대평가값이 V_1에서 평가한 것보다 작은 것을 알 수 있다. 그 이유는 f_1이 다른 것들 보다 상대적으로 큰 값을 포함하고 있기 때문이다. V_1에서는 큰 값이나 작은 값을 동일하게 평가했지만, V_2에서는 큰 값을 좀 더 고려했기 때문에 높은 값을 많이 포함하는 f_1은 상대적으로 높게 평가되어, 나머지들이 상대적으로 낮게 평가되었다. 이러한 평가관점의 영향으로 $S^{0.9}_{V_2}$에서 확신도가 0.2일 때 f_4가 f_3보다 앞에 정렬되었는데, 이것은 다음과 같이 해석할 수 있다. 비록 낮은 가능성이기

는 하지만 큰 값에 관심을 갖고 각 퍼지 평가값을 긍정적으로 해석한다면 f_4가 f_3보다 크다고도 할 수 있다는 것이다.

5. 토 의

이번 절에서는 본 논문에서 제안하는 퍼지숫자 정렬 방법이 기존의 방법에 비해서 갖는 장점과 그 응용가능성에 대하여 토의한다. 기본적으로, 주어진 퍼지숫자에 대하여 하나의 정렬결과만을 필요로 하는 경우에는 제안하는 방법과 기존의 방법이 큰 차이는 없다. 제안하는 방법에서 확신도를 1.0으로만 하여 정렬결과를 구하면 기존의 방법과 같이 하나의 정렬결과를 얻을 수 있다. 그러나 하나의 정렬결과가 아니라, 주어진 퍼지숫자에서 생성될 수 있는 여러 개의 정렬결과가 필요한 경우에는 본 논문에서 제안하는 방법은 유용하게 사용될 수 있다. 이러한 경우로, 퍼지숫자의 정렬결과가 정보처리의 최종단계가 아니고 다른 정보처리를 위한 주어진 정보의 중간처리 과정으로 사용되는 경우를 생각해 볼 수 있다.

예를 들어 어떤 시스템에서 A, B, C 세 출력값이 나오고, 이 세 값으로부터 시스템이 정상상태인가 비정상상태인가를 알 수 있고, 또한 비정상상태인 경우 원인을 파악할 수 있다고 가정하자. 이러한 규칙이 아래와 같이 주어졌다고 하자.

if $A>B$ and $B>C$ then Abnormal and Cause is C_1
if $A>C$ and $C>B$ then Abnormal and Cause is C_2
if $B>A$ and $A>C$ then Abnormal and Cause is C_2
if $B>C$ and $C>A$ then Abnormal and Cause is C_3
if $C>A$ and $A>B$ then Abnormal and Cause is C_1
if $C>B$ and $B>A$ then Normal

위 규칙은 다음과 같은 의미를 갖는다. 예를 들어, 첫번째 규칙은 "출력값의 크기가 $A>B>C$일 경우 시스템은 시스템은 비정상상태이며, 그 원인은 C_1"이라는 의미이며, 여섯번째 규칙은 "출력값의 크기가 $C>B>A$ 일 경우 시스템은 정상상태"라는 의미이다. 여기에서 퍼지숫자의 정렬은 정보처리의 최종단계가 아니라, 주어진 입력을 다음 단계의 정보처리에 이용할 수 있는 형태로 가공하는데 사용되고 있다.

이때 시스템의 출력이 보통값일 경우는 그 크기 순서가 명확하므로 큰 어려움 없이 위의 규칙을 적용할 수 있다. 예를 들어, $A=3$, $B=2$, $C=1$이면 $A>B>C$이므로 첫번째 규칙에 의하여 시스템은 비정상상태이고, 그 원인은 C_1이라는 것을 알 수가 있다. 그러나 출력이 퍼지값인 경우에는 여러 가지를 고려해야할 필요가 있다. 예를 들어 출력값 A가 그림 2의 f_2와 같이, B는 그림 2의 f_3와 같이, C는 그림 2의 f_4와 같이 주어졌다면, 언급한 바와 같이 그 출력 값들의 크기순서를 명확하게 기술하기 어렵다. 즉 $B>A>C$라고 할 수도 있고, $A>B>C$라고 할 수도 있다. 따라서 시스템이 비정상상태인 원인도 하나만 존재한다고 말하기는 어렵고, 가능성 있는 몇 개의 원인이 존재한다고 해야 더 타당할 것이다.

이러한 상황에서 기존의 퍼지 숫자 정렬방법을 사용하여 원인을 찾는다면 다음과 같을 것이다. 만약 기존의 방법을 사용하여 $B>A>C$라는 하나의 결과만을 얻었다고 하자. 이때 얻는 추론 결과는 "시스템이 비정상적인데 그 원인은 C_2"라는 것이 유일하며, 시스템의 출력이 퍼지값이기 때문에 존재할 수 있는 다른 원인들을 얻기는 어렵다.

여기에 본 논문에서 제안하는 방법을 사용하면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다. 우선, 관리자가 원하는 확신도를 정한다. 예를 들어 확신도로 1.0 과 0.6을 선택하고, 낙관정도를 0.9로 선택하였다고 하자. 이때 본 논문에서 제안한 방법으로 출력값 A, B, C를 정렬하면, 확신도 1.0에서의 정렬결과는 $B>A>C$, 0.6에서는 $A>B>C$이다(4절참조). 그리고, 이 결과를 위의 규칙에 적용하면, 확신도 1.0에서 원인은 C_2, 확신도 0.6에서 원인은 C_1이라는 결론을 얻을 수 있다. 따라서, 이를 이용하면 시스템을 비정상적으로 만든, 가능성이 있는 여러 가지 원인을 찾을 수가 있고, 이를 바탕으로 시스템을 정상상태로 만들기 위한 좀 더 정확한 판단이 가능할 것이다.

이와 같이 퍼지숫자의 정렬방법이 정보처리의 최종단계에서 사용되지 않고, 다음 단계의 정보처리를 위한 입력 정보의 가공을 위해서 사용되는 경우처럼, 가능성있는 여러 개의 정렬결과가 필요한 경우에 제안하는 방법은 유용하게 사용될 수 있다. 위에서 사용한 예와 같은, 시스템의 출력값의 크기순서를 이용하여 시스템의 상태나 오류의 원인을 파악하는 방법은 발전소의 경보처리 시스템 등에 응용될 수 있다[15].

6. 결 론

본 논문에서는 퍼지만족함수를 이용한 새로운 퍼지숫자 정렬방법을 제안하였다. 제안한 방법은 퍼지숫자를 크기 순으로 정렬함에 있어, 결과를 단순히 하나의 숫자 배열로 표현하지 않고, 가능한 배열들의 퍼지집합으로 생성하였다. 제안한 방법은 사용자로부터 주어지는 평가관점, 낙관정도를 이용하므로, 사용자가 각각 다른 값을 제시하면 다른 정렬결과를 생성한다. 이를 통해서 사용자는 정렬과정에 자신의 선호도나 평가관점 등을 반영할 수 있다. 제안하는 방법

은 퍼지숫자를 정렬할 필요가 있는 어떤 시스템에서든지 사용될 수 있지만, 정렬방법이 다음 단계의 정보처리에 사용될 입력 정보의 가공에 사용되는 경우처럼, 가능성 있는 여러 개의 정렬결과가 필요한 경우에 유용하게 사용될 수 있다.

감사의 글

본 논문에서 제안하는 정렬방법에 대하여 저자와 함께 토론을 하고, 여러 가지 관점에서 다양한 조언을 해 준 한국과학기술원 인공위성연구센터의 곽성우 박사께 감사의 말을 전합니다.

참 고 문 헌

[1] A. Kaufmann, M. M. Gupta, *Introduction to Fuzzy Arithmetic*, Van Nostrand Reinhold, New York, 1991.

[2] V. Peneva, I. Popchev, "Comparison of clusters from fuzzy numbers," *Fuzzy Sets and Systems*, vol.97, pp.75-81, 1998.

[3] K. Kim, K. S. Park, "Ranking fuzzy numbers with index of optimism," *Fuzzy Sets and Systems*, vol.35, pp.143-150, 1990.

[4] S.-H. Chen, "Ranking fuzzy numbers with maximizing set and minimizing set," *Fuzzy Sets and Systems*, vol.17, pp.113-129, 1985.

[5] G. Bortolan, R. Degani, "A review of some methods for ranking fuzzy subsets," *Fuzzy Sets and Systems*, vol.15, pp.1-19, 1985.

[6] L. M. Campos Ibanes, A. Gonzalez Munoz, "A subjective approach for ranking fuzzy numbers," *Fuzzy Sets and Systems*, vol.29, pp.145-153, 1989.

[7] K. M. Lee, C. H. Cho, H. Lee-Kwang, "Ranking fuzzy values with satisfaction function," *Fuzzy Sets and Systems*, vol.64, pp.295-309, 1994.

[8] T. S. Liou, M. J. Wang, "Ranking fuzzy numbers with integral value," *Fuzzy Sets and Systems*, vol.50, pp.247-255, 1992.

[9] P. Fortemps, M. Roubens, "Ranking and defuzzification methods based on area compensation," *Fuzzy Sets and Systems*, vol.82, pp.319-330, 1996.

[10] K. P. Yoon, "A probabilistic approach to rank complex fuzzy numbers," *Fuzzy Sets and Systems*, vol.80, pp.167-176, 1996.

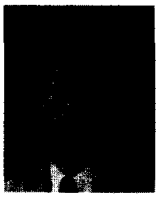
[11] T. Y. Tseng, C. M. Klein, "New algorithm for the ranking procedure in fuzzy decisionmaking," *IEEE trans. Systems, Man and Cybernetics*, vol.19, 1989.

[12] 이지형, 이광형, "사용자의 선호도를 반영하는 퍼지숫자의 정렬 방법 및 의사결정에의 응용", 한국정보과학회 논문지 (B), vol.26, pp.441-451, 1999.

[13] 이지형, 이광형, "만족도 함수를 이용한 퍼지숫자의 퍼지비교에 관한 연구", 한국퍼지 및 지능 시스템학회 논문지 vol.8, no.5, pp.14-20, 1998.

[14] J. H. Lee, H. Lee-Kwang, "Comparison of fuzzy values on a continuous domain," *Fuzzy Sets and Systems*, in press.

[15] "화력발전소 고장진단 예측 전문가 시스템 개발", 한전기술연구소, 1996. 3.



이 지 형

1993년 2월 한국과학기술원 전산학 학사. 1995년 2월 한국과학기술원 전산학 석사. 1999년 8월 한국과학기술원 전산학 박사. 1996년 12월 ~ 1997년 9월 미국 AIO Microservice Co. 파견연구원. 1999년 9월 ~ 현재 한국과학기술원 첨단정보기술연구센터 연수연구원. 2000년 2월 현재 미국 Stanford Research Institute 방문연구원. 관심분야는 퍼지 이론 및 응용, 인공지능, 진화연산, information system

이 광 형

1978년 서울공대 산업공학학사. 1980년 한국과학기술원 산업공학 석사. 1982년 프랑스 INSA 전산학 석사(DEA). 1985년 프랑스 INSA 전산학 공학박사. 1985년 ~ 2000년 한국과학기술원 전산학과 조교수, 부교수, 교수. 1995년 미국 Stanford Research Institute. 2000년 ~ 현재 정보보호교육연구센터 센터장. 2000년 ~ 현재 한국과학기술원 미래산업 석좌교수. 2001년 ~ 현재 한국과학기술원 국제협력처장. 관심분야는 퍼지 이론 및 응용, 정보보안, 바이오정보