

불확실 시스템을 위한 고유구조 지정 슬라이딩 모드 제어

Eigenstructure Assigned Sliding Mode Control for Uncertain System

전 경 한, 김 가 규, 전 해 진, 최 봉 열

(Kyung Han Chun, Ga Gue Kim, Hea Jin Jeon, and Bong Yeol Choi)

Abstract : In this paper, we propose eigenstructure assigned sliding mode control for mismatched uncertain system. Variable structure control has the sliding mode in which the system is robust against the uncertainty and the sliding motion depends upon the sliding surface. Therefore, the surface design is one of the important problems. Also in mismatched cases, the uncertainty may affect on the sliding motion and may cause unexpected instability of the system. Thus, that should be considered, too. For robust sliding mode against the mismatched uncertainty, we suggest the design method of the sliding surface using the eigenstructure assignment, define an index as the measure of the robustness which shows the size of affordable unstructured uncertainty, and present the computation method. And also we propose the controller which can ensure the sliding mode and prove the robust stability of the proposed controller by using Lyapunov method. Finally we show the appropriateness of the proposed scheme for the mismatched uncertainty via the example.

Keywords : mismatched uncertainty, robustness, sliding surface

I. 서론

최근 비선형 시스템의 건설한 제어방법 중의 하나로 가변구조 제어가 많이 연구되고 있다. 가변구조 제어는 불연속적인 제어입력을 이용하여 불확실성에 강인한 슬라이딩 모드라는 독특한 동특성을 가지며, 특히 슬라이딩 모드에서 시스템의 동특성이 슬라이딩 평면에 의해 결정되므로 슬라이딩 평면 설계가 매우 중요한 문제이다[1]-[3]. 그리고 정합, 비정합으로 표현되는 불확실성 중 정합 불확실성의 경우 많은 연구가 이루어져 슬라이딩 모드에서 불확실성을 제거하여 건설안정함을 보였으나 비정합의 경우 슬라이딩 모드에서 슬라이딩 운동에 영향을 미치고 예상하지 않은 시스템의 불안정을 유발하므로 이 또한 고려하여야 할 중요한 문제이다.

이 중 비정합 불확실성 시스템에 대한 연구가 활발해지고 있는데, 이때 안정성 해석이나 시스템이 안정하기 위한 영역, 그리고 불확실성의 크기에 대한 정보가 설계자에겐 유용한 정보가 되므로 이에 대한 연구가 병행되어야 한다. Galazos[4]는 비정합 불확실성에 대하여 시스템의 안정영역을 다루었는데 특별한 상태변환이 필요하여 그 결과가 직접적이지 못했다. 그후 Chang[5]은 특정한 상태변환이 없이 비정합 불확실성을 제거하는 방법을 제안하였다. 그러나 불확실성이 외란형태로 나타나는 것이었다. 따라서 섭동으로 나타나는 비정합 불확실성에 대해서 둔감할 수 있도록 하는 시스템 설계가 요구되어진다.

이러한 건설성을 고려한 제어기를 설계하기 위해서 고유구조 지정법을 고려할 수 있다. 지금까지 제어기를 설계하

는 많은 기법들 가운데 LQR이나 극점 배치법과 같은 제어 기법들은 고유구조의 관점에서 보면 단지 고유치의 위치만 조절이 가능하기 때문에 시스템의 응답속도와 감쇠율등 고유치와 관련된 물리량만 조절이 가능하였다. 반면 고유구조 지정법[6][7]은 시스템의 고유치와 고유벡터의 전부 혹은 일부를 동시에 지정할 수 있기 때문에 고유치에 의해서 지배되는 시스템의 응답속도와 감쇠율뿐만 아니라 고유벡터에 의해 영향을 받는 응답형태까지도 고려할 수 있는 제어 기법이다.

본 논문에서는 건설한 슬라이딩 평면을 설계하기 위해서 고유구조 지정법을 이용한 방법을 제안한다. 고유구조 지정법을 이용한 슬라이딩 평면은 슬라이딩 모드에서 섭동에 대해서도 건설할 수 있도록 고유구조 이론에서 원하는 우고유구조가 일원행렬이 되도록 설정하여 설계하였으며 설계된 슬라이딩 모드 시스템의 건설성 척도로서 허용되는 비구조적 불확실성 크기를 나타내는 건설성 지수에 대하여 정의하고 계산방법을 제안한다. 그리고 슬라이딩 모드에 도달하도록 하는 제어입력을 제안하며 제안한 제어기가 건설 안정함을 증명한다. 마지막으로 모의실험을 통해 비정합 불확실성에 대하여 제안한 제어기가 건설 안정함을 보인다.

II. 불확실 시스템을 위한 고유구조 지정 슬라이딩 모드 제어

다음과 같은 비정합 불확실성을 가지는 선형 시스템을 고려한다.

$$\dot{x} = (A + \Delta A)x + B(u + g) \quad (1)$$

여기서 $x \in R^n$ 는 시스템 상태변수이고, $u \in R^m$ 는 제어입력이다. A 는 시스템 행렬, B 는 제어이득 행렬로 $B = [0 \ B_{+2}]^T$, $B_2 \in R^{m \times m}$ 이며, (A, B) 는 제어가 가능하다. ΔA 는 (2)를 만

접수일자 : 2001. 5. 4., 수정완료 : 2001. 7. 30.

전경한 : 경북대학교 전자공학과(kacarot@csl.knu.ac.kr)

김가규 : 한국전자통신연구원 컴퓨터소프트웨어연구소 선임연구원(kkgim@etri.re.kr)

전해진 : 경북대학교 전자공학과(bobotin@hanmail.net)

최봉열 : 경북대학교 전자전기공학부(bychoi@ee.knu.ac.kr)

족하는 비정합 섭동 행렬이며 δa_{ij} 는 양수이다.

$$\Delta A = \begin{bmatrix} \Delta A_{11} & \Delta A_{12} \\ \Delta A_{21} & \Delta A_{22} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\left(\begin{array}{ll} \| \Delta A_{11} \| < \delta a_{11}, & \| \Delta A_{12} \| < \delta a_{12} \\ \| \Delta A_{21} \| < \delta a_{21}, & \| \Delta A_{22} \| < \delta a_{22} \end{array} \right)$$

그리고 $g = [g_1 \cdots g_m]^T$ 는 $\|g_i\| < d_g, i = 1, \dots, m$ 을 만족하는 정합 외란이며 이때 $\|\cdot\|$ 는 벡터의 경우 2-norm, 행렬의 경우 최대 특이값으로 한다. 시스템 (1)을 다시 적어보면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} + \Delta A_{11} & A_{12} + \Delta A_{12} \\ A_{21} + \Delta A_{21} & A_{22} + \Delta A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_2 \end{bmatrix} (u + g) \quad (3)$$

고유구조 지정법을 이용한 견실한 슬라이딩 모드 제어기는 슬라이딩 모드에서 비정합 섭동에 안정한 평면 설계, 도달 모드에서 슬라이딩 모드를 보장할 수 있는 제어기 설계로 나누어 생각할 수 있다. 덧붙여서 설계자에게 필요한 정보인 견실성 지수에 대한 정의 및 계산 방법도 제안한다.

우선 설계하고자 하는 슬라이딩 평면은 다음과 같으며이다.

$$\{x/S(x) = Cx = 0\} \quad (4)$$

그리고 $C = [C_1 \ C_2]$ 라 두면, $C_1 \in R^{m \times (n-m)}, C_2 \in R^{m \times n}$ 이며, 슬라이딩 방정식은 다음과 같다.

$$S(x_1, x_2) = C_1 x_1 + C_2 x_2 = 0 \quad (5)$$

(5)를 (3)에 대입하여 슬라이딩 모드에서의 동특성을 구하면 다음과 같다.

$$\dot{x}_1 = \begin{pmatrix} (A_{11} + \Delta A_{11})x_1 \\ -(A_{12} + \Delta A_{12})C_2^{-1}C_1 x_1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

(6)이 슬라이딩 모드에서 원하는 고유구조를 가지며 비정합 섭동에 견실하도록 하기 위한 슬라이딩 평면 설계를 위하여 이경래[8]의 결과를 이용한다. 이는 슬라이딩 평면 설계시 원하는 고유치 $n-m$ 개를 제외한 m 개의 고유치에 해당되는 좌고유벡터를 슬라이딩 평면 행렬의 각 열로 설정하면 시스템은 원하는 우고유구조를 가진다는 정리이며 다음과 같다.

정리 1[8]: 공칭 시스템 A 의 고유치들이 $\{\lambda_i, i = 1, \dots, n\}$ 인 실수, $\{\nu_i, i = 1, \dots, n\}$ 가 각 고유치에 해당하는 우고유벡터, 그리고 $\{q_i, i = 1, \dots, n\}$ 이 각 고유치에 해당하는 좌고유벡터일 때 스위칭 평면 행렬 C 의 각 행을 m 개의 q_i 들로 구성하면 등가 시스템 행렬 $A_{eq} = A - B(CB)^{-1}CA$ 의 고유치는 m 개의 0과 A_{eq} 의 고유치들 중 C 로 선택하지 않은 $n-m$ 개의 좌고유벡터에 해당하는 고유치들로 구성되고 0이 아닌 A_{eq} 의 고유치에 해당하는 우고유벡터는 A 의 우고유벡터중 페루프 시스템의 고유치로 선택된 고유치에 해당하는

우고유벡터를 유지한다. 즉

$$C = [q_1 \ q_2 \ \cdots \ q_m]^T \quad (7)$$

이면

$$\lambda_i(A_{eq}) = \begin{cases} 0, & i = 1, \dots, m \\ \lambda_i(A), & i = n - m + 1, \dots, n \end{cases} \quad (8)$$

그리고

$$\nu_i(A_{eq}) = \nu_i(A), \quad i = n - m + 1, \dots, n \quad (9)$$

이다. 여기서 $\nu_i \in R^n, q_i \in R^n$ 이다.

이 정리를 적용하기 위하여 우선 전체 시스템이 원하는 우고유구조를 가지도록 하기 위하여 Moore[9]의 결과를 이용, 다음과 같은 행렬을 정의한다.

$$S_{\lambda_i} \equiv [\lambda_i I_N - A \ | \ B] \quad (10)$$

$$R_{\lambda_i} \equiv \begin{bmatrix} N_{\lambda_i} \\ M_{\lambda_i} \end{bmatrix}$$

여기서 λ_i 는 원하는 고유치를 나타내며 $i = 1, \dots, n$ 이다. 그리고 행렬 R_{λ_i} 의 열들은 행렬 S_{λ_i} 영공간의 기저를 이루며 $N_{\lambda_i} \in R^{n \times m}, M_{\lambda_i} \in R^{m \times m}$ 이다. 만약 B 의 차수가 m 이면 R_{λ_i} 의 부분행렬인 N_{λ_i} 의 열들은 선형독립이 된다[6]. 따라서 우고유벡터는 다음과 같이 행렬 R_{λ_i} 의 부분행렬 N_{λ_i} 에 의해서 생성되는 열공간에 속해야 된다는 제약이 있음을 알 수 있다. 즉, 지정 가능한 고유벡터 ν_i^d 는 다음과 같다.

$$\nu_i^d = N_{\lambda_i} z_i \quad (11)$$

여기서 $\nu_i^d \in R^n$ 이며, 계수벡터 $z_i \in R^m$ 은 N_{λ_i} 의 열들을 선형조합하여 획득가능한 고유벡터 ν_i^d 를 결정하는 선형조합 계수로서 다음과 같이 가중치를 가지는 성능지표 함수를 최소화하는 값이다.

$$J = \begin{pmatrix} (\nu_i^d)^T \Lambda_i (\nu_i^d - \nu_i^d) \\ (\nu_i^d - N_{\lambda_i} z_i)^T \Lambda_i (\nu_i^d - N_{\lambda_i} z_i) \end{pmatrix} \quad (12)$$

(12)에서 $\nu_i^d \in R^n$ 은 원하는 고유벡터이고, $\Lambda_i \in R^{n \times n}$ 는 가중행렬로서 고유벡터 각 요소들에 대한 가중치를 나타내는 양한정행렬이다. 이를 최소화하는 계수벡터 z_i 를 구하기 위하여 (12)를 미분하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial J}{\partial z_i} = 2N_{\lambda_i}^T \Lambda_i (\nu_i^d - N_{\lambda_i} z_i) \quad (13)$$

그러므로 $\partial J / \partial z_i = 0$ 으로부터 계수벡터는 다음과 같다.

$$z_i = (N_{\lambda_i}^T \Lambda_i N_{\lambda_i})^{-1} N_{\lambda_i}^T \Lambda_i \nu_i^d \quad (14)$$

(14)를 이용하면 (12)를 최소화하는, 즉 최소자승의 관점에서 원하는 고유벡터 v_i^a 에 가장 가까운 페루프 시스템의 고유벡터 (8)의 v_i^a 를 얻을 수 있고 (15)처럼 원하는 고유치와 고유벡터를 가지도록 해주는 게환이득 $K \in R^{m \times n}$ 을 구할 수 있다.

$$K = [M_{\lambda_1 z_1} \ M_{\lambda_2 z_2} \ \dots \ M_{\lambda_n z_n}] \times [v_1^a \ v_2^a \ \dots \ v_n^a]^{-1} \quad (15)$$

이제 슬라이딩 모드에서 원하는 고유구조를 가지는 시스템을 설계하기 위하여 (12)에서 가중행렬의 경우 다음과 같이 슬라이딩 모드 시스템과 관계가 있는 가중행렬 $\Lambda_i \in R^{n \times n}$ 과 그렇지 않은 $\Lambda_j \in R^{n \times n}$ 으로 구성한다.

$$\Lambda_i = \text{diag}\{1, 1, \dots, \varepsilon, \dots, \varepsilon\}, \quad i = 1, \text{codts}, n - m \quad (16)$$

$$\Lambda_j = \text{diag}\{1, 1, \dots, 1, 1, \dots, 1\}, \quad j = n - m + 1, \dots, n$$

그리고 $\varepsilon \ll 1$ 이며 이는 (6)의 $(n - m)$ 차 슬라이딩 모드 시스템에서의 상태변수에 해당하는 x_1 부분만 고유벡터가 일원행렬이면 되기 때문이다. 최종적으로 구하고자 하는 슬라이딩 평면은 가중행렬을 (16)과 같이 주고 구한 $(A + BK)$ 시스템에서 원하는 고유치 $n - m$ 개를 제외한 m 개의 고유치에 해당되는 좌고유벡터를 슬라이딩 평면 행렬의 각 열로 설정하면 되고 다음과 같다.

$$C = [\varphi_{n-m+1} \ \varphi_{n-m+2} \ \dots \ \varphi_n]^T \quad (17)$$

여기서 $\varphi_i \in R^n$ 은 m 개의 고유치중 i 번째 고유치의 좌고유벡터를 나타낸다.

고찰 1. 원하는 우고유구조인 V 를 설계할 경우 $\|V\| \|V^{-1}\|$ 는 시스템 고유치의 민감도와 밀접한 관계가 있는 요소로서 작을수록 모델링 오차나 외란 등으로 인한 섭동항의 영향이 줄어들어 시스템의 견실성이 향상되므로 $\|V\| \|V^{-1}\|$ 가 작아지도록 우고유구조를 설계한다[10]. 그러므로 원하는 우고유구조를 일원행렬로서 설정하고 슬라이딩 평면을 설계하면 시스템은 슬라이딩 모드에서 섭동으로부터 둔감하다.

다음 정리 2를 통하여 설계된 슬라이딩 모드 시스템의 견실성 척도로서 허용되는 비정합 불확실성의 크기를 제시하고 그 크기의 여유안에서 섭동된 슬라이딩 모드 시스템은 안정함을 보인다. 우선 슬라이딩 모드 시스템인 (6)을 다음과 같이 비정합 섭동을 가지는 시스템으로 고려한다.

$$\dot{x}_1(t) = (A_s + \Delta A_s)x_1(t) \quad (18)$$

$A_s = A_{11} - A_{12}C_2^{-1}C_1$ 으로 슬라이딩 모드 시스템 행렬이고 $\Delta A_s = \Delta A_{11} - \Delta A_{12}C_2^{-1}C_1$ 으로 슬라이딩 모드 시스템에 대한 섭동을 의미한다.

정리 2. (18)로 주어지는 섭동을 가지는 선형 시불변 시스템에 대하여

$$\delta a_{11} + \delta a_{12} \|C_2^{-1}C_1\| \leq \frac{1}{\|P\|} \quad (19)$$

이면 섭동된 슬라이딩 모드 시스템은 안정하다. 여기서 P 는 리아푸노브 방정식 $A_s^*P + PA_s = -2I$ 를 만족하는 양한정 행렬이며 *는 complex conjugate이다.

증명) 리아푸노브 함수후보를 $V = x_1^*Px_1$ 이라 선택한다. 이를 미분하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= x_1^*Px_1 + x_1^*P\dot{x}_1 \\ &= x_1^*(A_s + \Delta A_s)^*Px_1 + x_1^*P(A_s + \Delta A_s)x_1 \\ &= x_1^*(A_s^*P + PA_s + \Delta A_s^*P + P\Delta A_s)x_1 \\ &= x_1^*(-2I - \Delta A_s^*P + P\Delta A_s)x_1 \end{aligned} \quad (20)$$

여기서 삼각부등식을 전개해보면 $\|\Delta A_s^*P + P\Delta A_s\| \leq \|\Delta A_s^*P\| + \|P\Delta A_s\| \leq 2\|\Delta A_s\| \|P\|$ 이므로 $2\|\Delta A_s\| \|P\| \leq 2$ 이면 $\dot{V} \leq 0$ 가 만족한다. (19)를 이용하면 $\|\Delta A_s\| \leq \frac{1}{\|P\|}$ 는 만족된다.

$$\begin{aligned} \|\Delta A_s\| &= \|\Delta A_{11} - \Delta A_{12}C_2^{-1}C_1\| \\ &\leq \|\Delta A_{11}\| + \|\Delta A_{12}\| \|C_2^{-1}C_1\| \\ &\leq \delta a_{11} + \delta a_{12} \|C_2^{-1}C_1\| \\ &\leq \frac{1}{\|P\|} \end{aligned} \quad (21)$$

그러므로 시스템 (18)은 섭동에 대하여 견실안정하다. ■

정리 2에 나타난 안정성 공식은 주어진 슬라이딩 모드 시스템에 대해 안정 여부만을 판단해 줄 수 있다. 즉, 설계에 따라서 견실성의 정도를 판단해줄 수 있는 새로운 척도가 필요함을 알 수 있다.

고찰 2. (견실성 지수 ε_p) 설계된 슬라이딩 모드 시스템의 견실성을 가늠할 수 있는 견실성 지수 ε_p 를 (22)와 같이 정의한다.

$$\varepsilon_p = \frac{1}{\|P\|} - \delta a_{11} - \delta a_{12} \|C_2^{-1}C_1\| \quad (22)$$

(22)에서 P 와 C 는 견실성을 결정하는 파라미터로 $\|P\|$ 와 $\|C_2^{-1}C_1\|$ 이 작을수록 주어진 슬라이딩 모드 시스템의 견실성은 높아진다. 두 파라미터를 모두 최소화할 수 있다면 최상의 설계가 되겠지만 실제 리아푸노프 방정식에 의한 관계 때문에 최상의 설계가 쉽지 않다. 그래서 고찰 1의 결과를 이용하여 견실성이 향상되도록 슬라이딩 모드 시스템의 우고유구조를 일원행렬로 선택하였다. 그러나 이것은 설계 기준의 하나로 이용한 것이며, ε_p 를 최소화할 수 있는 어떠한 최적화 방법도 여기에 적용될 수 있다.

다음의 그림 1은 설계된 슬라이딩 모드 시스템에 대하여 허용되는 섭동을 도식적으로 나타낸 것이다. (19)가 나타나

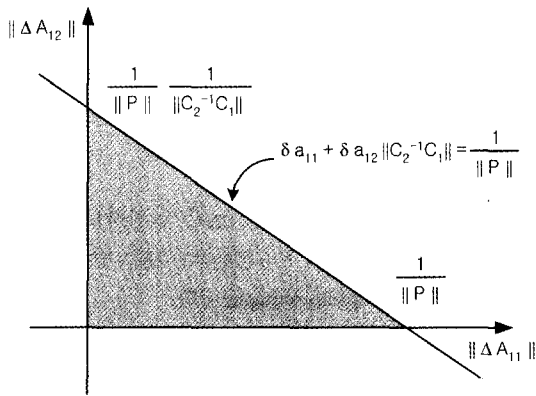


그림 1. 동 슬라이딩 모드 시스템의 안정영역.
Fig. 1. Stability region of perturbed sliding mode system.

는 영역은 삼각형으로 그려지고 섭동은 한 점의 좌표로 표시되므로 삼각형내에 존재하는 섭동에 대해서는 주어진 슬라이딩 모드 시스템이 안정함을 알 수 있다.

마지막으로 시스템 (1)과 같은 불확실성 시스템에 대하여 제어입력 (19)를 제안한다. 제안한 제어입력은 알려진 시스템 파라미터를 가지고 슬라이딩 평면에 대해 보상하는 등가 제어입력 u_{eq} 와 외란이나 섭동 등과 같은 시스템의 불확실성에 대해 슬라이딩 조건을 만족하도록 보상하는 불연속 제어입력 u_d 로 구성되어진다.

$$u = u_{eq} + u_d \tag{23}$$

여기서 u_{eq} , u_d 는 다음과 같다.

$$u_{eq} = -(CB)^{-1}CAx$$

$$u_d = -(CB)^{-1}(\|C_1\| \delta a_{11} \|x_1\| + \|C_1\| \delta a_{12} \|x_2\| + \|C_2\| \delta a_{21} \|x_1\| + \|C_2\| \delta a_{22} \|x_2\|)sgn(S) - d_g sgn((CB)^T S)$$

제안한 제어입력이 시스템을 견실안정화함을 다음 정리 3을 통하여 보인다.

정리 3. 슬라이딩 평면 (4)에 대하여 제안한 제어입력 (23)은 불확실성 시스템 (1)을 견실 안정화하며 슬라이딩 모드를 보장한다.

증명) $V = \frac{1}{2} S^2$ 이라는 리아푸노프 함수후보를 선택한다. 이를 미분하면 다음과 같다.

$$\dot{V} = S^T \dot{S} + S^T \{CAx + C\Delta Ax + CB(u + g)\} \tag{24}$$

여기에 (23)을 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= S^T \{CAx + C\Delta Ax + CB[-(CB)^{-1}(CAx + u_d) + g]\} \\ &= S^T \{C_1(\Delta A_{11}x_1 + \Delta A_{12}x_2) + C_2(\Delta A_{21}x_1 + \Delta A_{22}x_2) \\ &\quad - (\|C_1\| \delta a_{11} \|x_1\| + \|C_1\| \delta a_{12} \|x_2\| \\ &\quad + \|C_2\| \delta a_{21} \|x_1\| + \|C_2\| \delta a_{22} \|x_2\|)sgn(S) \\ &\quad - CBd_g sgn((CB)^T S) + CBg\} \end{aligned} \tag{25}$$

그러므로 섭동과 외란의 유계조건을 이용하면 $\dot{V} < 0$ 을 만족하고 제안한 제어입력 (23)은 시스템 (1)을 견실안정화하며 슬라이딩 모드를 보장한다. ■

III. 모의실험

본 장에서는 주어진 예제 시스템으로 원하는 우고유구조를 네 가지 경우에 대하여 II장에서 정의한 견실성 지수 ϵ_p 를 계산하여 결과를 비교하고 아울러 설계한 슬라이딩 평면과 제어입력에 대해 모의실험을 통하여 제안한 방법을 검증한다. 예제 시스템은 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 1 & -2 & 2 \\ -1 & -4 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & -3 & 7 \\ 1 & 8 & 1 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{26}$$

$$\Delta A = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.3 & 0.2 & 0.5 \\ -0.4 & 0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0.0 & 0.5 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.0 & 0.0 & 0.3 \end{bmatrix}$$

$$g = \begin{bmatrix} 0.05 \cos(\pi t) \\ 0.05 \sin(\pi t) \end{bmatrix}$$

(26)과 같은 행렬($n=4, m=2$)을 가진 식 (1)의 형태를 가지는 선형 시불변 시스템이다. 먼저 견실성을 고려한 고유구조 지정법을 이용하여 슬라이딩 평면 C 를 설계하고 견실성 지수 ϵ_p 를 구한다. 이때 사용한 우고유벡터 네 가지 경우에 대하여 견실성 지수를 계산한 결과는 표 1과 같다. 각각의 경우는 우고유벡터 선택 기준인 $\|V\| \|V^{-1}\|$ 값을 고려하여 선정하였으며 제안한 견실성 지수 ϵ_p 가 양수일 경우(안정), 음수인 경우(불안정)를 포함한다. 단 원하는 고유치는 네 가지 경우 모두 -3, -4, -5, -6으로 동일하다.

경우1) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$,	경우2) $\begin{bmatrix} 7 & -4 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
경우3) $\begin{bmatrix} -3 & -2 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$,	경우4) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

여기서 1)-3)의 경우 (12)와 같은 가중행렬이고 $\epsilon = 10^{-5}$ 으로 두었으며 4)의 경우는 1)의 경우와 우고유벡터는 동일하지만 가중행렬을 (12)와 달리 모두 단위행렬로 하였다.

표 1을 통해 우고유구조와 가중행렬을 변경하며 견실성 지수 ϵ_p 를 비교하였다. 표 1에서 알 수 있듯이 일원행렬의 경우 1)에서 $\|V\| \|V^{-1}\|$ 값이 최소이며 선택된 우고유벡터가 견실성 향상시킴을 다음 결과로부터 알 수 있다. 우선 경우 1)의 결과로부터 우고유구조를 일원행렬로 선택한 경우 ϵ_p 가 최대이다. 경우 2), 3)은 일원행렬이 아닌 일반적인 경우로 ϵ_p 가 작아졌음을 확인할 수 있다. 경우 4)는 경우 1)처럼 우고유구조를 일원행렬로 선택하였으나 가중치를 이용하지 않고 단위행렬로 한 경우이며 역시 경우 1)보다 ϵ_p 가 작았다. 이는 제어입력이 2차이므로 가중행렬을 조정하

표 1. 섭동 여유.

Table 1. Perturbation bounds.

Factor \ 경우	경우1)	경우2)	경우3)	경우4)
$\ V\ \ V^{-1}\ $	1	8.162	54.64	1
$\frac{1}{\ P\ }$	3.000	2.878	0.999	2.982
ϵ_p	1.858	1.787	-1.734	1.808

지 않을 경우 고유벡터의 네 요소를 최소자승의 관점에서 할당하기 때문이다. 특히 경우 3)은 ϵ_p 가 음의 값을 나타내며 이는 안정성을 보장할 수 있는 영역으로부터 벗어났음을 의미한다.

다음으로 설계한 슬라이딩 평면과 제안한 제어입력의 결과를 모의실험을 통해 살펴본다. (26)으로 이루어진 (1)의 시스템에 표 1에서 경우 1)을 적용하고 슬라이딩 평면 (17)과 제어입력 (23)을 이용하여 모의실험하였다. 섭동의 유계치는 $\delta a_{11}=0.5, \delta a_{12}=0.6, \delta a_{21}=0.6, \delta a_{22}=0.4$ 이며 $d_g=0.1$ 이고 설계된 슬라이딩 평면과 부례한 이득행렬 K , 그리고 초기상태는 다음과 같다.

$$C = \begin{bmatrix} 0.8542 & -0.0949 & -1.8033 & -0.8542 \\ 0.8834 & -0.5495 & 1.7457 & -0.8834 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} -1.8803 & -0.9022 & -2.1415 & -7.1197 \\ 0.1415 & -7.4287 & -5.1457 & -7.8585 \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$x(0) = [0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.5]^T$$

그림 2-5는 정합 불확실성 와 비정합 불확실성에 대하여 각 상태변수가 0으로 수렴함을 보여주고 그림 6-7에서 1초 이전에 슬라이딩 평면에 도달함을 알 수 있고 1초 이후에는 슬라이딩 모드를 따라서 상태가 원점으로 수렴한다. 그러므로 제안한 방법으로 설계한 슬라이딩 평면과 제어입력은 허용하는 비정합 불확실성에 대하여 둔감함을 알 수 있다. 그림 8-9에는 제어입력을 표시하였으며 이는 채터링 현상을

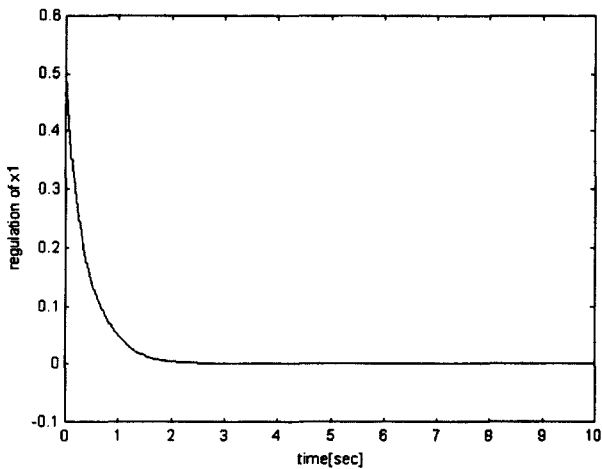


그림 2. 상태변수 x_1 .

Fig. 2. State variable x_1 .

개선하기 위하여 식 (19)의 부호함수 대신에 포화 함수 $sat(S/\phi), \phi=0.001$ 을 사용한 결과이다.

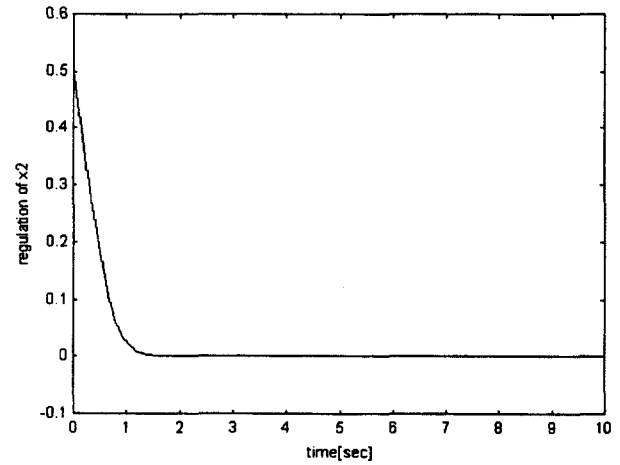


그림 3. 상태변수 x_2 .

Fig. 3. State variable x_2 .

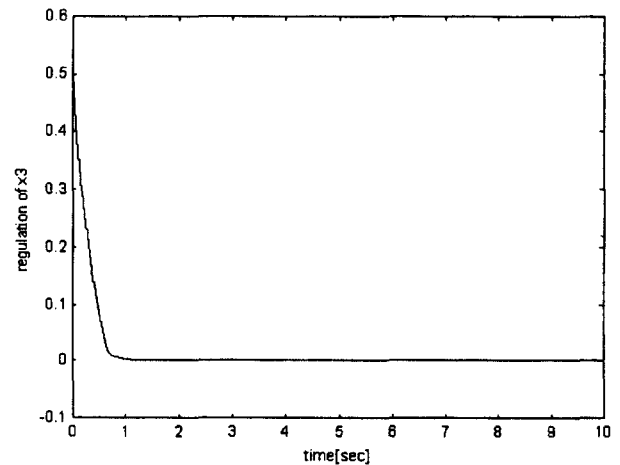


그림 4. 상태변수 x_3 .

Fig. 4. State variable x_3 .

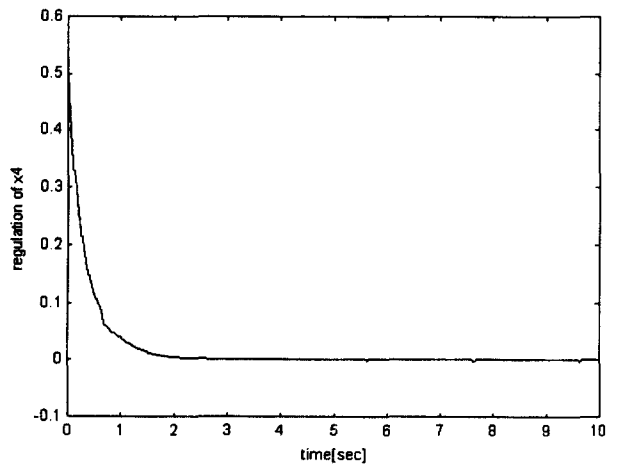


그림 5. 상태변수 x_4 .

Fig. 5. State variable x_4 .

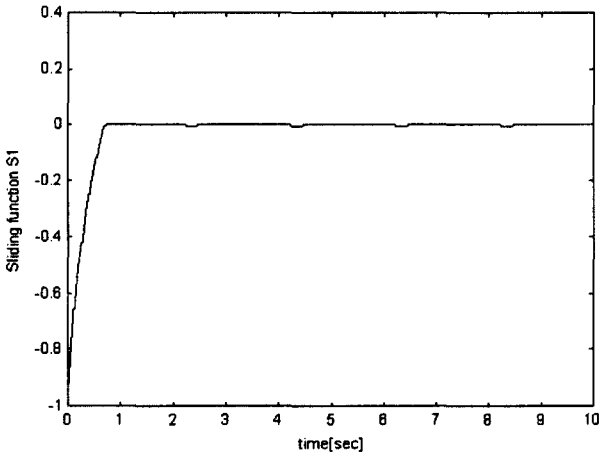


그림 6. 슬라이딩 함수 S_1 .
Fig. 6. Sliding function S_1 .

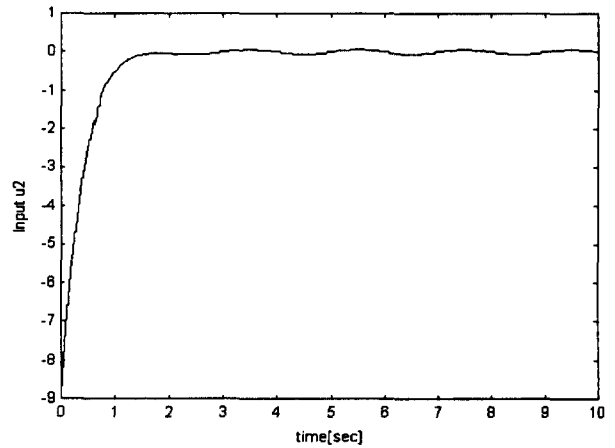


그림 9. 제어입력 u_2 .
Fig. 9. Control input u_2 .

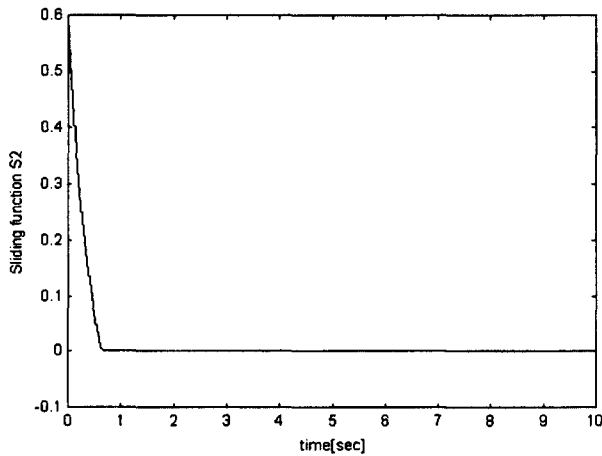


그림 7. 슬라이딩 함수 S_2 .
Fig. 7. Sliding function S_2 .

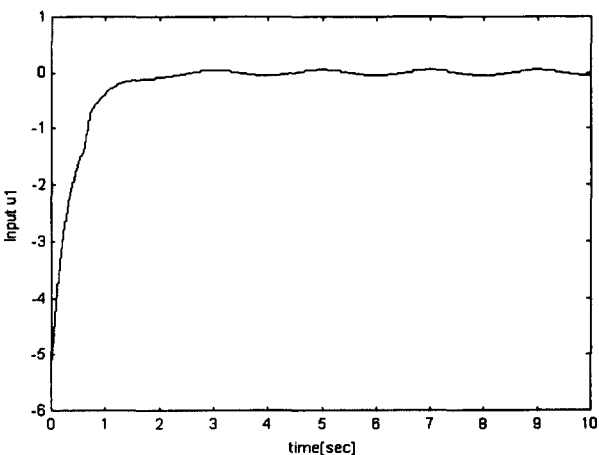


그림 8. 제어입력 u_1 .
Fig. 8. Control input u_1 .

IV. 결론

본 논문에서는 고유구조 지정법을 이용하여 비정합 불확실 시스템에 대해서 슬라이딩 모드 동안 섭동의 영향에 둔

감하도록 슬라이딩 평면을 설계하는 방법을 제안하였다. 이는 고유치만을 이용한 기존의 방식과는 달리 원하는 고유구조를 최소자승의 관점에서 최적으로 할당하는 슬라이딩 평면 설계방법이다. 그리고 시스템의 견실성을 나타내는 척도로서 견실성 지수 ϵ_p 로 정의하고 그 영역을 그림으로 도시하였다. 또한 불확실 시스템의 슬라이딩 모드를 보장하는 제어입력을 제안하였으며 모의실험을 통해 예제 시스템에 대해서 제안한 방법으로 설계된 슬라이딩 평면이 섭동에 대해 둔감하게 슬라이딩 모드를 유지함을 확인하였다.

견실성을 고려하는 고유구조 지정법은 시스템의 차수와 제어입력의 차수가 같으면 설계자가 페루프 시스템의 고유치와 고유벡터를 모두 지정할 수 있다. 그러나 $(n-m)$ 차의 슬라이딩 모드 시스템보다 제어입력의 차수 m 가 작다면 우리가 원하는 우고유벡터, 즉 슬라이딩 모드에서 견실성을 최대한 보장하는 일원행렬로 고유벡터를 지정하기 위해 가중 행렬 Λ 를 조정하여도 고유벡터들은 최소자승의 관점으로 지정이 되어 원하는 견실성을 얻기 힘들다. 따라서 설계자는 가중행렬의 적절한 조정이 필요하고 아울러 견실성 지수를 향상시키기 위해서는 $C_2^{-1}C_1$ 항의 고려가 필요하다.

참고문헌

- [1] V. I. Utkin, "Variable structure system with sliding modes," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 22, no. 2, pp. 212-222, 1977.
- [2] R. A. DeCarlo, S. H. Zak, and G. P. Matthews, "Variable structure control of nonlinear multivariable systems: A tutorial," *Proc. IEEE*, vol. 76, no. 3, pp. 212-232, 1988.
- [3] W. Gao and J. C. Hung, "Variable structure control: A survey," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 40, no. 1, pp. 2-22, 1993.
- [4] M. P. Galazos and S. H. Zak, "Practical stabilization of nonlinear/uncertain dynamic systems with bounded controllers," *Int. J. of Control*, vol. 62, pp. 153-171, 1995.
- [5] J. L. Chang and Y. P. Chen, "A new approach of sliding mode controller design for mismatched uncertainties," *The Fifth Int. Conference on Control, Automation, Robotics, and Vision*, 1998.

[6] A. N. Andry, E. Y. Shapiro, and J. C. Chung, "Eigenstructure assignment for linear systems," *IEEE Trans. On Aerosp. And Electro. Syst.*, vol. 19, no. 5, pp. 711-729, 1983.

[7] J. W. Choi, "A simultaneous assignment methodology of right/left eigenstructures," *IEEE Trans. On Aerosp. and Electro. Syst.*, vol. 34, no. 2, pp. 625-634, 1998.

[8] 이경래, *고유구조 할당에 의한 가변구조 제어 시스템*

의 스위칭 평면 설계, 경북대학교 대학원, 1996.

[9] B. C. Moore, "On the flexibility offered by state feedback in multivariable systems beyond closed loop eigenvalue assignment," *IEEE Trans. On Automat. Contr.*, vol. 21, pp. 689-692, 1976.

[10] J. L. Junkins and Y. Kim, *Introduction to Dynamics and Control of Flexible Structures*, AIAA Education Series, 1993.

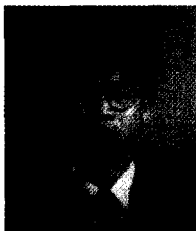
전 경 한

제어 · 자동화 · 시스템공학 논문지, 제7권, 제7호. 604쪽 참조.



전 해 진

1975년 3월 17일생. 1998년 2월 경일대학교 제어계측공학과 졸업(공학사). 2000년 2월 경북대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사). 2000년~현재 동 대학원 박사과정. 주관심 분야는 가변구조 제어, 퍼지 제어.



김 가 규

1970년 2월 22일생. 1993년 2월 경북대학교 전자공학과 졸업(공학사). 1995년 2월 동 대학원 전자공학과 졸업(공학석사). 2000년 2월 동 대학원 전자공학과 졸업(공학박사). 현재 한국전자통신연구원 컴퓨터소프트웨어기술연구소 선임연구원 재직중. 주관심분야는 가변구조제어, 실시간운영체제.

어기술연구소 선임연구원 재직중. 주관심분야는 가변구조제어, 실시간운영체제.

최 봉 열

제어 · 자동화 · 시스템공학 논문지, 제7권, 제7호, 604쪽 참조.