

불확실한 비선형 계통에 대한 동적인 구조를 가지는 강인한 적응 신경망 제어기 설계

Robust Adaptive Neural Network Controller with Dynamic Structure for Nonaffine Nonlinear Systems

박 장 현, 박 귀 태
(Jang-Hyun Park and Gwi-Tae Park)

Abstract : In adaptive neuro-control, neural networks are used to approximate unknown plant nonlinearities. Until now, most of the studies in the field of controller design for nonlinear system using neural networks considers the affine system with fixed number of neurons. This paper considers nonaffine nonlinear systems and on-line variation of the number of neurons. A control law and adaptive laws for neural network weights are established so that the whole system is stable in the sense of Lyapunov. In addition, at the expense of the input, tracking error converges to the arbitrary small neighborhood of the origin. The efficiency of the proposed scheme is shown through simulations of a simple nonaffine nonlinear system.

Keywords : neuro-control, robust adaptive control, nonaffine nonlinear system

I. 서론

인간 두뇌의 신경세포의 기능을 수학적으로 모델링한 신경망(Neural Network, NN)은 최초로 개발된 이후 그 성능의 한계 때문에 한동안 연구가 침체되었다가 80년대 중반에 다층 신경망(Multi-layered Neural Network, MNN)과 기울기법(gradient decent method)을 다층 신경망에 적용한 오차 역전파(backpropagation, BP) 학습법의 개발을 계기로 다시 활발하게 연구가 진행되었다. 특히 전방향 다층 신경망(feedforward MNN)은 임의의 함수를 원하는 정도의 정밀도로 근사화할 수 있다는 범용 근사화기 이론(universal approximation theory)[1]이 확립되어 있다.

이러한 특성을 이용하여 신경망을 제어분야에 적용한 논문들이 90년도 초반에 발표되었고 이를 결과는 범용 근사화기 이론에 근거하여 계통의 불확실성을 신경망으로 동정(identification)하는 방법[2]-[9]을 사용하였다. 따라서 신경망을 이용한 제어기는 제어 대상에 대한 정확한 수학적 모델이 필요치 않다는 큰 장점을 가진다. 이후 신경망을 이용한 제어기에 대한 초기 연구 결과들[2]-[6]은 대부분 오차 역전파 학습법을 사용하였으나 이 방법의 단점은 제어 시스템에서 필수적으로 요구되는 안정도(stability)나 강인성(robustness) 등을 해석적으로 보이기가 어렵다는 것이다. 그러나 최근에는 리아프노브(Lyapunov) 관점의 안정도를 보장하는 신경망 제어기에 대한 연구결과가 다수 발표된 바 있다[7]-[14]. 이들 제어방식은 크게 두 가지로 나눌 수 있는데 직접 적응 제어(indirect adaptive control)방식과 간접

적응 제어(direct adaptive control)방식이 그것이다. 직접 적응 제어 방식[7]-[14]에서는 신경망의 출력이 제어 입력이 되며 최적의 제어기를 신경망이 근사화 하도록 설계된다. 간접 적응 제어[8]-[13]에서는 [15]의 궤환 선형화 기법을 신경망과 접목하여 계통의 비선형항을 신경망을 이용하여 추정한 후 이 추정치를 이용하여 입력과 출력관계를 적응적으로 선형화시키는 제어기를 구성하게 된다. 두 방식 모두 제어입력과 신경망의 가중치 개선법칙들은 리아프노브 관점에서 안정하도록 결정된다.

그러나 신경망의 구조(은닉층의 개수나 뉴런의 갯수)가 무한히 크지 않는 이상 근사화 오차(approximation error or reconstruction error)는 필연적으로 발생하기 마련이며 이 오차가 폐루프 계통에 개입되어 계통의 안정도를 보장하기 어렵게 한다. 이것을 보상하기 위하여 슬라이딩모드(sliding-mode) 입력항을 추가로 인가하는 기법[3]-[5][11][12]이 널리 쓰이며 슬라이딩 모드 제어입력의 이득(gain)은 계통의 불확실한 항들의 유계상수 정보로부터 계산되어 진다.

그러나 이들 유계상수 정보는 실제로 구하기 어려우므로 대개 과추정하거나 오프라인(off-line)학습으로 이들 정보를 구하게 된다. 또한 이들은 모두 계통의 동특성식이 입력항에 대해 선형인 어파인(affine) 계통에 대해서만 적용 가능하며, 신경망의 구조(은닉층의 뉴런의 개수)는 모두 초기에 결정된 후 고정되어 신경망의 구조가 불필요하게 커지거나 또는 너무 작아서 적절한 제어 성능을 얻지 못하게 된다는 단점이 있다. 따라서 대개는 시행착오적으로 뉴런의 개수를 정하게 마련이다.

위와 같은 기존의 논문들의 단점을 보완하기 위해서 본 논문에서는 nonaffine 단일입력 단일출력(SISO) 비선형 계통에 대해서 강인한 간접 적응 신경망 제어기를 설계함을 목적으로 한다. 본 논문에서 제시하는 신경망 제어기는 유계상수 값들을 온라인(on-line)으로 추정한 후 이 정보를 강

접수일자 : 2000. 11. 16., 수정완료 : 2001. 4. 12.

박장현 : 고려대학교 전기·전자·전파공학부(hyun@elec.korea.ac.kr)
박귀태 : 고려대학교 전기·전자·전파공학부(gtspark@elec.korea.ac.kr)

인 제어항의 이득을 계산하는데 이용하여 따라서 이를 값을 미리 과정화하거나 오프라인 학습을 할 필요가 없다. 또한 은닉층의 뉴런의 개수도 온라인으로 적절한 개수를 찾아가게 된다. 즉, 초기에는 작은 수의 뉴런으로 계통의 제어를 수행하다가 특정 조건을 만족하면 뉴런의 개수를 늘려나가는 방법을 제시한다. 제어구조와 모든 파라미터-신경망의 가중치와 유계상수 추정치-학습규칙은 폐루프 계통이 리아프노브 관점에서 안정하도록 결정되며 추종오차와 파라미터들이 Uniformly Ultimately Bounded(UUB)임을 보인다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. II장에서는 제어 문제를 구체적으로 기술하고 nonaffine 계통에 affiner 계통에서 사용한 제어방식을 도입할 수 있는 기본 아이디어를 기술한다. III장에서는 본 논문에서 사용하는 신경망의 구조와 함수의 근사화에 필요한 기준 논문에 소개된 정리를 소개한다. 그리고 IV장에서는 III장에서 소개한 신경망을 이용하여 계통의 불확실한 비선형 항을 근사화한 후 이를 이용한 제어입력을 제시하며 아울러 신경망의 가중치 및 유계상수 추정치의 개선법칙을 유도한다. V장에서 간단한 2차 계통에 대한 모의실험으로 제시한 알고리즘의 효율성을 보이며 마지막으로 VI장에서 결론을 내린다.

II. 문제기술

본 논문에서는 다음과 같은 단일입력 단일출력(SISO) 비선형 시스템을 고려한다.

$$y^{(n)} = F(y, y^{(1)}, \dots, y^{(n-1)}, u) \quad (1)$$

여기서

- $y \in R$: 시스템의 출력
- $u \in R$: 제어입력
- $y^{(i)}, i=1, \dots, n$: y 의 i 번째 시간 도함수
- $F(\cdot): R^n \rightarrow R$: 미지의 비선형 함수

이다. 상태변수 벡터를 $x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T = [y \ y^{(1)} \ \dots \ y^{(n-1)}]^T \in R^n$ 으로 정의하면 (1)은 다음과 같은 상태방정식으로 기술된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= F(x, u) \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (2)$$

정의 1 : U 를 R^{n+1} 의 open subset이라고 하자. 함수 $f(w): U \rightarrow R$ 는 모든 $w_a, w_b \in U$ 에 대해서 다음을 만족시키는 양의 상수 L 이 존재하면 U 에서 Lipschitz라고 한다.

$$|f(w_a) - f(w_b)| \leq L|w_a - w_b| \quad (3)$$

정리 1 : 만약 함수 f 가 C^1 에 속하면 f 는 locally Lipschitz이다. 또한 $\Omega \subset U$ 가 compact이면 f 는 Ω 에서 Lipschitz이다.

비선형 계통(1)에 대해 제어기를 설계하기 위해서 다음

과 같은 가정들이 필요하다.

가정 1 : (1)의 함수 $F(x, u)$ 는 $(x, u) \in R^{n+1}$ 에 대해서 C^1 이고, 입력 u 에 대해서 smooth한 함수이다.

가정 2 : 모든 $(x, u) \in R^{n+1}$ 에 대해서 $\frac{\partial F(x, u)}{\partial u} \neq 0$

이 성립하고 $\frac{\partial F(x, u)}{\partial u}$ 의 부호는 알 수 있다.

가정 3 : 기준입력 $y_d(t), y_d^{(1)}(t), \dots, y_d^{(n-1)}(t)$ 은 smooth하고 유계이다.

가정 1에 의해서 $F(x, u)$ 는 u 에 대해서 smooth한 함수이므로 다음과 같이 $F(x, u)$ 를 명목입력값(nominal input)인 u_0 에 대해서 테일러 급수 전개(Taylor series expansion)를 할 수 있다.

$$F(x, u) = F(x, u_0) + \left. \frac{\partial F(x, u)}{\partial u} \right|_{u=u_0} (u - u_0) + O(\cdot) \quad (4)$$

여기서 $O(\cdot)$ 은 고차항(higer-order term)으로서 다음과 같다.

$$O(\cdot) = \sum_{k=2}^{\infty} \Delta F_{u_0}^{[k]} (u - u_0)^k \quad (5)$$

$$\Delta F_{u_0}^{[k]} = \left. \frac{\partial^k F(x, u)}{k! \partial u^k} \right|_{u=u_0}$$

이제 다음과 같이 $f(x), g(x), u_d$ 를 정의하면

$$\begin{aligned} f(x) &\triangleq F(x, u_0) \\ g(x) &\triangleq \left. \frac{\partial F(x, u)}{\partial u} \right|_{u=u_0} \\ u_d &\triangleq u - u_0 \end{aligned} \quad (6)$$

(1)은 다음과 같이 다시 기술될 수 있다.

$$y^{(n)} = f(x) + g(x)u_d + O(\cdot) \quad (7)$$

(7)의 함수 $f(x), g(x)$ 은 미지의 함수이므로 본 논문에서는 신경망을 이용하여 이들을 동정한다.

정리 2 : 다음을 만족하는 상수 $l_i, i=1, 2$ 가 존재한다.

$$|O(\cdot)| \leq l_1|u_d| + l_2|x||u_d| \quad (8)$$

증명 : (4)를 $O(\cdot)$ 에 대하여 재정렬하면

$$O(\cdot) = F(x, u) - F(x, u_0) - \left. \frac{\partial F(x, u)}{\partial u} \right|_{u=u_0} u_d$$

이 얻어지고 가정 1에 의하여 함수 F 는 x 와 u 에 대해서 Locally Lipschitz이므로 다음과 같은 부등식을 만족하는 $L_i, i=1, 2$ 가 존재함을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} |F(x, u) - F(x, u_0)| &\leq L_1|u - u_0| \\ \left. \frac{\partial F(x, u)}{\partial u} \right|_{u=u_0} u_d &= g(x) \leq L_2|x| + g(0) \end{aligned}$$

위의 부등식을 이용하면 다음이 성립함을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} |O(\cdot)| &\leq |F(x, u) - F(x, u_0)| + |g(x)||u_d| \\ &\leq L_1|u_d| + (L_2|x| + g(0))|u_d| \\ &= (L_1 + g(0))|u_d| + L_2|x||u_d| \end{aligned}$$

상수 $l_i, i=1, 2$ 를 다음과 같이 정의하면

$$\begin{aligned} l_1 &= L_1 + g(0) \\ l_2 &= L_2 \end{aligned}$$

(8)이 유도된다. ■

본 논문에서는 제어기를 설계할 때 (8)의 $l_i, i=1, \dots, 4$ 를 추정하는 기법을 이용하므로 설계자가 이를 상수값을 계산해야 할 필요는 없다.

앞으로 $|y|$ 은 y 가 스칼라이면 절대값을, y 가 벡터이면 2-norm을 의미한다.

III. 신경망을 이용한 함수의 근사화

본 논문에서는 그림 1과 같은 2층 전방향 신경망(feed-forward neural network)을 이용하여 (7)의 $f(\cdot), g(\cdot)$ 을 추정한다.

그림 1에 도시된 2층 전방향 신경망은 범용 근사화기(universal approximator)[1]로 알려져 있으며 은닉층 뉴런의 개수를 m 이라고 하고 입력층과 은닉층 사이의 가중치 행렬을 $V \in R^{(n+1) \times m}$, 은닉층과 출력층 사이의 가중치 행렬을 $W = [W_f \ W_g] \in R^{(m+1) \times 2}$ 라고 표기한다. 여기서 $[V]_{ij}$ ($i=1, \dots, n+1, j=1, \dots, m$)는 i 번째 입력노드와 j 번째 은닉층 뉴런을 연결시키는 가중치이고 유사하게 $[W]_{jk}$ ($j=1, \dots, m+1, k=f, g$)는 j 번째 은닉층 뉴런과 k 번째 출력층 뉴런을 연결하는 가중치이다. 신경망의 출력은 다음과 같다.

$$\hat{H} \triangleq \begin{bmatrix} \hat{f} \\ \hat{g} \end{bmatrix} = W^T \sigma(V^T X) \quad (9)$$

여기서 $\sigma(V^T X) = [\bar{\sigma}(V^T X)^T \ 1]^T \in R^{m+1}$ 은 은닉층 뉴런의 활성화 함수(activation function)로 이루어진 벡터이고 $X \triangleq [x^T \ 1]^T$ 이다. 활성화 함수로는 다음과 같은 시그모이드(sigmoid) 함수를 사용한다.

$$[\bar{\sigma}(x)]_i = \frac{1}{1 - e^{-x_i}} \quad (10)$$

신경망의 가중치 행렬 V 와 W 에 대해서 다음을 만족시

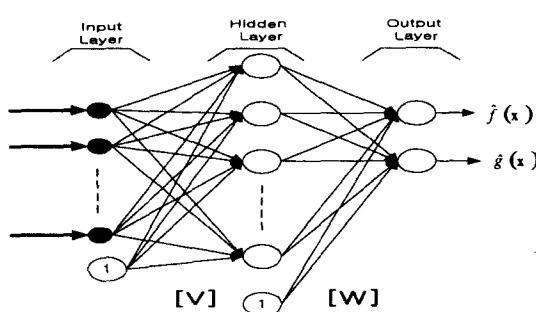


그림 1. 1개의 은닉층을 가진 전방향 신경망.

Fig. 1. Feedforward NN with one hidden layer.

키는 최적의 가중치 행렬 V^* 와 W^* 가 존재한다.

$$(V^*, W^*) = \arg \min_{V, W} \left\{ \sup_{x \in Q} |H(x) - \hat{H}(x, V, W)| \right\} \quad (11)$$

여기서 $H(x) = [f(x) \ g(x)]^T$ 이다.

본 논문에서는 은닉층의 k 번째 뉴런이 시간 t_a 에서 다음 조건을 만족하면 분열하는 방법을 제안한다.

$$\frac{\sum_{i=1}^{n+1} |\dot{V}_{ik}|}{\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^{n+1} |\dot{V}_{ij}|} \geq \varepsilon_\sigma, \quad k=1, 2, \dots, m \quad (12)$$

여기서 ε_σ 는 분열 경계값(disjunction threshold)을 나타내며 $0 < \varepsilon_\sigma \leq 1$ 의 범위를 갖는다. 위에서 제시한 방법은 모든 뉴런에 관계된 가중치 행렬 갱신을 총합에 대한 k 번째 뉴런에 관계된 갱신율 합의 비가 어느 문턱치 이상이 되면 k 번째 뉴런의 갱신율이 상대적으로 크므로, 크게 업데이트 됨에 따라 정확한 근사화가 이루어지기 힘들게 된다는 사실에서 착안한 것이다. 이를 막기 위해 뉴런을 새로 생성하여 가중치를 분담하도록 한다. 분열 방법이 그림 2에 도시되어 있다.

그림 2에서와 같이 입력층과 k 번째 뉴런과의 가중치의 정규화된 변화율이 임계치 ε_σ 보다 크게 되면 분열을 하는데 새로 생성된 뉴런을 k' 번째라고 하면 이 뉴런과 연결되는 새로운 가중치는 다음과 같이 설정한다.

$$\begin{aligned} V_{ik}(t_a^+) &= 0, \quad i=1, \dots, m \\ W_{k'}(t_a^+) &= 0, \quad j=1, 2 \end{aligned} \quad (13)$$

여기서 t_a^+ 는 분열이 일어난 직후의 시간을 표기한다. 이 방법은 분열이 되지 않았을 때의 $\hat{H}(t_a)$ 와 분열이 일어났을 때의 $\hat{H}(t_a^+)$ 가 같고 새로 생성된 뉴런에 연결된 가중치들이 기존의 가중치들의 변화율을 분담할 것이며 또한 한 시간이 지남에 따라 신경망이 학습이 진행이 되면서 (12)

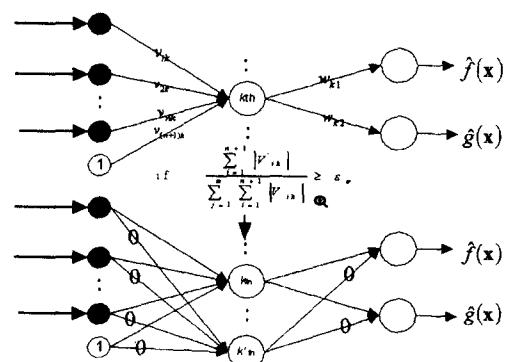


그림 2. 뉴런의 분열.

Fig. 2. Disjunction of a neuron.

를 만족하는 뉴런이 점점 줄어들 것이라는 사실에서 확인되었다.

미지의 최적의 뉴런개수를 m^* 라고 한다면, 본 논문에서는 현재 존재하는 m 개의 뉴런을 활성화된 부분, 아직 모자란 $m^* - m$ 개의 뉴런을 비활성화된 부분이라고 구분한다. 따라서 최적의 신경망 가중치 행렬은 다음과 같이 활성화된 부분 V_a^*, W_a^* 과 비활성화된 부분 V_p^*, W_p^* 로 나눌 수 있다.

$$V^* = [V_a^* \ V_p^*], \quad W^* = \begin{bmatrix} W_a^* \\ W_p^* \end{bmatrix} \quad (14)$$

위와 유사하게 V^*, W^* 의 추정치인 V, W 도 다음과 같이 분리할 수 있다.

$$V = [V_a \ V_p], \quad W = \begin{bmatrix} W_a \\ W_p \end{bmatrix} \quad (15)$$

현재의 가중치행렬을 V_a, W_a 라고 하면 신경망을 이용하여 함수 f, g 를 추정하는 식은 다음과 같다

$$\hat{H}_a = \begin{bmatrix} \hat{f}(x, V_a, W_f) \\ \hat{g}(x, V_a, W_g) \end{bmatrix} = W_a^T \sigma(V_a^T X) \quad (16)$$

(7)의 f, g 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} H(x) &= \begin{bmatrix} \hat{f}(x, V^*, W_f^*) \\ \hat{g}(x, V^*, W_g^*) \end{bmatrix} + \delta(t) \\ &= W^{*T} \sigma(V^{*T} X) + \delta(t) \end{aligned} \quad (17)$$

여기서 $\delta(t) = [\delta_f(t) \ \delta_g(t)]^T$ 는 근사화 오차(approximation error or reconstruction error)를 나타내는 벡터이다. 이 근사화 오차에 대해 다음과 같은 가정이 성립한다.

가정 4 : 모든 $t \geq 0$ 에 대해서 다음이 성립한다.

$$|\delta_f(t)| \leq \varepsilon_f \quad (18)$$

$$|\delta_g(t)| \leq \varepsilon_g \quad (19)$$

여기서 ε_f 와 ε_g 는 미지의 유계 상수이다.

가정 5 : 최적의 신경망 가중치는 유계이다. 즉 다음을 만족하는 상수 V_m 과 W_m 이 존재한다.

$$\text{tr}\{V^{*T} V^*\} \leq V_{ma} + V_{mp} \triangleq V_m \quad (20)$$

$$\text{tr}\{W^{*T} W^*\} \leq W_{ma} + W_{mp} \triangleq W_m \quad (21)$$

여기서 $V_{ma}, V_{mp}, W_{ma}, W_{mp}$ 은 각각 $V_{ma} \geq \text{tr}\{V_a^{*T} V_a^*\}, V_{mp} \geq \text{tr}\{V_p^{*T} V_p^*\}, W_{ma} \geq \text{tr}\{W_a^{*T} W_a^*\}, W_{mp} \geq \text{tr}\{W_p^{*T} W_p^*\}$ 를 만족

하는 미지의 상수이다.

정리 3 : (16)과 같이 표현되는 추정치와 실제함수와의 오차는 다음과 같은 등식을 만족한다.

$$\begin{aligned} \tilde{H} &\equiv \hat{H}_a(x, V_a, W_a) - H(x) \\ &= \tilde{W}_a^T (\hat{\sigma}_a - \hat{\sigma}_a' \tilde{V}_a^T X) + W_a^T \hat{\sigma}_a' \tilde{V}_a^T X + \bar{\delta}(t) \end{aligned} \quad (22)$$

여기서 $\tilde{W}_a = W_a - W_a^*$, $\tilde{V}_a = V_a - V_a^*$ 이고 $\hat{\sigma}_a$ 과 $\hat{\sigma}_a'$ 은 각각 $\sigma(V_a^T X)$, $\frac{\partial \sigma(z)}{\partial z} |_{z=V_a^T X}$ 을 줄인 표현이고

$$\bar{\delta}(t) = \begin{bmatrix} \bar{\delta}_f \\ \bar{\delta}_g \end{bmatrix} = \tilde{W}_a^T \sigma(V_a^T X) + W_a^{*T} O_\sigma(\cdot) - W_p^{*T} \sigma_p^* - \delta(t) \quad (23)$$

이며 $O_\sigma(\cdot)$ 은 $\sigma(V_a^T X)$ 를 $V_a^T X$ 에 대해 테일러 급수 전개를 했을 때의 고차항이다.

증명 : 기본적인 증명과정은 [9][11]에 소개되어 있으나 비활성화된 뉴런에 의한 오차가 도입된다는 사실이 본 논문과의 차이점이다. (16), (17)을 이용하면 다음을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} \tilde{H} &\equiv \hat{H}_a(x, V_a, W_a) - H(x) \\ &= W_a^T \hat{\sigma}_a - W_a^{*T} \hat{\sigma}_a^* - \delta(t) + [W_a^{*T} \hat{\sigma}_a - W_a^{*T} \hat{\sigma}_a^*] - W_p^{*T} \sigma_p^* \\ &= (W_a^T \hat{\sigma}_a - W_a^{*T} \hat{\sigma}_a^*) + (W_a^{*T} \hat{\sigma}_a - W_a^{*T} \hat{\sigma}_a^*) - \delta(t) - W_p^{*T} \sigma_p^* \\ &= \tilde{W}_a^T \hat{\sigma}_a + W_a^{*T} \hat{\sigma}_a^* - \delta(t) + [W_a^{*T} \hat{\sigma}_a - W_a^{*T} \hat{\sigma}_a^*] - W_p^{*T} \sigma_p^* \\ &= \tilde{W}_a^T \hat{\sigma}_a + W_a^{*T} \hat{\sigma}_a^* - \tilde{W}_a^T \hat{\sigma}_a - \delta(t) - W_p^{*T} \sigma_p^* \end{aligned} \quad (24)$$

여기서 $\tilde{\sigma}_a \equiv \hat{\sigma}_a - \sigma_a^*$ 이고 σ_a^* 은 $\sigma(V_a^T X)$ 를 줄인 표기이다.

위 수식에서 대괄호로 묶인 부분은 같은 항을 더하고 빼는 방법을 이용한 꽂을 나타낸다. σ_a^* 을 $V_a^T X$ 에 대해 테일러 급수 전개하면 다음과 같다.

$$\sigma(V_a^T X) = \sigma(V_a^T X) + \frac{\partial \sigma(z)}{\partial z} |_{z=V_a^T X} (V_a^* - V_a)^T X - O_\sigma(\cdot) \quad (25)$$

위 식을 재정렬하면

$$\tilde{\sigma}_a = \hat{\sigma}_a' \tilde{V}_a^T X - O_\sigma(\cdot) \quad (26)$$

이 얻어지고 (26)을 (24)에 대입한 후 정리하면 최종적으로 (22)가 얻어진다. ■

정리 4 : $\bar{\delta}_i, i=f, g$ 에 대해서 다음의 부등식이 성립한다.

$$\begin{aligned} |\bar{\delta}_i| &\leq l_1 + l_2 |W_{ia}^T \hat{\sigma}_a'| |X| + l_3 |\hat{\sigma}_a' \tilde{V}_a^T X - \hat{\sigma}_a'| \\ &\quad + l_4 (|\hat{\sigma}_a'| |X|) \end{aligned} \quad (27)$$

여기서

$$\begin{aligned} l_1 &= \sup_{x \in \Omega} |W_{ia}^T \hat{\sigma}_a^* - W_{ip}^T \sigma_p^* + \delta_i(t)| \\ l_2 &= V_{iam} \\ l_3 &= W_{iam} \\ l_4 &= 2 W_{iam} V_{am} \end{aligned} \quad (28)$$

이다.

증명 : (25)를 $O_a(\cdot)$ 에 대해서 정리한 수식을 (23)에 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\bar{\delta}_i &= \tilde{W}_{ia}^T \hat{\sigma}' V_a^T X + W_{ia}^{*T} (\hat{\sigma}' - \hat{\sigma}_a + \hat{\sigma}_a' \tilde{V}^T X) \\ &\quad - W_p^{*T} \hat{\sigma}_p^* + \delta_i(t) \\ &= W_{ia}^T \hat{\sigma}' V_a^T X - W_{ia}^{*T} 2 \hat{\sigma}_a' V^* T X + W_{ia}^{*T} (\hat{\sigma}_a' V_a^T X - \hat{\sigma}_a) \\ &\quad + W_{ia}^T \hat{\sigma}_a^* - W_p^{*T} \hat{\sigma}_p^* + \delta_i(t)\end{aligned}\quad (29)$$

따라서 (29)의 양변의 절대값을 취하여 정리하면 (27)이 성립함을 유도할 수 있다. ■

위에서 기술된 신경망을 이용하여 제어기를 구하고 강인제어함을 구성하는 방법을 다음 장에서 논한다.

IV. 신경망을 이용한 강인한 적응 궤환 선형화 제어기 설계

이 장에서는 추종오차는 물론 다른 모든 파라메터의 Uniformly Ultimately Booundedness(UUB)를 보장하는 제어입력 및 파라메터 갱신법칙을 유도한다.

4.1 제어기 구조와 오차방정식

(17)을 이용하면 (7)은 다음과 같이 쓰여질 수 있다.

$$\begin{aligned}y^{(n)} &= \hat{f}(x, V^*, W^*) + \delta_f(t) \\ &\quad + (\hat{g}(x, V^*, W^*) + \delta_g(t)) u_d + O(\cdot)\end{aligned}\quad (30)$$

제어입력은 다음과 같이 결정한다.

$$\begin{aligned}u_d &= -\frac{1}{\hat{g}_a} (-\hat{f}_a + y_m^{(n)} + k^T e + \beta) \\ &= u_{dc} + \frac{\beta}{\hat{g}_a}\end{aligned}\quad (31)$$

여기서 $e = y_m - y$, $e = [e \dot{e} \dots e^{(n-1)}]^T$ 이고, \hat{f}_a 와 \hat{g}_a 는 각각 $\hat{f}(x, V_a, W_a)$ 과 $\hat{g}(x, V_a, W_a)$ 을 줄인 표현이며 β 는 재구성 오차를 다루기 위한 강인제어함으로서 뒤에서 정의되며 벡터 k 는 $s'' + k_1 s'^{-1} \dots + k_n = 0$ 의 근이 s -평면의 좌반면에 있도록 선정된다. (31)을 (30)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 추종 오차 벡터의 동특성식이 얻어진다.

$$\begin{aligned}\dot{e} &= A_c e + b_c ((\hat{f}_a - \hat{f}^* - \delta_f) \\ &\quad + (\hat{g}_a - \hat{g}^* - \delta_g) u_d - \beta - O(\cdot))\end{aligned}\quad (32)$$

여기서 \hat{f}^* 와 \hat{g}^* 는 각각 $\hat{f}(x, V^*, W_f)$ 과 $\hat{g}(x, V^*, W_g)$ 을 줄인 표현이며

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -k_n & -k_{n-1} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & -k_1 \end{bmatrix}, b_c = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

이다. A_c 는 안정한 행렬이므로 임의의 $n \times n$ 양정치(positive definite) 행렬 Q 에 대하여 다음과 같은 관계를 만족하는 양정치 대칭행렬 P 가 존재한다.

$$A_c^T P + P A_c = -Q \quad (33)$$

위 식을 이용하여 구한 행렬 P 는 다음 절에서 리아프노브 함수를 구성하는데 사용된다.

위의 내용으로부터 추종 제어 문제는 (32)의 해가 원점의 충분히 작은 근방(neighborhood)으로 수렴하도록 적절한 제어입력과 파라메터 갱신법칙을 찾는 문제가 됨을 알 수 있다.

4.2 신경망 가중치 갱신법칙과 안정도 해석

신경망의 가중치와 유계상수 추정치의 적용법칙을 유도하기 위해서 다음과 같이 리아프노프함수를 정의한다.

$$\begin{aligned}V_L &= \frac{1}{2} e^T Q e + \frac{1}{2\gamma_v} \text{tr} \{ \tilde{V}^T \tilde{V} \} + \frac{1}{2\gamma_w} \text{tr} \{ \tilde{W}^T \tilde{W} \} \\ &\quad + \frac{1}{\gamma_\phi} \tilde{\psi}^T \tilde{\psi}\end{aligned}\quad (34)$$

여기서 $\tilde{V} = V - V^*$, $\tilde{W} = W - W^*$, $\tilde{\psi} = \psi - \psi^*$ 이고 ψ^* 는 l_i ($i=1, 2$), l_{jk} ($j=f, g, k=1, \dots, 4$)의 함수 벡터로서 후에 정의된다. (34)의 시간 도함수를 (32)를 이용하여 정리하면 다음 식이 얻어진다.

$$\begin{aligned}\dot{V}_L &= -\frac{1}{2} e^T Q e + \text{tr} \{ \tilde{V}_a^T \left(\frac{1}{\gamma_v} \dot{V}_a + z X U W_a^T \hat{\sigma}_a' \right) \} \\ &\quad + \text{tr} \{ \tilde{W}_a^T \left(\frac{1}{\gamma_w} \dot{W}_a + z (\hat{\sigma}_a - \hat{\sigma}_a' V_a X) U \right) \} \\ &\quad + z(-\beta + \bar{\delta}_f + \bar{\delta}_g u_d - O(\cdot)) + \frac{1}{\gamma_\phi} \tilde{\psi}^T \tilde{\psi}\end{aligned}\quad (35)$$

여기서 $U \triangleq [1 \ u_d]$, $z \triangleq e^T P b_c$ 이고 $V_b = \dot{V}_b = 0$, $W_b = \dot{W}_b = 0$ 을 이용하였다.

신경망 가중치의 적용법칙을 다음과 같이 설정한다.

$$\dot{V}_a = -\gamma_v \{ z X U W_a^T \hat{\sigma}_a' + \sigma_i (V_a - V_a^0) \} \quad (36)$$

$$\dot{W}_a = -\gamma_w \{ z (\hat{\sigma}_a - \hat{\sigma}_a' V_a^T X) U + \sigma_i (W_a - W_a^0) \} \quad (37)$$

여기서 $\sigma_i > 0$ 은 설계 상수로서 신경망 가중치들의 표류(drift)를 막기 위해 강인 적응 제어에서 일반적으로 쓰이는 σ -보정법[17]을 도입한 것이고 V_a^0 , W_a^0 는 V_a , W_a 의 초기 값을 나타낸다. (36), (37)을 (35)에 대입하면 다음과 같고

$$\begin{aligned}\dot{V}_L &\leq -\frac{1}{2} e^T Q e - \sigma_i \text{tr} \{ \tilde{V}_a^T (V_a - V_a^0) \} \\ &\quad - \sigma_i \text{tr} \{ \tilde{W}_a^T (W_a - W_a^0) \} + A_L\end{aligned}\quad (38)$$

여기서

$$A_L = z(-\bar{\delta}_f + \bar{\delta}_g u_d - O(\cdot)) - z\beta + \frac{1}{\gamma_\phi} \tilde{\psi}^T \tilde{\psi} \quad (39)$$

이다. 위의 A_L 는 테일러 급수 전개시 발생하는 고차항, 비활성화된 최적 뉴런들 그리고 신경망의 근사화 오차에 의한 불확실성을 모두 내포하고 있다. 이들 불확실성을 β 에 대해서 보상하고자 한다.

(39)의 첫 번째 항에 절대값을 취하고 (8), (28)를 이용하면 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} A_L &\leq |z|(|\bar{\delta}_f| + |\bar{\delta}_g| |u_d| + |O(\cdot)|) - z\beta + \frac{1}{\gamma_\phi} \bar{\psi}^T \bar{\psi} \\ &\leq |z| [l_{f1} + l_{f2} |W_{fa}^T \hat{\sigma}_a'| \|X\| + l_{f3} |\hat{\sigma}_a' V_a^T X - \hat{\sigma}_a| \\ &\quad + l_{f4} |\hat{\sigma}_a'| \|X\| + (l_1 + l_{g1} + l_2) |x| + l_{g2} |W_{ga}^T \hat{\sigma}_a'| \|X\| \\ &\quad + l_{g3} |\hat{\sigma}_a' V_a^T X - \hat{\sigma}_a| + l_{g4} |\hat{\sigma}_a'| \|X\|) |u_d|] - z\beta \\ &\quad + \frac{1}{\gamma_\phi} \bar{\psi}^T \bar{\psi} \\ &\leq |z| [\max \{l_{f1}, l_{f2}, l_{f3}, l_{f4}\} (1 + |W_{fa}^T \hat{\sigma}_a'| \|X\|) \\ &\quad + |\hat{\sigma}_a' V_a^T X - \hat{\sigma}_a| + |\hat{\sigma}_a'| \|X\|) \\ &\quad + \max \{l_1 + l_{g1}, l_2, l_{g2}, l_{g3}, l_{g4}\} (1 + |x| \\ &\quad + |W_{ga}^T \hat{\sigma}_a'| \|X\| + |\hat{\sigma}_a' V_a^T X - \hat{\sigma}_a| + |\hat{\sigma}_a'| \|X\|) |u_d|] \\ &\quad - z\beta + \frac{1}{\gamma_\phi} \bar{\psi}^T \bar{\psi} \end{aligned} \quad (40)$$

벡터 ψ^* , S 를 다음과 같이 정의하면

$$\psi^* = \begin{bmatrix} \psi_1^* \\ \psi_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \max \{l_{f1}, l_{f2}, l_{f3}, l_{f4}\} \\ \max \{l_1 + l_{g1}, l_2, l_{g2}, l_{g3}, l_{g4}\} \end{bmatrix},$$

$$s_f = 1 + |x| + |W_{fa}^T \hat{\sigma}_a'| \|X\| + |\hat{\sigma}_a' V_a^T X - \hat{\sigma}_a| + |\hat{\sigma}_a'| \|X\|,$$

$$s_g = 1 + |x| + |W_{ga}^T \hat{\sigma}_a'| \|X\| + |\hat{\sigma}_a' V_a^T X - \hat{\sigma}_a| + |\hat{\sigma}_a'| \|X\|,$$

$$S = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_f \\ s_g |u_d| \end{bmatrix}$$

(40)은 다음과 같이 정리된다.

$$A_L = \frac{1}{\gamma_\phi} \bar{\psi}^T \bar{\psi} + |z| \psi^{*T} S + z\beta \frac{s_g \psi_2^*}{|\hat{g}_a|} - z\beta \quad (41)$$

이제 강인 제어항 β 를 다음과 같이 결정한다.

$$\beta = \frac{\psi^T w}{1 - \psi_2 s_g / |\hat{g}_a|} \quad (42)$$

여기서 벡터 $w = [w_1 \ w_2]^T$ 는 다음과 같은 조건을 만족해야 한다[15].

조건 1 :

$$1) zw_i \geq 0, \quad i=1,2$$

$$2) |z|S_i - zw_i \leq \epsilon_\beta(t), \quad i=1,2$$

여기서 $\epsilon_\beta(t) \geq 0$ 은 사용자가 정하는 유계함수이다. (42)를 (41)에 대입하여 정리하면 다음과 같고

$$\begin{aligned} A_L &= \frac{1}{\gamma_\phi} \bar{\psi}^T \bar{\psi} + |z| \psi^{*T} S + z\beta \frac{s_g \psi_2^*}{|\hat{g}_a|} - z\psi^T w - z\beta \frac{s_g \psi_2^*}{|\hat{g}_a|} \\ &= \bar{\psi}^T \left(\frac{1}{\gamma_\phi} \bar{\psi} - z w \right) - z\beta \frac{s_g \psi_2^*}{|\hat{g}_a|} + \psi^{*T} (|z|S - z w) \end{aligned} \quad (43)$$

유계상수 추정벡터 ψ 의 적용법칙을 다음과 같이 결정하면

$$\dot{\psi} = \gamma_\phi \begin{bmatrix} zw_1 - \sigma_i (\psi_1 - \psi_1^0) \\ zw_2 + \frac{z\beta s_g}{|\hat{g}_a|} - \sigma_i (\psi_2 - \psi_2^0) \end{bmatrix} \quad (44)$$

다음을 얻을 수 있다.

$$A_L \leq -\sigma_i \bar{\psi}^T (\psi - \psi^0) + \epsilon_\beta(t) |\psi^*|_1 \quad (45)$$

(44)에서도 (36), (37)에서와 마찬가지로 σ -보정법을 이용하였고 ψ^0 는 ψ 의 초기값이다. 만약 $\psi_i^0 \geq 0, i=1,2$ 이라면 (40)의 적용법칙은 모든 $t \geq 0$ 에 대해서 $\psi_i(t) \geq 0$ 를 보장한다. 그 이유는 $zw_i \geq 0, z\beta \geq 0$ 이고 $\psi_i = 0$ 에서 $\dot{\psi}_i > 0$ 이기 때문이다.

(45)를 (34)에 적용하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}_L &\leq -\frac{1}{2} e^T Q e - \sigma_i \text{tr} \{ \bar{V}^T (V - V^0) \} \\ &\quad - \sigma_i \text{tr} \{ \bar{W}^T (W - W^0) - \sigma_i \bar{\psi}^T (\psi - \psi^0) + \epsilon_\beta |\psi^*|_1 \} \\ &\leq -\frac{1}{2} e^T Q e - \frac{\sigma_i}{2} [\text{tr} \{ \bar{V}^T \bar{V} \} + \text{tr} \{ \bar{W}^T \bar{W} \} + |\bar{\psi}|^2] \quad (46) \\ &\quad + \frac{\sigma_i}{2} [\text{tr} \{ (V_f^* - V^0)^T (V_f^* - V^0) \} \\ &\quad + \text{tr} \{ (W^* - W^0)^T (W^* - W^0) \}] + |\psi^* - \psi^0|^2 + \epsilon_\beta |\psi^*|_1 \end{aligned}$$

만약 $Q = I$ 로 선택하면 다음이 성립한다.

$$\dot{V}_L \leq -c V_L + \lambda \quad (47)$$

여기서

$$c := \min \left\{ \frac{1}{\lambda_{\max}(P)}, \sigma_i \gamma_v, \sigma_i \gamma_w, \sigma_i \gamma_\phi \right\}$$

$$\lambda := \frac{\sigma_i}{2} [\text{tr} \{ (V_f^* - V^0)^T (V_f^* - V^0) \} + \text{tr} \{ (W^* - W^0)^T (W^* - W^0) \}] + |\psi^* - \psi^0|^2 + \epsilon_\beta |\psi^*|_1 \quad (48)$$

이다. (47)은 만약 $V_L > \lambda/c$ 라면 $\dot{V}_L \leq 0$ 임을 의미하므로 V_L 이 다음과 같은 집합에 대해서 UUB임을 증명할 수 있다.

$$\nu = \left\{ V_L(t) : V_L(t) \leq \frac{\lambda}{c} \right\} \quad (49)$$

또한 V_L 의 정의로부터 $|e|$, $\|V\|$, $\|W\|$, $|\psi|$ 도 마찬가지로 같은 성질을 지님을 알 수 있다. 따라서 다음과 같은 정리를 도출해 볼 수 있다.

정리 5 : 오차 동특성식 (32)에 대해서 제어입력 (31), (42)와 신경망 가중치 개선법칙 (36), (37) 그리고 유계상수 개선법칙 (41)은 다음과 같은 집합 ν 에 대해서 $|e|$, $\|V\|$, $\|W\|$, $|\psi|$ 가 UUB임을 보장한다.

$$\nu = \left\{ V_L(t) : V_L(t) \leq \frac{\lambda}{c} \right\}$$

마지막으로 남은 것은 조건 1을 만족하는 벡터 w 를 선정하는 것이다. 일반적으로 알려진 네가지 함수를 소개하면 다음과 같다.[15]

1) 부호(signum)함수

$$w_i = s_i \text{sgn}(z), \quad i=1,2 \quad (50)$$

2) 포화(saturation)함수

$$w_i = s_i \operatorname{sat}\left(\frac{z}{\phi}\right), \quad i=1,2. \quad \phi = \frac{4\epsilon_\beta}{s_i} \quad (51)$$

3) 하이퍼볼릭 탄젠트(hyperbolic tangent) 함수

$$w_i = s_i \tanh\left(\frac{0.2785zs_i}{\epsilon_\beta}\right), \quad i=1,2 \quad (52)$$

4) 비선형 댐핑(nonlinear damping)

$$w_i = k_s(z^{2j} + \epsilon_\beta)z, \quad i=1,2 \quad j=1,2, \dots, \quad k_s = \frac{s_i}{4\epsilon_\beta} \quad (53)$$

만약 signum함수를 사용하면 제어입력을 가변구조제어입력이 된다. $\sigma_i=0$ 으로 설정하고 이 강인제어입력을 인가하면 $\lambda=0$ 이 되어 (47)로부터 추종오차의 점근적 안정도(asymptotic stability)가 보장됨을 알 수 있으나 이 경우 입력에 채터링(chattering)이 일어나게 된다. 이러한 입력 채터링을 제거하기 위해서 가변 구조 제어를 다루는 문헌[16]에서는 sign함수 대신 (51)의 포화함수를 흔히 사용한다. 그리고 (52)의 하이퍼볼릭 탄젠트 함수는 입력을 smooth하게 만들어 주기 위해서 쓰이는 함수이고[12] 마지막으로 (53)은 z 가 작으면 w_i 도 작아지고 z 가 크면 w_i 도 커지므로 gain scheduling 효과를 얻게 된다. 위의 네 함수 모두 조건 1을 만족하는 쉽게 확인할 수 있다. 전체 제어 시스템의 계통도가 그림 3에 도시되어 있다.

Remark 1 : $\rho = \frac{\lambda}{c} > 0$ 으로 정의하면 (47)에 의해서 다음과이 만족되고

$$0 \leq V_L(t) \leq \rho + (V_L(0) - \rho) \exp(-ct) \quad (54)$$

또한 (34)로부터 주어진 $\mu > \sqrt{2\rho}$ 에 대해서 모든 $t > T$ 에 대해 다음이 만족하는 T 가 존재함을 알 수 있다.

$$|y(t) - y_m(t)| \leq \mu \quad (55)$$

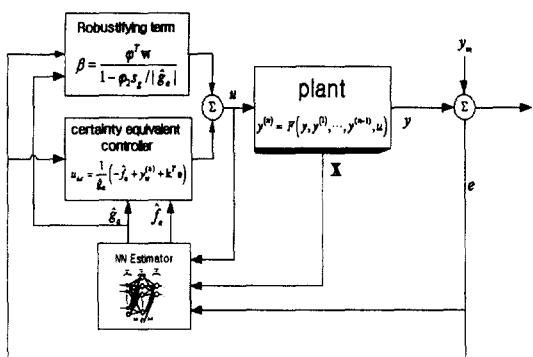


그림 3. 제어 계통의 블록 다이어그램.

Fig. 3. Block diagram of the control system.

만약 설계상수인 $\epsilon_\beta, \sigma_i, k_i, \gamma_v, \gamma_w, \gamma_\phi$ 들을 적절히 선택하면 μ 를 원하는 정도까지 작게 만드는 것이 가능하며 따라서 추종오차를 0에 충분히 가깝게 접근시킬 수 있다.

Remark 2 : $z\beta \geq 0$ 가 성립하려면 조건 1-1) 외에도 부등식 $\phi_2 < |\hat{g}_a|/s_g$ 이 성립하여야 한다. 따라서 본 논문에서는 다음과 같은 간단한 투영 알고리즘(projection algorithm)을 사용하여 ϕ_2 가 $|\hat{g}_a|/s_g$ 을 넘어가는 것을 방지할 필요가 있다.

$$\dot{\phi}_2 = 0 \quad \text{if } \phi_2 \geq \frac{|\hat{g}_a|}{s_g} \quad \text{and } \phi_2 > 0 \quad (56)$$

V. 모의실험

제시한 알고리즘의 효율성을 보이기 위해 다음과 같은 2차 비선형 계통에 대해서 모의실험을 수행하였다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_1^2 + 0.15u^3 + 0.1(1+x_2^2)u + \sin(0.1u) \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (57)$$

위 계통의 비선형성에 대한 사전지식은 없다고 가정한다. (58)에서 가정 2가 만족됨을 알 수 있으며

$$\frac{\partial f(x, u)}{\partial u} = 0.45u^2 + 0.1 + 0.1x_2^2 + 0.1\cos(0.1u) > 0 \quad (58)$$

출력은 주기가 10초이고 이득이 1.5인 구형파를 추종하도록 한다. 초기 상태변수값은 $x(0) = [1.3 \ 0.6]^T$ 으로 설정하였다. $w_i, i=1,2$ 는 하이퍼볼릭 탄젠트 함수($\epsilon_\beta=0.01$)를 사용하고 제어기에 쓰인 상수값들은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u_0 &= 0, \quad \sigma_i = 0.1, \quad \epsilon_\beta = 0.01, \quad P = \begin{bmatrix} 15 & 5 \\ 5 & 15 \end{bmatrix}, \\ \gamma_v &= 10, \quad \gamma_w = 1000, \quad \gamma_\phi = 0.5, \quad \epsilon_\sigma = 0.5 \end{aligned}$$

제어기의 성능을 확인하기 위해서 주기가 10초인 구형파를 기준출력으로 설정한 모의실험 결과가 그림 4에 도시되어 있다. 그림 4(a)는 계통출력과 기준출력을 도시한 것이고 그림 4(b)는 제어입력을 도시한 것이다. 그림 4에서 확인할 수 있는 바와 같이 제시한 제어기는 기준출력을 잘 추종함을 알 수 있고 또한 초기에는 2개의 뉴런으로 시작하였으나 40초 이후의 뉴런의 개수는 6개로 늘어남을 확인할 수 있었다. 그림 5는 이때의 신경망 가중치의 Frobenius-놈을 도시한 것이다.

위의 모의 실험 결과로 얻은 뉴런의 개수, 가중치 그리고 유계상수 추정치를 초기값으로 이용하여 기준출력 $y_d(t) = \sin(t) + \cos(0.5t)$ 으로 설정하고 초기 상태값을 $x = [0.6 \ 0.5]^T$ 로 설정한 경우의 모의실험 결과가 그림 6에 도시되어 있다. 그림 4와 마찬가지로 그림 6(a)는 계통출력과 기준출력을 도시한 것이고 그림 6(b)는 제어입력을 도시한 것이다. 두 번째 시뮬레이션 결과에서는 뉴런의 개수

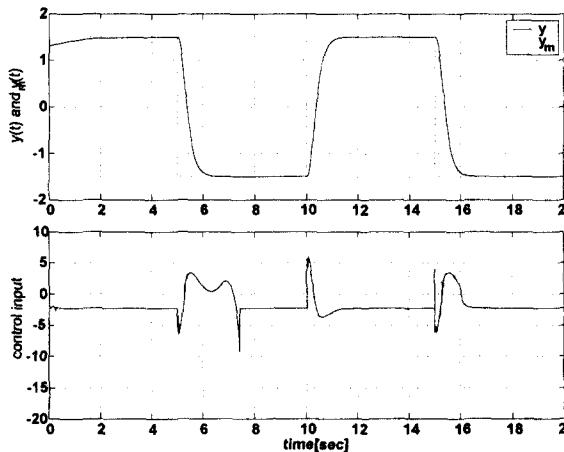


그림 4. 주기가 20초인 구형파 인가시의 (a) 시스템출력과 기준출력 (b) 제어입력.

Fig. 4. (a) Reference output and system output (b) control input when desired output is set to square wave with period $T=20$ sec.

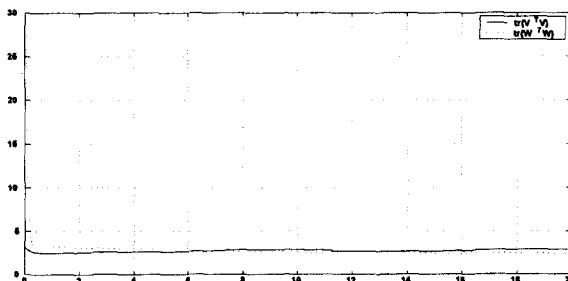


그림 5. $\text{tr}\{VTV\}$ 와 $\text{tr}\{WTW\}$ 의 궤적.

Fig. 5. Trajectories of $\text{tr}\{VTV\}$ and $\text{tr}\{WTW\}$.

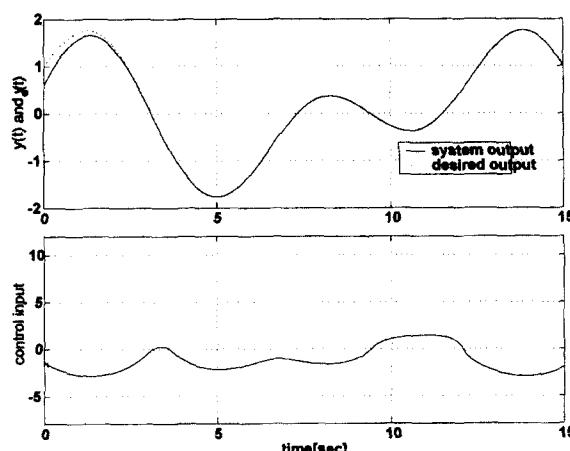


그림 6. 기준출력 $y_d(t) = \sin(t) + \cos(0.5t)$ 일 경우 (a) 시스템출력과 기준출력 (b) 제어입력.

Fig. 6. (a) Reference output and system output (b) control input when $y_d(t) = \sin(t) + \cos(0.5t)$.

는 증가하지 않았다. 즉 초기 개수 6개에서 더 이상 증가하지 않았다. 그림 7은 이 경우의 신경망 가중치의 Frobenius-
_norm을 도시한 것이다.

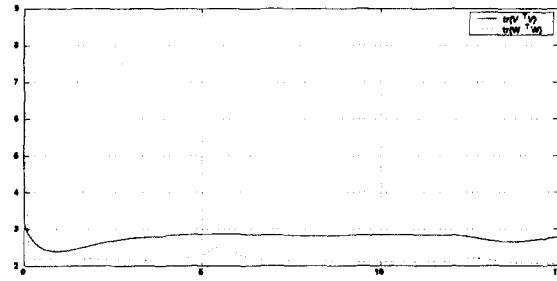


그림 7. $\text{tr}\{V^T V\}$ 와 $\text{tr}\{W^T W\}$ 의 궤적.

Fig. 7. Trajectories of $\text{tr}\{V^T V\}$ and $\text{tr}\{W^T W\}$.

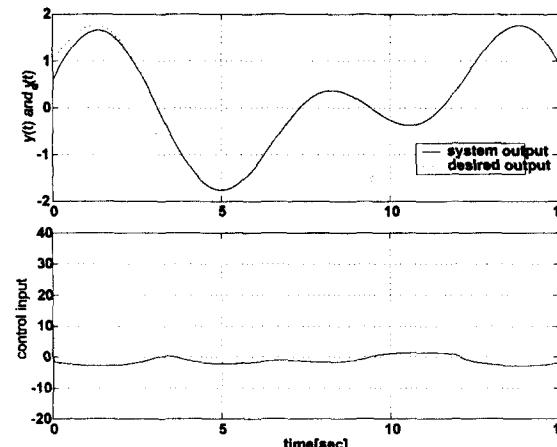


그림 8. 기준출력 $y_d(t) = \sin(t) + \cos(0.5t)$ 일 경우 (a) 시스템출력과 기준출력 (b) 제어입력.

Fig. 8. (a) Reference output and system output (b) control input when $y_d(t) = \sin(t) + \cos(0.5t)$.

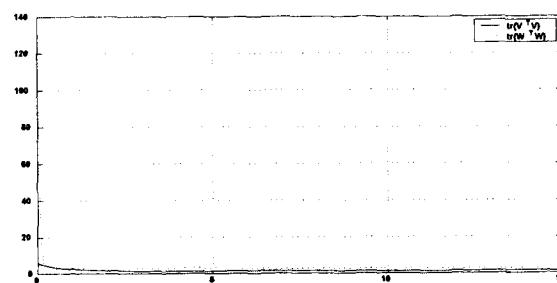


그림 9. $\text{tr}\{VTV\}$ 와 $\text{tr}\{WTW\}$ 의 궤적.

Fig. 9. Trajectories of $\text{tr}\{VTV\}$ and $\text{tr}\{WTW\}$.

모의 실험 결과 제시한 제어기가 1.5초 정도의 과도상태이후 시스템의 출력이 기준출력을 잘 추종시킴과 smooth한 제어입력을 생성함을 확인할 수 있다. 또한 제시한 제어기는 시행착오적으로 뉴런의 개수를 결정할 필요 없이 제시한 알고리즘에 의해 적절한 은닉층 뉴런의 개수까지 추정하여 온라인으로 증가시킴을 확인 할 수 있다.

이번에는 신경망의 가중치를 임의로 생성하고 (즉 학습되지 않은 가중치를 사용하여) 초기 뉴런의 개수를 3개로 정한 후 앞의 경우와 같은 모의실험을 수행한 결과가 그림 8과 9에 도시되어 있다. 이 경우는 15초 이후의 뉴런의 개

수는 5개로 늘어났다.

위의 결과에서 확인할 수 있듯이 학습된 가중치를 이용한 경우와 그렇지 않은 가중치를 사용한 경우의 추종 성능의 차이는 크게 나타나지 않았다. 즉 제시한 제어기는 신경망의 초기조건에 둔감하며 따라서 오프라인 학습이 필요치 않다는 사실을 알 수 있다.

VI. 결론

기존의 신경망을 이용한 적응 비선형 제어에 대한 연구결과에 대해 본 논문이 제시한 방법의 장점은 다음과 같다.

- 1) 기존의 논문들이 어파인(affine) 비선형 시스템에만 적용 가능한 것에 비해 본 논문에서는 계통의 동특성식의 우변이 상태변수와 제어 입력의 일반적인 함수인 nonaffine 비선형 계통에 대해서 장인한 신경망 제어기를 설계하였다.
- 2) 제시한 제어기는 온라인(on-line)으로 신경망의 가중치 뿐만 아니라 장인 제어항의 이득계산에 필요한 각종 불확실한 항들의 유계상수를 추정하는 알고리즘을 사용하여 따라서 각종 유계상수들의 정보를 미리 알 아낼 필요가 없다.
- 3) 은닉층의 뉴런의 개수는 특정한 조건이 만족되면 증가되는 방법을 제안하여 초기에는 작은 수의 뉴런으로 제어하다가 시간이 지남에 따라 계통에 적당한 뉴런의 개수를 제어기가 찾아가게 된다.

제시한 제어 규칙과 모든 파라미터 간신법칙은 페루프 계통이 리아프노브(Lyapunov) 관점의 안정도가 보장되도록 결정되며, 추종오차는 제어입력에 대한 제약조건이 없다면 원점에 임의로 가까운 근방으로 임의의 속도로 균접시킬 수 있다. 그리고 특정한 장인 제어항을 사용하면 리아프노브 함수의 점근적 안정도를 보장하나 이 경우 제어 입력에 채터링이 일어나게 된다. 마지막으로 간단한 nonaffine 계통에 대한 모의실험으로 본 논문에서 제시한 제어방식의 효율성을 보였다.

참고문헌

- [1] K. Hornik, M. Stinchcombe, and H. White, "Multilayer feed-forward neural networks are universal approximators," *Neural Networks*, vol. 2, pp. 359-366, 1989.
- [2] K. S. Narendra and K. Parthasarathy, "Identification and control of dynamical systems using neural networks," *IEEE trans. Neural Networks*, vol. 1, no. 1, pp. 4-27, 1990.
- [3] _____, "Gradient method for the optimization of dynamical systems containing neural networks," *IEEE trans. Neural Networks*, vol. 2, no. 2, pp. 252-262, 1991.
- [4] G. J. Jean and I. Lee, "Neural network indirect adaptive control with fast learning algorithm," *Neurocomputing*, vol. 13, pp. 185-199, 1996.
- [5] F.-C. Chen, "Back-Propagation neural networks for nonlinear self-tuning adaptive control," *IEEE Control Systems Magazine*, pp. 44-48, April, 1990.
- [6] L. Jin, P. N. Nikiforuk, and M. M. Gupta, "Fast neural learning and control of discrete-time nonlinear system," *IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 25, no. 3, pp. 478-487, 1995.
- [7] _____, "A direct control method for a class of nonlinear systems using neural networks," *Proceedings of 2nd ICANN*, pp. 134-138, 1991.
- [8] E. Tzirkel-Hancock and F. Fallside, "Stable control of nonlinear systems using neural networks," *Int. J. Robust Nonlinear Control*, vol. 2, pp. 63-86, May, 1992.
- [9] A. Yesildirek and F. L. Lewis, "Feedback linearization using neural network," *Automatica*, vol. 31, no. 11, pp. 1659-1664, 1995.
- [10] C.-S. Chen and W.-L. Chen, "Robust model reference adaptive control of nonlinear systems using fuzzy systems," *Int. J. Systems Science*, vol. 27, no. 12, pp. 1435-1442, 1996.
- [11] F. L. Lewis and A. Yesildirek, "Multilayer neural-net robot controller with guaranteed tracking performance," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 7, no. 2, 1996.
- [12] M. U. Polycarpou and M. J. Mears, "Stable adaptive tracking of uncertain systems using non-linearly parameterized on-line approximators," *Int. J. Control*, vol. 70, no. 3, pp. 363-384, 1998.
- [13] S. Fabri and V. Kadirkamanathan, "Dynamic structure neural networks for stable adaptive control of nonlinear system," *IEEE trans. Neural Networks*, vol. 7, no. 5, pp. 1151-1167, 1996.
- [14] S. S. Ge, C. C. Hang, and T. Zhang, "Adaptive neural network control of nonlinear systems by state and output feed-back," *IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics*, vol. 29, no. 6, pp. 818-828, Dec. 1999.
- [15] K. Fischle and D. Schroder, "Improved stable adaptive fuzzy control method," *IEEE Trans. Fuzzy Sys.* vol. 7, no. 1, pp. 27-49, 1999.
- [16] P. A. Ioannou and J. Sun, *Robust Adaptive Control*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1996.
- [17] Slotine and Li, *Applied Nonlinear Control*, Prentice-Hall Inc. 1991.

박 장 현

1972년 1월 24일생. 1995년 고려대 공대 전기공학과 졸업. 동 대학원 석사 (1997). 현재 동대학원 박사과정. 관심 분야는 적응제어, 비선형 제어, 지능 제어 및 응용.

박 귀 태

1947년 10월 25일생. 1975년 고려대 공대 전기공학과 졸업. 동대학 석사 (1977). 동대학 박사(1981). 현재 고려대 공대 전기공학과 교수.