

< 논 문 >

# 간힌 유체로 연성된 두 원판의 고유진동 해석 Natural Vibration Analysis of Two Circular Plates Coupled with Bounded Fluid

정 명 조<sup>†</sup> · 정 경 훈<sup>\*\*</sup>

Myung Jo Jung and Kyeong Hoon Jeong

(2001년 7월 31일 접수 : 2001년 11월 19일 심사완료)

**Key Words** : Circular Plate(원형 평판), Fourier-Bessel Series(Fourier-Bessel 시리즈), Rayleigh-Ritz Method (Rayleigh-Ritz 방법), Fluid-Coupled System(유체 연성 시스템), In-phase(동위상), Out-of-phase(역위상)

## ABSTRACT

This study deals with the free vibration of two identical circular plates coupled with a bounded fluid. An analytical method based on the finite Fourier-Bessel series expansion and Rayleigh-Ritz method is suggested. In the theory, it is assumed that the ideal fluid is filled in a rigid cylindrical container and the two plates are clamped along the plate edges. The proposed method is verified by the finite element analysis using commercial program with a good accuracy. Two transverse vibration modes, namely in-phase and out-of-phase, are observed alternately in the fluid-coupled system when the number of nodal circles increases for the fixed nodal diameter. The effect of gap between the plates on the fluid-coupled natural frequencies is also investigated.

## 1. 서 론

유체와 접촉하는 구조물은 공기중의 고유진동수보다 유체로 인한 부가질량의 증가로 접수구조물의 고유진동수는 상당히 감소하게 된다. 이러한 유체-구조물간의 상호 간섭문제는 많은 연구자들이 연구해 오고 있다. 최근에는 이러한 문제에 유한요소법과 경계요소법과 같은 강력한 수치해석적인 방법들이 제안되고 사용되지만 이러한 접근 방법으로는 실제 문제에 있어서는 모델링과 계산에 수많은 시간과 노력이 들게 된다. 특히 유체와 접촉하고 있는 공학적인 구조

물들은 원판 및 원통형 쉘의 문제를 많이 다루고 있으며 원자로 내부구조물 중 하부지지구조물과 노심지지배럴은 그 좋은 예이다.<sup>(1-3)</sup>

무한유체 위에 떠있는 원판에 대해서는 Kwak<sup>(4,5)</sup>이 연구하였고, 유한 깊이를 갖는 유체 위에 떠있는 원판은 Kwak<sup>(6)</sup>과 Amabili<sup>(7)</sup>가 연구하였다. Chiba<sup>(8)</sup>는 유체로 채워진 강체 원통형 바닥에 균일 탄성지지된 원판의 해석을 다루었다. Bauer<sup>(9)</sup>는 원통형 용기에 이상유체가 채워있고 상단에 원판이 덮혀 있는 구조물에 대한 해석을 수행하였다. De Santo<sup>(10)</sup>는 물속에 잠긴 다공판의 고유진동 해석을 실험적으로 수행하였다. Montero de Espinosa<sup>(11)</sup>는 물에 잠긴 판의 저차모드의 진동문제를 근사해석 및 실험으로 다루었다. 그러나 이러한 연구는 두 평판이 유체로 연성된 경우와 다르다. Jeong<sup>(12)</sup>은 본 논문과 동일한 문제를 다루었으나 공기중의 모드와 접수 원판 모드가 동일하리라는 가정에 근거한 이론적으로 동위상 모드 고

<sup>†</sup> 책임저자, 정회원, 한국원자력안전기술원 규제2실  
E-mail : mjj@kins.re.kr

Tel : (054)779-2306, Fax : (054)779-2302

<sup>\*\*</sup> 정회원, 한국원자력연구소 동력로기술개발팀

유진동수는 정확하게 예측을 하였으나 역위상 모드  
의 고유진동수는 유한요소 해석결과와 상당한 차이가 있  
음을 확인하였다. 그 원인으로 공기중의 모드형상과  
접수 원판 모드형상이 동일하리라는 가정에 문제가  
있음을 밝혔다.

따라서 본 논문에서는 두 평판이 강제 원동 사이에  
유체가 채워진 경우의 고유진동 특성을 파악하기 위  
하여 공기중 모드를 조합하는 Rayleigh-Ritz 방법을  
적용한 이론적인 해석방법을 제시하고, 고유진동수를  
구한 다음 상용 유한요소 프로그램인 ANSYS<sup>(13)</sup>를  
이용한 3차원 유한요소 해석으로 검증하고자 한다.  
또한 두 원판 사이에 채워진 유체의 양에 따라 고유  
진동수가 어떻게 변하는지를 검토하기 위하여 원판  
사이의 간격을 변화시키면서 유한요소 해석을 수행하  
고 이들 결과로부터 두 원판의 동위상 및 역위상 모  
드 특성을 고찰하고자 한다.

## 2. Rayleigh-Ritz Method 정식화

### 2.1 수식 전개

Fig. 1은 유체로 연성된 두 개의 동일한 원판을 보  
여주고 있다. 여기서  $R$ 과  $h$ 는 원판의 반경과 두께  
를 각각 나타내고  $H$ 는 두 원판 사이의 거리를 나타  
낸다. 이론해석을 위하여 다음과 같은 가정을 설정하  
였다.

- (1) 유체의 운동이 매우 작아서 선형으로 취급할 수 있다.
- (2) 유체는 비압축성, 비점성 그리고 비회전성의 이상유체다.
- (3) 원판의 동적거동은 선형탄성 범위 내에 있다.

유체와 접하는 원판의 상하방향 변위  $w_j$ 에 대한  
운동방정식은 다음 식으로 나타낸다.

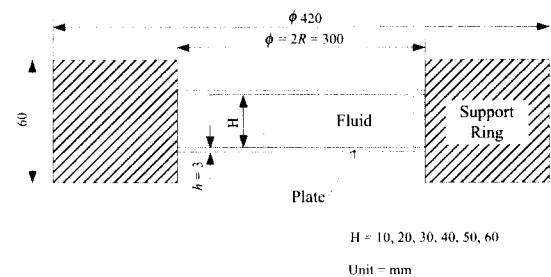


Fig. 1 Two plates coupled with fluid

$$D\nabla^4 w_j + \rho h w_{j,m} = p_j, \quad j=1, 2 \quad (1)$$

여기서  $D = E h^3 / 12(1 - \mu^2)$ 는 원판의 강성도이며,  
 $\rho, \mu, p_j$  및  $E$ 는 판의 밀도, Poisson 비, 판에 작  
용하는 유체압력, 그리고 탄성계수를 각각 나타낸다.  
그리고 수식에서 첨자 1은 상부 원판을 나타내고 2는  
하부 원판을 나타낸다. 식 (1)의 해는 극좌표  $(r, \theta)$   
에 대하여 원판의 공기중 변위의 조합으로 다음과 같  
이 나타낼 수 있다.

$$w_1(r, \theta, t) = \cos(n\theta) \sum_{m=1}^M q_m W_{nm1}(r) \exp(i\omega t) \quad (2a)$$

$$w_2(r, \theta, t) = \cos(n\theta) \sum_{m=1}^M p_m W_{nm2}(r) \exp(i\omega t) \quad (2b)$$

여기서  $q_m$ 은 미정계수이고  $n$ 은 절점직경의 수를  
나타낸다. 원판의 경계조건이 고정단을 갖는 경우,  $r$   
 $= R$ 에서 변위가 영이 되어야 하므로 원판의 동적변  
위에 대한 식을 얻을 수 있다.

$$W_{nmj}(r) = J_n(\lambda_{nm} r) - J_n(\lambda_{nm} R) \frac{I_n(\lambda_{nm} r)}{I_n(\lambda_{nm} R)} \quad (3)$$

여기서  $\omega$ 와  $\lambda_{nm}$ 은 원판의 고유진동수와 주파수 파  
라미터를 나타낸다.  $J_n$ 와  $I_n$ 는 각각 제 1종 Bessel  
함수와 수정 Bessel 함수이다. 첨자  $m$ 은 공기중 진동  
모드의 절점원의 수를 나타내고 접수진동 모드에서는  
반경방향 진동모드 전개항을 나타낸다. 원판이 고정단  
을 갖는 경우,  $r = R$ 에서 기울기도 영이 되어야 하  
므로 식 (4)로부터  $\lambda_{nm}$  값을 얻을 수 있다.

$$J_n(\lambda_{nm} R) I_{n+1}(\lambda_{nm} R) + J_{n+1}(\lambda_{nm} R) I_n(\lambda_{nm} R) = 0 \quad (4)$$

### 2.2 속도포텐셜(Velocity Potential)

두 원판과 강제용기로 둘러싸인 이상유체의 운동은  
다음과 같은 속도포텐셜의 Laplace 방정식으로 나타  
낼 수 있다.

$$\nabla^2 \Phi(x, r, \theta, t) = 0 \quad (5)$$

식 (5)의 속도포텐셜은 변수분리를 이용하면 식 (6)  
으로 나타낼 수가 있다.

$$\Phi(x, r, \theta, t) = i\omega\phi(r, \theta, x) \exp(i\omega t) \quad (6)$$

식 (6)을 식 (5)에 적용하면 식 (5)의 일반해는 식 (7)로 나타낸다.

$$\phi(r, \theta, x) = \sum_{n=1}^{\infty} [J_n(\beta_{ns} r) \{E_{ns} \sin h(\beta_{ns} x) + F_{ns} \cosh(\beta_{ns} x)\}] \cos(n\theta) \quad (7)$$

그런데 강체용기 벽에서 반경방향의 유속은 영이되어야 하므로 식 (8)을 얻을 수 있다.

$$\partial\phi/\partial r|_{r=R} = 0 \quad (8)$$

식 (8)에 식 (7)을 대입하면 모든 계수  $\beta_{ns}$ 를 구할 수 있는 식 (9)를 얻는다.

$$J_n'(\beta_{ns} R) = 0 \quad (9)$$

유동의 대칭성을 고려하면 동위상 모드 (in-phase mode) 및 역위상 모드 (out-of-phase mode)에 대한 속도포텐셜은 다음 식을 만족해야 한다.

동위상 모드의 경우,

$$\partial\phi(r, \theta, -x)/\partial x = \partial\phi(r, \theta, x)/\partial x \quad (10)$$

역위상 모드의 경우,

$$\partial\phi(r, \theta, x)/\partial x|_{x=0} = 0 \quad (11)$$

식 (10)과 식 (11)을 적용하면 식 (7)은 각각의 모드에 대하여 속도포텐셜을 다음과 같이 간단하게 나타낼 수 있다.

동위상 모드의 경우,

$$\begin{aligned} \phi(r, \theta, x) &= \cos(n\theta) \sum_{s=1}^{\infty} E_{ns} J_n(\beta_{ns} r) \sin h(\beta_{ns} x) \\ &= \cos(n\theta) \phi_1(r, x) \end{aligned} \quad (12)$$

역위상 모드의 경우,

$$\begin{aligned} \phi(r, \theta, x) &= \cos(n\theta) \sum_{s=1}^{\infty} F_{ns} J_n(\beta_{ns} r) \cosh(\beta_{ns} x) \\ &= \cos(n\theta) \phi_2(r, x) \end{aligned} \quad (13)$$

### 2.3 해석 방법

두 원판과 유체가 접하는 접수면에서 연직방향의

유속은 동일해야 하므로 유체운동에 대한 계수  $E_{ns}$ 과  $F_{ns}$ 를 원판의 운동을 나타내는 계수로 나타낼 수 있다. 따라서,

$$w_1 = -\partial\phi/\partial x|_{x=H/2} \quad (14)$$

$$w_2 = -\partial\phi/\partial x|_{x=-H/2} \quad (15)$$

식 (2)와 식 (3) 및 식 (12)와 (13)을 식 (14)와 식 (15)에 대입하면, 동위상 모드의 경우는 식 (16)이 되고 역위상 모드의 경우는 식 (17)이 된다.

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^M q_m \left[ J_n(\lambda_{nm} r) - J_n(\lambda_{nm} R) \frac{I_n(\lambda_{nm} r)}{I_n(\lambda_{nm} R)} \right] \\ = -\sum_{s=1}^{\infty} E_{ns} \beta_{ns} J_n(\alpha_{ns} r) \cosh\left(\beta_{ns} \frac{H}{2}\right) \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^M q_m \left[ J_n(\lambda_{nm} r) - J_n(\lambda_{nm} R) \frac{I_n(\lambda_{nm} r)}{I_n(\lambda_{nm} R)} \right] \\ = -\sum_{s=1}^{\infty} F_{ns} \beta_{ns} J_n(\beta_{ns} r) \sinh\left(\beta_{ns} \frac{H}{2}\right) \end{aligned} \quad (17)$$

그런데 Bessel-Fourier 급수전개로 식 (16)과 식 (17)의 Bessel 함수  $J_n(\lambda_{nm} r)$ 과  $I_n(\lambda_{nm} r)$ 을 전개하면 식 (18)을 얻는다.<sup>(9, 14)</sup>

$$J_n(\lambda_{nm} r) = \sum_{s=1}^{\infty} a_{nms} J_n(\beta_{ns} r) \quad (18a)$$

$$I_n(\lambda_{nm} r) = \sum_{s=1}^{\infty} b_{nms} J_n(\alpha_{ns} r) \quad (18b)$$

여기서  $a_{nms}$  및  $b_{nms}$ 는 다음과 같다.

$$a_{nms} = \frac{2(\lambda_{nm} R)(\beta_{ns} R)^2 J_n'(\lambda_{nm} R)}{\{(\beta_{ns} R)^2 - (\lambda_{nm} R)^2\} \{(\beta_{ns} R)^2 - n^2\} J_n(\beta_{ns} R)} \quad (19a)$$

$$b_{nms} = \frac{2(\lambda_{nm} R)(\beta_{ns} R)^2 I_n'(\lambda_{nm} R)}{\{(\beta_{ns} R)^2 + (\lambda_{nm} R)^2\} \{(\beta_{ns} R)^2 - n^2\} J_n(\beta_{ns} R)} \quad (19b)$$

따라서 속도포텐셜은 동위상 모드와 역위상 모드에 대하여 계수  $E_{ns}$ 과  $F_{ns}$  대신 미정계수  $q_m$ 으로 각각 나타낼 수가 있다.

$$\phi(r, \theta, x) = \sum_{m=1}^M q_m \sum_{s=1}^{\infty} \Xi_{nms} J_n(\beta_{ns} r) \sinh(\beta_{ns} x) \cos(n\theta) \quad (20a)$$

$$\phi(r, \theta, x) = \sum_{m=1}^M q_m \sum_{s=1}^{\infty} \Xi_{nms} J_n(\beta_{ns} r) \cosh(\beta_{ns} x) \cos(n\theta) \quad (20b)$$

여기서 동위상 및 역위상 모드에 대하여  $\Xi_{nms}$  은 각각 식 (21a) 및 식 (21b)와 같이 유도된다.

$$\Xi_{nms} = - \frac{[a_{nms} - b_{nms} J_n(\lambda_{nm} R) / I_n(\lambda_{nm} R)]}{\beta_{ns} \cosh(\beta_{ns} H / 2)} \quad (21a)$$

$$\Xi_{nms} = - \frac{[a_{nms} - b_{nms} J_n(\lambda_{nm} R) / I_n(\lambda_{nm} R)]}{\beta_{ns} \sinh(\beta_{ns} H / 2)} \quad (21b)$$

수치해석을 수행하기 위하여 전개항  $m$  을 충분히 큰 값  $M$  까지 고려하기 위하여 미정계수 벡터  $\mathbf{q}$  을 정의하면 다음과 같다.

$$\mathbf{q} = \{q_1 \quad q_2 \quad q_3 \cdots \cdots \quad q_M\}^T \quad (22)$$

계의 연성된 고유진동수를 계산하기 위하여 원판 및 유체의 운동에너지를 계산해야 한다. 먼저 유체의 운동에너지를 계산하면 식 (23)이 된다.<sup>(12)</sup>

$$T_F = -\frac{1}{2} \rho_o \kappa_\theta \left[ \int_0^R w_1 \phi_j \left( r, \frac{H}{2} \right) r dr + \int_0^R w_2 \phi_j \left( r, -\frac{H}{2} \right) r dr \right], \quad j = 1, 2 \quad (23)$$

여기서  $n = 0$  일 때  $x_\theta = 2\pi$  이고,  $n > 0$  일 때  $x_\theta = \pi$  이다. 식 (23)에 식 (2)와 식 (3) 및 식 (20)을 대입하면 유체의 운동에너지는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$T_F = \rho_o \kappa_\theta \mathbf{q}^T \mathbf{G} \mathbf{q} \quad (24)$$

여기서  $\rho_o$  는 유체의 밀도이며 임의의  $n$  에 대한 행렬  $\mathbf{G}$  는 식 (14a, b), (16a, b) 그리고 식 (18)로부터 구한  $M \times M$  대칭행렬로서 added virtual mass incremental (AVMI) matrix<sup>(5, 8)</sup>라 불리며 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$G_{ik} = - \sum_{s=1}^{\infty} \frac{8(\beta_{ns} R)^3 A_{is} A_{ks} B_{ns}}{[(\beta_{ns} R)^2 - n^2]}, \quad i, k = 1, 2, \dots, M \quad (25)$$

여기서,

$$A_{is} = \frac{(\lambda_{ni} R)^3 J_n'(\lambda_{ni} R)}{[(\beta_{ns} R)^4 - (\lambda_{ni} R)^4]} \quad (26a)$$

$$A_{ks} = \frac{(\lambda_{nk} R)^3 J_n'(\lambda_{nk} R)}{[(\beta_{ns} R)^4 - (\lambda_{nk} R)^4]} \quad (26b)$$

$$B_{ns} = \tan h \left( \beta_{ns} \frac{H}{2} \right) \quad (\text{동위상 모드}) \quad (27a)$$

$$B_{ns} = \cot h \left( \beta_{ns} \frac{H}{2} \right) \quad (\text{역위상 모드}) \quad (27b)$$

상하 원판의 모드형상이 대칭이거나 동일하기 때문에 원판의 운동에너지는 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$T_d = \rho h \kappa_\theta \int_0^R w_1^2 r dr \quad (28)$$

식 (28)에 식 (2)를 대입하면 두 원판의 운동에너지는 식 (29)와 같이 나타낼 수 있다.

$$T_d = \rho h \kappa_\theta \mathbf{q}^T \mathbf{Z} \mathbf{q} \quad (29)$$

여기서 행렬  $\mathbf{Z}$  는  $M \times M$  행렬로서 다음과 같이 구할 수 있다.

$$Z_{ik} = \delta_{ik} \int_0^R r W_{ni} W_{nk} dr, \quad \delta_{ik} : \text{Kronecker delta} \quad (30)$$

식 (3)을 식 (30)에 대입하고 적분을 수행하면 행렬  $\mathbf{Z}$  은 다음과 같이 간단히 표현된다.

$$Z_{ik} = R^2 \{J_n(\lambda_{ni} R)\}^2 \delta_{ik} \quad (31)$$

두 원판의 최대 변형에너지는 다음과 같이 적분을 수행하면 얻을 수 있다.

$$V_d = \kappa_\theta D \int_0^R \left\{ [\nabla^2 w_1]^2 - 2(1-\mu) \left[ \frac{\partial^2 w_1}{\partial r^2} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial w_1}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w_1}{\partial \theta^2} \right) - \left( \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial w_1}{\partial \theta} \right] \right)^2 \right] \right\} r dr \quad (32)$$

식 (32)에서 첫 번째 항  $[\nabla^2 w_1]^2$  은  $\lambda_{ni}^4 w_1^2$  값이 되지만 나머지 항들은 첫 번째 항에 비해서 무시할 만큼 작은 값을 갖게 된다. 따라서 식 (32)의 변형에너지는 식 (33)으로 근사화시킬 수가 있다.

$$V_d \approx \kappa_\theta D q^T P q \quad (33)$$

여기서  $M \times M$  대각 행렬  $P$ 는 식 (34)로 주어진다.

$$P_{ik} = (\lambda_{ni} R)^4 \{J_n(\lambda_{ni} R)\}^2 \delta_{ik} / R^2 \quad (34)$$

식 (29), (33) 및 식 (34)로부터 미정계수  $q_m$ 에 대하여 Rayleigh 지수  $V_d / (T_d + T_F)$ 를 최소화시키는 Galerkin 방정식인 식 (35)를 구할 수 있으며 이 행렬식으로부터 유체로 연성된 두 원판의 고유진동수를 얻을 수 있다.

$$D P q - \omega^2 (\rho h Z + \rho_n G) q = \{0\} \quad (35)$$

### 3. 해석

#### 3.1 유한요소해석

고정된 두 원판이 반경방향으로 간헐 있는 이상유체로 연성될 때, 고유진동수를 2.3절에서 제시된 절차에 따라서 수치해석적인 방법으로 구할 수가 있다. 이 이론적인 방법의 타당성을 확인하기 위하여 상용 유한요소해석 프로그램인 ANSYS 5.6<sup>(13)</sup>을 이용하여 3차원 유한요소모델을 만들어 해석을 수행하였다. 해석에 사용된 상하 원판은 알루미늄 재질로 되어 있다고 가정하였다. 이 동일한 두 원판의 반경은 150 mm이고 두께는 3 mm이며, 물성치는 Table 1과 같이 탄성계수 = 69.0 GPa, Poisson 비 = 0.3, 밀도 = 2700 kg/m<sup>3</sup>이고 원판 사이에 채워지는 유체는 물로서 밀도가 1000 kg/m<sup>3</sup>이다. 또한 두 원판 사이의 간격을 10 mm에서 60 mm까지 변화시키며 해석을 수행함으로써 원판 사이에 간헐 유체의 양에 따라 원판

Table 1 Dimensions and material properties

	Unit	Plate	Ring	Fluid
Young's modulus	Pa	69E9	172E9	
Poisson's ratio		0.3	0.3	
Density	kg/m <sup>3</sup>	2700	7800	1000
Sound speed	m/sec			1483
Bulk modulus of elasticity	Pa			2.2E9
Thickness	mm	3		
Diameter	mm	300		

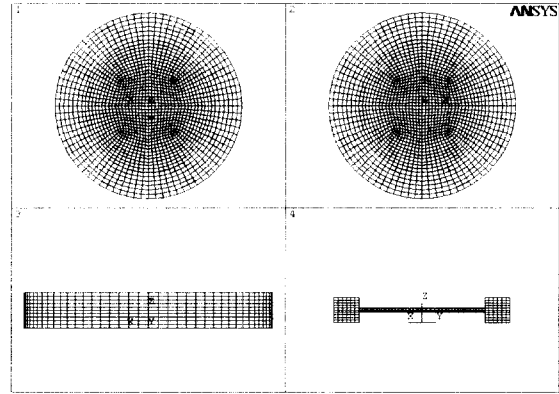


Fig. 2 Finite element model of two plates coupled with fluid

의 고유진동수가 어떤 특성을 보이는지 관찰하였다. 유한요소모델은 Fig. 2와 같이 유체, 원판 및 보강링이 각각 3차원 유체요소(fluid80), 탄성 셸요소(shell63) 및 3차원 8절점 고체요소(solid73)로 구성되었다. 유체요소 절점은 강제용기 벽에서 반경방향의 변위만을 구속하였다. 두 원판이 강제용기와 만나는 경계조건을 고정단으로 하기 위하여 원판의 절점과 보강링의 절점을 모든 방향에 걸쳐서 커플링으로 구속하였고 보강링의 상단 및 하단을 고정하였다. 그리고 원판과 접촉하는 유체의 절점이 원판의 절점과 연직방향으로만 같이 움직일 수 있도록 연성시켰다. 이것은 식 (14)와 식 (15)를 모사하게 된다. 두 원판 사이의 거리가  $H = 10$  mm인 경우의 유한요소모델은 Fig. 2에서 보는 바와 같이 2400개의 유체요소, 2400개의 셸요소 및 4800개의 고체요소로 이루어져 있다.

Table 2 Comparison of in-phase mode frequencies between FEM and theory for  $H = 50$  mm

n	m' = 1			m' = 2			m' = 3		
	FEM	Theory	Disc. (%)	FEM	Theory	Disc. (%)	FEM	Theory	Disc. (%)
0	169	169	0	691	695	-0.6	1645	1678	-2.0
1	358	355	0.8	1088	1103	-1.4	2280	2342	-2.7
2	602	605	-0.5	1556	1588	-2.1	2990	3097	-3.6
3	902	913	-1.2	2093	2153	-2.9	3787	3943	-4.1
4	1263	1285	-1.7	2703	2800	-3.6	4657	4882	-4.8
5	1684	1728	-2.6	3386	3530	-4.3	5602	5910	-5.5
6	2169	2234	-3.0	4142	4342	-4.8	6618	7028	-6.2

모드 해석은 Block Lanczos 방법을 사용하여 총 200 개의 모드를 추출하였으며 모드형상에 따라 역위상 모드 및 동위상 모드로 분류하였다.

### 3.2 Rayleigh-Ritz 방법에 의한 해석

이론해석 계산에서 Bessel-Fourier 급수전개의 수렴성을 조사하여 수렴 속도가 느리다는 것을 확인하였고 따라서 충분히 큰 급수전개항을 계산에서 사용하였다. Bessel-Fourier 급수전개항  $s$ 는 200을 취하여 해가 충분히 수렴하도록 하였다. Rayleigh-Ritz 방법을 적용할 때 공기중의 모드를 중첩시키는데  $m$  (또는  $M$ )의 값은 20으로 정하여 계산하였으나 이보다 더 큰 값을 취하여 운동에너지와 위치에너지를 나타내는 식 (24), 식 (29)와 식 (33)의 행렬크기를 증가시키면 좀 더 정확한 값을 얻을 수 있지만 그럴 경우 계산시간이 증가하게 된다.

## 4. 결과 및 고찰

원판 사이의 거리가 10 mm인 경우에 대하여 유한요소 해석으로부터 얻은 동위상 모드형상 및 역위상의 모드형상은 Fig. 3 및 Fig. 4와 같다. 동일한 반경방향 모드의 경우 역위상 모드와 동위상 모드가 반복해서 나타나며 모든 경우 역위상 모드가 동위상 모드보다 먼저 나타나고 있음을 알 수 있다. Fig. 5는 반경방향 모드의 전형적인 모습을 보여주고 있다.

두 원판의 간격이 50 mm인 경우의 유한요소 해석결과와 이론 해석결과를 Table 3 및 Table 4에서 비

**Table 3** Comparison of out-of-phase mode frequencies between FEM and theory for  $H = 50$  mm

$n$	$m' = 1$			$m' = 2$			$m' = 3$		
	FEM	Theory	Disc. (%)	FEM	Theory	Disc. (%)	FEM	Theory	Disc. (%)
0	-	-	-	400	434	-8.5	1323	1277	3.5
1	148	155	-4.7	781	824	-5.5	1975	1945	1.5
2	366	349	-4.6	1269	1333	-5.0	2727	2777	-1.8
3	666	693	-4.1	1841	1933	-5.0	3554	3694	-3.9
4	1041	1082	-3.9	2492	2618	-5.1	4464	4690	-5.1
5	1488	1546	-3.9	3213	3382	-5.3	5445	5764	-5.9
6	2003	2080	-3.8	4005	4225	-5.5	6494	6918	-6.5

교하였다. 여기서 두 결과의 차이를 다음과 같이 정의하였다.

$$Discrepancy(\%) = \frac{frequency\ by\ FEM - theoretical\ frequency}{frequency\ by\ FEM} \times 100 \quad (36)$$

유체와 접하는 원판의 절점원의 수를  $m'$ , 절점직경의 수를  $n$ 으로 나타낼 경우 Table 3 및 Table 4에서 보는 바와 같이 이론치 고유진동수와 유한요소 해석결과가 비교적 잘 일치하고 있음을 확인할 수 있다. 유한요소해석에 의한 고유진동수가 이론치 고유진동수보다 작은 이유는 원판의 경계조건이 보강링으로 인하여 완벽한 고정단을 만들 수 없기 때문으로 생각되나 역위상 모드의 고유진동수 값을 예측할 때 이론치가 유한요소 해석결과에서 크게 벗어나는 단점을 가지고 있는 참고문헌 (12)의 이론해석의 문제점을 보완할 수 있음을 확인할 수 있었다. 한편 공기중 모드의 전개항의 수를 증가시키면 이론값의 고유진동수가 유한요소 해석결과에 접근하리라 판단된다. 원주방향 모드가  $n = 0$ 인 모드형상은 Fig. 6과 같으며 이들 고유진동 모드 중에서  $n = 0$ 이고  $m' = 1$ 인 역위상 모드는 관찰할 수 없는데 그 이유는 물리적으로 이 모드가 유체질량의 보존에 위배되기 때문이다.

Fig. 7과 Fig. 8은 동위상 모드 및 역위상 모드의 고유진동수를 원판 사이의 간격에 따라 나타낸 것으로서 이들로부터 역위상 및 동위상 모드의 모든 경우에 원주방향 모드 수가 증가할수록 고유진동수도 증가하고 있음을 알 수 있으며 이는 원통형 셀과 같은 구조물에서 보여주고 있는 역포물선의 경향과 다른 형상을 보여주고 있다. 일반적으로 모드 수가 증가하면 유체와 접하는 구조물에서 정규화 고유진동수는 증가하게 된다. Fig. 7과 Fig. 8에서도 확인할 수 있듯이 동위상 모드의 고유진동수가 대응되는 역위상 모드의 고유진동수보다 항상 크게 나타난다. 모드 수가 낮을수록 구조물간의 간격이 작을수록 이 현상으로 나타나는 두 고유진동수 차이가 커지고 있음을 알 수 있다.

원판에 미치는 유체의 영향을 정량화하기 위하여 유체와 접하는 원판의 고유진동수를 이 모드에 해당되는 공기중 고유진동수로 나누어 정규화 고유진동수(normalized natural frequency)를 다음과 같이 정의하였다.

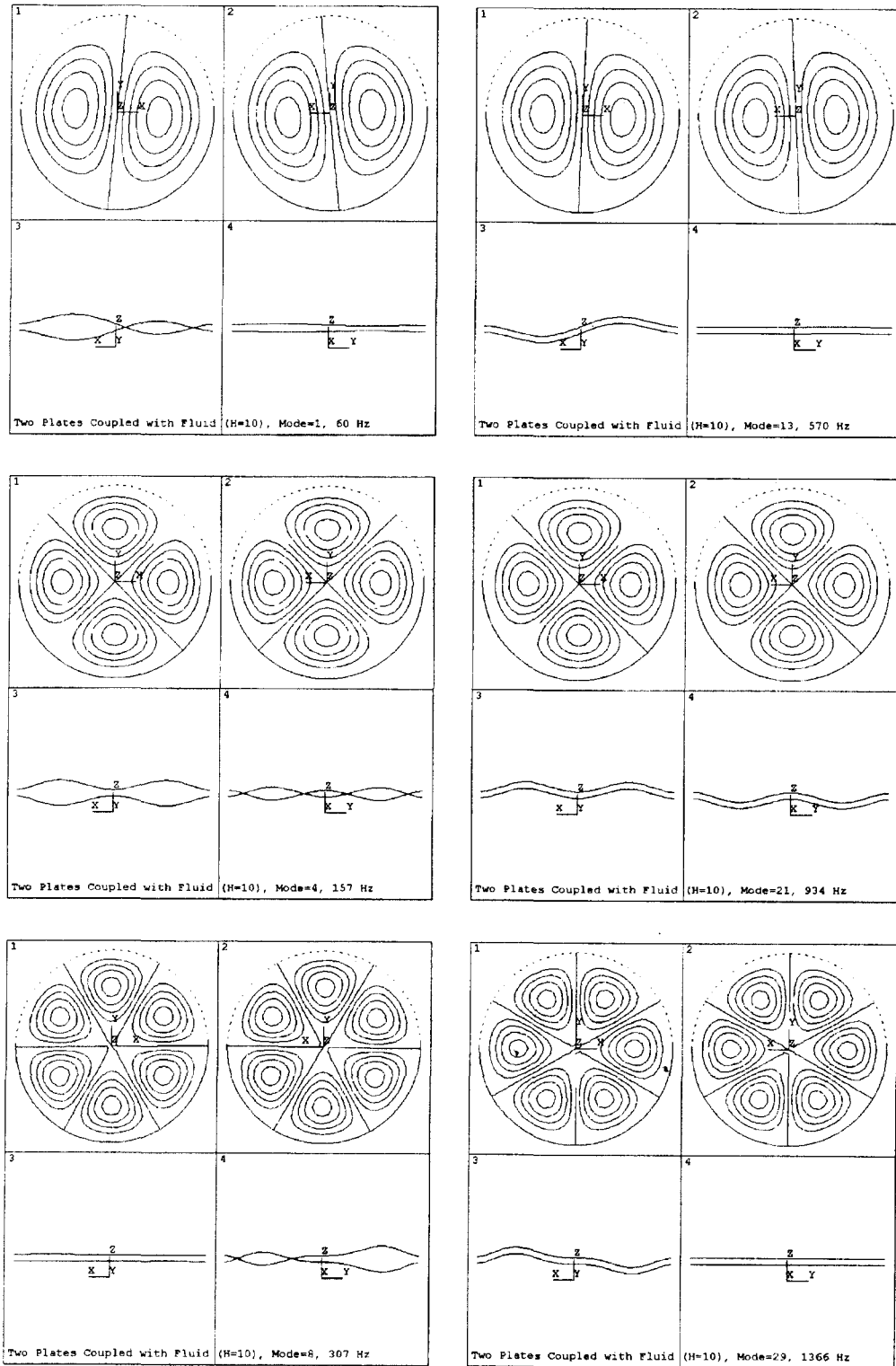


Fig. 3 Mode shapes of two plates for  $m' = 1$

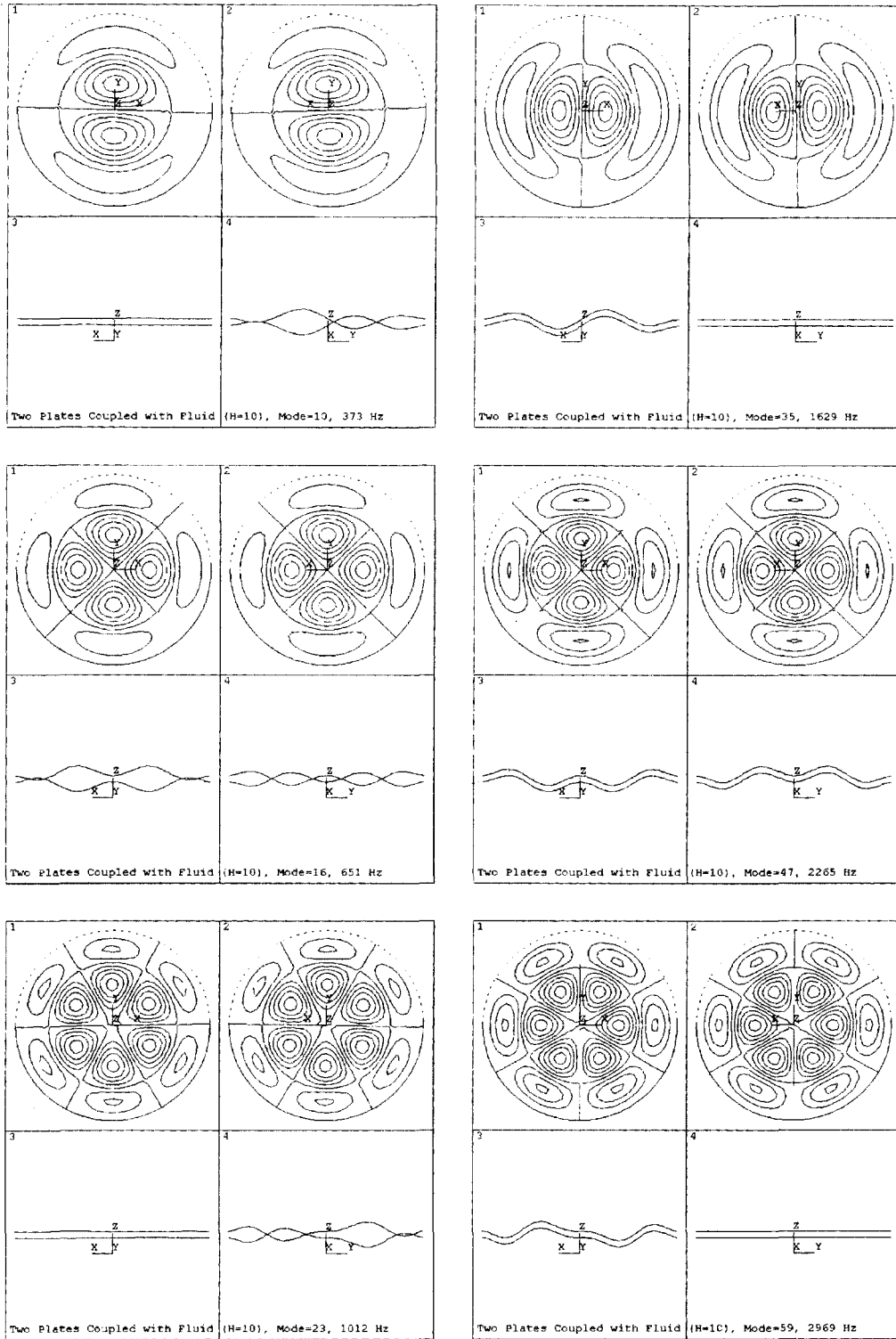


Fig. 4 Mode shapes of two plates for  $m' = 2$



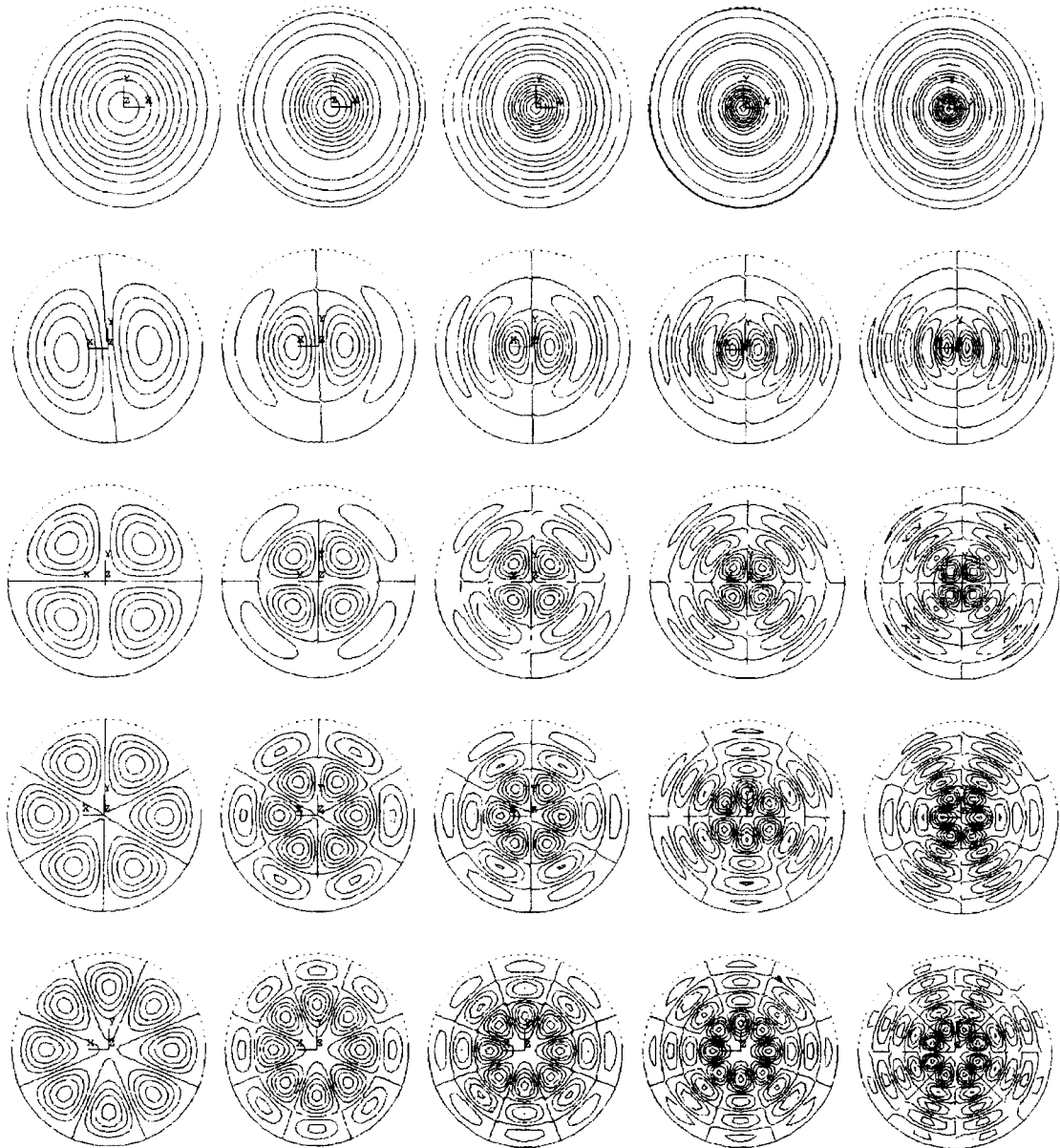


Fig. 5 Typical mode shapes of plate for radial mode

$$Normalized\ frequency = \frac{Frequency\ with\ fluid}{Frequency\ without\ fluid} \quad (37)$$

이 정규화 고유진동수는 유체의 부가질량(added mass)의 영향으로 항상 1과 0사이의 값을 갖는다는 것은 잘 알려진 사실이다. 정규화된 고유진동수는 Fig. 9 및 Fig. 10과 같으며 동위상 모드의 경우보다

역위상 모드의 경우가 유체의 영향을 크게 받고 있음을 알 수 있다. 특히 동위상 모드의 경우 원주방향 모드나 반경방향 모드에 관계없이 거의 일정한 영향을 받고 있으며 원판의 간격이 커짐에 따라 원주방향 및 반경방향의 모드 수가 작을수록 크게 영향을 받으나 그 크기는 미미한 것으로 보여진다. 이에 반하여 역위상 모드의 경우에는 원판의 간격이 작을수록 큰 영향을 받으며 원주방향 모드 및 반경방향 모드

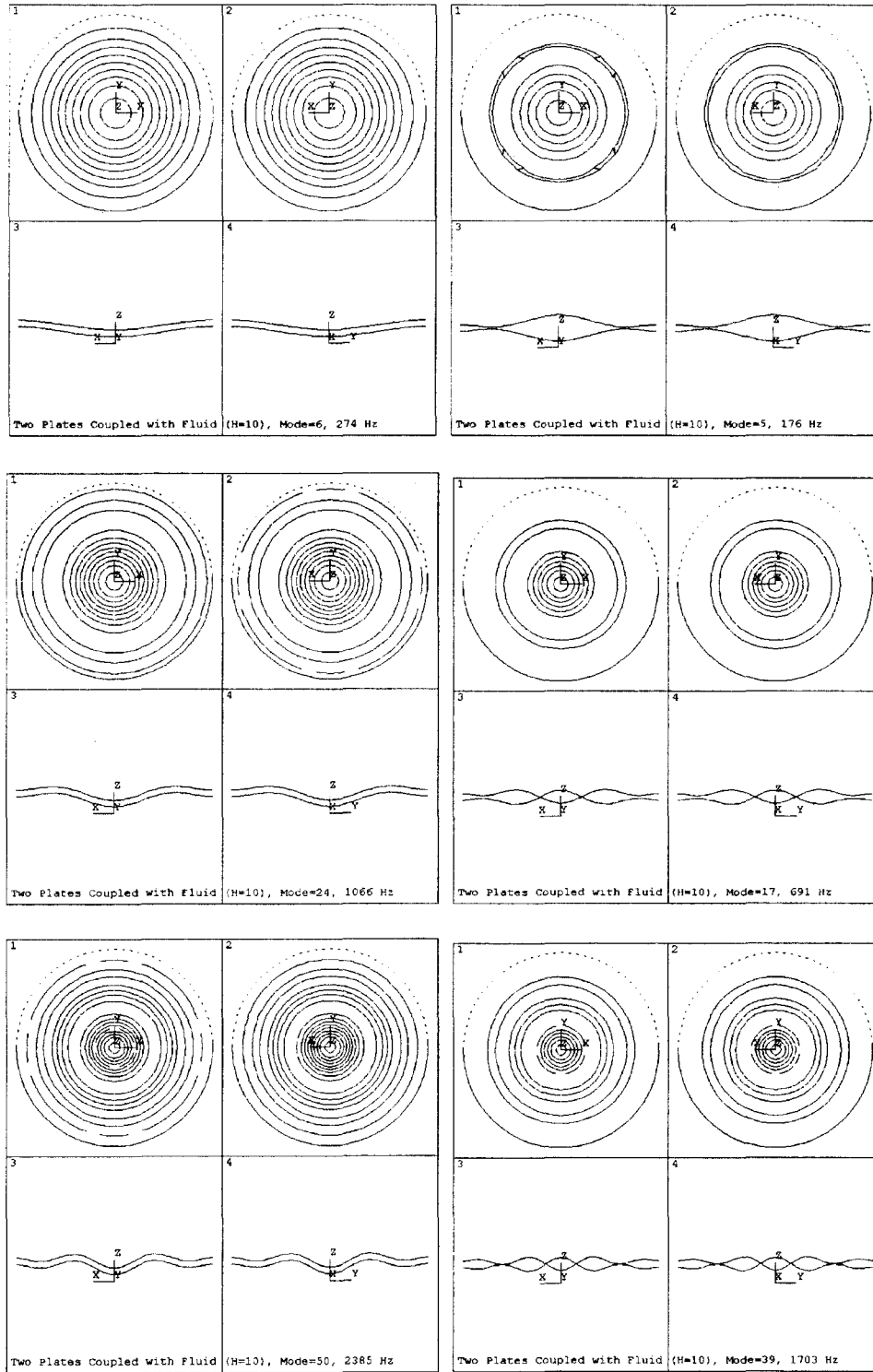


Fig. 6 Mode shapes of  $n=0$  for  $H = 10$  mm

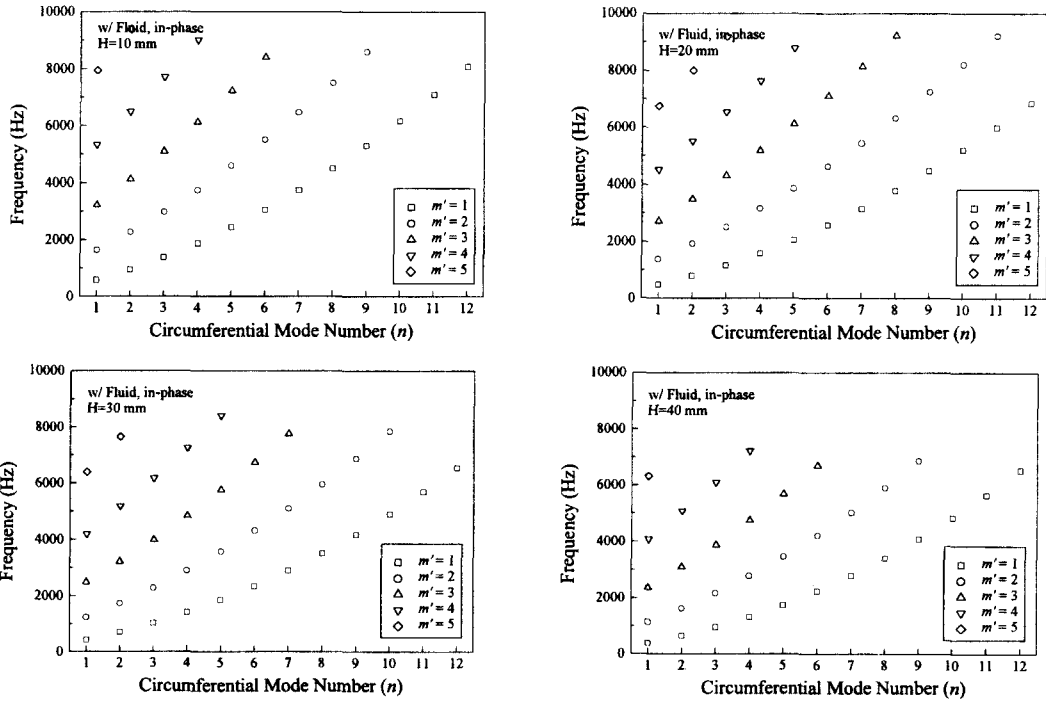


Fig. 7 In-phase mode frequencies of two plates coupled with fluid

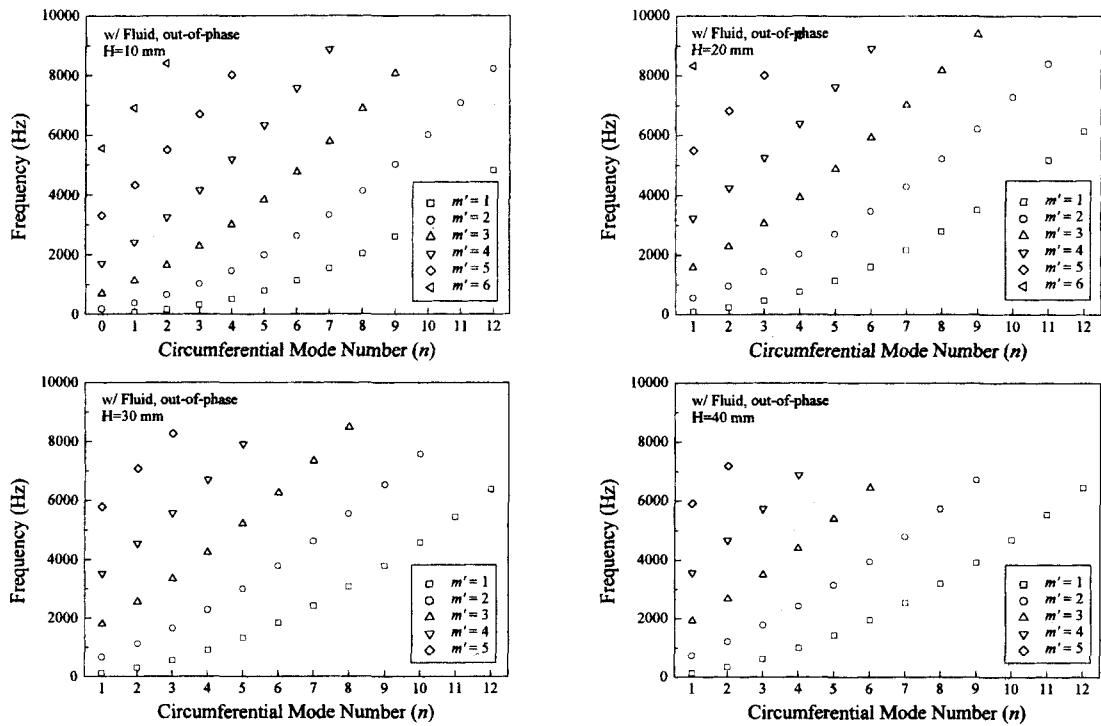


Fig. 8 Out-of-phase mode frequencies of two plates coupled with fluid

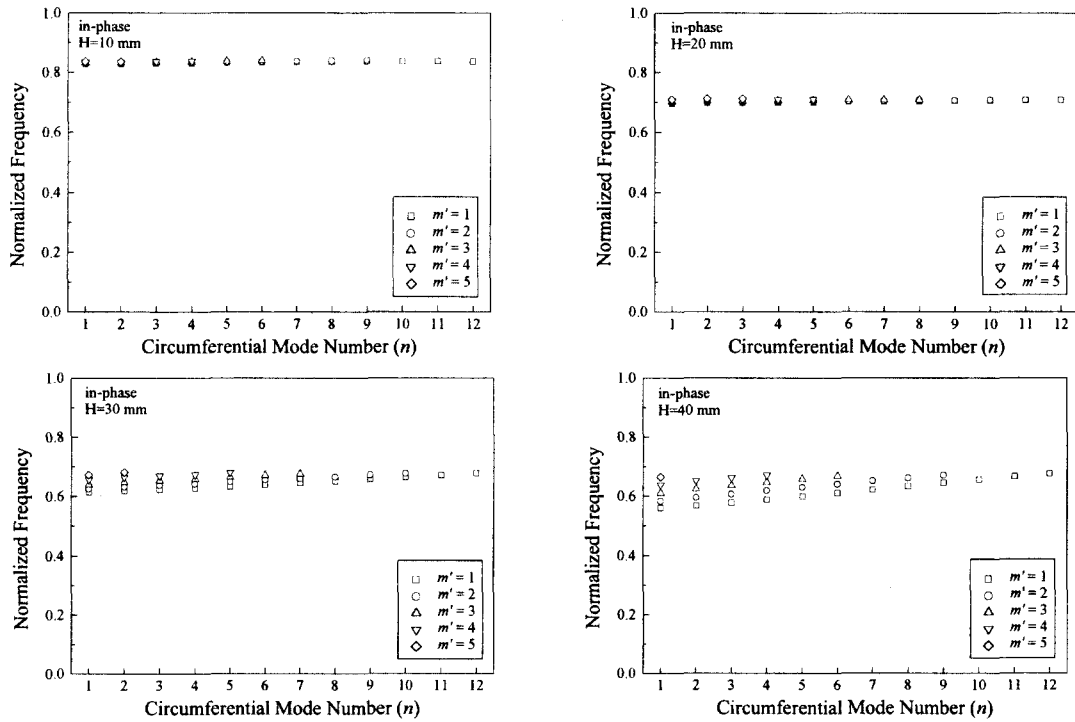


Fig. 9 Normalized frequencies of in-phase modes

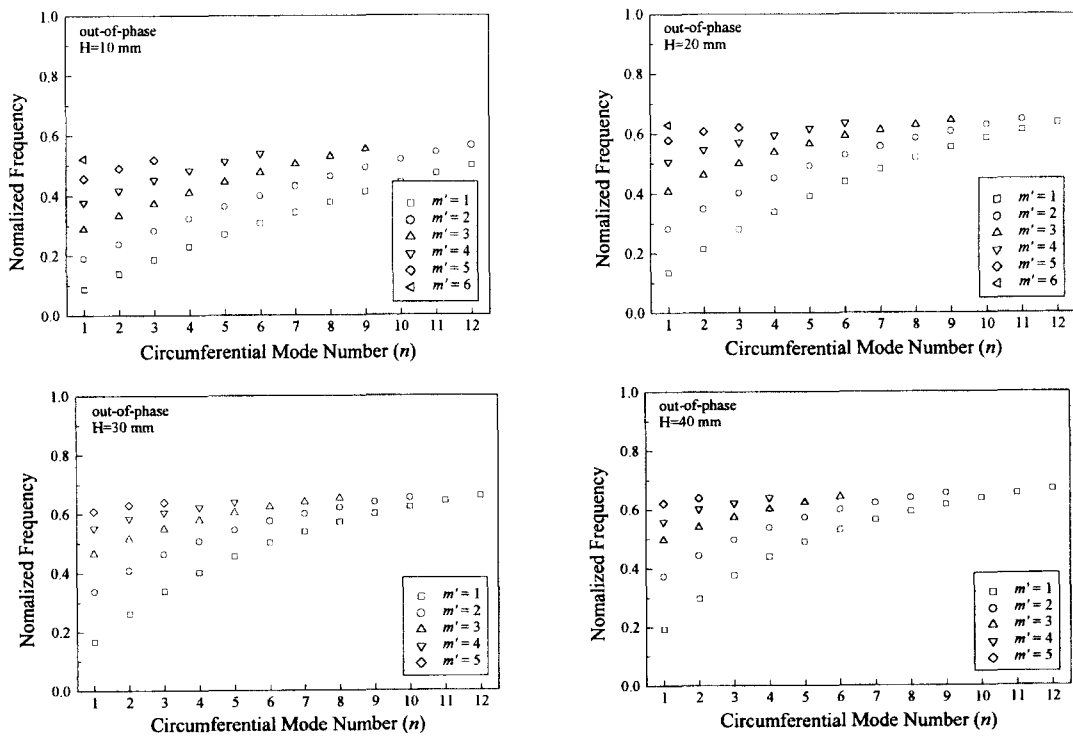


Fig. 10 Normalized frequencies of out-of-phase modes

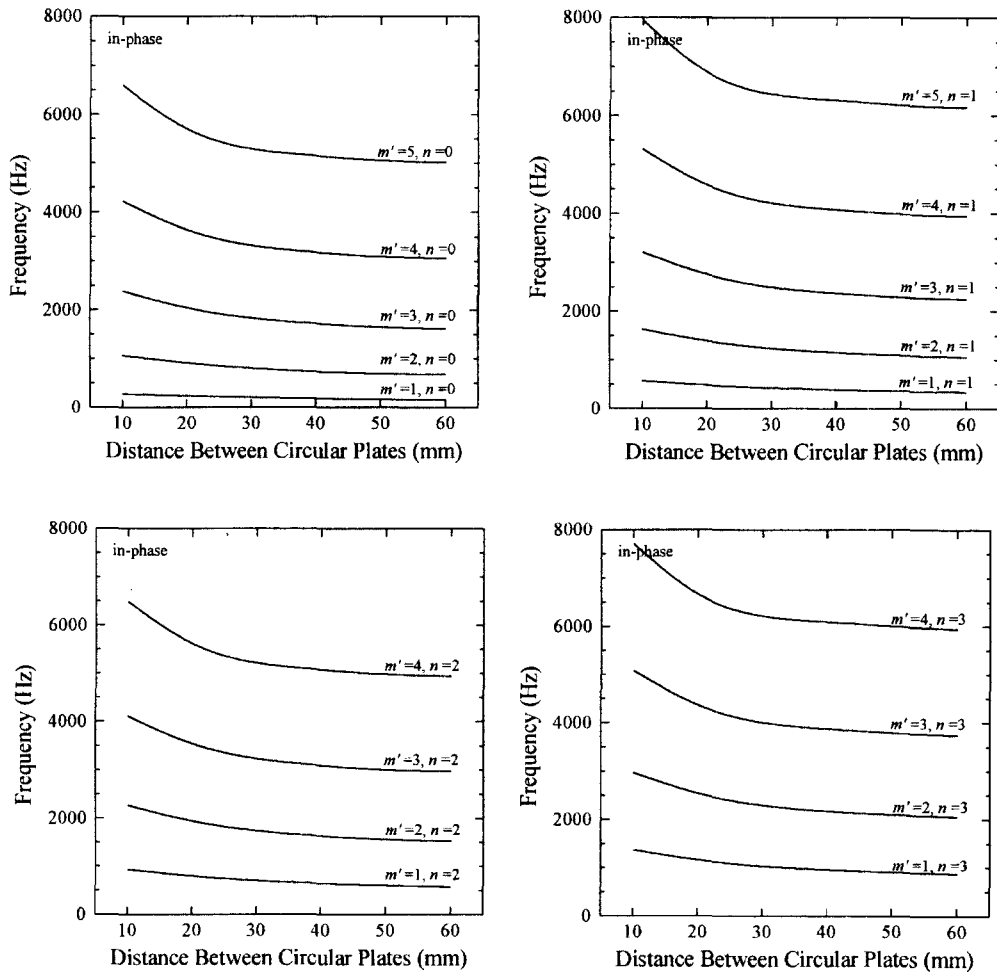
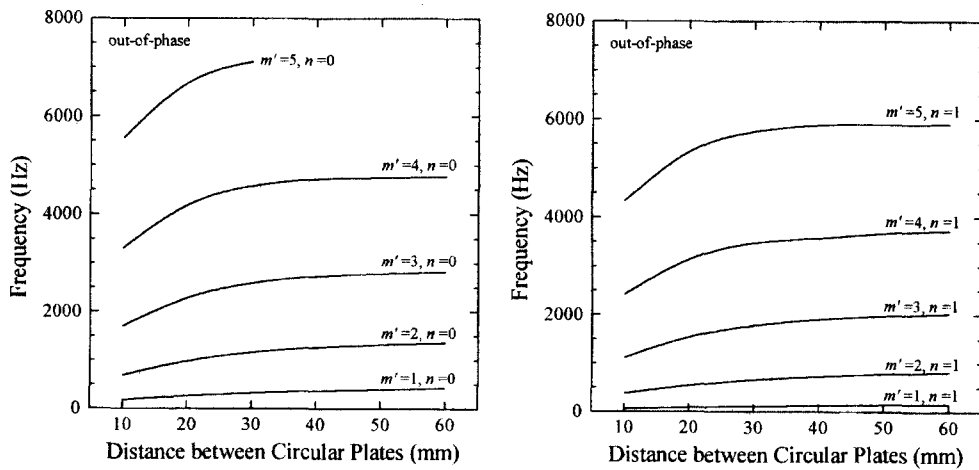


Fig. 11 Fluid gap effect on natural frequencies of in-phase modes



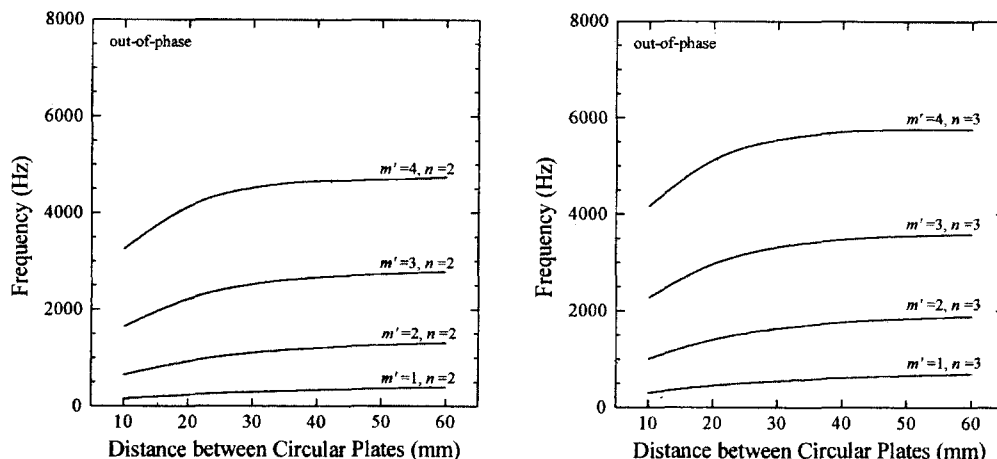


Fig. 12 Fluid gap effect on natural frequencies of out-of-phase modes

수가 작을수록 큰 영향을 받고 그 크기도 무시할 수 없을 정도임을 알 수 있다.

Fig. 11과 Fig. 12는 원판 사이의 거리에 따른 고유진동수 변화를 나타내고 있다. 원판 사이의 거리가 멀어지면 유체의 양은 많아지나 원판 사이의 연성효과와는 감소하게 된다. 따라서 원판 사이의 거리가 멀어질수록 유체의 총량에 영향을 받는 동위상 모드와 역위상 모드는 유체의 부가질량이 커져서 고유진동수가 감소하지만, 유체의 연성효과에 영향을 받는 역위상 모드는 반대로 유체로 인한 연성이 떨어져 고유진동수가 증가하게 된다.

### 5. 결론

물로 연성된 두 개의 동일한 원판에 대한 고유진동수를 구하는 해석방법을 제시하였다. 그리고 유체와 연성된 이 구조물의 동적특성을 고찰하였다. 이 방법의 타당성을 확인하기 위하여 원판의 경계조건이 고정된 경우에 대하여 고유진동수를 이론적으로 구하고 상용코드로 검증하였으며 모든 동위상 모드와 역위상 모드의 경우에 이론값의 고유진동수와 유한요소 해석 결과로 얻은 고유진동수가 대체로 잘 일치하였다. 또한 유한요소법을 이용하여 원판 사이의 간격을 바꿔가며 해석을 수행하였고 그 결과 아래와 같은 결론을 얻었다.

(1) 모든 고유진동 모드는 동위상 모드와 역위상 모드로 나뉘어 나타나며 역위상 모드가 동위상 모드보다 먼저 나타난다.

(2) 두 원판 사이에 갇힌 유체는 동위상 모드보다 역위상 모드에 더 큰 영향을 주며 특히 역위상 모드의 경우 원주방향 및 반경방향 모드 수가 작을수록 큰 영향을 받는다.

(3) 원판 사이의 거리가 멀어지면 유체의 양은 많아지고 원판 사이의 연성효과는 감소하게 되어 동위상 모드의 고유진동수는 감소하지만, 역위상 모드는 반대로 고유진동수가 증가한다.

### 참 고 문 헌

(1) Jhung, M. J., Kim, Y. B., Jeong, K. H., Choi, S., 2000, "Modal Analysis of Coaxial Shells with Fluid-filled Annulus," Journal of the Korean Nuclear Society, Vol. 32, No. 4, pp. 328~341.  
 (2) Jhung, M. J., Jeong, K. H., Park, Y. W., 2000, "Modal Analysis of Eccentric Shells with Fluid-filled Annulus," Journal of KSNVE, Vol. 10, No. 3, pp. 536~550.  
 (3) Jhung, M. J., Song, S. H., Jeong, K. H., Kim, T. H., 1999, "Modal Analysis of Cylindrical Shell using a Scale Model of the Core Support Barrel," Journal of the Computational Structural Engineering Institute of Korea, Vol. 12, No. 1, pp. 15~27.  
 (4) Kwak, M. K., 1991, "Vibration of Circular Plates in Contact with Water," Transaction of the ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol. 58, pp. 480~483.

- (5) Kwak, M. K. and Kim, K. C., 1991, "Axisymmetric Vibration of Circular Plates in Contact with Fluid," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 146, pp. 381~389.
- (6) Kwak, M. K. and Han, S. B., 2000, "Effect of Fluid Depth on the Hydroelastic Vibration of Free-edge Circular Plate," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 230, pp. 171~185.
- (7) Amabili, M., 1996, "Effect of Finite Fluid Depth on the Hydroelastic Vibrations of Circular and Annular Plates," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 193, pp. 909~925.
- (8) Chiba, M., 1994, "Axisymmetric Free Hydroelastic Vibration of a Flexural Bottom Plate in a Cylindrical Tank Supported on an Elastic Foundation," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 169, pp. 387~394.
- (9) Bauer, H. F., 1995, "Coupled Frequencies of a Liquid in a Circular Cylindrical Container with Elastic Liquid Surface Cover," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 180, pp. 689~704.
- (10) De Santo, D. F., 1981, "Added Mass and Hydro-dynamic Damping of Perforated Plates Vibrating in Water," *Transaction of the ASME, Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 103, pp. 175~182.
- (11) Montero de Espinosa, F. and Gallego-Juarez, J.A., 1984, "On the Resonance Frequencies of Water-Loaded Circular Plate," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 94, pp. 217~222.
- (12) Jeong, K. H., Kim, T. W., Choi, S. and Park, K. B., 1998, "Free Vibration Analysis of Two Circular Disks Coupled with Fluid," *PVP-Vol. 366, Proceedings, Technologies in Reactor Safety, Fluid-Structure Interaction, Sloshing and Natural Hazards Engineering*, pp. 157~164.
- (13) ANSYS, 1999, *ANSYS Structural Analysis Guide*, ANSYS, Inc., Houston.
- (14) Sneddon, I. N., 1951, *Fourier Transforms*, McGraw-Hill, New York, S.