

## 실험을 통한 통계교육의 수업방법 연구

김 응 환 (공주대학교)

### 1. 서 론

통계학은 자료를 이용하여 이를 토대로 정보를 이끌어내는 연구분야이다. 현대의 발전하는 정보사회와 지식 사회로의 전환은 보통의 민주시민에게 일반적인 통계적 소양의 습득을 요구하고 있다. 이 목표를 위하여 우리의 중등학교에도 제7차 수학과 교육과정(교육부, 1997)에 의해 중1인 7단계에서 자료분석, 중3인 9단계에서 상관관계, 10단계에서 확률과 통계의 통계와 확률에 대한 교육 내용이 들어있다.

중등학교 수학과에서의 통계지도에 관심을 가지고 지난 2년간 중등학교의 수학교사들의 재연수 과정을 지도한 결과를 바탕으로 제7차 교육과정의 실행중인 현재 우리의 중등학교수학의 통계단원에 대한 지도방법에 대한 수업모형의 변환을 도모하고자 하는 필요성을 느끼게 되었다.

미국의 NCTM(2000)은 "Principles and Standards for School Mathematics"에서 통계단원의 교육에 대하여 토론과 실험을 강조하고 있다. 즉, 자료분석과 확률(data analysis and probability)이라는 단원명을 새롭게 사용할 정도로 학생들에게 구체적인 자료를 이용한 자료분석의 방법론을 실험과 토론을 통하여 지도할 것을 제시하고 있다. 특히 탐색적 자료분석(EDA: Exploratory Data Analysis)을 강조하고 있으며 보다 신뢰성 있는 결론을 얻기 위한 자료에 대한 다양한 취급과 확률을 이용한 통계적 추론방법을 적용할 것을 요구하고 있다. NCTM의 강조사항을 예시하면 다음과 같다.

수학 교수 프로그램은 모든 학생들이 다음과 같은 것들을 할 수 있도록 관심을 기울여야 한다.

\* 2001년 4월 투고, 2001년 9월 심사 완료.

\* 주제어 : 통계교육, 중심극한정리.

- 자료(data)를 가지고 할 수 있는 질문을 제안 해 보고, 그 질문에 답할 수 있도록 자료를 수집, 조직하고 관련자료를 제시할 수 있도록 한다.

- 자료를 분석하기 위한 적절한 통계적 방법을 선택하고 사용할 수 있도록 한다.

- 자료에 기초하여 추론과 예측을 개발하고 그것을 평가할 수 있도록 한다.

- 확률의 기본적인 개념을 이해하고 적용할 수 있도록 한다.

Cobb(1992)와 Cobb & Moore(1997)는 통계학이 관찰과 실험 결과를 토대로 한 귀납적 사고를 기초로 하기 때문에 연역적인 수학의 지도와는 다른 통계적 사고를 경험할 수 있도록 학교수학의 교육과정을 개편할 것을 주장하고 있다. 또한 Moore(1992)는 통계적 사고의 중요성과 실제적인 자료분석으로 통계교육을 할 것을 주장하고 있다.

우정호(2000)는 "통계교육의 개선방향 탐색"에서 전반적인 통계교육에 대한 문헌연구를 통한 대안을 제안하고 있다. 지금까지 우리 나라의 현재 학교수학에서는 전통적인 기술통계의 입장에서 자료정리의 기법이 다루어져 왔으며 고등학교에서는 표본추출의 문제는 간단히 언급하는 정도로 그치고, 확률분포 이론과 이에 근거한 형식적인 통계적 추론의 지도가 이루어지고 있다고 지적하고 있다. 특히 이러한 통계교육은 통계의 유용성과 잠재력 및 탐구를 통한 발견하는 기쁨을 전달하는데 실패하고 있다고 주장하고 자료분석을 중심으로 한 통계교육의 개선방향을 제시하고 있다.

본 연구에서는 중등학교의 수학교사들의 재연수 과정을 지도한 결과를 바탕으로, 보다 효율적이고 유용한 통계지도도를 위하여 2장에서 학생 스스로 지식을 구성하는 구성주의 이론을 검토하고 3장에서는 토론과 실험을 통한 통계지도 방법에 대한 수업모형을 제시하기로 한다.

## 2. 이론적인 배경

### 가. 구성주의 교육과 통계교육

구성주의자들은 학습자가 지식을 기계적으로 수용하지 않고 각 개인의 내부에서 활발한 인지적 재구성의 과정을 통하여 내면화한다는 것을 말한다. 그래서 학생들의 토론과 실험 등의 활동을 활발하게 하도록 하여 발견 학습을 주장하고 있다.

피아제는 조작, 가역성이 있는 일반화된 행동양식을 바탕으로 하여 새로운 사실을 비교, 대조함으로써 지식을 구성하도록 하는 조작적 구성주의를 주장하고 있다고 한다. 그리고 본 그레저스펠드(von Glasersfeld, 1995; 강옥기, 2000 재인용)의 급진적 구성주의에서는 지식은 학습자가 스스로 구성하는 것으로서 그 학습자의 주관적인 것으로 보는 입장이다. 즉, 학습자가 구성한 지식은 자기의 경험 세계 및 자기가 이미 갖고 있는 지식과의 교류를 통하여 선택 수정을 통해 만들어진다. 그러나 이러한 지식이 객관적인 것이라고 보기 어렵고 주관적이라는 것이다. 특히 폴 어네스트(Paul Ernest)의 사회적 구성주의에서는 개인이 주관적으로 습득한 지식을 다른 사람들에게 발표하고 서로 토론함으로써 주변사람들과 공통된 개념을 갖게 되어 그 지식은 객관화된다는 것을 주장하고 있다.

강옥기(2000)에 의하면 이러한 구성주의 이론에 근거를 둔 학습지도의 특성으로는 다음과 같다.

- 1) 수학적 개념을 형성하기 위해 바탕이 되는 선수개념을 조작하고 그 관계를 조사하여 새로운 주관적 지식을 가지게 한다.
- 2) 이 주관적 지식을 다른 학생들에게 공표하고 토론한다.
- 3) 사회적으로 객관적인 지식을 구성한다.

여러 가지 형태의 구성주의와 활동주의의 학습이론의 특징을 고려하여 우리의 통계지도에 적극적인 활용을 시도해 볼 가치가 있음을 알 수 있다.

### 나. 수학과 수업모형

실험을 통한 통계수업 모형을 탐색하기 전에 우선 학

습지도를 직접 실제로 실시하기 위한 학습목표, 지도내용, 전개과정 등을 일반화한 여러 가지 수업모형을 간단히 살펴보면 다음과 같다(강옥기, 2000).

첫째로 전통적인 교사중심의 수업모형이 있다. 이 모형에서는 교사는 그 학급의 모든 학생을 대상으로 하여 지도내용을 일제히 설명하고 학생들은 이를 전부 기록하고 받아들이고 문제를 해결하는 방법이다. 이것의 장점은 교사의 의미 있는 설명이 주를 이루므로 능력 수준이 비슷한 다인수의 학급환경에 적합하며, 어떤 내용을 짧은 시간에 효율적으로 적용할 수가 있다.

둘째로 협력학습 수업모형이다. 이 모형에서는 학습이 본질적으로 사회적인 것이라는 전제 하에 한 학급의 학생을 몇 개의 소집단으로 구성하여 각 학생들이 서로 논의하고 도와가며 학습하는 모형이다. 이것의 장점은 앞서 언급한 사회적인 구성주의를 이론의 근간으로 하고 있다. 처음에 지식은 주관적으로 형성되기 시작하지만 이것을 다른 사람에게 발표하고 토론하고 인정받음으로써 객관적인 지식이 형성된다는 것이다.

셋째로 개별학습 수업모형이다. 이 모형에서는 학습자 개개인에게 최적의 학습환경을 제시하는 수업방법으로 학습자 개개인이 자기 수준에 맞는 학습 과제를 선택하고 자기의 속도에 맞게 학습할 수 있도록 하기 위한 방법이다. 이 모형의 장점은 현실적으로 교사가 학생 모두를 지도하기 어려우므로 교사의 도움이나 안내를 비교적 적게 필요로 하는 수학적 기능의 연습이나 복습하는데 적절한 방법이다.

넷째로 수준별 수업모형이다. 이것은 한 학급을 구성하고 있는 학생들의 수준의 차이가 너무 심하여 같은 수준의 문제를 해결하는데 어려움이 많기 때문에 여러 수준으로 학생들을 나눈 다음 각 수준에 따라 학습내용과 수준을 달리하는 방법이다. 이것의 특징은 비슷한 수준의 학생을 모아 교육하기 때문에 교사는 동일한 방법을 사용할 수 있으나 현실적으로는 많은 수업준비와 지도상의 노력이 필요하다. 그리고 평가영역의 문제도 여러 가지 형평성의 어려운 문제가 발생한다.

위와 같은 여러 가지 수업모형을 참고로 하여 학생들의 활동과 실험을 강조하는 통계수업에 대하여 알아보기로 한다.

3. 실험을 통한 통계수업의 예시

학교수학에서 통계에 대한 확률론적 수학 형식의 지도가 통계내용과 개념지도를 압도하고 있기 때문에 통계의 본질적인 유용성과 아름다움의 발견적 아이디어의 지도는 소홀하게 취급되기 쉬웠다. 여기에서는 통계 내용 중의 중요한 위치를 점하는 개념의 하나인 “중심극한정리”를 지도하는 방법으로 토론과 실험을 통한 지도에 대한 하나의 구체적인 수업지도 모델을 제시하고자 한다. 이 수업지도 방법은 저자가 지난 2년간 학생들과 교사들의 재연수과정을 통하여 그 지도 방법의 효율성을 관찰해 온 결과물이다.

1) 중심극한정리의 지도 실험

가) 대상 및 기간:

1차: 1998. 8.10, 2시간 중등수학교사 일반연수 1개반 (40명)

2차: 2000. 10. 21, 2시간, 수학교육과 3학년 1개반 (40명)

나) 단원명: 중심극한정리의 이해

다) 준비물: 주사위

라) 정의 : 표본분포의 이론인 중심극한 정리의 정의를 말하면 다음과 같다.

중심극한정리(CLT: Central Limit Theorem)  
 평균  $\mu$  분산  $\sigma^2$ 인 임의의 모집단에서 뽑은 크기  $n$ 인 확률표본  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 의 표본평균  $\bar{X}$ 의 분포는  $n$ 이 큰 경우( $n > 30$ ) 근사적으로 평균  $\mu$ 이고 분산  $\sigma^2/n$ 인 정규분포를 한다. 즉  $\bar{X}$ 의 분포는 다음과 같이 표현한다.

$$\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$$

마) 실험방법: 중심극한정리를 경험적으로 파악할 수 있는 주사위 던지는 실험의 방법은 다음과 같다.

<표 1> 중심극한정리의 주사위 던지기 실험

-준비물:  
 한 사람 당 자기의 주사위 1개씩 준비.  
 교사는 각 조별 실험보고서 양식 준비.

-실험실시:  
 1. 4~5명으로 구성된 조를 만든다.  
 2. 각자 준비해 온 하나의 주사위를 10번 주사위를 던져 관찰된 숫자의 표본평균을 구하는 과정을 50번 반복 시행한다.  
 3. 각자의 실험 결과에 대한 종합을 한 조원이 작성하고 함께 분포를 그리기 위하여 줄기잎 그림을 이용한다.  
 4. 만들어진 분포의 특징을 관찰하고 이에 대하여 서로 토론한다.

-보고서 작성: 각 조원들이 함께 실험한 결과에 대한 토론을 시행한 실험보고서를 작성하고 발표준비를 한다.

-결과 발표: 조장은 토론과 실험의 결과를 학급전체에 발표를 한다.

-종합검토: 중심극한정리에 대한 여러 가지 오류를 점검하여 정리의 개념에 대한 올바른 이해를 도모한다.

바) 실험보고서의 예시

(1) 개인보고서(양식)

중등 수학교사 재연수 과정 번호( ), 성명( )								
기간	1999.8.10 4-5교시							
제목	중심극한정리의 실험							
개념	표본평균의 분포를 탐색한다.							
과정	표본 번호	관측값(10회)	총합	평균	표본 번호	관측값(10회)	총합	표본 평균
	1				7			
	2				8			
	3				9			
	4				10			
	5				11			
	6				12			
결과	이들 표본평균의 평균을 구해본다. 이 실험의 관찰값을 조장에게 합친다.							
실험	이 실험에서 모평균은 얼마인가?							
소감	이 실험에서 표본의 크기는 얼마인가?							

## 2) 조별보고서(양식): 부록 참조

사) 본 실험에서의 자주 발생하는 개념적 오류

2차에 걸친 두 집단의 토론과 실험에 대한 관찰 결과 대부분의 오류나 이해의 어려움을 요약하면 다음과 같다

첫째, 학생들이나 수학교사들은 우선 주사위를 10번 던져서 관찰된 표본 관찰값의 평균을 구하는 단계와 이런 표본평균을 50번 구하여 그래프를 그린다는 사실에 대해 어려워 하였다.

둘째, 이 실험에서 모집단의 분포에 대한 생각을 해보는 문제를 푸는데 어려움이 있었다.

셋째, 이 실험에서 표본의 크기(sample size)가 10인지 50인지를 정확하게 알고 있지 못하고 있었다.

이러한 사실을 조별 발표가 끝난 경우에 하나하나 점검해 가며 중심극한정리의 개념을 의미를 확인, 수정을 하였다.

아) 본 실험에서의 발견학습 결과

대부분의 학생이나 교사들은 이 실험을 통하여 여러 조가 각기 다른 실험 결과를 발표하는 동안에 각 실험에서 얻어진 분포의 공통점을 찾아내게 되고, 표본평균이 대략 종모양(bell shape)의 분포를 한다는 사실을 발견하고 매우 크게 발견의 기쁨을 느끼고 있었다.

그리고 모평균과 모분산, 그리고 표본평균과 표본평균의 결과를 비교해 봄으로서 표본평균의 기대값이 대략 모평균에 근사한다는 것을 발견하고, 표본평균을 이용하여 모평균을 추정하는 데에 대한 일말의 가능성 같은 것의 믿음이 어렵듯하게 형성되어 가는 느낌을 가질 수 있었다. 이러한 내용들은 다음 추정과 검정의 단원에서 이론적으로 확인하게 될 것이다.

여기서 컴퓨터를 이용한 시뮬레이션을 이용하지 않은 것은 아주 거칠지만 직접 손끝의 감각을 이용하여 각기 실험에 동참하고 활동조작을 통한 느낌을 직접 얻는 효과가 매우 크다고 생각된다.

## 4. 결 론

지금까지 중심극한의 정리를 짧은 시간에 이론적인 증명만을 통하지 않고 중심극한정리의 성질을 직접 손으

로 확인하는 계기가 되었다. 특히 토론을 하면서 서로의 생각을 여는 과정을 통하여 우리는 매우 귀중한 객관적 지식을 얻어내는 수업과정을 구현할 수 있었고 중심극한정리의 직관적인 이해에 큰 보탬이 되었다고 생각한다.

본 연구에서 구현한 토론과 실험의 연구과제는 통계의 개념이해를 직관적으로 접근할 수가 있는데, 표본분포이론 이외에 확률분포나 가설검정 등에 적용이 가능할 것으로 생각된다.

## 참 고 문 헌

- 교육부 (1997). 수학과 교육과정, 교육부 고시 제 1997-15호.
- 강용기 (2000). 수학과 학습지도와 평가, 서울: 경문사.
- 김용환 (1999). 통계와 확률지도론, 서울: 경문사.
- 박영희 (1999). 신문의 통계그래프 분석을 통한 지도방법 탐색, 대한수학교육학회지 <학교수학> 1(2), pp.451-459, 서울: 대한수학교육학회.
- 박만구 (1999). 구성주의의 실험교수, 대한수학교육학회지 <학교수학> 1(2), pp.513-528, 서울: 대한수학교육학회
- 우정호 (2000). 통계교육의 개선방향탐색, 대한수학교육학회지 <학교수학> 2(1), pp.1-27, 서울: 대한수학교육학회
- Cobb, G. W. (1992). Teaching Statistics, In L.A. Steen(Ed.), *Heeding the call for the change: Suggestions for curricular action*, *The mathematical Association of America*, pp.3-43.
- Cobb, G. W. & Moore, D. S. (1997). *Mathematics, Statistics, and Teaching. The American mathematical Monthly*, Nov., pp.801-823
- Moore, D. S. (1992). What is statistics?, In D.C. Hoaglin & D.S. Moore(Eds.), *Perspectives on contemporary statistics*, *The Mathematical Association of America*, pp.1-17.
- NCTM(National Council of Teachers of Mathematics) (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*, Reston, VA: Author.

## **A Study of the Teaching Method for Statistics Education with Experiment**

**Kim, Yung-Hwan**

Department of mathematics education, Kongju National University, Kongju-si, Chungnam, 314-701, Korea;  
yhkim@kongju.ac.kr

This study suggested a teaching method to improve intuitive understanding of the statistical basic concepts about the central limit theorem with experiment. It is very hard to understand about the concept of the central limit theorem in the school mathematics class. The result of this study experiment for the class of statistics education shows that the students and mathematics teachers were interesting at this experiment. They corrected their misunderstanding about the central limit theorem by discussion for the result of experiment with team members.

I think that this study can help teachers to teach the students using the experiment method.

<부록> 조별보고서

◎ 중심극한정리의 주사위 실험보고서(표본평균  $\bar{X}$  의 모양은?)

( )조 : 성명( )성명( )성명( )

날짜: . . . 성명( )성명( )성명( )

표본	표본 관측값(10회)	총합	표본평균	표본	표본 관측값(10회)	총합	표본평균
1				26			
2				27			
3				28			
4				29			
5				30			
6				31			
7				32			
8				33			
9				34			
10				35			
11				36			
12				37			
13				38			
14				39			
15				40			
16				41			
17				42			
18				43			
19				44			
20				45			
21				46			
22				47			
23				48			
24				49			
25				50			

도수



0.5 1.0 1.5 2.0 2.5 3.0 3.5 4.0 4.5 5.0 5.5 6.0 6.5

[그림] 표본평균  $\bar{X}$  의 히스토그램

1. 여러분이 스스로 얻은 위의 표본평균의 분포에 대한 느낌을 말하십시오.
2. 모평균과 표본평균, 모분산과 표준오차를 비교하시고 그 의미하는 바를 말하십시오.