

댐의 시간영역 지진응답 해석을 위한 호소의 집중변수모델

Lumped Parameter Model of Transmitting Boundary for the Time Domain Analysis of Dam-Reservoir System

김재관* 이진호** 조정래***
Kim, Jae Kwan Lee, Jin Ho Cho, Jeong Rae

국문요약

반무한 호소의 동적 모델링을 위한 역학적 집중변수모델을 제안하였다. 깊이가 일정한 2차원 반무한 호소의 전달경계의 정해를 구하였다. 정해의 거동 특성을 주파수 영역과 시간 영역에서 조사하였다. 고유진동수와 합성곱 적분의 핵함수인 베셀 함수의 모양 등과 같은 해의 주요 특성이 변하지 않도록 질량, 감쇠기, 스프링 계수를 구한다. 최종 집중 변수 모델은 각각의 고유값에 대해 2개의 질량, 1개의 스프링, 2개의 감쇠기로 구성된다. 적용 예제를 통하여 새로운 집중변수모델이 댐-호소계의 시간 영역 해석에 효율적으로 사용될 수 있음을 확인하였다.

주요어 : 집중변수모델, 전달 경계, 지진 해석, 콘크리트 댐, 유체-구조물 상호작용

ABSTRACT

A mechanical lumped parameter model is proposed for the dynamic modeling of a semi-infinite reservoir. A semi-analytic transmitting boundary is derived for a semi-infinite 2-D reservoir of constant depth. The characteristics of the solution are examined in both frequency and time domains. Mass, damping and spring coefficients of the mechanical model are obtained to preserve the major features of the solution such as eigenfrequencies and the shapes of Bessel functions that appear as kernels in the convolution integrals. The lumped parameter model in its final form consists of two masses, a spring and two dampers for each eigenfrequency. Application examples demonstrated that the new lumped parameter model could be used for the time domain analysis of dam-reservoir systems.

Key words : lumped parameter model, transmitting boundary, seismic analysis, concrete dams, fluid-structure interaction

1. 서 론

지진에 의한 구조물의 손상이나 붕괴는 인명과 재산에 많은 피해를 주었다. 그러나 이제는 전세계적으로 지진에 대한 연구가 활발히 진행되어 대비를 함으로써 그 피해를 최소화하고 있으며 우리 나라도 내진설계에 대한 많은 연구가 진행되고 있다.

댐의 파괴는 대규모 인명 손실과 재산 피해를 초래할 수 있을 뿐만 아니라 장기적으로 심각한 경제적 지장을 가져올 수 있다. 그러므로 댐은 지진에 대해서도 일반적인 구조물보다는 한층 높은 수준의 안전성을 보장할 수 있도록 설계되고 유지되어야 할 필요가 있다. 댐은 일반 구조물과 달리 댐체와 호소간의 상호작용에 의해서 큰 영향을 받는다. 그러므로 유체-구조물 상호작용이 댐의 내진설계에 반드시 고려되어야 하고 고려되고 있다.

콘크리트 중력댐의 지진해석에 관한 연구의 초기에는 댐체를 강체 지반에 고정된 강체 구조물로 가정하고서 지진하중 작용시 호소와 댐 경계면에 발생하는 동수압력을 산출하는 연구가 수행되었다.⁽¹⁾ 호소와 댐 경계면의 형상이 단순할 경우에 대하여 댐체에 작용하는 동수압력에 관한 해석해가

유도되었다.^{(1),(2)}

또한 댐체의 유연성이 콘크리트 중력댐의 지진응답에 미치는 영향을 고려하는 방향으로 많은 연구가 이루어져 왔다.⁽³⁾⁻⁽¹¹⁾ 댐체의 유연성을 고려하는 댐-호소 계의 지진응답 해석에는 부분구조법의 사용이 보편화되어 있다. 부분구조법을 사용할 경우 댐체는 주로 유한요소로, 호소는 유한요소^{(4),(5)} 또는 경계요소⁽⁶⁾로 모델링하고 접촉면에서 적합조건과 평형조건을 부과함으로써 댐-호소 계의 운동방정식을 얻게 된다. 이와 같이 호소를 경계요소를 사용하여 모델링할 때, 반무한 경계조건을 만족시키는 경계요소를 사용할 수도 있다. 이때 수면과 바닥면에서 경계조건을 모두 만족시키는 특수한 기본해를 사용한 경계요소법을 사용할 수 있으나 이 경우 기본해가 무한 급수 형태로 표현되며 정해로의 수렴이 어려운 단점이 있다. 또한 수면에서의 경계 조건만을 만족하는 일반적인 기본해를 사용하면 모델링되어야 하는 바닥면이 길어지는 문제가 발생한다.⁽⁶⁾

지반의 유연성이 호소수의 동적 거동에 미치는 영향의 중요성이 인식되어 이를 고려한 해석법이 개발되어 왔다. 여기에는 흡수경계조건을 이용하여 호소-지반 상호작용을 근사적으로 고려하는 방법^{(4),(7)-(9)}과 지반의 초유한요소를 이용하여 엄밀하게 모델링하는 방법이 있다.^{(5),(10),(11)}

최근 지진시 댐체의 비선형 거동에 관한 연구가 많이 진행되고 있는데 이러한 비선형 해석을 위해서는 시간영역해석이 수행되어야 한다.⁽¹²⁾ 시간영역해석 수행시 직면하게 되

* 정회원 · 서울대학교 토목공학과 부교수(대표저자 : jkwankim@plaza.snu.ac.kr)
** 서울대학교 지구환경시스템공학부 박사과정
*** 정회원 · 한국건설기술연구원 구조시스템연구그룹 연구원
본 논문에 대한 토의를 2001년 10월 31일까지 학회로 보내 주시면 그 결과를 게재하겠습니다. (논문접수일 : 2001. 3. 29 / 심사종료일 : 2001. 6. 21)

는 어려움 중의 하나는 원역으로의 에너지 방사가 포함된 반무한한 호소를 다루는 것이다. Wepf 등⁽¹²⁾은 주파수영역에서 전달경계의 동적강성을 구한 후 시간영역으로 변환하였지만 변환과정에서 합성곱 적분(convolution integral)을 수행하여야 한다. Tsai 등⁽¹³⁾은 Laplace 변환을 이용하여 원역으로의 에너지 방사를 고려할 수 있는 반해석적 방법을 제안하였다. 그러나 이 방법 또한 합성곱 적분을 포함하고 있으므로 계산량의 측면에서 그리 매력적인 방법은 되지 못한다.

또한 반무한한 호소를 질량, 감쇠기, 스프링으로 구성된 간단한 집중변수 모델로 대체하고자 하는 시도가 이루어졌다. 가장 간단한 모델은 Westergaard⁽¹⁾가 제안한 부가질량 모델이다. Wolf와 Paronesso⁽¹⁴⁾는 모드해(modal solution)로부터 집중변수 모델을 도출하는 방법을 제안하였다. 그들은 모드해의 점근 특성(asymptotic properties)을 고려하였고 동적강성을 유리식으로 근사하였다.

이 연구는 반무한 호소를 효과적으로 나타낼 수 있는 역학적 집중 변수 모델을 제안하고자 한다. 이 모델에서 모든 변수들(parameters)은 명확히 정의된 물리적 의미를 가지고 있고 역학적 모델의 질량, 감쇠기, 스프링 계수는 양의 값이다. 깊이가 일정한 반무한 2차원 호소의 이산화된 전달경계를 주파수 영역의 해로부터 도출하였다. 해의 거동 특성을 주파수 영역과 시간 영역에서 조사하였다. 고유진동수와 합성곱 적분의 핵함수(kernel function)인 Bessel 함수의 모양 등과 같은 해의 주요 특성이 변하지 않도록 질량, 감쇠기, 스프링 계수를 구한다. 최종 집중변수 모델은 각각의 고유값에 대해 2개의 질량, 1개의 스프링, 2개의 감쇠기로 구성된다. 새로운 모델을 강체 댐과 유연한 댐의 지진 응답 해석에 적용하여 그 타당성을 검증하여 보았다.

2. 주파수 영역의 전달 경계

2.1 댐-호소 시스템

그림 1과 같은 댐-호소 시스템을 고려하였다. 댐의 상류측 면은 수직이라고 가정한다. 호소의 깊이는 일정하고 상류측으로 무한하다고 가정하였고 댐체와 호소는 강체 기초위에 놓여있다고 가정한다. 댐체는 유연하고 호소는 비점성, 압축성 이상 유체이다. 또한 입력지반운동은 수평지반운동만 고려한다. 이러한 유체-구조물 시스템을 모델링하는 한가지 방법은 호소와 접촉하고 있는 댐의 상류측 면에 다음과 같은 전달경계를 설정하는 것이다.

2.2 호소의 지배방정식과 경계조건

비점성 압축성 이상 유체(Ω_I)의 동수압에 관한 지배방정식은 다음과 같다.^{(1),(2),(13),(15)}

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c_p^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \text{ in } \Omega_I \quad (1)$$

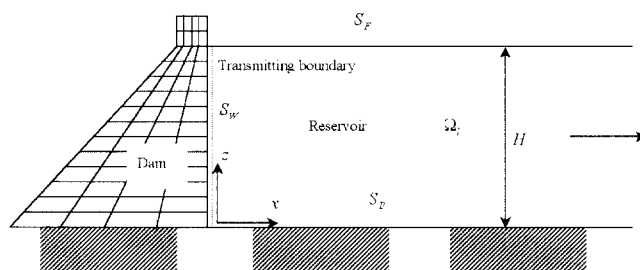


그림 1 댐-호소 상호작용계

여기서 p 는 유체의 동수압이고, c_p 는 일반적으로 음속이라고 알려진 압축파의 전달속도이다.

댐체와 강체 지반과의 경계면에서의 경계 조건은 각각 다음과 같다.

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \text{ on } S_W \quad (2a)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \text{ on } S_B \quad (2b)$$

여기서 u 는 댐체의 상류측 수직면에서의 전수평 변위, w 는 호소 바닥에서의 전수직 변위이고 S_W 는 댐체와 호소 사이의 경계면, S_B 는 강체 지반과 호소와의 경계면을 의미한다. 호소의 자유 수면(S_F)에서 수면파의 영향을 무시하여 동수압력은 대기압과 같다고 가정한다.

$$p = 0 \text{ on } S_F \quad (3)$$

주파수 영역 해석을 전제하고 조화운동을 가정하면 식 (1), (2), (3)은 다음과 같이 변환된다.

$$\nabla^2 \hat{p} + \frac{\omega^2}{c_p^2} \hat{p} = 0 \text{ in } \Omega_I \quad (4)$$

$$\frac{\partial \hat{p}}{\partial x} = \rho \omega^2 \hat{u} \text{ on } S_W \quad (5a)$$

$$\frac{\partial \hat{p}}{\partial z} = \rho \omega^2 \hat{w} = 0 \text{ on } S_B \quad (5b)$$

$$\hat{p} = 0 \text{ on } S_F \quad (6)$$

여기서 $\hat{p} = \hat{p}(x, z, \omega)$, $\hat{u} = \hat{u}(x, z, \omega)$, $\hat{w} = \hat{w}(x, z, \omega)$ 는 각각 $p(x, z, t)$, $u(x, z, t)$, $w(x, z, t)$ 의 Fourier 변환이다.

2.3 전달경계의 동적강성행렬

주어진 지배방정식과 경계조건을 만족하는 동수압은 변수분리법에 의해서 다음과 같은 형태로 표현할 수 있다.

$$\hat{p}(x, z, \omega) = X(x, \omega)Z(z, \omega) \quad (7)$$

그러면 식 (4)는 다음과 같이 변환된다.

$$X' - \left(\lambda^2 - \frac{\omega^2}{c_p^2} \right) X = 0 \quad (8a)$$

$$Z' + \lambda^2 Z = 0 \quad (8b)$$

무한 영역으로의 방사 조건을 만족하는 식 (8a)의 해는 다음과 같다.

$$X = \exp \left(-x \sqrt{\lambda^2 - \frac{\omega^2}{c_p^2}} \right) \quad (9)$$

식 (8b)는 경계 조건 (5b), (6)과 함께 고유치 문제(eigenvalue problem)를 구성하고 고유 함수(eigenfunction)는 다음과 같다.

$$Z_n = \cos \lambda_n z, \quad n = 1, 2, \dots, \infty \quad (10)$$

여기서

$$\lambda_n = \frac{(2n-1)\pi}{2H} \quad (11)$$

식 (9), (10)으로부터 각 모드의 중첩에 의해 지배방정식 (4)의 해를 구할 수 있다.

$$\hat{p}(x, z, \omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \Gamma_n \cos \lambda_n z \exp \left(-x \sqrt{\lambda_n^2 - \frac{\omega^2}{c_p^2}} \right) \text{ in } \Omega_I \quad (12)$$

여기서 Γ_n 은 n 번째 모드의 참여계수이다.

호소와 댐체와의 경계 S_W 에서의 동수압은 다음과 같이 표현된다.

$$\hat{p}(0, z, \omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \Gamma_n \Psi_n(z) \quad (13)$$

여기서

$$\Psi_n(z) = \cos \lambda_n z \quad (14)$$

식 (12)의 $x=0$ 에서의 x 에 관한 편미분과 식 (5a)로부터 다음과 같이 변위 $\hat{u}(z)$ 에 관한 식이 유도된다.

$$\frac{\partial \hat{p}}{\partial x} \Big|_{x=0} = \sum_{n=1}^{\infty} \Gamma_n \left(-\sqrt{\lambda_n^2 - \frac{\omega^2}{c_p^2}} \right) \cos \lambda_n z \quad (15)$$

$$\hat{u}(0, z, \omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \Gamma_n \Phi_n(z) \quad (16)$$

여기서

$$\Phi_n(z) = \left(-\frac{1}{\rho \omega^2} \sqrt{\lambda_n^2 - \frac{\omega^2}{c_p^2}} \right) \cos \lambda_n z \quad (17)$$

전달경계의 동적강성을 유도하기 위해 변분법을 사용한다. 경계 S_W 를 이산화하고 변위를 형상함수를 사용하여 절점 변위로부터 근사한다.

$$\hat{u}(z) = \mathbf{N} \hat{\mathbf{u}}_e \quad (18)$$

여기서 $\hat{u}(z)$ 는 경계 S_W 에서의 근사 변위, \mathbf{N} 은 형상함수 행렬, $\hat{\mathbf{u}}_e$ 는 전달 경계면의 절점변위 벡터이다.

경계 S_W 상에서 변위의 적합조건을 만족시키기 위해 상보 가상일(complementary virtual work)을 최소화한다.⁽¹⁶⁾

$$\int_{S_W} \delta \hat{p}(z) [\hat{u}(z) - \hat{u}(z)] dz = 0 \quad (19)$$

Γ_n 을 요소로 하는 벡터를 $\mathbf{\Gamma}$ 라 하고 그 요소가 각각 Φ_n 과 Ψ_n 인 행벡터를 $\mathbf{\Phi}$, $\mathbf{\Psi}$ 라 하면 변위 $\hat{u}(z)$ 와 $\hat{p}(z)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\hat{u}(z) = \mathbf{\Phi} \mathbf{\Gamma} \quad (20a)$$

$$\hat{p}(z) = \mathbf{\Psi} \mathbf{\Gamma} \quad (20b)$$

식 (18), (20a), (20b)를 식 (19)에 대입한다.

$$\delta \mathbf{\Gamma}^T \left\{ \left(\int_{S_W} \mathbf{\Psi}^T \mathbf{\Phi} dz \right) \mathbf{\Gamma} - \left(\int_{S_W} \mathbf{\Psi}^T \mathbf{N} dz \right) \hat{\mathbf{u}}_e \right\} = 0 \quad (21)$$

식 (21)을 $\mathbf{\Gamma}$ 에 대하여 정리하면 다음이 얻어진다.

$$\mathbf{\Gamma} = \hat{\mathbf{D}} \mathbf{B} \hat{\mathbf{u}}_e \quad (22)$$

여기서

$$\hat{\mathbf{D}}^{-1} = \int_{S_W} \mathbf{\Psi}^T \mathbf{\Phi} dz \quad (23a)$$

$$\mathbf{B} = \int_{S_W} \mathbf{\Psi}^T \mathbf{N} dz \quad (23b)$$

경계 S_W 에서의 평형 조건도 가상일의 관점에서 만족시킨다.

$$\int_{S_W} \delta \hat{u}(z) [\hat{p}(z) - \hat{p}(z)] dz = 0 \quad (24a)$$

즉,

$$\int_{S_W} \delta \hat{u}(z) \hat{p}(z) dz = \int_{S_W} \delta \hat{u}(z) \hat{p}(z) dz \quad (24b)$$

여기서

$$\hat{p}(z) = \mathbf{N} \hat{\mathbf{p}}_e \quad (25)$$

여기서 $\hat{\mathbf{p}}_e$ 는 절점 압력벡터이다. 식 (24b)의 우변은 절점력에 의한 가상일과 같으므로 다음의 식이 유효하다.

$$\delta \hat{\mathbf{u}}_e^T \hat{\mathbf{f}}_e = \int_{S_W} \delta \hat{u}(z) \hat{p}(z) dz = \int_{S_W} \delta \hat{u}(z) \hat{p}(z) dz \quad (26)$$

식 (18), (20b), (22)를 식 (26)에 대입한 후 $\delta \hat{\mathbf{u}}_e^T$ 를 소거하면 다음의 전달 경계의 동적강성행렬을 구할 수 있다.

$$\hat{\mathbf{f}}_e = \mathbf{B}^T \hat{\mathbf{D}} \mathbf{B} \hat{\mathbf{u}}_e \quad (27a)$$

또는

$$\hat{\mathbf{f}}_e = \mathbf{B}^T \hat{\mathbf{H}} \mathbf{B} \hat{\mathbf{u}}_e \quad (27b)$$

여기서 행렬 $\hat{\mathbf{H}}$ 와 $\hat{\mathbf{D}}$ 는 다음과 같이 정의되는 \hat{d}_n 과 \hat{h}_n 을 요소로 하는 주파수종속 대각행렬이다.

$$\hat{d}_n = \frac{-2\rho\omega^2}{H\sqrt{\lambda_n^2 - \frac{\omega^2}{c_p^2}}} = \frac{-2\rho\omega^2}{H\lambda_n\sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}}} \quad (28a)$$

$$\hat{h}_n = \frac{2\rho}{H\sqrt{\lambda_n^2 - \frac{\omega^2}{c_p^2}}} = \frac{2\rho}{H\lambda_n\sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}}} \quad (28b)$$

여기서

$$\omega_n = c_p \lambda_n \quad (29)$$

식 (27a)와 같이 유도된 전달경계의 동적강성행렬을 유효요소로 모델링한 댐체의 동적강성행렬과 결합하여 전체 댐-호소 계의 동적강성행렬을 구할 수 있다.^{(15),(18)}

3. 집중 변수의 도출

3.1 개요

식 (28a) 또는 식 (28b)는 일반화된 동적강성으로 해석될 수 있다. 본 연구에서 제안하고자 하는 집중변수 모델은 식 (28a) 또는 식 (28b)의 동적 특성과 유사한 역학적 시스템이다. 기존의 연구와의 가장 큰 차이점은 주파수영역에서의 동적강성뿐만 아니라 시간 영역 합성곱 적분의 핵함수의 특성도 고려하였다는 것이다.

우선 다음과 같은 역학적 시스템을 도출하기 위해 행렬 $\hat{\mathbf{D}}$ 의 대각 요소 \hat{d}_n 의 특성을 조사하였다.

$$\hat{f}_n = \hat{d}_n \hat{u}_n \approx (-\omega^2 m_n + i\omega c_n + k_n) \hat{u}_n \quad (30)$$

여기서 \hat{f}_n 과 \hat{u}_n 은 n 번째 모드의 힘과 변위의 Fourier 변환이다. 만약 ω 가 무한히 커지면 식 (28a)는 다음과 같이 근사할 수 있다.

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \hat{d}_n(\omega) = \frac{2\rho c_p}{H} (i\omega) = i\omega c_0 \quad (31)$$

즉, 고주파수 영역에서 유체의 영향은 감쇠기에 의해 표현할 수 있다.

$$f_n = c_0 \dot{u}_n \quad (32)$$

비압축성 유체의 경우는 c_p 를 무한하게 크게 함으로써 고려할 수 있다.

$$\lim_{c_p \rightarrow \infty} \hat{d}_n(\omega) = \frac{2\rho}{\lambda_n H} (-\omega^2) = -\omega^2 m_n \quad (33)$$

식 (33)에서 알 수 있듯이 비압축성 유체의 경우는 부가질량에 의해 그 영향을 나타낼 수 있고 시간영역에서의 방정식은 다음과 같다.

$$f_n = m_n \ddot{u}_n \quad (34)$$

\hat{d}_n 의 주파수 종속성을 조사하였다. 그림 2에 \hat{d}_n 의 실수부, 허수부, 절대값을 다음과 같이 정규화한 주파수 $\bar{\omega}_n$ 에 관해 나타내었다.

$$\bar{\omega}_n = \frac{\omega}{c_p \lambda_n} = \frac{\omega}{\omega_n} \quad (35)$$

그림 2에서 알 수 있듯이 \hat{d}_n 은 $\bar{\omega}_n = 1.0$ 일 때 극점(pole)을 가지고 있는데 단순히 부가질량이나 감쇠기를 사용해서는 이러한 특성을 나타낼 수 없다.

3.2 단자유도 집중변수모델

질량을 스프링에 연결하면 전달경계 동적강성의 극점을 나타낼 수 있다. 고주파수 영역에서의 점근 거동(asymptotic behavior)은 감쇠기를 고정단에 연결함으로써 구현할 수 있다. 이러한 사실로부터 그림 3과 같은 단자유도 모델을 우선 고려하였다. 스프링 계수는 공진 주파수를 극점의 위치와 일치시킴으로써 얻어진다.

$$k_n = m_n \Omega_n^2 = m_n \omega_n^2 = m_n (c_p \lambda_n)^2 \quad (36)$$

여기서 Ω_n 은 단자유도 모델의 공진 주파수이다.

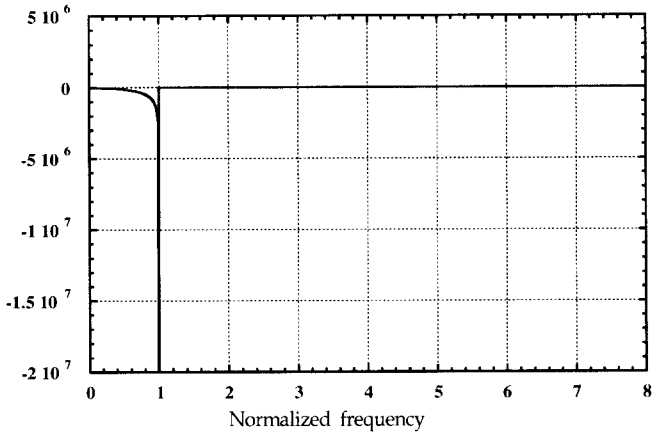
그림 3과 같은 모델의 지배방정식으로부터 다음의 관계를 쉽게 얻을 수 있다.

$$\hat{f}_n^S = \hat{d}_n^S \hat{u}_n^S = \left(\frac{2\rho c_p}{H} i\omega + \frac{2\rho}{H\lambda_n} \cdot \frac{-\omega^2}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}} \right) \hat{u}_n^S \quad (37)$$

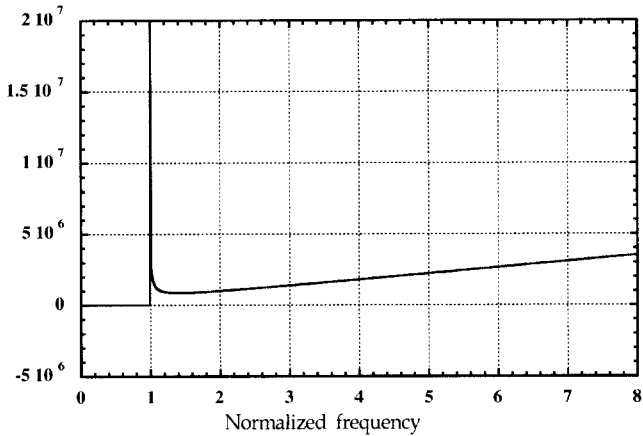
그리고

$$\hat{f}_n^S = \hat{h}_n^S \hat{u}_n^S = \left(\frac{2\rho c_p}{H} \frac{1}{i\omega} + \frac{2\rho}{H\lambda_n} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}} \right) \hat{u}_n^S \quad (38)$$

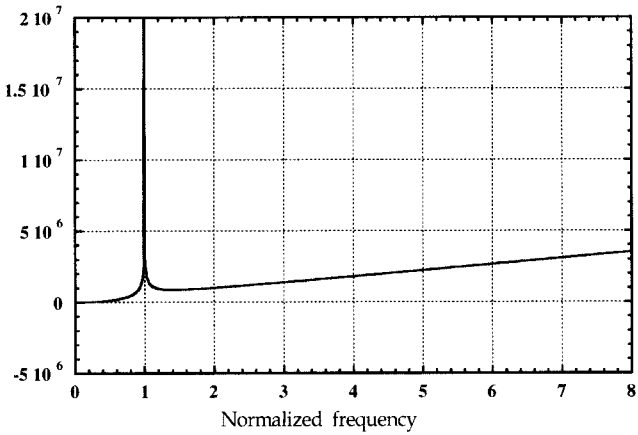
여기서 \hat{f}_n^S , \hat{u}_n^S , \hat{u}_n^S 은 각각 f_n^S , \ddot{u}_n^S , u_n^S 의 Fourier 변환이고 윗첨자는 단자유도계를 의미한다. \hat{d}_n^S 의 실수부, 허수부,



(a) 실수부



(b) 허수부



(c) 절대값

그림 2 $\hat{d}_n^S(\omega)$ 의 주파수 종속성 ($n=1$ 인 경우)

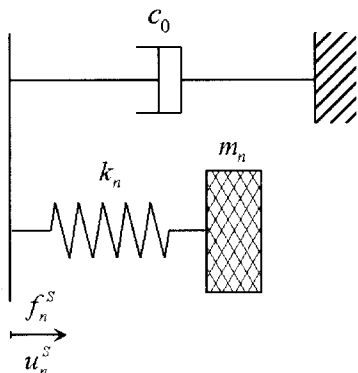
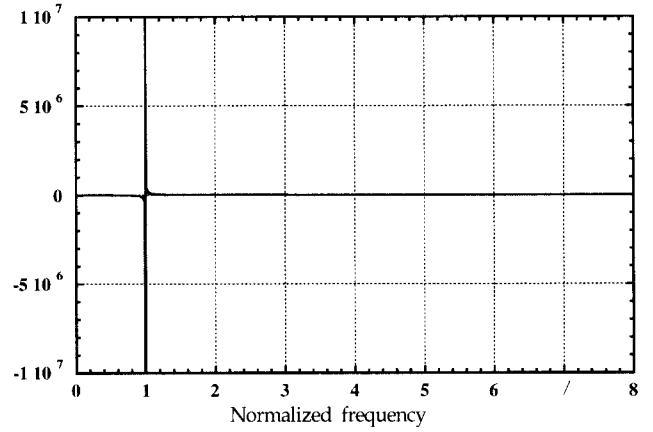


그림 3 단자유도 집중변수모델

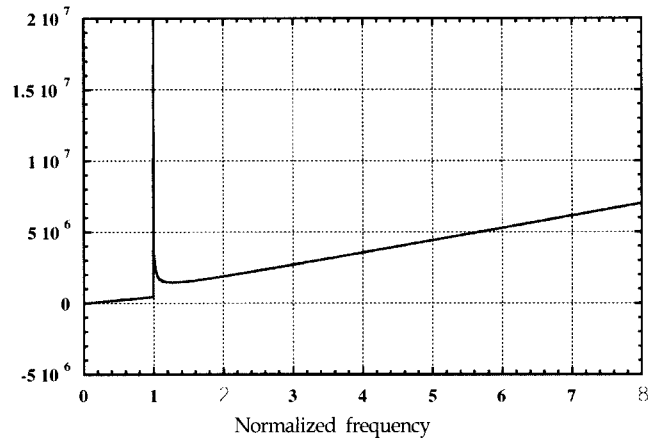
절대값을 그림 4에 도시하였다. 이 모델은 정해의 거동 특성을 만족시킴을 확인할 수 있다. 그림 4(a)와 4(c)에서 알 수 있듯이 식 (37)의 \hat{d}_n^S 는 $\omega = \omega_n$ 일 때 극점을 가지고 허수 부분이 0이 아니다. 그러나 이 모델의 거동을 시간영역에서 살펴보면 이 모델은 적당하지 않음을 확인할 수 있다.

시간영역에서의 거동 특성을 조사하기 위해 \hat{h}_n 과 \hat{h}_n^S 의 Fourier 역변환을 구하였다. 식 (28b)의 Fourier 역변환은 다음과 같다.⁽¹⁷⁾

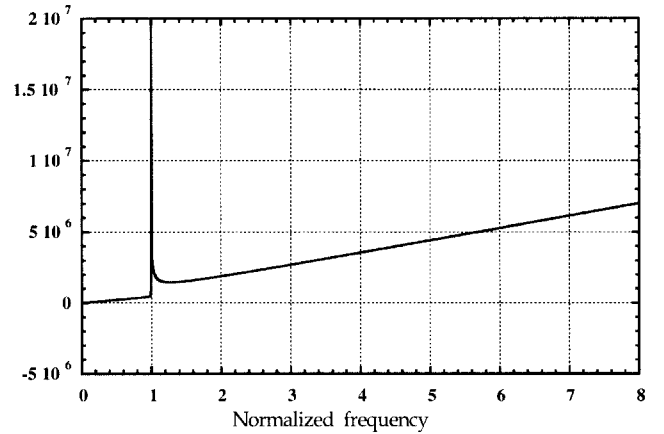
$$h_n(t) = \left(\frac{2\rho c_p}{H} \right) J_0(c_p \lambda_n t) \quad (39)$$



(a) 실수부



(b) 허수부



(c) 절대값

그림 4 $\hat{d}_n^S(\omega)$ 의 주파수 종속성 ($n=1$ 인 경우)

여기서 $h_n(t)$ 는 $\hat{h}_n(\omega)$ 의 Fourier 역변환이다. 식 (39)은 다음과 같이 근사할 수 있다.⁽¹⁷⁾

$$h_n(t) \approx \left(\frac{2\rho c_p}{H}\right) \sqrt{\frac{2}{\pi c_p \lambda_n t}} \left[\cos\left(c_p \lambda_n t - \frac{1}{4} \pi\right) + \dots \right] \\ \approx \left(\frac{2\rho c_p}{H}\right) \sqrt{\frac{2}{\pi c_p \lambda_n t}} \sin\left(c_p \lambda_n t + \frac{1}{4} \pi\right), \\ c_p \lambda_n t \geq 3 \quad (40)$$

\hat{h}_n^S 의 Fourier 역변환은 다음과 같다.

$$h_n^S(t) = \left(\frac{2\rho c_p}{H}\right) \cdot [1 + \sin(c_p \lambda_n t)] \quad (41)$$

여기서 $h_n^S(t)$ 는 \hat{h}_n^S 의 푸리에 역변환이다.

그림 5에 $h_n(t)$ 와 $h_n^S(t)$ 를 비교하였다. 식 (39)의 Bessel 함수의 거동은 식 (41)의 sine 함수와는 차이가 난다. 베셀 함수는 진폭이 감소하면서 진동한다. 식 (41)의 $h_n^S(t)$ 도 진동하지만 진폭은 감소하지 않는다. 이러한 핵함수의 차이로 인해 합성곱 적분의 결과에서 많은 차이가 나게 됨은 자명한 사실이다.

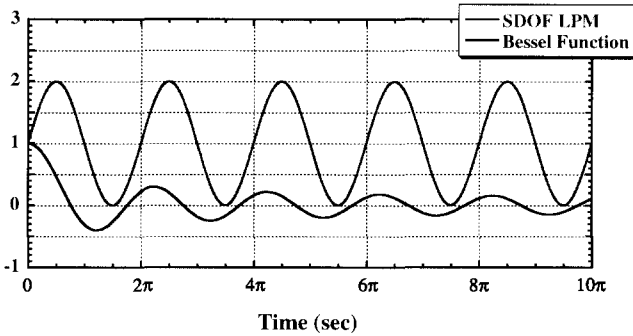


그림 5 정규화된 $h_n(t)$ 와 $h_n^S(t)$ 의 비교

3.3 2자유도 집중변수모델

핵함수의 차이를 줄일 수 있는 그림 6과 같은 또 다른 역학적 모델을 고려하였다. 이 모델의 지배방정식은 다음과 같다.

$$m_{1,n} \ddot{u}_{1,n} + c_{1,n}(\dot{u}_{1,n} - \dot{u}_n) = 0 \quad (42a)$$

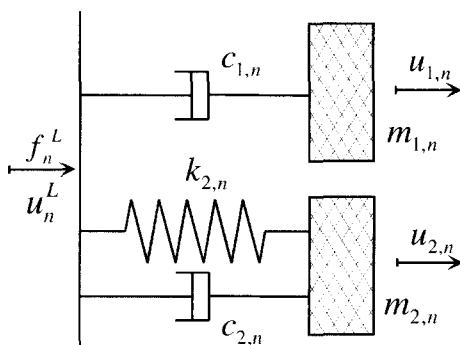


그림 6 2자유도 집중변수모델

$$m_{2,n} \ddot{u}_{2,n} + c_{2,n}(\dot{u}_{2,n} - \dot{u}_n) + k_{2,n}(u_{2,n} - u_n) = 0 \quad (42b)$$

$$f_n^L + c_{1,n}(\dot{u}_{1,n} - \dot{u}_n) + c_{2,n}(\dot{u}_{2,n} - \dot{u}_n) + k_{2,n}(u_{2,n} - u_n) = 0 \quad (42c)$$

식 (42a), (42b), (42c)를 Fourier 변환을 한 후 재정리하면 다음과 같다.

$$\hat{f}_n^L = [\hat{h}_{1,n}^L(s) + \hat{h}_{2,n}^L(s)] \hat{u}_n \quad (43)$$

여기서 \hat{f}_n^L 과 \hat{u}_n 는 각각 $f_n^L(t)$ 과 $u_n(t)$ 의 Fourier 변환이고 $\hat{h}_{1,n}^L(s)$ 과 $\hat{h}_{2,n}^L(s)$ 는 다음과 같다.

$$\hat{h}_{1,n}^L(s) = \frac{c_{1,n}}{i\omega + \frac{c_{1,n}}{m_{1,n}}} \quad (44a)$$

$$\hat{h}_{2,n}^L(s) = \frac{k_{2,n} + i\omega c_{2,n}}{-\omega^2 + i\omega\left(\frac{c_{2,n}}{m_{2,n}}\right) + \frac{k_{2,n}}{m_{2,n}}} \quad (44b)$$

$\hat{h}_{1,n}^L(s)$ 과 $\hat{h}_{2,n}^L(s)$ 의 역변환 $h_{1,n}^L(t)$ 과 $h_{2,n}^L(t)$ 은 쉽게 구할 수 있다. 이것들은 이 역학적 모델의 합성곱 적분에서 핵함수의 역할을 한다.

$$h_{1,n}^L(t) = c_{1,n} \exp\left(-\frac{c_{1,n}}{m_{1,n}} t\right) \quad (45a)$$

$$h_{2,n}^L(t) = \frac{m_{2,n} \Omega_{2,n}^2 (1 - 2\xi_{2,n}^2)}{\Omega_{2,n}^D} e^{-\Omega_{2,n} \xi_{2,n} t} \sin \Omega_{2,n}^D t \\ + 2m_{2,n} \Omega_{2,n} \xi_{2,n} e^{-\Omega_{2,n} \xi_{2,n} t} \cos \Omega_{2,n}^D t \\ = R_{2,n} e^{-\Omega_{2,n} \xi_{2,n} t} \sin(\Omega_{2,n}^D t + \phi_n) \quad (45b)$$

여기서

$$\Omega_{2,n} = \sqrt{\frac{k_{2,n}}{m_{2,n}}} \quad (46a)$$

$$\Omega_{2,n}^D = \Omega_{2,n} \sqrt{1 - \xi_{2,n}^2} \quad (46b)$$

$$R_{2,n} = m_{2,n} \Omega_{2,n} \sqrt{1 + 4\xi_{2,n}^2} \quad (46c)$$

$$\phi_n = \tan^{-1} \left(\frac{2\xi_{2,n} \sqrt{1 - \xi_{2,n}^2}}{1 - 2\xi_{2,n}^2} \right) \quad (46d)$$

이 역학적 모델의 변수들은 핵함수의 거동을 고려함으로써 결정할 수 있다. 비감쇠 고유 진동수 $\Omega_{2,n}$ 는 식 (36)에서와 같이 결정한다.

$$\Omega_{2,n} = \omega_n = c_p \lambda_n \quad (47)$$

등가 감쇠비는 Bessel 함수의 진폭 감소 비율로부터 결정할 수 있다. 그림 5에서 알 수 있듯이 $J_0(c_p \lambda_n t)$ 의 포락선(envelope)은 $t=0$ 근처에서 아주 빨리 감소하지만 진동하는 부분에서의 감소 비율은 t 가 커짐에 따라 점점 더 작아진다. 이는 베셀 함수의 진동하는 부분은 지수함수적으로 감소하는 Sine 함수에 의해 대체될 수 있음을 의미한다. 등가 감쇠비는 첨두(peak)의 수에 따른 감소 비율을 계산함으로써 결정할 수 있다.

식 (40)의 j 번째 첨두가 발생하는 시간은 쉽게 구할 수 있다.

$$c_p \lambda_n t_j - \frac{\pi}{4} = 2\pi(j-1) \quad (48a)$$

$$t_j = \frac{(8j-7)\pi}{4c_p \lambda_n}, \quad j=2,3,\dots \quad (48b)$$

j 번째 첨두와 m 번째 첨두 사이의 진폭비 $R_B(j, m)$ 는 다음과 같다.

$$R_B(j, m) = \sqrt{\frac{t_j}{t_m}} = \sqrt{\frac{8j-7}{8m-7}}, \quad m > j \quad (49)$$

식 (45b)로부터 이 모델에서 j 번째 첨두와 m 번째 첨두 사이의 진폭비를 다음의 식에 의해 표현할 수 있다.

$$R_C(j, m) = e^{-2\pi\xi(m-j)}, \quad m > j \quad (50)$$

식 (49)와 식 (50)으로부터 등가 감쇠비 $\xi_{2,n}$ 를 결정할 수 있다.

$$\xi_{2,n} = -\frac{1}{4\pi(m-j)} \ln\left(\frac{8j-7}{8m-7}\right) \quad (51)$$

이 연구에서는 두번째 첨두($j=2$)를 기준값으로 설정하였다. m 의 값에 따라 계산된 감쇠비를 표 1에 수록하였다. 만약 지반운동의 강진 구간의 길이가 8초이고 $c_p = 1438m/sec$, $H = 100m$ 이면 1차 모드는 약 28번의 주기를 거친다. 2차 모드는 첫번째 모드의 3배의 주기를 경험한다. 그러므로 1차 모드의 등가 감쇠비는 1%보다 작아야 할 것이고 2차 이상의 고차 모드의 감쇠비는 0.5%보다 작아야 할 것이다. 이에 이

표 1 m의 값에 따라 계산된 감쇠비

m	m-j	$\xi_{2,n}$
12	10	0.01823
22	20	0.01167
32	30	0.00881
42	40	0.00716
52	50	0.00607
62	60	0.00530
72	70	0.00471

연구에서는 1차 모드에 대해서는 1% 감쇠를, 2차 이상의 고차 모드에 대해서는 0.5% 감쇠를 설정하였다.

다음 단계는 $m_{2,n}$ 을 결정하는 것이다. $J_0(c_p \lambda_n t)$ 의 첫번째 음의 첨두의 절대값은 약 0.4이고 첫번째 양의 첨두 값은 0.3이므로 질량비 $m_{2,n}/m_n$ 는 이 범위내의 어떤 값을 가질 것이다. 이 연구에서는 $m_{2,n}$ 을 $0.35m_n$ 로 정하였다. 또한 $t=0$ 일 때 $h_{2,n}^L(t) \approx 0$ 이지만, $h_n(t) = c_0$ 이다. 그러므로 식 (45a)의 $c_{1,n}$ 은 $c_0 = \frac{2\rho c_p}{\lambda_n H}$ 의 값을 가져야 한다. $c_p \rightarrow \infty$ 일 때 총 부가질량은 $m_n = \frac{2\rho}{\lambda_n H}$ 에 근접하게 된다. $m_{1,n}$ 의 값은 다음의 관계로부터 결정할 수 있다.

$$m_{1,n} + m_{2,n} = m_n \quad (52a)$$

$$m_{1,n} = 0.65m_n \quad (52b)$$

전달경계 집중변수모델의 모든 변수들이 정해의 역학적 거동을 고려함으로써 결정되었다. 표 2에 그 결과가 요약되어 있다.

그림 7에 위의 집중변수모델의 핵함수를 식 (39)의 정해와 비교하여 도시하였다. 함수 $h_n^L(t) = h_{1,n}^L(t) + h_{2,n}^L(t)$ 은 $h_n(t)$ 과 일반적인 경향이 비슷하다. 그러나 위상차는 여전히 존재한다. $h_n(t)$ 의 Fourier 변환을 $h_n^L(t)$ 의 Fourier 변환과 비교하여 그림 8에 도시하였다.

감쇠기와 스프링을 모두 하나의 질량에 연결함으로써 또 다른 단자유도 집중변수모델을 생각할 수 있다. 그러나 이 모델은 시간영역에서 핵함수의 진폭이 아주 빨리 감소한다. 그러므로 이 모델은 만족스럽지 못하다. 자세한 사항은 여기에 기술하지 않았다.

표 2 변수들의 할당값

변수	할당값	변수	할당값
m_n	$\frac{2\rho}{\lambda_n H}$	$m_{2,n}$	$0.35m_n$
c_0	$\frac{2\rho c_p}{H}$	$\Omega_{2,n}$	$c_p \lambda_n$
$m_{1,n}$	$0.65m_n$	$\xi_{2,n}(n=1)$	0.010
$c_{1,n}$	c_0	$\xi_{2,n}(n \geq 2)$	0.005

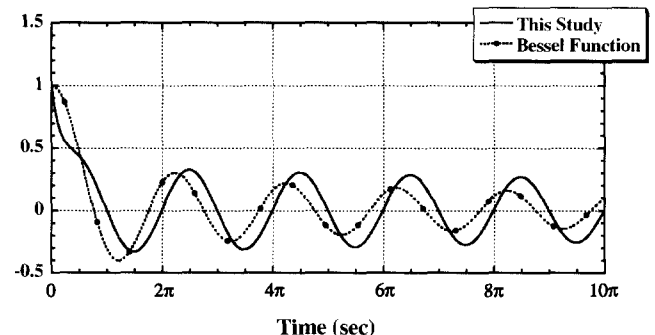
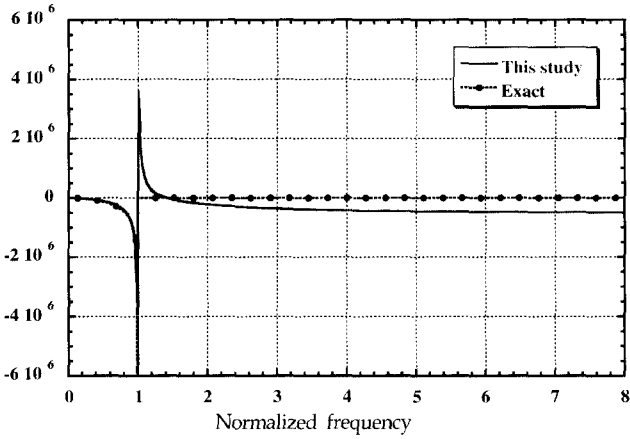
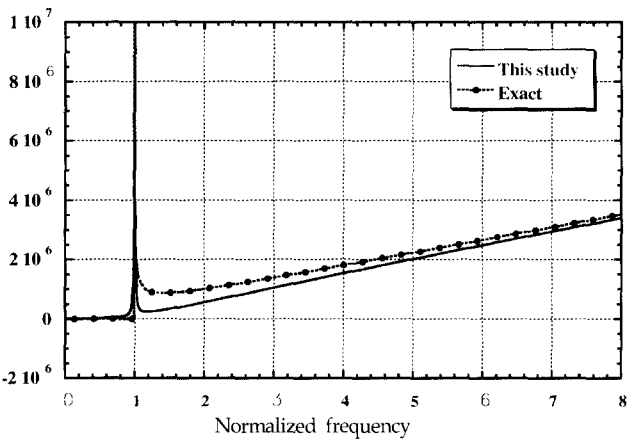


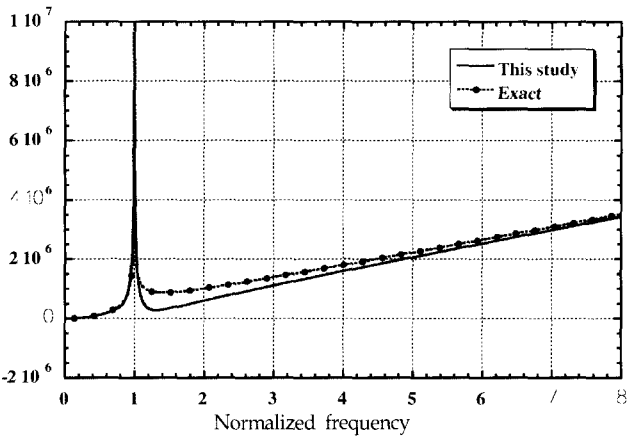
그림 7 정규화된 $h_n^L(t)$ 와 $h_n(t)$ 의 비교



(a) 실수부



(b) 허수부



(c) 절대값

그림 8 $\hat{d}_n^l(\omega)$ 의 주파수 종속성 ($n=1$ 인 경우)

4. 모델의 검증

개발된 집중변수모델을 사용하여 강체 댐과 유연한 댐의 지진 해석을 수행하여 기존의 해석 결과와 비교하였다. 해석 예제로는 그림 9에 주어진 Pine Flat 댐을 사용하였으며, 호소의 모델링 시 전달경계를 사용할 수 있도록 댐의 상류측 면이 수직이 되도록 변형시켰다. 호소수의 밀도 ρ_w 는 $1.0g/cm^3$ 이고 압축파의 전달속도 c_p 는 $1438m/sec$ 이고 앞에서 유도한 전달경계를 사용하여 호소를 모델링하였다. 입력 지반 운동은 그림 10에 주어진 El Centro 지진 기록(1940년, N-S 성분,

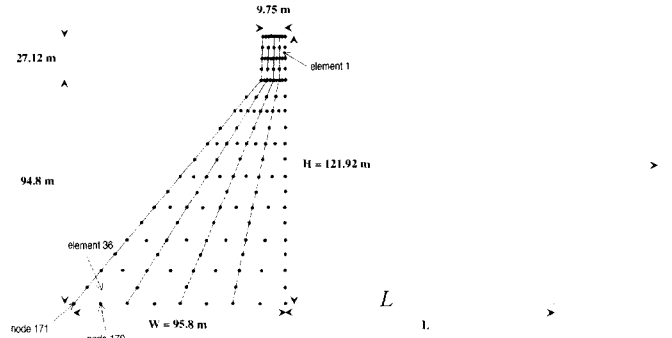


그림 9 Pine Flat 댐 모델

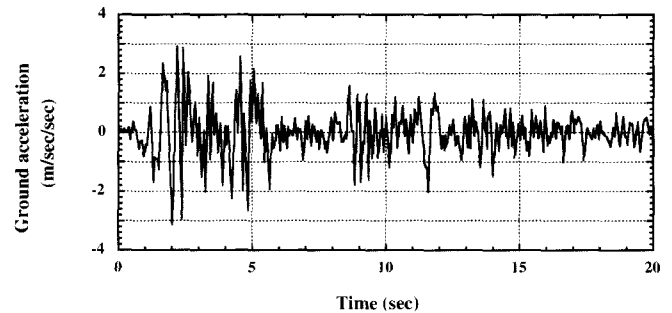


그림 10 입력지반운동(1940년 El Centro 지진, 남북방향, PGA=0.319g)

PGA=0.319g)을 사용하였다. 새로이 제안된 집중변수모델에 의한 계산은 주파수영역에서 수행하였다. 이 모델의 모든 변수는 각각의 고유값에 대해 양의 값을 가지므로 시간영역에서 직접 계산을 하더라도 동일한 결과를 산출하기 때문이다.

4.1 강체 댐에의 적용

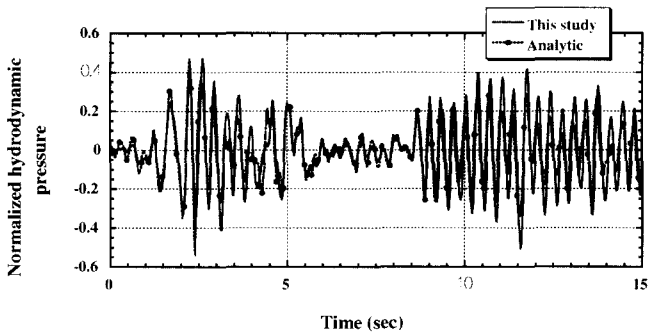
강체 댐의 동수압력을 계산하였다. 호소의 깊이는 $H=121.92m$ 로 가정하였다. 댐체를 강체로 가정할 경우 댐의 상류측 면에서 발생하는 동수압을 급수해로 구할 수 있다.⁽²⁾

$$p(y, t) = \frac{4\rho c_p}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n-1)} \cos \lambda_n y \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) J_0\{\lambda_n c_p(t-\tau)\} d\tau \quad (53)$$

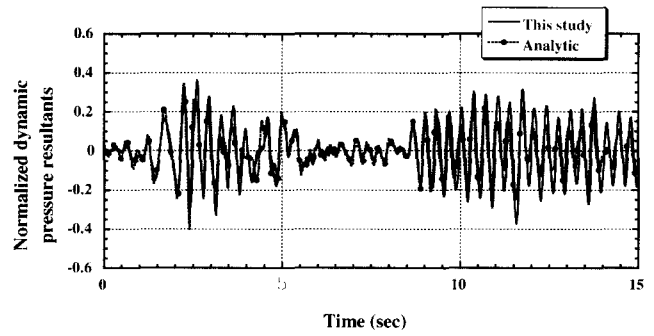
위 식은 수평지반운동 시의 해석해이고 $p(y, t)$ 는 동수압, $\ddot{u}_g(t)$ 는 수평지반가속도, ρ 는 물의 밀도이다.

그림 11(a)와 11(b)에 각각 호소 바닥에서 댐에 작용하는 동수압력과 동수압의 합력을 정수압이 작용하는 경우에 대하여 정규화하여 비교하였다. 즉, 동수압력은 $p_{st} = \rho_w g H$ 로, 동수압의 합력은 $F_{st} = \frac{1}{2} \rho_w g H^2$ 로 정규화하였다. 비교 결과, 새로운 모델에 의한 결과의 위상이 아주 잘 일치하고 있음을 확인할 수 있다. 하지만 새로운 모델에 의한 결과의 진폭은 정해보다 약간 작다.

전달경계의 역할은 무한 영역으로의 에너지 방사를 모델링하는 것이다. 그러므로 전달경계를 강체 댐의 상류측 면에서 높이 H 만큼 위치시킨 후 지진 해석을 수행하였다. 댐과 전달경계 사이의 근역은 경계요소법으로 모델링하였다.^{(15),(18)} 그림 12에 해석결과를 도시하였는데, 위상과 진폭이 아주 잘

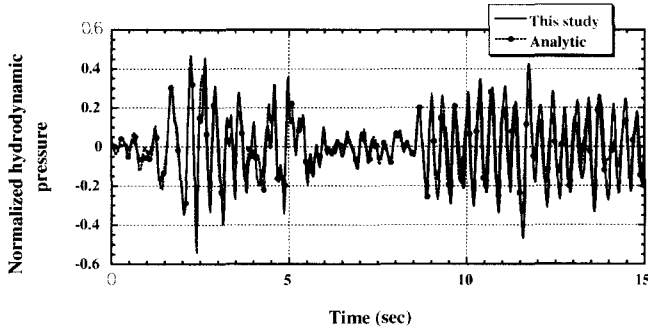


(a) 정규화된 동수압력

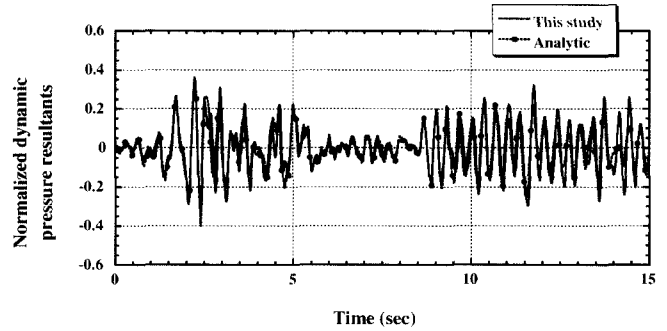


(b) 정규화된 동수압의 합력

그림 11 강체 댐의 응답 시간이력



(a) 정규화된 동수압력



(b) 정규화된 동수압의 합력

그림 12 경계요소를 사용한 경우 강체 댐의 응답 시간이력

일치하고 있음을 확인할 수 있다.

4.2 유연한 댐에의 적용

개발된 집중변수 모델의 유연한 댐에의 적용가능성을 알아보기 위하여 유연한 댐에 대하여 해석한 후 반해석적 방법과 비교하였다. 이 예제에서와 같이 호소형상이 간단한 경우 유연한 댐체를 가정하여 댐체와 호소수 사이에 상호작용을 고려할 때, 댐체에 직접적으로 전달경계를 적용할 수 있는데 이를 반해석적 방법이라고 정의하였다.^{(15),(18),(19)} 댐체의 유한요소 모델링을 위하여 다음과 같이 물성치를 가정하였다. 콘크리트의 탄성계수 E_c 는 $34.45GPa$, 밀도 ρ_c 는 $2.48g/cm^3$, 포아송비 ν_c 는 0.2로 가정하였다. 36개의 2차원 8절점 사각형 유한요소를 사용하였고 감쇠 행렬은 감쇠비를 5%로 하여 이력 감쇠 행렬을 구성하였다. 댐체 콘크리트의 전단파 속도 v_s 는 $2405m/sec$ 이며 8절점 유한요소가 사용되었으므로 최대 $25Hz$ 까지 정확한 응답을 구할 수 있을 것으로 판단된다.

댐 첨두부의 상대 수평 변위, 바닥 전단력, 전도 모멘트, 동수압의 합력에 대한 전달함수를 계산하여 반해석해와 각각 비교하였다(그림 13). 전달함수를 식 (35)의 정규화한 주파수에 대하여 표시하였는데, 반해석해의 결과와 새로운 집중변수모델에 의한 결과가 잘 일치하고 있음을 확인할 수 있다. 각각의 응답에 대한 시간이력을 구하여 그림 14에 도시하였다. 이 경우도 바닥 전단력, 바닥 전도모멘트, 동수압의 합력은 각각 정수압이 작용하는 경우에 대하여 정규화하였다. 강체 댐의 경우처럼 위상은 잘 일치하지만 진폭의 크

기는 약간 작음을 관찰할 수 있다.

이와 같이 강체 댐이나 유연한 댐 모두 전체적으로 감쇠의 크기를 크게 산정하고 있다. 이렇게 크게 산정된 감쇠의 크기는 $c_{1,n}$ 이나 $c_{2,n}$ 의 크기를 조절하거나, 그림 6의 2자유도 집중변수모델이 아닌 자유도가 더 많은 다자유도 집중변수모델을 고려함으로써 해결 가능할 것이다. 하지만, 이 논문은 개발한 집중변수모델의 방법론을 제시하고자 하는 것으로서, 이러한 방법을 통한 정확한 감쇠의 산정 방법 등은 향후 연구를 통해 제안할 것이다.

강체 댐의 경우처럼 전달경계를 H 만큼 댐체로부터 떨어진 곳에 위치시킨 후 응답을 계산하였다. 댐 첨두부의 상대 수평 변위의 전달함수와 시간 이력을 그림 15에 도시하였는데 그 결과가 아주 잘 일치하고 있음을 확인할 수 있다.

5. 결 론

강체 댐과 유연한 댐의 시간영역 지진해석을 위한 전달경계의 새로운 집중변수 모델을 제안하였다. 이 모델의 변수는 충격 응답 함수의 거동을 고려함으로써 결정하였다. 적용 예제를 통하여 이 모델이 시간 영역 해석에 적용될 수 있음을 확인하였다. 만약 새로운 집중변수에 의한 전달경계를 댐의 상부류측 면에서 어느 정도 떨어진 거리에 설정하면 아주 좋은 결과를 얻을 수 있다.

이 모델을 사용하여 댐-호소 계의 상호작용의 시간영역 해석을 위한 간단한 해석법을 개발할 수 있을 것이다.

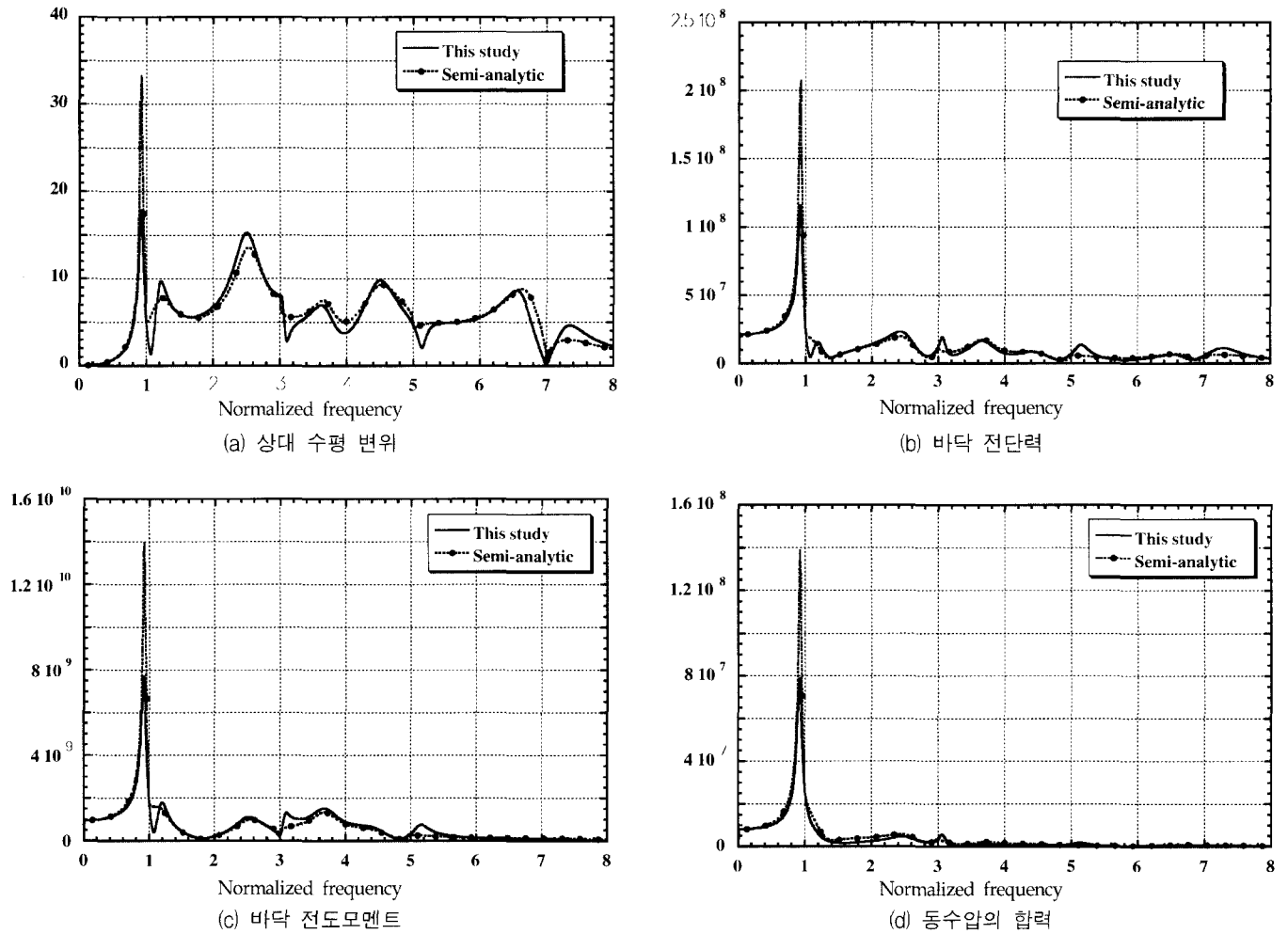


그림 13 유연한 댐의 전달함수

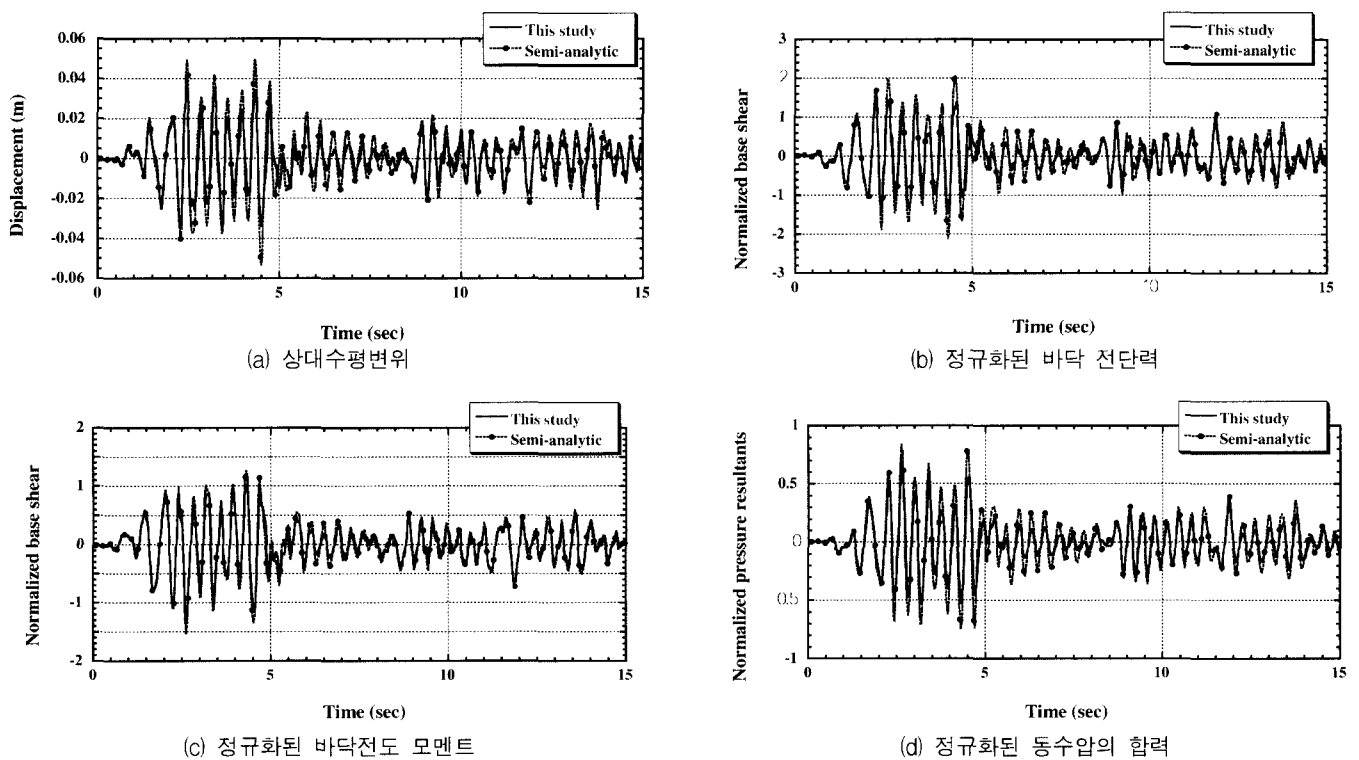
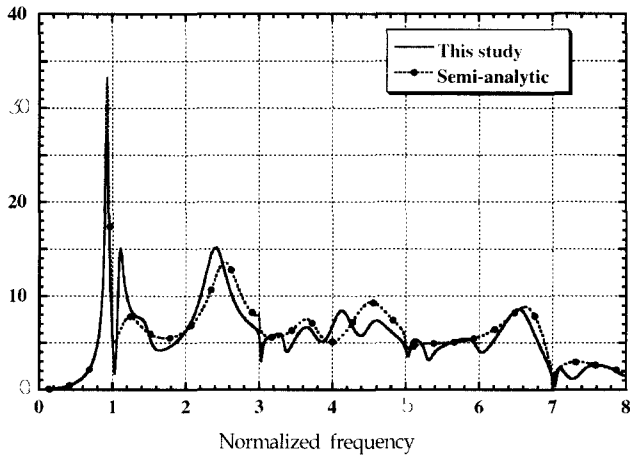
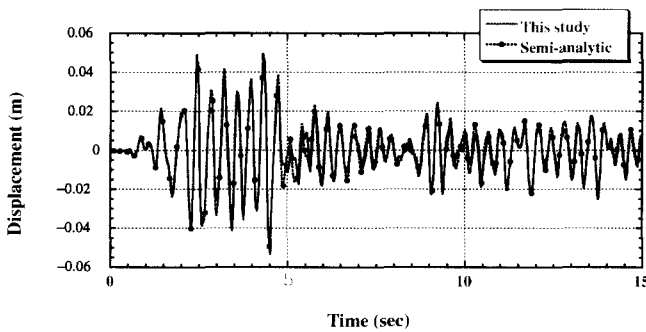


그림 14 유연한 댐의 응답 시간이력



(a) 전달함수



(b) 시간 이력

그림 15 경계요소를 사용한 경우 유연한 댐의 상대수평변위 응답

감사의 글

이 연구는 과학기술부에서 시행하는 중점국가 연구 개발 사업의 하나인 자연재해방재기술 개발사업으로 수행된 것이다. 또한 이 연구는 서울대학교 지진공학연구센터를 통한 한국과학재단 우수연구센터의 지원금 및 BK21 사업단의 지원금에 의한 것이다.

참고 문헌

1. Westergaard, H. M., "Water pressures on dams during earthquakes," *Transaction, ASCE*, Vol. 98, 1931, pp. 418-433.
2. Chopra, A. K., "Hydrodynamic pressure in dams during earthquake," *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol. 93, No. EM6, 1967, pp. 205-223.
3. Chakrabarti, P. and Chopra, A. K., "Earthquake analysis of gravity dams including hydrodynamic interaction," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 2, 1973, pp. 143-160.
4. Hall, J. F. and Chopra, A. K., "Two-dimensional dynamic analysis of concrete gravity and embankment dams including hydrodynamic effects," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 10, 1982, pp. 305-332.
5. Lotfi, V., "Analysis of the response of dams to earthquake," *Geotechnical Engineering Report, GR86-2*, The University

- of Texas at Austin, 1986.
6. Wepf, D. H., Wolf, J. P., and Bachmann, H., "Hydrodynamic-stiffness matrix based on boundary elements for time-domain dam-reservoir-soil analysis," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 16, 1988, pp. 417-432.
7. Chopra, A. K. and Chakrabarti, P., "Earthquake analysis of concrete gravity dams including dam-water-foundation rock interaction," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 9, 1981, pp. 363-383.
8. Fenves, G. and Chopra, A. K., "Earthquake analysis of concrete gravity dams including reservoir bottom absorption and dam-water-foundation rock interaction," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 12, 1984, pp. 663-680.
9. Cheng, A. H. D., "Effects of sediment on earthquake-induced reservoir hydrodynamic response," *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, Vol. 112, No. 7, 1986, pp. 654-655.
10. Lotfi, V., Roesset, J. M., and Tassoulas, J. L., "A Technique for the analysis of the response of dams to earthquakes," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 15, 1987, pp. 463-490.
11. Bougacha, S. and Tassoulas, J. L., "Seismic analysis of gravity dams 1: Modeling of sediments," *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, Vol. 117, No. 8, 1991, pp. 1826-1837.
12. NRC, *Earthquake Engineering for Concrete Dams: Design, Performance and Research Needs*, National Academy Press, Washington D.C., 1990.
13. Tsai, C. S., Lee, G. C., and Ketter, R. L., "A semi-analytical method for time-domain analyses of dam-reservoir interactions," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 29, 1990, pp. 913-933.
14. Wolf, J. P. and Paronesso, A., "Lumped-parameter model and recursive evaluation of interaction forces of semi-infinite uniform fluid channel for time-domain dam-reservoir analysis," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 21, 1992, pp. 811-831.
15. 조정래, "유연한 댐체와 압축성 유체의 상호작용을 고려한 댐-호소 시스템의 지진응답 해석", 석사학위논문, 서울대학교, 1998.
16. Chen, C. H. and Penzien, J., "Dynamic modeling of axisymmetric foundations," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 14, 1986, pp. 823-840.
17. Abramowitz, M. and Stegun, I. A., *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables*, Dover Publications, New-York, 1970.
18. 김재관, 조정래, "전달경계를 이용한 댐-호소 계의 지진

- 응답해석”, 한국지진공학회논문집, 제3권, 제1호, 1999, pp. 123-131.
19. 김재관, 조정래, 이진호, “댐-호소계 지진응답의 Hybrid 해석법”, 대한토목학회 논문집, 제20권, 제2-A호, 2000, pp. 245-254.
20. Chopra, A. K., *Dynamics of Structures - Theory and Applications to Earthquake Engineering*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1995.