

직접수열 부호분할 다중접속 시스템의 여러 경로 감쇄 환경에서 MMSE 검파기의 성능 분석: 2. 채널 추정에 오류가 있을 때

정희원 정사라*, 김형명**

Performance Analysis of MMSE Detector for DS/CDMA Multipath Fading Channel: 2. Imperfect Channel Estimation

Sarah Jung*, Hyung-Myung Kim** *Regular Members*

요 약

이 논문에서는 직접수열 부호분할 다중접속 시스템의 여러 경로 감쇄 환경에서 MMSE 검파기의 성능을 분석한다. 1부에서 MMSE 검파기의 성능을 유도하기 위하여, 필터의 출력단에서 신호를 제외한 나머지 간섭과 배경 잡음 성분을 정규 분포로 근사한 것을 이용하여 여기서는 채널 추정에 오류가 있을 때의 영향을 검토한다. 채널변수에 정규분포의 오류가 있을 때와 구체적인 채널 추정 시스템을 사용한 두 가지 경우에 대해서 채널 추정의 영향을 분석한다. 감쇄 환경, 채널 추정 오류의 분산, 도플러 주파수등을 변화시켜 얻은 수치적인 결과로 성능 분석의 정확도를 보였다.

ABSTRACT

In this paper, we investigate the performance of minimum mean square error (MMSE) detector for asynchronous multipath fading DS/CDMA systems. We make use of Gaussian approximation of residual MAI plus background noise as part1. Then, we evaluate the effect of imperfect channel estimation based on the approximated model. Channel estimation effect is investigated in two ways. The first is that Gaussian error exists around the true channel parameters, and the second is that system employs a practical channel estimator. Some quantitative results on the number of multipath, the ratio of Gaussian error variance, and doppler frequencies are obtained. Since the performance analysis is considerably accurate, these results can be applied for the all kinds of detectors using MMSE criterion.

I. 서론

직접수열 부호분할 다중접속 시스템에서는, 기지국과 쓰는 이의 상대적 거리에 따라 수신하는 전력에 차이가 생길 때, 약한 전력 쓰는 이의 성능이 크게 떨어져서 결과적으로 시스템의 용량을 감소시키는 문제가 있다. 이것을 근원문제라고 (near far problem) 하며, 이 근원 문제를 해결하기 연구된 수

신 방식 가운데 특히 minimum-mean square error (MMSE) 방식은^{[2],[3]} 학습 수열이 필요 없는 블라인드 방식과 복잡도를 줄이는 적응 처리 방식으로 응용이 쉬운 구조이다^{[4]-[6]}. 이러한 구조적인 장점 때문에 MMSE 검파기의 적응 처리 형태는 여러 쓰는 이 검파기의 실제 구현에 가장 유력한 후보로 꼽히고 있으며, 구현의 관점에서 적응 처리 형태, 또는 블라인드 방식등에 대해서 많은 연구가 이루어져

* 한국전자통신연구원 방송미디어부(sjung@etri.re.kr),
논문번호: 00083-0306, 접수일자: 2000년 3월 6일

** 한국과학기술원 전자 전산학과(hmkim@cslab.kaist.ac.kr)

왔다. 그러나, MMSE 기준 자체가 오류 확률이나 배경 잡음에 직접적인 관련이 없기 때문에, 성능 분석에 대하여 수행된 연구는 그리 많지 않은 상태이다. 이 논문의 1부에서는^[1] MMSE 출력단에서 나머지 간섭과 잡음이 정규분포로 근사된다는^[7] 연구 내용을 바탕으로 여러 경로 감쇄 환경에서 MMSE 검파기의 성능을 유도하였다.

한편, 신호를 검파하기 위해서는 채널의 감쇄 계수를 추정해야 한다. 실제 시스템에서 추정값이 오류 없이 완벽할 수 없으므로 이 오류에 의한 성능 저하가 어느 정도인지 알아볼 필요가 있다. 따라서 이 논문에서는 1부의 근사화된 모형을 기초로 하여 채널 추정에서 발생한 오류의 영향을 분석한다. 이때 채널 추정 효과는 원래의 값에 정규 분포를 갖는 오류가 발생한 경우와 구체적인 채널 추정 시스템을 사용한 두 가지에 대해 생각하였다. MMSE 출력단의 나머지 간섭과 잡음을 정규분포의 확률변수로 근사할 경우, 이 시스템은 쓰는 이가 하나인 채널과 비슷한 형태가 된다. 따라서 채널 추정 오류에 대한 두 가지 경우에 대해 각각 [8],[9]에서 사용한 접근 방식을 이용할 수 있다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서 1부에서 다룬 전체 시스템 모형을 요약하였다. III장에서 여러 경로의 감쇄를 겪는 환경에서 채널 추정 시스템에 오류가 있는 두 경우에 대해 성능 분석을 하였다. IV장에는 모의 실험 결과와 분석이 있고, 마지막 V장에서 결론을 내렸다.

II. 시스템 모형

먼저 1부에서^[1] 다룬 내용을 간단히 살펴보자. K 명의 쓰는 이가 있는 기지국에서 수신된 등가의 복소 기저 대역 신호는 다음과 같다.

$$r(t) = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L x_{k,l}(t - \tau_{k,l}) s_k(t - \tau_{k,l}) + n(t) \quad (1)$$

이 때, $x_{k,l}(t) = \sqrt{P_k} a_{k,l} b_k(t) e^{j\phi_{k,l} t}$ 이고, $s_k(t)$ 는 k 번째 쓰는 이의 서명 수열에서 l 번째 경로로 수신된 성분이며, 복소 정규분포를 가지는 가산성 백색 잡음 $n(t)$ 는 분산 $E[n(t)n^*(t)] = \sigma^2$ 의 값을 갖는다. L 은 구분 가능한 수신 경로의 수이다. $x_{k,l}(t)$ 에서 P_k 는 k 번째 쓰는 이의 송신 전력, $a_{k,l}$ 은 k 번째 쓰는 이, l 번째 경로의 감쇄 성분이며, $b_k(t)$ 는 이산 형태의 신호파형이다. $\phi_{k,l} = \phi_{k,l} - \omega_c \tau_{k,l}$ (이 때

일관 수신이면, 초기 위상 $\phi_{k,l} = 0$ 이다.) 이고, ω_c 는 반송 주파수, $\tau_{k,l}$ 은 k 번째 쓰는 이 l 번째 경로의 지연 시간으로 심볼 지속시간 내에서 균일한 분포를 갖는 확률 변수이다. 이 때 $s_k(t)$, $b_k(t)$ 는 [1]에서 정의한 바와 같다.

수신기 모형은 [1]에서와 같이 수신 신호를 갈퀴 상관기, MMSE 여파기를 차례로 통과시킨 뒤 최대비율결합을 (maximal ratio combining, MRC) 통해 심볼 결정 변수를 형성하고 심볼을 결정한다. 갈퀴 상관기를 (Rake correlator) 통과한 $KL \times 1$ 출력 벡터 y 은 다음과 같다. 편의상 갈퀴 상관기의 가지의 수효는 구분 가능한 감쇄 경로의 수 L 과 같다고 가정한다.

$$y = [y_{1,1}(n) \cdots y_{1,L}(n) \cdots y_{K,1}(n) \cdots y_{K,L}(n)]^T \quad (2)$$

이 때, $y_{p,q}(n)$ 은 갈퀴 상관기의 출력값 가운데 p 번째 쓰는 이 q 번째 가지의 성분으로 다음과 같이 얻어진다.

$$y_{p,q}(n) = \sum_{k=1}^K \sum_{m=-1}^1 \sum_{l=1}^L x_{k,l}(n+m) \rho_{p,q,k,l}(m) + n_{p,q}(t) \quad (3)$$

이 때 $\rho_{p,q,k,l}(m)$ 은 p 번째 쓰는 이 q 번째 가지의 n 번째 심볼 지속 시간동안 k 번째 쓰는 이 l 번째 경로의 심볼이 미치는 영향을 나타낸 값으로 $m = -1, 0, 1$ 은 각각 $n-1, n, n+1$ 번째 심볼 색인을 의미한다. $\rho_{p,q,k,l}(m)$ 의 정의는 [1]에서 사용한 것과 같다. 이 때 p 번째 쓰는 이 q 번째 가지의 갈퀴 상관기를 통과한 잡음 성분 $n_{p,q}(n)$ 의 분산값은 [1]의 결과를 이용하면 다음과 같이 얻어진다.

$$E[n_{p,q}(n)n_{p,q}^*(n+m)] = \begin{cases} \rho_{p,q,k,l}(m)\sigma^2 & m = -1, 0, 1, \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

식 (2)의 $y(n)$ 을 벡터-행렬 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$y(n) = Rx(n) + \underline{n}(n) = RCb(n) + \underline{n}(n) \quad (5)$$

이 때, $R = R(-1) \cdot D + R(0) + R(1) \cdot D^{-1}$, $[R(m)]_{p,q,k,l} = \rho_{p,q,k,l}(m)$, $\underline{n}(n) = [n_{1,1}(n) \cdots n_{1,L}(n) \cdots n_{K,1}(n) \cdots n_{K,L}(n)]^T$, $x(n) =$

$[x_{1,1}(n) \cdots x_{1,L}(n) \cdots x_{K,1}(n) \cdots x_{K,L}(n)]^T$, C
 $= \text{diag}[c_{1,1}(n) \cdots c_{1,L}(n) \cdots c_{K,1}(n) \cdots c_{K,L}(n)]$,
 $\hat{b}(n) = [\underbrace{b_1(n) \cdots b_1(n)}_L, \dots, \underbrace{b_K(n) \cdots b_K(n)}_L]^T$ 이고,
 $p \cdot q = L(p-1) + a$, $c_{k,i} = \sqrt{P_k} a_{k,i} e^{j\theta_{k,i}}$ 이라 둔다.
 비동기 시스템에서 MMSE 검파기는 [1]에서 유도한 결과를 이용하면 다음과 같은 전달함수 형태로 표현된다.

$$M = (R(-1)z^{-1} + R(0) + R(1)z + \sigma^2 C^{-2})^{-1} \quad (6)$$

III. 여러 경로 감쇄 환경에서 MMSE 검파기의 성능 분석

III장에서는, 여러 경로 감쇄 채널 환경에서 MMSE 검파기의 성능을 분석한다. MMSE 출력단에서 나머지 잡음이 근사적으로 정규분포를 갖는다 [7] 연구 내용을 바탕으로 1부에서 채널 추정 및 완벽할 때를 분석한 것에 이어 여기서는 오류가 있는 경우를 다룬다. 즉, 여기서 다루게 될 부분은 그림 1에서 필터를 통과시킨 뒤 심볼 결정을 위해 각 경로에 채널 계수를 곱하는 부분에 관계된 것이다. 채널 추정에서 생긴 오류는 본래의 값에 정규분포를 갖는 오류가 발생한 경우와 구체적인 채널 추정 시스템을 사용한 경우 두 가지를 고려하였다.

1. 채널추정값에 정규분포의 오류가 있는 경우
 MMSE 여파기 M 을 통과시킨 뒤 k 번째 쓰는 이의 필터 출력값은 다음과 같다.

$$\hat{x}_k(n) = f_k(n)b_k(n) + \underline{n}_{mk}(n) \quad (7)$$

이 때, $\hat{x}_k(n) = [\hat{x}_{k,1}(n), \hat{x}_{k,2}(n) \cdots \hat{x}_{k,L}(n)]^T$,
 $f_k(n) = [f_{k,1}(n), f_{k,2}(n) \cdots f_{k,L}(n)]^T$,

$\underline{n}_{mk}(n) = [n_{mk,1}(n), n_{mk,2}(n) \cdots n_{mk,L}(n)]^T$ 이며,
 $f_k(n)$ 에서 $f_{k,i}(n)$ 은 신호 성분의 계수로서 $f_{k,i}(n) = [MR]_{k \cdot i, k \cdot i} \cdot c_{k,i}$ 의 관계가 있다. $n_{mk,i}(n)$ 은 신호 성분을 제외한 나머지 잡음 성분이다. 여기서는 나머지 잡음 성분 $n_{mk,i}(n)$ 을 정규분포의 확률 변수로 근사한다. 식 (7)의 형태로 얻어진 k 번째 쓰는 이의 필터 출력값에서 나머지 잡음 성분들이 상관관계가 있으므로 MRC로 심볼 결정을 하기 전에 백색화 필터 $\Phi_k^{[1]}$ 통과시켜 상관관계를 제거한다.

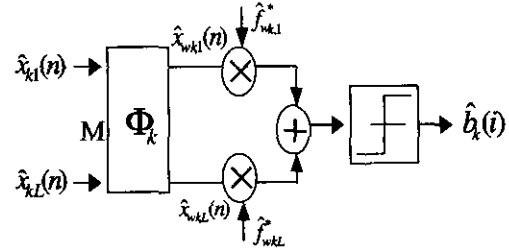


그림 1. 필터 출력 후 심볼 결정 과정.

백색화 필터를 통과한 출력값 $\hat{x}_{wk}(n)$ 은 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \hat{x}_{wk}(n) &= \Phi_k \hat{x}_k(n) + \underline{n}_{wk}(n) \\ &= \underline{f}_{wk}(n)b_k(n) + \underline{n}_{wk}(n) \end{aligned} \quad (8)$$

이 때, $\underline{f}_{wk}(n) = \Phi_k f_k(n)$ 이다. 채널 추정값이 오류없이 이상적인 경우라면 [1]의 결과에서 MRC로 신호를 결합하여 얻은 심볼결정변수 $\rho_k(n)$ 은 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \rho_k(n) &= \text{Re} \{ f_k^H \Phi_k^H \hat{x}_{wk}(n) \} \\ &= f_k^H \Phi_k^H \Phi_k f_k b_k(n) \\ &\quad + \text{Re} \{ f_k^H \Phi_k^H \underline{n}_{wk}(n) \} \end{aligned} \quad (9)$$

$\rho_k(n)$ 의 신호대 나머지 잡음비 v_k 는 다음과 같다.

$$v_k = \frac{(f_k^H \Phi_k^H \Phi_k f_k)^2}{(f_k^H \Phi_k^H \Phi_k f_k)} = f_k^H T_k(0)^{-1} f_k \quad (10)$$

채널 추정값이 $\hat{f}_{wk} = \underline{f}_{wk} + \underline{e}_k$ 과 같이 본래의 값에 정규분포의 오류가 있는 경우가 되면 식 (9)의 심볼결정변수 $\rho_k(n)$ 은 다음과 같이 $\rho_{ok}(n)$ 으로 변형된다. 이 때 오류벡터 \underline{e}_k 는 평균이 $\Omega_{L \times 1}$ 이고 공분산행렬이 $E[\underline{e}_k \underline{e}_k^H] = \text{diag}[\sigma_{ok,1}^2 \cdots \sigma_{ok,L}^2]$ 인 독립 정규 벡터를 가정한다.

$$\begin{aligned} \rho_{ok}(n) &= \text{Re} \{ \underline{f}_{wk}^H \hat{x}_{wk}(n) \} \\ &= f_k^H \Phi_k^H \Phi_k f_k b_k(n) \\ &\quad + \text{Re} \{ f_k^H \Phi_k^H \underline{n}_{wk}(n) \} \\ &\quad + \text{Re} \{ \underline{e}_k^H \hat{x}_{wk}(n) \} \end{aligned} \quad (11)$$

식 (11)에 나타난 바와 같이 채널 추정에서 생긴 오류는 심볼 결정단에서 배경잡음이 추가된 것과 비슷한 영향을 미친다. 곧, 평균적인 E_b/N_0 를 감소시키는 역할을 한다. $\rho_{ok}(n)$ 의 신호대 잡음비 v_{ok} 는

다음과 같이 나타낸다.

$$v_{ek} = \frac{(f_k^H \Phi_k^H \Phi_k f_k)^2}{(f_k^H \Phi_k^H \Phi_k f_k) + E[\underline{e}_k^H \hat{x}_{wk} \hat{x}_{wk}^H \underline{e}_k]} \quad (12)$$

[1]의 식 (17),(18)과 식 (8)을 이용하여 식 (12)의 분모에 추가된 항을 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} E[\underline{e}_k^H \hat{x}_{wk} \hat{x}_{wk}^H \underline{e}_k] &= E[\underline{e}_k^H \Phi_k \hat{x}_k \hat{x}_k^H \Phi_k^H \underline{e}_k] \\ &= E[\underline{e}_k^H \Phi_k \cdot \overline{C^2} U_k(0) \cdot \Phi_k^H \underline{e}_k] \\ &= \sum_{l,l'} \sigma_{ek,l}^2 [D_k]_{l,l'} \end{aligned} \quad (13)$$

이 때, $D_k = \Phi_k \cdot \overline{C^2} \cdot U_k(0) \cdot \Phi_k^H$, $\sum_{k=-\infty}^{\infty}$
 $U_k(m)z^{-m} = (RM)_k$, $\overline{C^2} = E[C \cdot C^H]$ 이며, 행렬 A_k 는 $KL \times KL$ 행렬 A 의 $(k-1) \cdot L + 1$ 행부터 $k \cdot L$ 행까지, $(k-1) \cdot L + 1$ 열부터 $k \cdot L$ 열까지의 원소로 이루어진 행렬로 정의한다. 식 (13)을 식 (12)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$v_{ek} = \frac{v_k}{1 + \frac{\sum_{l,l'} \sigma_{ek,l}^2 [D_k]_{l,l'}}{f_k^H T_k(0)^{-1} f_k}} \quad (14)$$

신호대 나머지 잡음비가 식 (14)와 같을 때 비트 오류율은 평균 E_b/N_0 값이 낮아지는 영향을 받는다^[8]. 그러므로 식 (15)로 주어지는 이상적인 때의 비트 오류율에 대해서^[1] 행렬 $R_{f_k} \cdot T_k(0)^{-1}$ 의 특성화 상수 $\xi_{k,l}$ 을 다음의 $\xi_{ek,l}$ 로 대체한 결과와 같게 된다.

$$P_{b,k} = \sum_{l=1}^L \frac{\pi_{k,l}}{2} \left[1 - \sqrt{\frac{\xi_{k,l}}{1 + \xi_{k,l}}} \right] \quad (15)$$

$$\xi_{ek,l} = \frac{\xi_{k,l}}{1 + \frac{\sum_{l,l'} \sigma_{ek,l}^2 [D_k]_{l,l'}}{\sum_{l,l'} [\overline{C^2}]_{l,l'} \cdot [U_k(0)]_{l,l'}^2 \cdot [T_k(0)]_{l,l'}^{-1}}} \quad (16)$$

이 때 $\pi_{k,l} = \prod_{i=1, i \neq l}^L \frac{\xi_{k,i}}{\xi_{k,i} - \xi_{k,j}}$ 이다.

2. 구체적인 채널 추정 시스템을 사용할 때
 III.1절에 이어 채널 추정이 완벽하지 않을 경우 MMSE 검파기의 성능을 분석한다. 그림 2는 이전

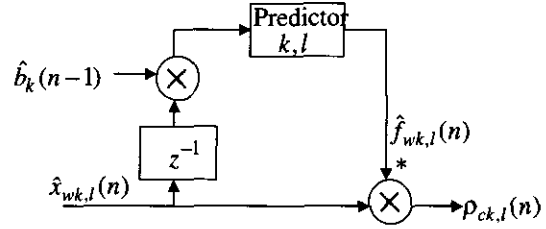


그림 2. 채널 예측기를 사용한 심볼 결정 변수 형성.

에 결정된 비트 정보를 이용하여 채널을 추정하는 시스템을 나타낸 것이다. 예측기 (predictor) k, l 은 k 번째 쓰는 이 l 번째 경로의 채널 파라미터 예측기를 나타내며, 본 논문에서는 전형적인 예측 시스템의 형태인 유한 탭 이동 평균 (moving average, MA) 예측기와 MMSE 예측기 두 가지를 생각한다.

채널 예측기의 필터 길이를 M 이라고 하면, 그림 2의 시스템에서 형성된 심볼 결정 변수 $\rho_{ck}(n)$ 은 식 (17)과 같이 얻어진다.

$$\rho_{ck}(n) = \sum_{l=1}^L \rho_{ck,l}(n) = \underline{z}_k^H(n) Q_k \underline{z}_k(n) \quad (17)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \underline{z}_k(n) &= [f_{\underline{c}_{k,1}}^H(n) \cdots f_{\underline{c}_{k,L}}^H(n) \underline{n}_{\underline{c}_{k,1}}^H(n) \cdots \underline{n}_{\underline{c}_{k,L}}^H(n)]^T, \\ f_{\underline{c}_{k,i}}(n) &= [b_k(n) \cdot f_{wk,l}(n-1) \cdots f_{wk,l}(n-M)]^T, \\ \underline{n}_{\underline{c}_{k,i}}(n) &= [n_{wk,l}(n) \ b_k(n) \cdot n_{wk,l}(n-1) \cdots b_k(n-M) \cdot n_{wk,l}(n-M)]^T \end{aligned}$$

이고, Q_k 는 다음의 형태를 갖는 $2L(M+1) \times 2L(M+1)$ 크기의 행렬이다.

$$Q_k = \begin{bmatrix} B_k & B_k \\ B_k & B_k \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\text{이 때, } B_k = \begin{bmatrix} \tilde{B}_{k,1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \tilde{B}_{k,2} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & \tilde{B}_{k,L} \end{bmatrix},$$

$$\tilde{B}_{k,i} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & a_{k,i}(1) & a_{k,i}(2) & \cdots & a_{k,i}(M) \\ a_{k,i}(1) & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{k,i}(2) & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{k,i}(M) & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix},$$

이며, $a_{k,i}(m), m=1,2,\dots,M$ 는 채널 예측기의 필터 계수이다. 식 (17)로 표현되는 결정 변수의 비트 오

율은 다음과 같이 얻어진다^[9].

$$P_e = \sum_{i=1}^{2L(M+1)} \prod_{k=1, k \neq i}^{2L(M+1)} \frac{1}{1 - \lambda_k / \lambda_i} \quad (19)$$

이 때 $\lambda_i, i=1, 2, \dots, 2L(M+1)$ 는 행렬 $Q_k \cdot M_k$ 의 특성화 상수이다. 행렬 M_k 는 벡터 \mathbf{x}_k 의 공분산 행렬이다. 곧, $M_k = E[\mathbf{x}_k(n) \mathbf{x}_k^H(n)]$ 이 된다. 행렬 M_k 를 얻는 과정은 부록 A에 나타내었다.

채널 예측기의 가장 간단한 형태인 MA 필터는 M 개의 입력에 대해 $a_k(m) = 1/M, m=1, 2, \dots, M$ 이 되도록 필터의 계수를 동일하게 사용하는 것이다. 이 필터는 채널이 천천히 변화할 경우 좋은 성능을 나타내지만, 채널의 변화가 클 경우에는 성능이 떨어질 수 있다. MMSE 필터는 채널의 변화에 상관없이 뛰어난 성능을 보이지만, 필터의 계수를 얻기 위해 $f_{uk}(n)$ 의 자기 상관함수 $R_{f_{u,k}}(n)$ 와 나머지 잡음 성분의 분산값 $E[n_{uk}(n) n_{uk}^*(n)]$ 을 수신단에서 정확히 알아야 한다. MMSE 채널 예측기의 계수를 구하는 과정은 부록 B에 서술하였다.

IV. 모의 실험 결과 및 분석

이 장에서는 III장에서 분석한 MMSE 검파기의 성능을 확인하기 위해 모의 실험을 수행하여 비교하였다. 쓰는 이 4명에 대해서 처리 이득이 31인 코드 수열을 서명 수열로 사용하였고, 수신 지연 시간은 처리 이득내에서 균일한 분포를 갖도록 발생시켰다.

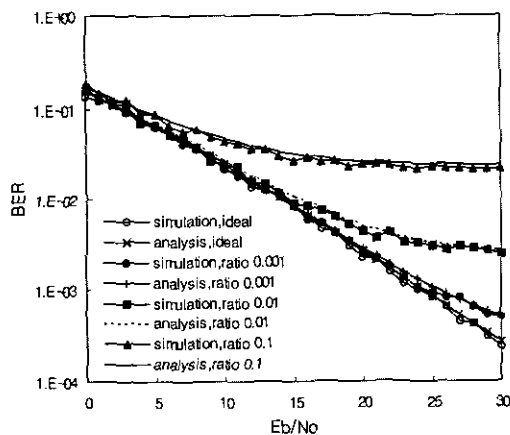


그림 3. 사용자가 4명이고 구분 가능한 수신 길이 1개인 비동기 직접수열 부호분할 다중접속 시스템에서 채널 추정에 정규 분포의 오류가 있을 때 MMSE 검파기의 비트 오류율 (오류는 채널 이득에 대해 0.1, 0.01, 0.001의 비율로 발생).

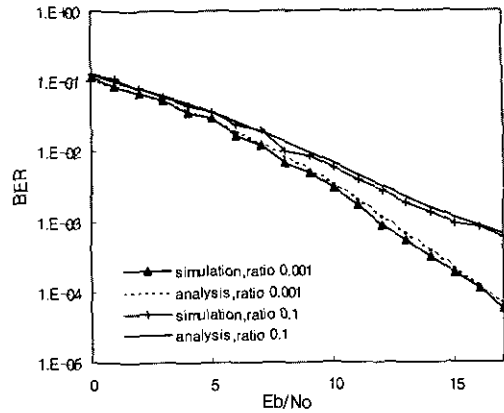


그림 4. 사용자가 4명이고 구분 가능한 수신 길이 3개인 비동기 직접수열 부호분할 다중접속 시스템에서 채널 추정에 정규 분포의 오류가 있을 때 MMSE 검파기의 비트 오류율 (오류는 채널 이득에 대해 0.1, 0.01, 0.001의 비율로 발생).

그림 3, 4는 채널 추정값에 정규분포의 오류가 발생한 경우의 비트 오류율을 나타낸 것이다. 이 때 오류는 채널 이득에 (채널계수 절대값의 제곱) 대해 각각 $10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}$ 비율의 분산값을 갖는 독립적인 확률변수로 가정하였다. 그림 3, 4는 각각 경로를 1, 3개로 고려했을 때의 성능 분포이다. 채널 추정에서 발생된 오류 분산값의 비율이 클수록 비트 오류율곡선이 일찍 포화된다. E_b/N_0 값이 작을 때에는 배경잡음의 영향이 크지만, E_b/N_0 이 높은 영역에서는 채널 추정에서 발생한 오류의 영향이 우세해져서 오류의 비율이 클수록 비트 오류율이 높은 곳에서 포화되는 것이다. 성능 분석한 식과 모의 실험 결과가 거의 일치한다. 경로가 3개로 증가하면 전체적인 비트 오류율이 경로가 1개일 때보다 낮아진 것을 제외하고는 같은 특성을 보인다.

MA, MMSE 채널 예측기를 사용하여 채널 추정을 한 경우 비트 오류 성능을 살펴보겠다. 쓰는 이 수는 4명, 경로는 3개를 고려하였다. 모의 실험에서 사용한 채널 계수는 Jakes모형을^[10] 사용하였으며, 반송 주파수가 2Ghz, 심볼 전송률 10kbps, 쓰는 이의 이동 속도는 50km/h일 때의 채널 환경을 가정한 것이다. 이 채널 환경은 IMT 2000의 음성 전송 환경과 비슷하다. 그림 5, 6은 각각 MA, MMSE 채널 예측기를 사용할 때의 비트 오류 성능 분석과 시뮬레이션 결과를 비교한 것이다. 여기서, M 은 채널 예측기에서 사용한 이전 비트의 수, 곧 탭 길이를 의미한다. 분석과 시뮬레이션 결과가 거의 일치하며, 정규 분포 오류가 발생했을 때의 그림 3, 4와

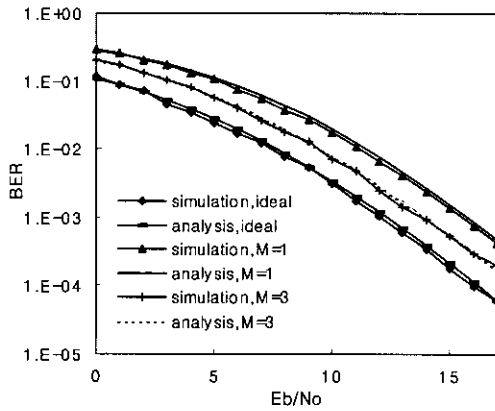


그림 5. 사용자가 4명이고 구분 가능한 수신 길이 3개인 비동기 직접수열 부호분할 다중접속 시스템에서 이동 평균 예측기를 이용한 MMSE 검파기의 비트 오류율 (반송 주파수 2Ghz, 심볼 전송률 10kbps, 사용자 속도 50km/h).

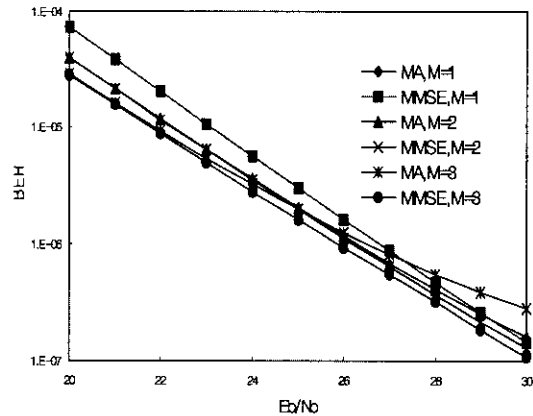


그림 7. 사용자가 4명이고, 구분 가능한 수신 길이 3인 비동기 직접수열 부호분할 다중접속 시스템에서 이동 평균 예측기와 MMSE 예측기를 사용한 MMSE 검파기의 비트오류율 성능 분석 (반송 주파수 2Ghz, 심볼 전송률 10kbps, 사용자 속도 50km/h).

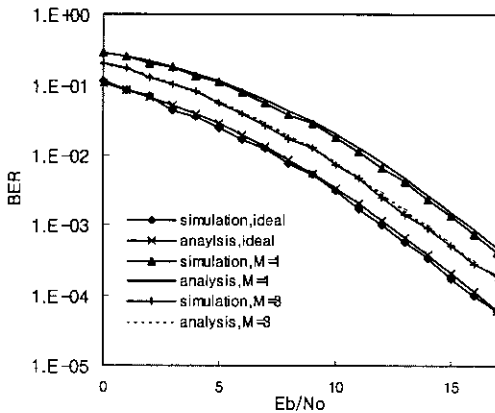


그림 6. 사용자가 4명이고 구분 가능한 수신 길이 3개인 비동기 직접수열 부호분할 다중접속 시스템에서 MMSE 예측기를 이용한 MMSE 검파기의 비트 오류율 (반송 주파수 2Ghz, 심볼 전송률 10kbps, 사용자 속도 50km/h).

비교하면, 곡선 특성이 다른 것을 알 수 있다. 곧, 포화되지 않고, E_b/N_0 값에 상관없이 이상적인 경우에 대해서 2~3dB정도의 성능 차이를 두고 곡선을 따라간다. 또 M 이 클수록 성능 분포 곡선이 아래로 내려가지만, 항상 폭이 점점 줄어든다. 곧, 이용하는 이전 비트의 정보가 많을수록 채널 예측기의 성능이 좋아지지만, 이상적인 경우에 대해서는 한계가 있다. 그림 5, 6의 결과 실험 채널 환경에서는 채널 예측기가 MA형인 경우와 MMSE형인 경우의 성능 차이는 거의 없었다.

그림 7은 E_b/N_0 값이 높은 영역에서 MA, MMSE

채널 예측기를 사용했을 때의 성능 분석 결과이다. E_b/N_0 값이 커지면서 MA 예측기는 자체에서 형성된 지연 오류가 우세해지면서 포화된다.

이 오류를 irreducible bit-error probability (IBEP)라고^[8] 하며, 이전 비트의 정보를 그대로 이용하여 발생한 것이므로 M 이 클수록 포화가 일찍 시작된다. MMSE는 비트 색인 간의 상관관계를 고려하였으므로 포화없이 그대로 곡선이 유지된다. $M=1$ 이면, 두 예측기 모두 이전 비트의 채널 계수를 그대로 이용하므로 성능이 일치한다.

V. 결론

이 논문에서는 여러 경로의 감쇄를 겪는 직접수열 부호분할 다중접속 시스템에서 MMSE 검파기의 성능을 분석하였다. 필터의 출력단에 남아 있는 간섭과 잡음 성분을 상관관계가 있는 정규 분포의 확률 변수로 근사할 경우, 쓰는 이가 한 명인 시스템의 수신신호와 형태가 비슷해지므로, 이것을 이용해서 채널 추정이 부정확할 경우 성능에 미치는 영향을 검토하였다. 채널 추정의 영향은 추정값에 정규 분포의 오류가 있을 때와 구체적인 채널 추정 시스템을 사용한 경우로 나누어 다루었다. 분석 결과 여러 경로의 감쇄를 겪는 직접수열 부호분할 다중접속 시스템에서 MMSE 검파기의 성능에 채널 추정 오류가 미치는 영향을 단힌 형태로 얻었다. 채널 추정에 정규분포의 오류가 있을 경우 E_b/N_0 가 높은 영역에서 이 영향이 우세해서 비트 오류 곡선이 포

화되었고, 채널 추정 시스템을 사용한 경우 이상적 일 때에 비하여 2~3dB 높은 상태를 유지하면서 비트 오류 곡선을 따라가는 형태가 되었다. 이러한 분석 결과는 MMSE 기준을 응용하여 제안된 여러 쓰는 이 검파기에 대해서 성능의 지표로 사용될 수 있으며, 실제 구현된 경우 채널 추정에 의한 성능 저하를 가능하게 하는 데 도움이 될 수 있을 것이다.

부록 A 행렬 M_k 의 계산

식 (17)에 나타난 $\underline{z}_k(n)$ 은 백색화 필터 Φ_k 를 통과한 뒤 각 경로의 채널 계수 $f_{mk}(n)$ 의 값을 다루고 있다. 그런데 $\underline{f}_{mk} = \Phi_k f_k$ 의 관계가 있으므로 백색화된 채널 계수 $f_{mk}(n)$ 을 각 경로별로 분리하여 다루기는 어렵다. 따라서 다음의 $\underline{z}_{mk}(n)$ 에 대한 공분산 행렬 M_{mk} 를 구한 뒤 이것을 이용하여 M_k 를 구하기로 한다.

$$\underline{z}_k(n) = G \underline{z}_{mk}(n) \tag{A.1}$$

$$\text{이 때, } G = \begin{bmatrix} W_{L(M+1)} & 0_{L(M+1)} \\ 0_{L(M+1)} & W_{L(M+1)} \end{bmatrix},$$

$$W_{L(M+1)} = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & \dots & W_{1L} \\ W_{21} & W_{22} & \dots & W_{2L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_{L1} & W_{L2} & \dots & W_{LL} \end{bmatrix} \text{ 이고,}$$

$W_{p,q} = \text{diag}[\Phi_k]_{p,q}, [\Phi_k]_{p,q}, \dots, [\Phi_k]_{p,q}$ 의 값을 갖는다. 이러한 관계의 $\underline{z}_{mk}(n)$ 을 풀어 쓰면 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$\underline{z}_{mk}(n) = \begin{bmatrix} \underline{f}_{mk,1}^H(n) \dots \underline{f}_{mk,L}^H(n) \\ \underline{n}_{mk,1}^H(n) \dots \underline{n}_{mk,L}^H(n) \end{bmatrix} \tag{A.2}$$

이 때, $\underline{f}_{mk,i}(n) = [b_k(n) \cdot f_{k,i}(n) f_{k,i}(n-1) \dots f_{k,i}(n-M)]^T$, $\underline{n}_{mk,i}(n) = [n_{k,i}(n) b_k(n-1) \cdot n_{k,i}(n-1) \dots b_k(n-M) \cdot n_{k,i}(n-M)]^T$ 이다. 공분산 행렬 M_{mk} 와 M_k 는 식 (A.1)에 의해 다음과 같은 관계로 나타낸다.

$$M_k = G M_{mk} G^H \tag{A.3}$$

여기서, M_{mk} 는 다음과 같다.

$$G = \begin{bmatrix} A_{L(M+1)} & AN_{L(M+1)} \\ AN_{L(M+1)} & N_{L(M+1)} \end{bmatrix} \tag{A.4}$$

식 (A.4)에 나타난 4개의 각 행렬을 차례대로 살

펴 보자. 먼저, $A_{L(M+1)}$ 은 벡터 $\underline{z}_{mk}(n)$ 에서 채널 계수들간의 교차 상관값을 원소로 하는 공분산 행렬이다. 서로 다른 경로의 채널 계수들은 서로 독립이므로 $A_{L(M+1)}$ 의 형태는 다음과 같다.

$$A_{L(M+1)} = \begin{bmatrix} a_{k,1} & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \vdots \\ \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & a_{k,L} \end{bmatrix} \tag{A.5}$$

이 때, $a_{k,i} = E[\underline{f}_{mk,i}(n) \underline{f}_{mk,i}^H(n)]$ 이다. 각 경로에서 채널 계수 벡터 $\underline{f}_{mk,i}(n)$ 의 공분산 행렬 $E[\underline{f}_{mk,i}(n) \underline{f}_{mk,i}^H(n)]$, $i=1,2,\dots,L$ 은 다음과 같이 주어진다.

$$E[\underline{f}_{mk,i}(n) \underline{f}_{mk,i}^H(n)] = \begin{bmatrix} R_{k,i}(0) & R_{k,i}(1) & \dots & R_{k,i}(M) \\ R_{k,i}(1) & R_{k,i}(0) & \dots & R_{k,i}(M-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{k,i}(M) & R_{k,i}(M-1) & \dots & R_{k,i}(0) \end{bmatrix} \tag{A.6}$$

이 때, $R_{k,i}(j) = E[f_{k,i}(n) f_{k,i}^*(n-2\pi f_d T_d j)]$ 이다. 여기서 f_d 는 도플러 주파수, T_d 는 심볼의 비트 지속 시간이다.

$AN_{L(M+1)}$ 은 벡터 $\underline{z}_{mk}(n)$ 의 채널 계수와 나머지 잡음 성분간의 교차 상관값을 나타내는 행렬로서 크게 다음의 두 가지 경우가 있다.

1. 같은 경로일 때

식 (A.2)에 나타난 두 벡터 $\underline{f}_{mk,i}(n)$, $\underline{n}_{mk,i}(n)$ 에 대해서 다음의 네 가지 경우가 있다.

$$E[b_k(n) \cdot f_{k,i}(n) n_{mk,i}(n)] = 0 \tag{A.7}$$

$$E[b_k(n) \cdot f_{k,i}(n) b_k(n-j) \cdot n_{mk,i}(n)] = 0, \quad j=1,2,\dots,M \tag{A.8}$$

$$E[f_{k,i}(n-j) n_{mk,i}(n)] = 0, \quad j=1,2,\dots,M \tag{A.9}$$

$$E[f_{k,i}(n) b_k(n-j) \cdot n_{mk,i}(n-j)] = 0, \quad j,m=1,2,\dots,M \tag{A.10}$$

식 (A.7)-(A.10)의 결과에서, 같은 경로의 채널 계수 벡터와 나머지 간섭 벡터의 교차 상관 행렬은 $(M+1) \times (M+1)$ 크기의 0행렬이 된다.

2. 다른 경로일 때

여기서 고려할 것은 $q(\neq l)$ 번째 경로의 나머지 간섭 성분 $n_{mk,q}(n)$ 에 l 번째 신호 성분 $f_{k,i}(n)$ 이

포함되어 있다는 것이다. 다시 말해서, $f_{k,i} = [MR]_{k \cdot l, k \cdot l} c_{k,i}$ 일 때, $n_{mk,q}(n)$ 에는 $f_{k,i} = [MR]_{k \cdot q, k \cdot l} c_{k,i} b_k(n)$ 성분이 포함되어 있다. 따라서 같은 경로일 때와 마찬가지로 네 가지 경우를 따져 보면 다음과 같다.

$$E[b_k(n) \cdot f_{k,i}(n) n_{mk,q}(n)] = [MR]_{k \cdot l, k \cdot l} [MR]_{k \cdot q, k \cdot l} E[c_{k,i}^2] \quad (\text{A.11})$$

$$E[b_k(n) f_{k,i}(n) \cdot b_k(n-j) n_{mk,q}(n-j)] = 0, \quad j=1, 2, \dots, M \quad (\text{A.12})$$

$$E[f_{k,i}(n-j) n_{mk,q}(n)] = 0, \quad j=1, 2, \dots, M \quad (\text{A.13})$$

$$E[f_{k,i}(n-j) b_k(n-m) \cdot n_{mk,q}(n)] = [MR]_{k \cdot l, k \cdot l} [MR]_{k \cdot q, k \cdot l} \cdot E[c_{k,i}^2] J_0(2\pi f_d T_b((j-m)M)) \quad (\text{A.14})$$

이 때, $((j))_M$ 은 j 를 M 으로 나누고 남은 나머지를 의미한다.

다음 행렬 $N_{L(M+1)}$ 은 나머지 간섭벡터들의 교차 상관행렬이다. $AN_{L(M+1)}$ 에서와 마찬가지로 크게 두 가지로 나누어 생각할 수 있다.

1. 같은 경로일 때

$$E[n_{mk,i}(n) n_{mk,i}^*(n)] = [T(0)]_{k \cdot l, k \cdot l} \quad (\text{A.15})$$

$$E[n_{mk,i}(n) b_k(n-j) \cdot n_{mk,i}^*(n)] = 0, \quad j=1, 2, \dots, M \quad (\text{A.16})$$

$$E[b_k(n-j) \cdot n_{mk,i}(n-j) n_{mk,i}^*(n)] = 0, \quad j=1, 2, \dots, M \quad (\text{A.17})$$

$$E[b_k(n-j) n_{mk,i}(n-j) \cdot b_k(n-m) n_{mk,i}^*(n-m)] = \begin{cases} [T(0)]_{k \cdot l, k \cdot l}, & j=m \\ 0, & j \neq m \end{cases} \quad (\text{A.18})$$

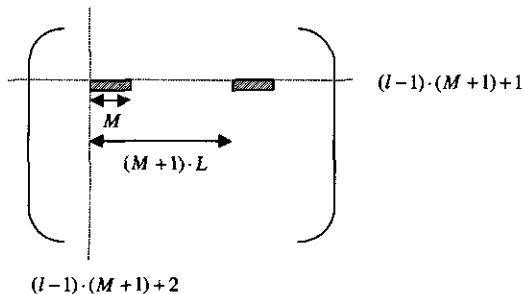


그림 8. $\mathcal{Y}_{f_{mk,i}^*}$ 에 필요한 M_k 원소의 위치

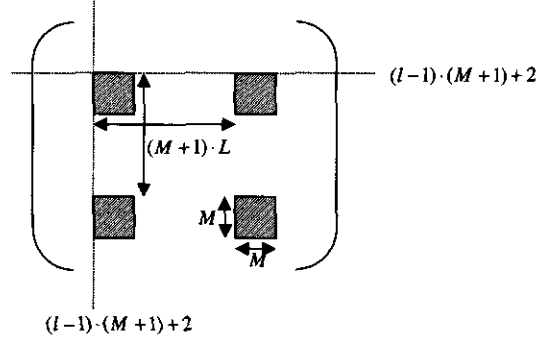


그림 8. $R_{\mathcal{Y}_{k,i}}$ 에 필요한 M_k 원소의 위치

2. 다른 경로일 때

$$E[n_{mk,i}(n) n_{mk,q}^*(n)] = [T(0)]_{k \cdot l, k \cdot q} \quad (\text{A.19})$$

$$E[n_{mk,i}(n) b_k(n-j) \cdot n_{mk,q}^*(n)] = 0, \quad j=1, 2, \dots, M \quad (\text{A.20})$$

$$E[b_k(n-j) \cdot n_{mk,i}(n-j) n_{mk,q}^*(n)] = 0, \quad j=1, 2, \dots, M \quad (\text{A.21})$$

$$E[b_k(n-j) \cdot n_{mk,i}(n-j) \cdot b_k(n-m) n_{mk,q}^*(n-m)] = \begin{cases} [T(0)]_{k \cdot l, k \cdot q}, & j=m \\ 0, & j \neq m \end{cases} \quad (\text{A.22})$$

부록 B MMSE 채널 예측기 계수 구하기

MMSE 채널 예측기의 계수를 구하는 문제는 다음 식 (B.1)을 최소화 하도록, 필터 계수 $a_k(i)$ 를 정하는 문제이다.

$$E[|f_{uk,i}(n) - \hat{f}_{uk,i}(n)|^2] = E\left|f_{uk,i}(n) - \sum_{j=1}^M a_k(i) \cdot u_k(n-j)\right|^2 \quad (\text{B.1})$$

여기서, $u_k(n)$ 은 다음과 같이 정의한다.

$$u_k(n) = \hat{x}_{uk,i}(n) \cdot b_k(n) = f_{uk,i}(n) + b_k(n) \cdot n_{uk,i}(n) \quad (\text{B.2})$$

이 때, 필터 계수 $a_{k,i} = [a_{k,i}(1) \dots a_{k,i}(M)]^T$ 을 MMSE기준으로 예측하기 위해 식 (B.1)을 미분하면^[11] 다음과 같은 관계식을 얻는다.

$$R_{\mathcal{Y}_{k,i}} a_{k,i} = \mathcal{Y}_{f_{uk,i}^*} \quad (\text{B.3})$$

이 때, $\mathcal{Y}_{k,i} = [u_{k,i}(1) \dots u_{k,i}(M)]^T$ 이다.

$R_{u_{k,i}} = E[u_{k,i} u_{k,i}^H]$ 은 부록 A의 공분산 행렬 M_k 를 이용하여 구할 수 있다.

식 (B.1)의 $u_{k,i}$ 을 풀어 쓰면,

$$u_{k,i} = [f_{u_{k,i}}(n-1) \cdots f_{u_{k,i}}(n-M)]^T + [b_k(n-1) \cdot n_{u_{k,i}}(n-1) \cdots b_k(n-1) \cdot n_{u_{k,i}}(n-M)]^T \quad (B.4)$$

이 되므로, M_k 의 원소가운데 그림 8에 도시한 4개의 $M \times M$ 행렬을 원소별로 합하여 얻을 수 있다. 식 (B.3)의 우변 $r_{f_{u_{k,i}}}$ 도 마찬가지로 M_k 를 이용하여 그림 9에 도시한 벡터를 원소별로 더하여 전치하면 구할 수 있다.

참고 문헌

[1] 정사라, 김형명, "직접수열 부호분할 다중접속 시스템의 여러 경로 감쇄 환경에서 MMSE 검파기의 성능 분석: 1. 채널 추정이 완벽할 때," 한국통신학회논문지 2001년 6월 게재예정.

[2] Z. Xie, R. T. Short and C. K. Rushforth, "A family of suboptimum detectors for coherent multi-user communications," *IEEE JSAC*, vol. 8, no. 4, pp. 683-690, May 1990.

[3] U. Madhow and M. L. Honig, "MMSE interference suppression for direct sequence spread-spectrum CDMA," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 42, no. 12, pp. 3178-3188, Dec. 1994.

[4] S. Moshavi, "Multi-user detection for DS-CDMA communications," *IEEE Communications Magazine*, pp. 124-136, Oct. 1996.

[5] M. Honig, U. Madhow, and S. Verdu, "Blind adaptive multiuser detection," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 41, pp. 944-960, July 1995.

[6] S. L. Miller, "An adaptive direct-sequence code-division multiple access receiver for multiuser interference rejection," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 43, pp. 1746-1755, Feb.-Apr. 1995.

[7] H. V. Poor and S. Verdu, "Probability of error in MMSE multiuser detection," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 43, no. 3, pp. 858-871, May 1997.

[8] K. Pahlavan and J. W. Matthews, "Performance of adaptive matched filter receivers over fading multipath channels," *IEEE Trans. Commun.* vol. 38, pp.2106-2113, Dec. 1990.

[9] V. P. Kaasila and A. Mammela, "Bit-error probability for an adaptive diversity receiver in a rayleigh-fading channel," *IEEE Trans. Commun.* vol. 46, pp.1106-1108, Sep. 1998.

[10] W. C. Jakes, Jr. and D. O. Reudink, "Comparison of mobile radio transmission at UHF and X-bands," *IEEE Trans. Veh. Tech.* no. 16, pp. 10-14, Oct. 1967.

[11] M. H. Hayes, *Statistical Digital Signal Processing And Modeling*, NY: Wiley, 1996.

정사라(Sarah Jung)

정회원



1998년 2월: 한국과학기술원
전기 및 전자공학과 학사
2000년 2월: 한국과학기술원
전기 및 전자공학과 석사
2000년 12월~현재: 한국전자
통신연구원 연구원

<주관심 분야> 통신, 디지털 신호처리

김형명(Hyung Myung Kim)

정회원



1974년 2월: 서울대학교 공학사
1982년 4월: 미국 Pittsburgh
대학 전기공학과 석사
1985년 12월: 미국 Pittsburgh
대학 전기공학과
공학박사

1986년 4월~1992년 8월: 한국
과학기술원 전기 및 전자공학과 조교
수

1992년 9월~2000년 2월: 한국과학기술원 전기 및
전자공학과 부교수

2000년 3월~현재: 한국과학기술원 전자전산학과 교
수

<주관심 분야> 디지털 신호와 영상처리, 다차원시스
템 이론, 비디오신호 전송통신, 이동통신 기
술 분야