검출 불능 오류율을 향상시키는 Reed-Solomon 적부호의 이레이저 복호방법

학생회원 김 정 헌* 정회원 염 창 열*, 송 홍 엽*, 강 구 호**, 김 순 태**, 백 세 현**

Erasure decoding strategies for RS product code reducing undetected error rate

Jeong-Heon Kim* *Student Member*,

Chang-Yeol Yum* Hong-Yeop Song*, Gu-Ho Kang**, Son-Tae Kim**, Sae-Hyen Baek**
Regular Members

요 약

일반적인 통신 시스템에서 시스템의 성능을 저하시키는 오류는 검출 불능 오류와 정정 불능 오류로 구성되는데 검출 불능 오류의 경우 오류에 대한 적절한 대응이 불가능하다는 측면에서 더욱 심각한 문제가 된다. 이러한 검출 불능 오류를 줄이기 위해 적부호 복호에는 다양한 방법이 생각되었지만 이러한 방법들의 대부분은 CD, 혹은 DAT 등에 적용하기 위한 방법들로서 긴 길이의 RS 적부호에 적용하기 힘들다. 본 논문에서는 검출 불능 오류율을 줄일 수 있는 긴 길이의 RS 적부호 복호 방법을 제안하고 이들의 성능을 심볼 오류 확률을 계산함으로서 분석하여 기존의 방법과 비교한다. 여기서 제안된 방법들은 기존의 방법보다 검출 불능 확률을 크게 줄이는데 반하여 전체 오류 확률에서의 큰 열화는 일으키지 않는다.

핵심어 : Reed-Solomon(RS) 부호, RS 적부호, 검출 불능 확률, 정정 불능 확률, DVC, 이레이저 복호

ABSTRACT

RS product codes are widely used in digital storage systems. There are lots of decoding strategies for product code for short-length RS codes. Unfortunately many of them cannot be applied to long-length RS product codes because of the complexity of decoder. This paper proposes new decoding strategies which can be used in long length RS product codes.

Keywords: Reed-Solomon codes, RS product codes, undetected error rate, uncorrectable error rate, DVC, erasure decoding

Ⅰ. 서 론

적부호는 Elias [1]에 의해 1954년 처음 소개되었다. 이후 적부호의 연집 오류 분산 능력과 Reed-Solomon 부호 강력한 연집 오류 정정 능력을 결합시킨 RS 적부호가 저장 매체에 널리 이용되고 있다. RS 적부호는 두 가지의 RS 부호, $[n_1, k_1]$ RS inner 부호와 $[n_2, k_2]$ RS outer 부호로 이루어진다. $k_1 \times k_2$ 행렬 형태로 나열된 정보 심볼을 outer 부호기를 통하여 세로 방향으로 부호화하고 이렇게 부호화된 심볼들을 가로 방향으로 inner 부호기를 통하여 부호화 하면 $n_1 \times n_2$ 행렬 형태의 적부호가 그림 1처럼 만들어진다. 복호는 반대로 가로 방향으로 inner 복호를 하고 이후 세로 방향으로 outer 복호를 한다.

* 연세대학교 전기전자공학과 (heon@eve.yonsei..ac.kr), ** 삼성전자 디지털미디어 사업부
논문번호 : 000013-1229, 접수일자 : 2001년 4월 9일

Inner 복호기와 outer 복호기에서는 오류율을 줄이기 위한 여러 가지 복호 방법들이 생각될 수 있다[2][3]. 오류는 검출 불능 오류와 정정 불능 오류로 나누어지는데 저장 기기에서는 검출 불능 오류를 줄이는 것이 더욱 중요하다. 정정 불능 오류는 signal concealment를 통하여 숨길 수 있지만 검출 불능 오류는 그럴 수 없기 때문이다. 검출 불능 오류율을 줄이기 위해서 사용되는 많은 복호 방법들 중에는 복잡도 때문에 길이가 긴 길이의 RS 적부호 복호에는 사용할 수 없는 것들이 많다. 본 논문에서는 DVC, DVD, DVHS와 같이 긴 RS 적부호의 복호에 사용될 수 있는 검출 불능 오류를 낮추는 적부호 복호 방법을 제시한다. 그리고 논문에서 제시한 방법과 일반적으로 사용되는 방법의 성능을 심볼 오류율을 계산함으로서 비교한다.

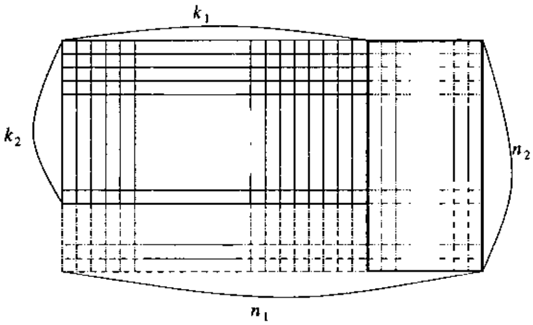

그림 1. RS 부호 적부호어

Ⅱ. Inner RS부호 복호 방법

RS 적부호를 사용하는 대표적인 응용은 비교적 짧은 길이를 사용하는 것으로는 CD, DAT를 들 수 있으며 긴 길이를 사용하는 것으로는 DVC, DVHS, DVD등을 들 수 있다[2][3][4]. 이러한 RS 적부호를 복호하는 방법은 inner 부호 복호 방법과 outer 부호 복호 방법에 따라 달라지는데 특히 outer 부호 복호 방식에서 상당한 차이를 보인다. 하지만 outer 부호에서의 복호 성능을 높이기 위해서 inner 부호 복호기에서 이레이져 플래그의 설정이 중요한 문제로 대두된다. Inner 복호를 할 때 CD, DAT등에서는 복호 성능을 높이기 위하여 두 가지 이레이져 플래그를 두고 상태에 따라 이 두 가지 이레이져 플래그를 값을 달리하는 방법이 사용된다[2][3]. 하지만 그보다 훨씬 긴 길이의 부호를 사용하는 DVC 등에서는 메모리 문제로 인하여 이 방법을 사용하기가 힘들다. 따라서 우리는 긴 길이의 RS inner 복호기에도 적용할 수 있는 두 가지 방법을 선택하고 이를 DVC video의 사양에 적용하여 보겠다. Inner 부호 뿐 아니라 outer 부호의 복호 방법을 제시할 때도 설명의 편의를 위하여 DVC video를 기준으로 설명할 것이다.

DVC는 오류 정정 능력이 4인 [85,77] RS 부호를 inner 부호로 사용한다. 이 RS 부호 복호를 위해서 쉽게 생각되는 복호 방법이 오류의 개수가 4개 이하이면 오류 정정을 하고 4개보다 크면 이레이져 선언하는 방법이다. 하지만 복호기가 오류가 4개이라고 판단하는 경우는 이 판단이 잘못된 판단일 가능성이 크다. 따라서 우리는 다음과 같은 두 가지 inner 부호 복호 방법을 사용한다. 여기서 $N(E)$는 오류의 개수이고 F는 이레이져 플래그이다.

2.1 Inner 복호 방법 I

If $N(E)<4$, error correction & $F=0$
If $N(E)<4$, error correction & $F=1$
If $N(E)<4$, no correction & $F=1$

2.2 Inner 복호 방법 II

지금 설명한 방법에서 $N(E)=4$일 경우 오류 정정을 하는데 이러한 과정이 검출 불능 오류를 증가시킬 수 있다. 따라서 다음과 같은 $N(E)=4$일 때 오류 정정하지 않고 단지 이레이져 선언만 하는 방법을 생각할 수 있다.

If $N(E)<4$, error correction & $F=0$
If $N(E)\geq 4$, no correction & $F=1$

적부호의 심볼 오류 확률을 분석하기 위해서 inner 복호기 출력단의 심볼을 다음과 같은 집합으로 분류하였다. 여기서 r은 수신 벡터, r'는 복호기 출력 벡터이다.

수신 벡터 : $r=[r_0, r_1, \cdots, r_{n-1}] = [c_0, c_1, \cdots, c_{n-1}]+[e_0, e_1, \cdots, e_{n-1}]$

복호 이후 벡터 : $r'=[r_0', r_1', \ldots, r_{n-1}']$

$$\begin{aligned}
D &= \{r_i' \mid \text{Erasure is declared } (F=1)\} \\
DE &= \{r_i' \mid \text{Erasure is declared } (F=1) \text{ and } r_i' \neq c_i\} \\
DNE &= \{r_i' \mid \text{Erasure is declared } (F=1) \text{ and } r_i' = c_i\} \\
NE &= \{r_i' \mid \text{Erasure is not declared } (F=0) \text{ and } r_i' = c_i\} \\
MC &= \{r_i' \mid \text{Erasure is not declared } (F=0) \text{ and } r_i' \neq c_i\}
\end{aligned} \quad (1)$$

Inner 부호를 C_1이라 하자. 또 P_{de}는 심볼이 집합 DE에 있을 확률, P_d는 심볼이 집합 D에 있을 확률, 그리고 P_{mc}는 심볼이 집합 MC의 원소일 확률이라고 각각 정의하자. p를 입력 심볼 오류율이라 할 때 유한체 $GF(2^8)$위의 $[n,k,d_{\min}]$ RS 부호어에서 weight가 i인 부호어의 개수 A_i는 다음과 같이 계산된다[5].

$$A_i=\binom{n}{i}(2^8-1)\sum_{k=0}^{i-d_{\min}}(-1)^k\binom{i-1}{k}(2^8)^{i-k-d_{\min}} \tag{2}$$

$d(r,x)$를 수신 워드 r과 부호어 $x\in C_1$사이의 해밍 거리라고 정의하면 inner 복호 방법 I의 출력단에서 다음과 같이 확률들을 구할 수 있다[6][7] (단 $n=85$).

$$\begin{aligned}P_d &= P[w(e)>3]P[d(r,c)>3 \text{ for } \textit{all codeword } c \mid w(e)>3] \\ &= \sum_{i=4}^{n}\binom{n}{i}p^i(1-p)^{n-i}\left(1-\sum_{j=0}^{3}\binom{n}{j}\frac{(q-1)^j}{q^{n-k}}\right)\end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned}P_{mc} &= \sum_{j=6}^{n} P[w(e)=i] \\ &\quad P[d(r,x) \text{ for } \textit{some } x\in C_1 \text{and } r'_i\neq c_i \mid w(e)=i'] \\ &= \sum_{j=6}^{n}\frac{p^j(1-p)^{n-j}}{(q-1)^j} \\ &\quad \left(\sum_{i=j}^{j+3}A_i\binom{i}{i-j}\frac{i}{n}+\sum_{i=j-3}^{j-1}A_i\binom{n-i}{j-i}255^{j-i}\frac{i}{n}\right)\end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}P_{de} &= \sum_{i=5}^{n}P[w(e)=i]P[d(r,x)>4 \\ &\quad \text{for } \textit{all } x\in C_1,\ r'_i\neq c_i \mid w(e)=i] \\ &\quad +\sum_{i=5}^{n}P[w(e)=i]P[d(r,x)=4 \\ &\quad \text{for } \textit{some } x\in C_1,\ r'_i\neq c_i \mid w(e)=i] \\ &= \sum_{i=5}^{n}\binom{n}{i}p^i(1-p)^{n-i}\frac{i}{n} \\ &\quad \left(1-\frac{\sum_{j=i-4}^{i-1}A_j\binom{n-j}{i-j}255^{i-j}+\sum_{j=i}^{i+4}A_j\binom{j}{j-i}}{\binom{n}{i}255^i}\right) \\ &\quad +\sum_{i=5}^{n}\binom{n}{i}p^i(1-p)^{n-i} \\ &\quad \cdot\left(A_{i-4}\binom{n-i+4}{4}255^4\frac{i-4}{n}\right. \\ &\quad \left.+A_{i+4}\binom{i+4}{4}\frac{i+4}{n}\right)\Big/\binom{n}{i}255^i\end{aligned} \tag{5}$$

Inner 복호 방법 II을 사용할 경우 P_d와 P_{mc}는 위와 동일하지만 P_{de}는 다음과 같이 변화된다.

$$\begin{aligned}P_{de} &= \sum_{i=4}^{n}P[w(e)=i]P[d(r,x)>3 \\ &\quad \text{for all } x\in C_1,\ r'_i\neq c_i \mid w(e)=i] \\ &= \sum_{i=4}^{n}\binom{n}{i}p^i(1-p)^{n-i}\frac{i}{n} \\ &\quad \left(1-\frac{\sum_{j=i-3}^{i-1}A_j\binom{n-j}{i-j}255^{i-j}+\sum_{j=i}^{i+3}A_j\binom{j}{j-i}}{\binom{n}{i}255^i}\right)\end{aligned} \tag{6}$$

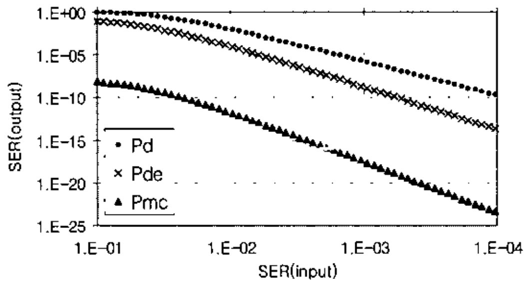

그림 2. Inner 복호 방법 1

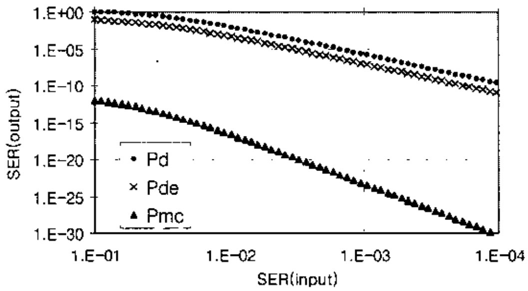

그림 3. Inner 복호 방법 2

Ⅲ. Outer 부호의 복호 방법 및 성능 분석

DVC video의 RS outer 부호는 GF(256)에서 정의된 [149,138] Reed-Solomon 부호이다. 이 부호는 최소거리가 12이므로 최대 5개의 오류를 정정할 수 있으며 이레이져 복호를 할 때에는 최대 11개의 오류를 정정할 수 있다[5]. 이러한 부호를 사용하였을 때의 정정 불능 오류 확률과 검출 불능 확률은 어떠한 복호 방법을 사용하는가에 따라 다르게 나타나는데 이러한 두 가지 확률을 최소화 할 수 있는 복호 방법을 찾는 것이 중요하다. 현재 일반적으로 사용되는 복호 방법은 다음과 같다.

3.1 기존의 복호 방법 A

첫 번째 방법은 일반적인 RS 부호 복호 방법으

로 단순히 이레이져 정보를 이용하여 입력 신호를 복호한다. 하지만 이레이져 개수가 11개가 넘어서면 이레이져를 사용하지 않는 복호를 하게 된다. 요약하면 다음과 같다. 이때 $N(F)$는 이레이져 플래그 개수이다.

If $N(F)>11$,	error only correction
If $N(F)\leq 11$,	erasure correction

위와 같은 복호 방법을 사용하였을 때의 오류 확률은 정정 불능 오류 확률과 검출 불능 오류확률로 나누어 구할 수 있다. 어떤 심볼이 오류가 있는 것을 알 수 있으나 정정이 불가능할 확률을 정정 불능 오류 확률이라 하고, 부호가 잘못 오류 정정되어서 복호기 출력에서 관찰된 심볼이 오류가 있을 때 발생하는 것이 검출 불능 오류확률이라 한다. 이 절에서 소개한 복호방법의 오류 확률을 구하는 과정은 부록에 첨부하였다.

이 방법에서 이레이져 개수가 12개 이상일 경우 이레이져를 사용하지 않는 복호를 하는데 이는 검출 불능 오류율을 높인다. 검출 불능 오류율을 줄이기 위해서 이레이져 개수가 12개 이상일 경우는 오류 정정을 하지 않는 방법이 사용된다. 정리하면 다음과 같다.

3.2 기존의 복호 방법 B

If $N(F)>11$,	no correction
If $N(F)\leq 11$,	erasure correction

위와 같은 방법을 사용하였을 때의 심볼 오류 확률은 부록에 첨부하였다.

일반적으로 정정 불능 확률과 검출 불능 확률은 동시에 커지거나 작아질 수 없다. 다시 말해서 하나의 확률이 작아지면 다른 하나의 확률의 커지는 것이 보통이다. 그러므로 부호가 사용되고 있는 응용이 어떠한 확률을 더 중요시하는가에 따라서 복호 방법이 결정되어야 한다. DVC, CD 등과 같은 응용의 경우 정정 불능 확률을 어느 정도 상승시킬지라도 검출 불능 확률을 떨어뜨리는 것이 바람직하다. CD 및 DAT 등의 비교적 짧은 길이의 부호를 사용하는 응용에서는 복호를 하기 전에 신드롬으로부터 미리 오류의 개수를 판정하여 그 결과를 이용하여 어떠한 복호를 할 것인가를 결정하는 방법을 사용하고 있다. 그러나 길이가 긴 부호를 사용하는 경우에는 시스템의 복잡도 및 시간지연 문제로 인해 이러한 복호 방법을 사용할 수 없다. 따라서 오류 개수를 미리 판단하지 못한다는 전제하에서 정정 불능 확률에서의 열화를 최소화하면서 검출 불능 확률을 줄일 수 있는 복호 방법이 필요하게 된다. 이와 같은 관점에서 다음과 같은 복호 방법의 변화를 생각할 수 있다. 이러한 변화들은 DVD 혹은 DVHS등에도 그대로 적용 가능한 것들이다. 본 논문에서는 실 예로서 DVC video에서 아래의 변화를 적용하여 만들어낸 복호 방법들이 기존의 복호 방법들에 비해서 우수한 성능을 보임을 수학적인 분석을 통해서 보일 것이다.

a. 변화 1 : N(D) > 11일 때 오류 정정하지 않는다. 이는 기존의 복호 방법 2에서 검출 불능 확률을 줄이기 위한 방법으로 사용되었던 변화이다.
b. 변화 2 : N(D) > 11일 때 일반적인 오류 정정을 하되 정정 가능 오류 개수를 최대 개수보다 작은 값으로 한다. DVC video의 경우에는 최대 정정 가능 오류 개수가 5이므로 그 선택의 폭이 그만큼 넓다할 수 있다. 여기서는 3개의 오류만 정정한다.
c. 변화 3 : N(D) = 11일 때 오류 정정을 하지 않는다. N(D)=11인 경우에는 이레이져가 선언되지 않은 곳에 하나라도 오류가 있게 되면 모두 오정정하게 된다. 따라서 이러한 경우에는 오류 정정을 하지 않음으로써 검출 불능 확률을 감소시킬 수 있다. 이와 같은 맥락에서 N(D) = 9일 때에 만약 그 이상의 오류가 검출되는 경우에는 오류 정정하지 않는 방법도 생각할 수 있다.
d. 변화 4 : N(D) = 11일 때 변화 2와 마찬가지로 정정 가능 오류 개수를 최대 개수보다 작은 값으로 하여 오류 정정을 실시한다.
e. 변화 5 : N(D) = 11일 때 이레이져 없는 오류 정정한다.

위의 여러 가지 변화들을 혼합하여 다양한 복호 방법들을 만들어 낼 수 있으며 그들 각각에 대한 오류 확률들은 서로 다른 값들을 갖게 된다. 이들 중에서 그 성능이 다른 방법들과 비교해서 우수하다고 판단되는 것들을 아래에 설명한다. 이들의 오류 확률은 부록에 첨부하였다.

3.3 제안된 복호 방법 A

If	$N(D)\geq 11$, errors only correction up to 3 errors	
else	, erasure correction	

3.4 제안된 복호 방법 B

If	$N(D)\geq 11$,	no correction
If	$Deg(\Lambda)>9$ and $N(D)=9$	, no correction
Else		, erasure correction

3.5 제한된 복호 방법 C

If $N(D)>11$, no correction
If $N(D)=11$, error correction up to 3 errors
If $N(D)<11$, erasure correction

아래 그림들은 지금까지 설명한 기존의 방법들과 제안된 방법들의 성능 곡선이다. 그림 4는 inner 복호 방법 I를 사용할 때 제안된 방법 A가 검출 불능 오류를 가장 많이 줄인다는 것을 보여준다. 그림 5은 제안된 방법 A가 기존의 방법 A의 검출 불능 오류 성능을 향상시킴을, 그림 6는 제안된 방법 C가 기존의 방법 B의 검출 불능 오류 성능을 향상시킴을 각각 보여준다. 물론 이러한 검출 불능 오류 확률의 감소는 전체 오류율의 증가을 가져오지만 이와 같은 전체 오류 확률의 열화는 상대적으로 크지 않음을 확인할 수 있다. 그림 7는 inner 복호 방법 II를 사용할 경우 제안된 복호 방법 B가 검출 불능 오류율을 가장 많이 감소시킴을 보여준다. 8과 9은 각각 기존의 방법 A의 성능보다 제안된 방법 A의 성능이 좋다는 사실과 기존의 방법 B의 성능보다 제안된 방법 C의 성능이 좋다는 것을 나타내고 있다. 그림을 종합해보면 inner 복호 방법 2가 inner 복호 방법 1보다 검출 불능 확률 측면에서 더 좋음을 확인할 수 있다.

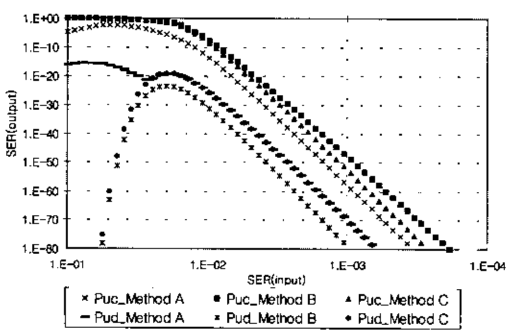

그림 4. 제안된 복호 방법들의 오류 확률 : Inner 부호 복호 방법 1 사용

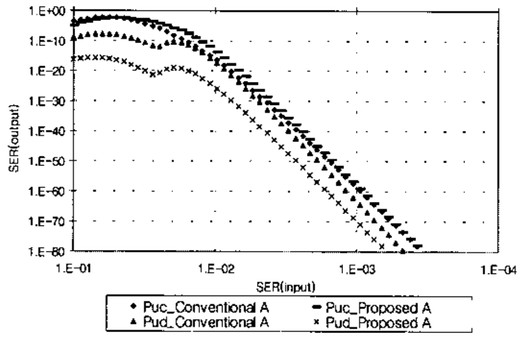

그림 5. 기존의 방법 A와 제안된 방법 A 비교 : Inner 부호 복호 방법 1 사용

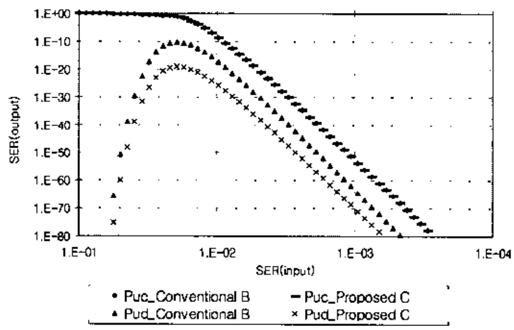

그림 6. 기존의 방법 B와 제안된 방법 C 비교 : Inner 부호 복호 방법 1 사용

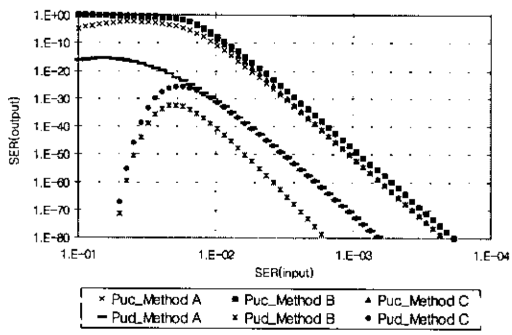

그림 7. 제안된 복호 방법들의 오류 확률 : Inner 부호 복호 방법 2 사용

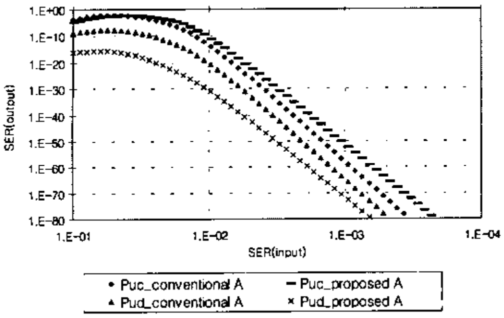

그림 8. 기존의 방법 A와 제안된 방법 A 비교 : Inner 부호 복호 방법 2 사용

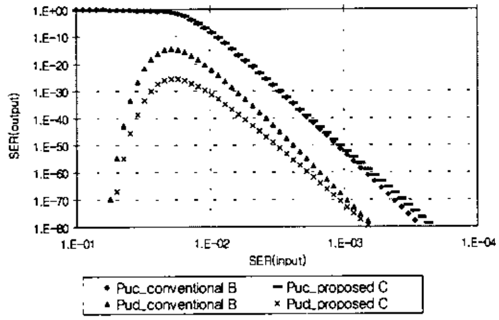

그림 9. 기존의 방법 B와 제안된 방법 C 비교 : Inner 부호 복호 방법 2 사용

Ⅳ. 결 론

본 논문에서는 검출 불능 오류 확률을 줄일 수 있는 RS 적부호에 사용되는 outer 부호 복호 방법들을 제안하였다. 여기서 제시한 방법들은 길이가 긴 RS 부호로 이루어진 적부호에도 적용 가능하다. 오류 확률을 계산한 결과 제안된 방법들이 기존의 방법들보다 검출 불능 오류 확률을 크게 줄일 수 있음이 확인되었다. 물론 검출 불능 오류 확률이 줄었다하여 전체 오류 확률이 줄어든 것은 아니다. 오히려 전체 오류율은 증가하기도 하지만 전체 오류의 증가폭에 비하여 검출 불능 오류 확률의 감소가 훨씬 크다. 게다가 DVC와 같은 저장 매체에서는 검출 불능 확률을 줄이는 것이 더욱 필요하다는 점에서 이와 같은 복호 방법의 변화가 중요한 의미를 갖는다.

참 고 문 헌

[1] P. Elias, "Error free coding," IRE Trans. Inf. Theory, Vol. 4, pp. 29-37, Sept. 1954.

[2] Takao Arai, Hiroo Okamoto, Keizou Nishimura, Masaharu Kobayashi, and Takeshi Takeuchi, "High Capability Error Correction LSI for CD Player and CD ROM," IEEE Trans. on Consumer Electronics, Vol. CE-30, No. 3, pp. 353-359, Aug. 1984.

[3] T. Arai, T. Noguchi, M. Kobayashi, H. Okamoto, "Digital signal processing technology for R-DAT," IEEE Trans. Consumer Electronics, Vol CE-32, No. 3, pp. 416-424, Aug. 1986.

[4] Hise-Chia Chang, C. Bernard Shung, "A (208,192;8) REED-SOLOMON Decoder for DVD Application," Communications, 1998. ICC 98. Conference Record. 1998 IEEE International Conference on Volume: 2, pp. 957-960, 1998.

[5] Richard E. Blahut, Theory and Practice of Error Control Codes, Addison-Wesley publishing company, 1983.

[6] 矢代 光彦, 今井 秀樹, "CIRCスーパーストラテシーの復號特性について," 電子通信學會論文誌, Vol. J66-A, no.3, March, 1983, pp.283-285.

[7] 中島 平太郎, 小高 健太郎, "DATの2重リードソロモン符號の訂正能力," 圖解DAT讀本, オーム社, ISBN4-274-03219-1, 1988, pp.87-90.

부록 : outer 복호기의 오류율

A.1 기존의 복호 방법 A

A.1.1 정정 불능 오류 확률

이 복호 방법을 사용할 때는 다음과 같은 경우들이 정정 불능 오류 확률에 가장 큰 영향을 준다. 여기서 $N(D)$는 (1)에서 선언된 집합 D에 속하는 심볼의 개수, $N(DE)$는 집합 DE에 속하는 심볼의 개수, $N(MC)$는 집합 MC에 속하는 심볼의 개수이다.

a. $N(D)>11,\ N(DE)=6$

$$P_{uc1} \simeq \binom{149}{6} P_{de}^{6} \sum_{i=6}^{143} \binom{143}{i} (p_d - p_{de})^{i} (1-P_d-P_{mc})^{143-i} \frac{6}{149}$$

b. $N(D)=10,\ N(MC)=1$

$$P_{uc2} \simeq \binom{149}{10} P_d^{10} \binom{139}{1} p_{mc} (1-P_d-P_{mc})^{138} \frac{11}{149}$$

c. $N(D)=8,\ N(MC)=2$

$$P_{uc3} \simeq \binom{149}{8} P_d^8 \binom{141}{2} p_{mc}^2 (1-P_d-P_{mc})^{139} \frac{10}{149}$$

d. $N(D)=6,\ N(MC)=3$

$$P_{uc4} \simeq \binom{149}{6} P_d^6 \binom{143}{3} p_{mc}^3 (1-P_d-P_{mc})^{140} \frac{9}{149}$$

e. $N(D)=4,\ N(MC)=4$

$$P_{uc5} \simeq \binom{149}{4} P_d^4 \binom{145}{4} p_{mc}^4 (1-P_d-P_{mc})^{141} \frac{8}{149}$$

f. $N(D)=2,\ N(MC)=5$

$$P_{uc6} \simeq \binom{149}{2} P_d^2 \binom{147}{5} p_{mc}^5 (1-P_d-P_{mc})^{142} \frac{7}{149}$$

g. $N(D)=0,\ N(MC)=6$

$$P_{uc7} \simeq \binom{149}{6} p_{mc}^6 (1-P_d-P_{mc})^{143} \frac{6}{149}$$

정정 불능 확률은 위의 일곱 개의 확률의 합으로 구해진다.

A.1.2 검출 불능 오류 확률

이 확률은 다음과 같은 확률의 총 합으로 근사화 될 수 있다.

a. $N(D)=11,\ N(MC)=1$ 그리고 부호어가 오정정될 확률

$$P_{ud1} \simeq \binom{149}{11} P_d^{11} \binom{138}{1} P_{mc} (1-P_d-P_{mc})^{137} \frac{12}{149}$$

b. $N(D)=9,\ N(MC)=2$ 그리고 부호어가 오정정될 확률

$$P_{ud2} \simeq \binom{149}{9} P_d^9 \binom{140}{2} P_{mc}^2 (1-P_d-P_{mc})^{138} \frac{\binom{140}{3} 255 \binom{3}{1}}{\binom{140}{2} 255^2} \frac{12}{149}$$

c. $N(D)=7,\ N(MC)=3$ 그리고 부호어가 오정정될 확률

$$P_{ud3} \simeq \binom{149}{7} P_d^7 \binom{142}{3} P_{mc}^3 (1-P_d-P_{mc})^{139} \frac{\binom{142}{5} 255 \binom{5}{2}}{\binom{142}{3} 255^3} \frac{12}{149}$$

d. $N(D)=5,\ N(MC)=4$ 그리고 부호어가 오정정될 확률

$$P_{ud4} \simeq \binom{149}{5} P_d^5 \binom{144}{4} P_{mc}^4 (1-P_d-P_{mc})^{140} \frac{\binom{144}{7} 255 \binom{7}{3}}{\binom{144}{4} 255^4} \frac{12}{149}$$

e. $N(D)=3,\ N(MC)=5$ 그리고 부호어가 오정정될 확률

$$P_{ud5} \simeq \binom{149}{3} P_d^3 \binom{146}{5} P_{mc}^5 (1-P_d-P_{mc})^{141} \frac{\binom{146}{9} 255 \binom{9}{4}}{\binom{146}{5} 255^5} \frac{12}{149}$$

f. $N(D)=1,\ N(MC)=6$ 그리고 부호어가 오정정될 확률

$$P_{ud6} \simeq \binom{149}{1} P_d \binom{148}{6} P_{mc}^6 (1-P_d-P_{mc})^{142} \frac{\binom{148}{11} 255 \binom{11}{5}}{\binom{148}{6} 255^6} \frac{12}{149}$$

g. $N(D)>11,\ N(MC)=7$ 그리고 부호어가 오정정될 확률

$$P_{ud7} \simeq \binom{149}{7} P_{de}^7 \sum_{i=5}^{142} \binom{142}{i} (P_d-P_{de})^i (1-P_d-P_{mc})^{142-i} \frac{A_{12}\binom{12}{5}}{\binom{149}{7} 255^7} \frac{12}{149}$$

A.2 기존의 복호 방법 B

A.2.1 정정 불능 오류 확률

방법 B에 대해서 다음과 같은 오류 정정 불능 확률에 영향을 주는 요소가 있다.

a. $N(D)>11$

$$P_{uc1} = \sum_{i=12}^{149} \binom{149}{i} P_d^i (1-P_d)^{149-i} \frac{i}{149}$$

b. $N(D)=10,\ N(MC)=1$

$$P_{uc2} \simeq \binom{149}{10} P_d^{10} \binom{139}{1} p_{mc} (1-P_d-P_{mc})^{138} \frac{11}{149}$$

c. $N(D)=8,\ N(MC)=2$

$$P_{uc3} \simeq \binom{149}{8} P_d^8 \binom{141}{2} p_{mc}^2 (1-P_d-P_{mc})^{139} \frac{10}{149}$$

d. $N(D)=6,\ N(MC)=3$

$$P_{uc4} \simeq \binom{149}{6} P_d^6 \binom{143}{3} p_{mc}^3 (1-P_d-P_{mc})^{140} \frac{9}{149}$$

e. $N(D)=4,\ N(MC)=4$

$$P_{uc5} \simeq \binom{149}{4} P_d^4 \binom{145}{4} p_{mc}^4 (1-P_d-P_{mc})^{141} \frac{8}{149}$$

f. $N(D)=2,\ N(MC)=5$

$$P_{uc6} \simeq \binom{149}{2} P_d^2 \binom{147}{5} p_{mc}^5 (1-P_d-P_{mc})^{142} \frac{7}{149}$$

g. $N(D)=0,\ N(MC)=6$

$$P_{uc7} \simeq \binom{149}{6} p_{mc}^6 (1-P_d-P_{mc})^{143} \frac{6}{149}$$

A.2.2 검출 불능 오류 확률

a. $N(D)=11,\ N(MC)=1$ 그리고 부호어가 오정정될 확률

$$P_{ud1} \simeq \binom{149}{11} P_d^{11} \binom{138}{1} P_{mc} (1-P_d-P_{mc})^{137} \frac{12}{149}$$

b. $N(D)=9,\ N(MC)=2$ 그리고 부호어가 오정정될 확률

$$P_{ud2} \simeq \binom{149}{9} P_d^9 \binom{140}{2} P_{mc}^2 (1-P_d-P_{mc})^{138} \frac{\binom{140}{3} 255 \binom{3}{1}}{\binom{140}{2} 255^2} \frac{12}{149}$$

c. $N(D)=7,\ N(MC)=3$ 그리고 부호어가 오정정될 확률

$$P_{ud3} \simeq \binom{149}{7} P_d^7 \binom{142}{3} P_{mc}^3 (1-P_d-P_{mc})^{139} \frac{\binom{142}{5} 255 \binom{5}{2}}{\binom{142}{3} 255^3} \frac{12}{149}$$

d. $N(D)=5,\ N(MC)=4$ 그리고 부호어가 오정정될 확률

$$P_{ud4} \simeq \binom{149}{5} P_d^5 \binom{144}{4} P_{mc}^4 (1-P_d-P_{mc})^{140} \frac{\binom{144}{7} 255 \binom{7}{3}}{\binom{144}{4} 255^4} \frac{12}{149}$$

e. $N(D)=3$, $N(MC)=5$ 그리고 부호어가 오정정 될 확률

$$P_{ud5} \simeq \binom{149}{3} P_d^3 \binom{146}{5} P_{mc}^5 (1-P_d-P_{mc})^{141} \frac{\binom{146}{9} 255 \binom{9}{4}}{\binom{146}{5} 255^5} \frac{12}{149}$$

f. $N(D)=1$, $N(MC)=6$ 그리고 부호어가 오정정 될 확률

$$P_{ud6} \simeq \binom{149}{1} P_d \binom{148}{6} P_{mc}^6 (1-P_d-P_{mc})^{142} \frac{\binom{148}{11} 255 \binom{11}{5}}{\binom{148}{6} 255^6} \frac{12}{149}$$

A.3 제안된 복호 방법 A

A.3.1 정정 불능 오류 확률

a. $N(D) \geq 11$, $N(DE)=4$

$$P_{uc1} = \binom{149}{4} p_{de}^4 \sum_{i=7}^{145} \binom{145}{i} (P_d - P_{de})^i (1-P_d-P_{mc})^{145-i} \frac{4}{149}$$

b. $N(D)=10$, $N(MC)=1$

$$P_{uc2} = \binom{149}{10} P_d^{10} \binom{139}{1} P_{mc} (1-P_d-P_{mc})^{138} \frac{11}{149}$$

c. $N(D)=8$, $N(MC)=2$

$$P_{uc3} = \binom{149}{8} P_d^8 \binom{141}{2} P_{mc}^2 (1-P_d-P_{mc})^{139} \frac{10}{149}$$

d. $N(D)=6$, $N(MC)=3$

$$P_{uc4} = \binom{149}{6} P_d^6 \binom{143}{3} P_{mc}^3 (1-P_d-P_{mc})^{140} \frac{9}{149}$$

e. $N(D)=4$, $N(MC)=4$

$$P_{uc5} = \binom{149}{4} P_d^4 \binom{145}{4} P_{mc}^4 (1-P_d-P_{mc})^{141} \frac{8}{149}$$

f. $N(D)=2$, $N(MC)=5$

$$P_{uc6} = \binom{149}{2} P_d^2 \binom{147}{5} P_{mc}^5 (1-P_d-P_{mc})^{142} \frac{7}{149}$$

g. $N(D)=0$, $N(MC)=6$

$$P_{uc7} = \binom{149}{6} P_{mc}^6 (1-P_d-P_{mc})^{143} \frac{6}{149}$$

A.3.2 검출 불능 오류 확률

a. $N(D)=9$, $N(MC)=2$

$$P_{ud1} = \binom{149}{9} P_d^9 \binom{140}{2} P_{mc}^2 (1-P_d-P_{mc})^{138} \frac{\binom{140}{3} 255 \binom{3}{1}}{\binom{140}{2} 255^2} \frac{12}{149}$$

b. $N(D)=7$, $N(MC)=3$

$$P_{ud2} = \binom{149}{7} P_d^7 \binom{142}{3} P_{mc}^3 (1-P_d-P_{mc})^{139} \frac{\binom{142}{5} 255 \binom{5}{2}}{\binom{142}{3} 255^3} \frac{12}{149}$$

c. $N(D)=5$, $N(MC)=4$

$$P_{ud3} = \binom{149}{5} P_d^5 \binom{144}{4} P_{mc}^4 (1-P_d-P_{mc})^{140} \frac{\binom{144}{7} 255 \binom{7}{3}}{\binom{144}{4} 255^4} \frac{12}{149}$$

d. $N(D)=3$, $N(MC)=5$

$$P_{ud4} = \binom{149}{3} P_d^3 \binom{146}{5} P_{mc}^5 (1-P_d-P_{mc})^{141} \frac{\binom{146}{9} 255 \binom{9}{4}}{\binom{146}{5} 255^5} \frac{12}{149}$$

e. $N(D)=1$, $N(MC)=6$

$$P_{ud5} = \binom{149}{1} P_d^1 \binom{148}{6} P_{mc}^6 (1-P_d-P_{mc})^{142} \frac{\binom{148}{11} 255 \binom{11}{5}}{\binom{148}{6} 255^6} \frac{12}{149}$$

f. $N(D) \geq 11$, $N(DE)=9$

$$P_{ud6} = \binom{149}{9} p_{de}^9 \sum_{i=2}^{140} \binom{140}{i} (P_d - P_{de})^i (1-P_d-P_{mc})^{140-i} \frac{A_{12} \binom{12}{3}}{\binom{149}{9} 255^9} \frac{12}{149}$$

A.4 제안된 복호 방법 B

A.4.1 정정 불능 오류 확률

a. $N(D) \geq 11$

$$P_{uc1} = \sum_{i=11}^{149} \binom{149}{i} P_d^{\,i} (1-P_d)^{149-i} \frac{i}{149}$$

b. $N(D)=9$, $N(MC)=1$

$$P_{uc2} = \binom{149}{9} P_d^9 \binom{140}{1} P_{mc} (1-P_d-P_{mc})^{139} \frac{10}{149}$$

c. $N(D)=8$, $N(MC)=2$

$$P_{uc3} = \binom{149}{8} P_d^8 \binom{141}{2} P_{mc}^2 (1-P_d-P_{mc})^{139} \frac{10}{149}$$

d. $N(D)=6$, $N(MC)=3$

$$P_{uc4} = \binom{149}{6} P_d^6 \binom{143}{3} P_{mc}^3 (1-P_d-P_{mc})^{140} \frac{9}{149}$$

e. $N(D)=4$, $N(MC)=4$

$$P_{uc5} = \binom{149}{4} P_d^4 \binom{145}{4} P_{mc}^4 (1-P_d-P_{mc})^{141} \frac{8}{149}$$

f. $N(D)=2$, $N(MC)=5$

$$P_{uc6} = \binom{149}{2} P_d^2 \binom{147}{5} P_{mc}^5 (1-P_d-P_{mc})^{142} \frac{7}{149}$$

g. $N(D)=0$, $N(MC)=6$

$$P_{uc7} = \binom{149}{6} P_{mc}^6 (1-P_d-P_{mc})^{143} \frac{6}{149}$$

A.4.2 검출 불능 오류 확률

a. $N(D)=10$, $N(MC)=2$

$$P_{ud1} = \binom{149}{10} P_d^{10} \binom{139}{2} P_{mc}^2 (1-P_d-P_{mc})^{137} \frac{\binom{139}{2} 255 \binom{2}{2}}{\binom{139}{3} 255^2} \frac{12}{149}$$

b. $N(D)=7$, $N(MC)=3$

$$P_{ud2} = \binom{149}{7} P_d^7 \binom{142}{3} P_{mc}^3 (1-P_d-P_{mc})^{139} \frac{\binom{142}{5} 255 \binom{5}{2}}{\binom{142}{3} 255^3} \frac{12}{149}$$

c. $N(D)=5$, $N(MC)=4$

$$P_{ud3} = \binom{149}{5} P_d^5 \binom{144}{4} P_{mc}^4 (1-P_d-P_{mc})^{140} \frac{\binom{144}{7} 255 \binom{7}{3}}{\binom{144}{4} 255^4} \frac{12}{149}$$

d. $N(D)=3$, $N(MC)=5$

$$P_{ud4} = \binom{149}{3} P_d^3 \binom{146}{5} P_{mc}^5 (1-P_d-P_{mc})^{141} \frac{\binom{146}{9} 255 \binom{9}{4}}{\binom{146}{5} 255^5} \frac{12}{149}$$

e. $N(D)=1,\ N(MC)=6$

$$P_{ud5}=\binom{149}{1}P_d^1\binom{148}{6}P_{mc}^6(1-P_d-P_{mc})^{142}\frac{\binom{148}{11}255\binom{11}{5}}{\binom{148}{6}255^6}\frac{12}{149}$$

A.5 제한된 복호 방법 C

A.5.1 정정 불능 오류 확률

a. $N(D)>11$

$$P_{uc1}=\sum_{i=12}^{149}\binom{149}{i}P_d^i(1-P_d)^{149-i}\frac{i}{149}$$

b. $N(D)=11,\ N(DE)=4$

$$P_{uc2}=\binom{149}{4}P_{de}^4\binom{145}{7}P_d^7(1-P_d-P_{mc})^{138}\frac{4}{149}$$

c. $N(D)=10,\ N(MC)=1$

$$P_{uc3}=\binom{149}{10}P_d^{10}\binom{139}{1}P_{mc}(1-P_d-P_{mc})^{138}\frac{11}{149}$$

d. $N(D)=8,\ N(MC)=2$

$$P_{uc4}=\binom{149}{8}P_d^8\binom{141}{2}P_{mc}^2(1-P_d-P_{mc})^{139}\frac{10}{149}$$

e. $N(D)=6,\ N(MC)=3$

$$P_{uc5}=\binom{149}{6}P_d^6\binom{143}{3}P_{mc}^3(1-P_d-P_{mc})^{140}\frac{9}{149}$$

f. $N(D)=4,\ N(MC)=4$

$$P_{uc6}=\binom{149}{4}P_d^4\binom{145}{4}P_{mc}^4(1-P_d-P_{mc})^{141}\frac{8}{149}$$

g. $N(D)=2,\ N(MC)=5$

$$P_{uc7}=\binom{149}{2}P_d^2\binom{147}{5}P_{mc}^5(1-P_d-P_{mc})^{142}\frac{7}{149}$$

h. $N(D)=0,\ N(MC)=6$

$$P_{uc8}=\binom{149}{6}P_{mc}^6(1-P_d-P_{mc})^{143}\frac{6}{149}$$

A.5.2 검출 불능 오류 확률

a. $N(D)=11,\ N(DE)=9$

$$P_{ud1}=\binom{149}{9}P_{de}^9\binom{140}{2}(P_d-P_{de})^2(1-P_d-P_{mc})^{138}\frac{A_{12}\binom{12}{3}}{\binom{149}{9}255^9}\frac{12}{149}$$

b. $N(D)=9,\ N(MC)=2$

$$P_{ud2}=\binom{149}{9}P_d^9\binom{140}{2}P_{mc}^2(1-P_d-P_{mc})^{138}\frac{\binom{140}{3}255\binom{3}{1}}{\binom{140}{2}255^2}\frac{12}{149}$$

c. $N(D)=7,\ N(MC)=3$

$$P_{ud3}=\binom{149}{7}P_d^7\binom{142}{3}P_{mc}^3(1-P_d-P_{mc})^{139}\frac{\binom{142}{5}255\binom{5}{2}}{\binom{142}{3}255^3}\frac{12}{149}$$

d. $N(D)=5,\ N(MC)=4$

$$P_{ud4}=\binom{149}{5}P_d^5\binom{144}{4}P_{mc}^4(1-P_d-P_{mc})^{140}\frac{\binom{144}{7}255\binom{7}{3}}{\binom{144}{4}255^4}\frac{12}{149}$$

e. $N(D)=3,\ N(MC)=5$

$$P_{ud5}=\binom{149}{3}P_d^3\binom{146}{5}P_{mc}^5(1-P_d-P_{mc})^{141}\frac{\binom{146}{9}255\binom{9}{4}}{\binom{146}{5}255^5}\frac{12}{149}$$

f. $N(D)=1,\ N(MC)=6$

$$P_{ud6}=\binom{149}{1}P_d^1\binom{148}{6}P_{mc}^6(1-P_d-P_{mc})^{142}\frac{\binom{148}{11}255\binom{11}{5}}{\binom{148}{6}255^6}\frac{12}{149}$$

김 정 헌(Hong-Yeop Kim) 학생회원

1996년 2월 : 연세대학교 전자공학과 졸업
1998년 2월 : 연세대학교 전자공학과 석사
1998년 3월~현재 : 연세대학 전기전자공학과 박사과정
<주관심 분야> Error Correcting Codes, PN Sequences, CDMA, Spread Spectrum Communication

염 창 열(Chang-Yeol Yum) 정회원

1999년 2월 : 연세대학교 전자공학과 졸업
2001년 3월 : 연세대학교 전기전자공학과 석사
1995년 9월~현재 : 한국전산원 연구원
<주관심 분야> Error Correcting Codes, PN Sequences, Spread Spectrum Communication, IPv6

송 홍 엽(Hong-Yeop Song) 정회원

1984년 2월 : 연세대학교 전자공학과 졸업(학사)
1986년 5월 : USC 전자공학과 졸업(석사)
1991년 12월 : USC 전자공학과 졸업(박사)
1992년~1993년 : Post Doc, USC 전자공학과
1994년~1995년 : Qualcomm Inc., 선임연구원
1995년 9월~현재 : 연세대학교 전기전자공학과 교수
<주관심 분야> Error Correcting Codes, PN Sequences, CDMA, Spread Spectrum Communication

강 구 호(Gu-Ho Kang)
1984년 8월 : 연세대학교 전자공학과 졸업(학사)
1995년 9월~현재 : 삼성전자 디지털미디어 총괄, 수석 연구원
<주관심 분야> 영상신호 압축, 채널코딩

김 순 태(Sun-Tae Kim)
1986년 2월 : 경북대학교 전자공학과 졸업(학사)
1997년 2월 : 아주대학교 전자공학과 졸업(석사)
1986년 2월~현재 : 삼성전자 디지털 미디어 총괄, 책임 연구원
<주관심 분야> 신호 처리, Error Correcting Codes, 영상 처리

백 세 현(Sae-Hyen Baek)
1991년 2월 : 연세대학교 전자공학과 졸업(학사)
1991년 2월 : 삼성전자 디지털 미디어 총괄, 책임 연구원
<주관심 분야> Error Correcting Codes, 신호 처리, 영상처리