

증가평균고장률에 대한 지수성 검정법 연구*

김환중¹⁾

요약

본 논문에서는, 신뢰성분석에서 고려되는 평균고장률의 추이에 관한 검정법에 대해 연구하였다. 즉, 수명분포가 지수분포를 따르는지 또는 수명분포의 평균고장률이 증가하는가를 검정하는 검정통계량을 제안하였다. 제안된 검정통계량은 순서통계량의 선형함수의 형태로 이루어져 있고 대표본 뿐만 아니라 소표본에서도 쉽게 적용될 수 있다. 또한 제안된 검정통계량의 점근상대효율을 평가하기 위해, Klefsjö (1983)가 제안한 검정통계량과 비교하여 보았다.

주요용어: 지수분포, 순서통계량, 증가평균고장률, 점근상대효율, 검정통계량.

1. 서론

신뢰성 분석의 많은 응용분야에서, 노화의 개념은 매우 중요한 역할을 하고 있다. 따라서 노화의 다양한 형태를 모형화하기 위하여 수명분포는 다음과 같은 몇 개의 계급으로 분류된다.

- (1) 증가고장률 (Increasing Failure Rate, IFR) 계급
- (2) 증가평균고장률(Increasing Failure Rate Average, IFRA) 계급
- (3) New Better than Used in Expectation (NBUE) 계급
- (4) 감소평균잔여수명(Decreasing Mean Residual Life, DMRL) 계급.

이 계급들은 각각 DFR, DFRA, NWUE 그리고 IMRL이라 불리우는 쌍대계급을 갖고 있으며 이 계급들의 특성은 Haines (1973), Barlow 와 Proschan (1975)을 참조하면 된다. 그리고 이 계급들 간에는 다음과 같은 관계가 있다.

- (1) $IFR \Rightarrow IFRA \Rightarrow NBUE$
- (2) $IFR \Rightarrow DMRL \Rightarrow NBUE$.

* 이 논문은 우석대학교 교내학술연구비 지원에 의하여 연구됨.

1) (565-701) 전북 완주군 삼례읍 후정리 490, 우석대학교 전산정보학부 전산통계전공, 부교수

E-mail: kimhj@woosuk.ac.kr

시스템의 수명을 나타내는 확률변수 T 는 비율의 연속확률변수로서 절대연속인 분포함수 $F(t)$, 생존함수 $\bar{F}(t) = 1 - F(t)$, 확률밀도함수 $f(t)$ 그리고 유한 평균 μ , 즉, $E[T] = \mu$ 를 가진다고 가정한다. 이 때, 만약 $-(1/t)\ln\bar{F}(t)$ 가 $t(\geq 0)$ 에 관하여 증가하면 분포 F 는 IFRA 계급에 속한다고 정의된다. 또한 그의 쌍대계급 DFRA(Decreasing Failure Rate Average)계급은 $-(1/t)\ln\bar{F}(t)$ 가 $t(\geq 0)$ 에 관하여 감소하면 분포 F 는 DFRA 계급에 속한다고 정의된다. 그리고 $-(1/t)\ln\bar{F}(t)$ 가 상수로서 일정하면 그 분포가 지수분포를 따르기 위한 필요충분조건이 된다. IFRA 계급은 지수분포를 포함해서 응집시스템이 유지되는 분포들 중에서 가장 작은 계급을 형성하는 바람직한 특성을 갖는다. 또한, IFRA계급은 유용하면서도 다양한 충격모형을 갖는 수명분포에서도 나타난다. 즉, 시간의 흐름 속에서 포아송과정에 따라 충격이 발생하고, 그 충격들은 서로 독립적이면서 랜덤하게 시스템에 손상을 일으키면서, 임계값이 초과되는 시점까지 손상이 누적되는 시스템에서 고장이 발생하는 경우에 나타난다. 위와 같이 IFRA 계급이 시스템의 수명을 적절하게 잘 설명하기 때문에 신뢰성 이론에서 중요하게 다루어진다.

$H_1: F$ 는 IFRA 계급에 속한다에 대한 $H_0: F$ 가 지수분포를 따른다는 가설을 검정하기 위하여, Klefsjö(1983)는 척도화 TTT-변환에 기초한 IFRA 계급에 대한 검정통계량 B 를 제안하고 그 성질을 논의하였다, 여기에서 척도화 TTT-변환은 $\varphi_F(t) = \int_0^{F^{-1}(t)} \bar{F}(u)du/\mu$ 로 정의되고 Barlow 와 Campo (1975)에 의해 소개되었다. 본 논문에서는, F 가 IFRA 계급에 속하면, $\varphi_F(t)/t$ 는 $0 \leq t \leq 1$ 구간에서 감소한다는 성질을 이용하여 검정통계량을 제안하였다. 제안된 검정통계량은 순서통계량의 선형함수의 형태로 이루어져있고 대표본 뿐만 아니라 소표본에도 쉽게 적용될 수 있다.

2장에서는 H_1 에 대한 H_0 을 검정하기 위한 새로운 검정통계량을 제안하고 소표본, 즉, 표본의 크기가 $n = 2$ 부터 $n = 30$ 까지의 임계값을 구하려 한다.

3장에서는, 대표본 하에서의 점근검정법을 제안하고, 제안된 검정통계량의 일치성과 점근상대효율을 살펴보고자 한다.

마지막으로 4장에서는 제안된 검정통계량의 검정력을 Klefsjö(1983)의 검정통계량 B 와 비교하기 위하여 소표본 모의실험을 실시하고자 한다.

2. 제안된 검정통계량

먼저 확률변수 X_1, X_2, \dots, X_n 의 순서통계량을 $X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(n)}$ 이라 가정하면, 경험적 분포함수 $F_n(X_{(i)}) = i/n, i = 0, 1, \dots, n$ 이며, 경험적 생존함수 $\bar{F}_n(X_{(i)}) = (n - i)/n, i = 0, 1, \dots, n$ 으로 정의된다, 여기에서 $X_{(0)} = 0$. 이 때, A_F 를 $\bar{F}_n(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 면적이라 하고, A_F^i 를 $x > X_{(i)}$ 경우에 $\bar{F}_n(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 면적이라고 하면 $A_F = \bar{X}_n, A_F^i = \sum_{j=i+1}^n D_j/n$, 여기에서 $D_j = (n - j + 1)(X_{(j)} - X_{(j-1)})$, $j = 1, 2, \dots, n$ 이고 정규화간격(normalized spacing)이라고 부른다. 위의 A_F^i 에 관한 등식에서 $i = 0$ 이면, $A_F^0 = A_F = \bar{X}_n$ 따라서 $\bar{X}_n = \sum_{j=1}^n D_j/n$ 이고 $T_n = \sum_{j=1}^n D_j = \sum_{j=1}^n X_j$ 로 정의된다. 그리고 $S_j = \sum_{h=1}^j D_h, j = 1, 2, \dots, n$ 이라고 하면, $S_0 = 0$ 이며 $S_n = T_n$ 이다. 또한, $u_j = S_j/T_n$ 이라 정의할 때, TTT - plot은 $(j/n, u_j)$ 값을 좌표 평면상에 타점한 후 이웃하는

점들을 직선으로 연결함으로써 그려진다.

이제 다음과 같은 가설을 검정하는 문제를 고려해 보자.

$H_0 : F(t) = 1 - \exp(-\lambda t) \ (t \geq 0, \lambda > 0)$ for λ unspecified

versus

$H_1 : F(t)$ 는 IFRA 계급에 속하나 지수분포는 아니다.

먼저 Klefsjö(1983)가 제안한 IFRA 검정통계량을 살펴보자. 그는 F 가 IFRA 계급에 속하면, $\varphi_F(t)/t$ 가 $0 \leq t \leq 1$ 구간에서 감소한다(Barlow, 1979)는 성질을 이용하여 이를 TTT -plot에 적용하였다. 즉, $u_i/(i/n) > u_j/(j/n)$ for $j > i, i = 1, 2, \dots, n-1$, 그리고 이 식에 ij/n 을 곱한 후 i 와 j 에 대하여 더한 후 이를 정리하여 다음과 같은 검정통계량을 제안하였다;

$$B = \sum_{j=1}^n \beta_j D_j / T_n,$$

여기에서 $\beta_j = (2j^3 - 3j^2 + j(1 - 3n - 3n^2) + 2n + 3n^2 + n^3) / 6$ 이다.

또한 F 가 IFRA 계급에 속하면, $\varphi_F(t)/t$ 는 $0 \leq t \leq 1$ 구간에서 감소하므로, $s < t$ 구간에서 $\varphi_F(t)/t < \varphi_F(s)/s$ 이 성립한다. 위 사실을 이용하여 우리는 다음과 같은 모수를 제안하였다;

$$T_2(F) = \int_0^\infty \int_y^\infty \{F(x)F(y)\}^2 \{\varphi_F(s)/s - \varphi_F(t)/t\} dF(x)dF(y).$$

모수 $T_2(F)$ 가 양의 값을 가지면 대립가설 H_1 이 성립할 것으로 기대된다. 그리고 $T_2(F)$ 는 지수분포와 비지수분포이면서 IFRA 계급간의 편차의 측도임을 알 수 있다.

$G(x)$ 를 분포함수 $F(x)$ 에 대응하는 재생분포 또는 평형분포라 정의하면 $\bar{G}(x) = 1 - G(x) = \int_x^\infty \bar{F}(u)du/\mu$ 이며 또한 평형분포 $G(x)$ 와 $\varphi_F(t)$ 사이에는 $\varphi_F(t) = G(F^{-1}(t))$ 관계가 성립한다. 이 때, $t = F(x)$ 그리고 $s = F(y)$ 라 하면, $\varphi_F(t) = G(x)$ 그리고 $\varphi_F(s) = G(y)$ 이 성립한다. 따라서 $T_2(F)$ 는 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$T_2(F) = \int_0^\infty \left\{ (2/15)\bar{F}^5(t) - (1/6)\bar{F}^2(t) - (1/30) \right\} dG(t),$$

모수 $T_2(F)$ 의 통계량은 다음 과정에 따라 유도된다. 먼저 앞의 정의에 의하여 $\bar{G}_n(X_{(i)}) = A_F^i/A_F = \sum_{j=i+1}^n D_j / \sum_{j=1}^n D_j, i = 0, 1, \dots, n-1$, 여기에서 $\bar{G}_n(X_{(n)}) = 0$. 따라서 $\Delta \bar{G}_n(X_{(i)}) = \bar{G}_n(X_{(i)}) - \bar{G}_n(X_{(i-1)}) = -D_i / \sum_{j=1}^n D_j, i = 1, 2, \dots, n$. 그러므로, $\Delta G_n(X_{(i)}) = -\Delta \bar{G}_n(X_{(i)}) = D_i / \sum_{j=1}^n D_j, i = 1, 2, \dots, n$.

따라서 $T_2(F)$ 의 표본통계량을 아래와 같이 얻을 수 있으며, 이를 검정통계량으로 제안한다.

표 2.1: 검정통계량 $(1980n)^{1/2}B_{2n}$ 의 기각값

n	Lower tail			Upper tail		
	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.10$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.10$
2	-0.2596	-0.2491	-0.2360	-0.0262	-0.0131	-0.0026
3	-1.5563	-1.2715	-1.0581	0.5910	0.7647	0.9965
4	-1.9237	-1.4714	-1.1882	0.7328	1.0047	1.4392
5	-1.9969	-1.5251	-1.2521	0.8022	1.0974	1.6142
6	-2.0398	-1.5748	-1.2945	0.8632	1.1671	1.7093
7	-2.0826	-1.6010	-1.3162	0.9031	1.2184	1.7795
8	-2.1143	-1.6210	-1.3316	0.9339	1.2562	1.8336
9	-2.1421	-1.6359	-1.3417	0.9585	1.2862	1.8758
10	-2.1652	-1.6475	-1.3490	0.9786	1.3107	1.9101
11	-2.1847	-1.6568	-1.3542	0.9955	1.3311	1.9386
12	-2.2012	-1.6643	-1.3581	1.0100	1.3484	1.9628
13	-2.2153	-1.6704	-1.3611	1.0226	1.3634	1.9836
14	-2.2274	-1.6754	-1.3631	1.0337	1.3765	2.0017
15	-2.2379	-1.6795	-1.3647	1.0435	1.3881	2.0176
16	-2.2471	-1.6830	-1.3658	1.0523	1.3985	2.0318
17	-2.2552	-1.6859	-1.3666	1.0603	1.4077	2.0445
18	-2.2623	-1.6883	-1.3671	1.0676	1.4162	2.0559
19	-2.2687	-1.6904	-1.3674	1.0742	1.4238	2.0662
20	-2.2744	-1.6921	-1.3675	1.0803	1.4308	2.0765
21	-2.2795	-1.6936	-1.3675	1.0859	1.4373	2.0843
22	-2.2841	-1.6948	-1.3674	1.0911	1.4432	2.0922
23	-2.2883	-1.6959	-1.3672	1.0959	1.4487	2.0995
24	-2.2921	-1.6969	-1.3670	1.1004	1.4538	2.1063
25	-2.2955	-1.6976	-1.3667	1.1046	1.4586	2.1126
26	-2.2987	-1.6983	-1.3663	1.1085	1.4631	2.1185
27	-2.3016	-1.6988	-1.3659	1.1123	1.4673	2.1240
28	-2.3042	-1.6993	-1.3655	1.1158	1.4712	2.1292
29	-2.3067	-1.6997	-1.3651	1.1191	1.4749	2.1340
30	-2.3090	-1.7000	-1.3647	1.1222	1.4784	2.1386

$$\begin{aligned}
 B_{2n} &= \sum_{i=1}^n \left\{ (2/15)(i/n)^5 - (1/6)(i/n)^2 + (1/30) \right\} D_i/T_n \\
 &= \sum_{i=1}^n w_{2i} D_i/T_n,
 \end{aligned}$$

여기에서 $w_{2i} = (2/15)(i/n)^5 - (1/6)(i/n)^2 + (1/30)$. 만약 F 가 IFRA 계급에 속하며 지수분포가 아니면, B_{2n} 은 양의 값을 가질 것으로 기대할 수 있다.

B_{2n} 은 H_0 하에서, 척도불변성을 가지므로, 우리는 Langenberg와 Srinivasan(1979)의 기법을 B_{2n} 에도 다음과 같이 동일하게 적용할 수 있다. 즉,

$$\begin{aligned}
 \Pr(B_{2n} > k) &= \Pr\left(\sum_{i=1}^n w_{2i} D_i / \sum_{i=1}^n D_i > k\right) \\
 &= \sum_{i=1}^n \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n [(w_{2i} - k)/(w_{2i} - w_{2j})] \delta_i,
 \end{aligned}$$

여기에서 $\delta_i = I(w_{2i} > k)$ 이며 $I(\cdot)$ 는 지시함수(Indicator function)이다.

위 식을 이용하여, H_1 에 대한 H_0 을 검정하기 위하여, H_0 하에서, 검정의 크기 α 와 표본의 크기 n 을 변화시키면서 $\Pr(B_{2n} < k) = \alpha$ 또는 $\Pr(B_{2n} > k) = \alpha$ 를 만족시키는 임계값 k 의 표를 작성하였다. 표 2.1에는 표본의 크기 $n = 2, \dots, 30$ 이고 유의수준 $\alpha = 0.10, \alpha = 0.05$ 그리고 $\alpha = 0.01$ 에서 검정통계량 $(1980n)^{1/2} B_{2n}$ 의 기각값이 제시되었다.

3. 제안된 검정통계량의 성질

3.1. 귀무가설 하에서 B_{2n} 의 점근분포

우리는 여기에서 제안된 검정통계량이 귀무가설이 성립할 때의 분포 F_0 에 대한 약간의 가정 하에서 점근적으로 정규분포를 따른다는 것을 증명하려고 한다. 검정통계량 B_{2n} 은 다음 식과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned}
 B_{2n} &= (1/\bar{X}_n)(1/n) \sum_{i=1}^n w_{2i} D_i \\
 &\simeq (1/\bar{X}_n)(1/n) \sum_{i=1}^n w'_{2i} X_{(i)},
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

여기에서

$$w'_{2i} = (4/5)(i/n)^5 - (2/3)(i/n)^4 - (1/2)(i/n)^2 + (1/3)(i/n) + (1/30). \tag{3.2}$$

식 (3.1) 과 (3.2)에서,

$$B_{2n} \simeq (1/\bar{X}_n)(1/n) \sum_{i=1}^n B_2(i/n)X_{(i)},$$

여기에서 $B_2(u) = (4/5)u^5 - (2/3)u^4 - (1/2)u^2 + (1/3)u + (1/30)$. 즉, B_{2n} 은 근사적으로 순서통계량의 선형함수의 형태를 가진다. 그러므로 우리는 Stigler (1974)의 결과를 적용할 수 있다. 즉, $\int_0^\infty t^2 dF(t) < \infty$ 과 $\sigma^2(B_2, F) > 0$ 이라 가정할 때, $n^{(1/2)}(B_{2n} - (\mu(B_2, F)/\mu)) \rightarrow N(0, \sigma^2(B_2, F)/\mu^2)$, 여기에서 μ 는 분포 F 의 평균이며, $\mu(B_2, F) = \int_0^\infty x B_2(F(x)) dF(x)$ 그리고 $\sigma^2(B_2, F) = \int_0^\infty \int_0^\infty B_2(F(x)) B_2(F(y)) [F(\min(x, y)) - F(x)F(y)] dx dy$. 특히 H_0 하에서, $(1980n)^{(1/2)} B_{2n} \xrightarrow{d} N(0, 1)$.

그러므로, 근사적으로 유의수준 α 에서, 만약 $(1980n)^{(1/2)} B_{2n} \geq z_\alpha$ 이면, IFRA 검정 절차는 H_0 를 기각하고 $H_1 : F$ 는 IFRA 계급에 속한다는 대립가설을 채택한다. 또한 이와 유사하게, 만약 $(1980n)^{(1/2)} B_{2n} \leq -z_\alpha$ 이면, $H_1 : F$ 는 DFRA 계급에 속한다는 H_0 검정에서, H_0 를 기각한다.

3.2. 제안된 검정통계량의 일치성

여기에서, 우리는 검정의 일치성의 정의대로 표본의 크기 $n \rightarrow \infty$ 이면, 검정력은 1의 값을 가진다는 것을 보이려고 한다.

먼저, F 는 IFRA 계급에 속하고 연속인 분포이면서 $\int_0^\infty t^2 dF(t) < \infty$, 그리고 $\sigma^2(B_2, F) > 0$ 이라고 가정하자. 그러면, 점근검정통계량의 검정력함수는 $\gamma(T_2(F)) = P(B_{2n} > (1980n)^{(1/2)} z_\alpha)$, 여기에서 z_α 는 표준정규분포의 상위 α -분위수이다.

$\gamma(T_2(F)) = \Phi((- (1980n)^{(1/2)} z_\alpha + \mu(B_2, F)/\mu) / (\sigma(B_2, F) / (n^{(1/2)} \mu)))$ 이고 또한 $T_2(F) = \mu(B_2, F)/\mu$ 이므로 다음이 성립한다.

$$\gamma(T_2(F)) = \Phi((- (1980n)^{(1/2)} z_\alpha + T_2(F)) / (\sigma(B_2, F) / (n^{(1/2)} \mu))).$$

또한, F 가 IFRA 계급에 속하면, $T_2(F) > 0$ 이므로 다음이 성립한다.

$$\gamma(T_2(F)) \rightarrow \Phi(+\infty) = 1, \text{ as } n \rightarrow \infty.$$

즉, B_{2n} 은 일치성을 갖는다.

3.3. B_{2n} 의 점근효율

여기에서는 제안된 검정통계량의 Pitman의 점근상대효율(Asymptotic Relative Efficiency, ARE)을 평가하기 위해 아래에 나열된 네 개의 분포에 대해 Klefsjö(1983)의 검정통계량 B 와 제안된 검정통계량 B_{2n} 을 비교하고자 한다.

(a) 감마분포

$$F_1(x) = \int_0^x (1/\Gamma(1+\theta)) e^{-t} t^\theta dt, \quad x \geq 0, \theta \geq 0$$

(b) 선형고장률분포

$$F_2(x) = 1 - \exp[-(x + \theta(x + e^{-x} - 1))], \quad x \geq 0, \theta \geq 0$$

(c) Makeham 분포

$$F_3(x) = 1 - \exp[-(x + (\theta x^2)/2)], \quad x \geq 0, \theta \geq 0$$

(d) Weibull 분포

$$F_4(x) = 1 - \exp[-x^{(1+\theta)}], \quad x \geq 0, \theta \geq 0$$

위에 나열된 네 개의 분포 F_1, F_2, F_3 과 F_4 에서, $\theta = \theta_0 = 0$ 일 때 귀무가설 H_0 이 성립한다. 점근상대효율의 값을 계산해보면 다음과 같다. $e_{F_1}(B_{2n}, B) = 0.7945$, $e_{F_2}(B_{2n}, B) = 1.5491$, $e_{F_3}(B_{2n}, B) = 1.2026$ 그리고 $e_{F_4}(B_{2n}, B) = 0.9364$.

4. 모의실험 및 결론

본 장에서는 소표본 모의실험을 통하여 제안된 검정통계량 B_{2n} 의 검정력을 Klefsjö(1983)의 검정통계량 B 와 비교해 보고자 한다. 모의실험은 3장에서 언급한 네 개의 분포에 대해서 표본크기가 5, 10, 15, 20, 25, 30인 경우에, 유의수준 $\alpha = 0.05$ 와 $\alpha = 0.10$ 에서 실시하였으며 난수는 IMSL 서브루틴을 이용하여 생성하였다. 생성된 각 표본에 대해 B_{2n} 과 B 의 값을 10,000번 반복 계산하여 표 4.1부터 표 4.4까지의 결과를 얻었다.

모의실험 결과, 감마분포와 Weibull분포에서는 B 의 검정력이 B_{2n} 의 검정력 보다 약간 더 우수하였으며 선형고장률분포와 Makeham분포에서는 B_{2n} 의 검정력이 B 의 검정력 보다 약간 더 우수함을 알 수 있었다. 따라서, 선형고장률분포와 Makeham분포에서는 새로이 제안한 검정통계량 B_{2n} 를 IFRA 계급의 검정통계량으로 추천한다.

표 4.1: 감마분포에서의 검정력 비교

n	$\theta = 0.5$				$\theta = 1.0$			
	$\alpha = 0.10$		$\alpha = 0.05$		$\alpha = 0.10$		$\alpha = 0.05$	
	B_{2n}	B	B_{2n}	B	B_{2n}	B	B_{2n}	B
5	.2775	.2012	.2077	.1110	.4020	.3225	.3146	.1820
10	.2803	.3057	.1649	.1800	.4675	.5298	.3133	.3584
15	.3450	.3832	.2120	.2420	.6127	.6885	.4515	.5236
20	.4072	.4476	.2616	.2915	.7281	.7905	.5707	.6442
25	.4591	.5075	.3121	.3489	.8038	.8592	.6627	.7425
30	.5185	.5865	.3629	.4255	.8558	.9137	.7396	.8250

표 4.2: 선형고장률분포에서의 검정력 비교

n	$\theta = 0.5$				$\theta = 1.0$			
	$\alpha = 0.10$		$\alpha = 0.05$		$\alpha = 0.10$		$\alpha = 0.05$	
	B_{2n}	B	B_{2n}	B	B_{2n}	B	B_{2n}	B
5	.2143	.1527	.2077	.1110	.2494	.1855	.1857	.0976
10	.1852	.1975	.1021	.1084	.2486	.2604	.1430	.1518
15	.2280	.2289	.1310	.1307	.3160	.3139	.1943	.1983
20	.2611	.2431	.1591	.1408	.3724	.3500	.2427	.2195
25	.2954	.2752	.1826	.1630	.4356	.4034	.2894	.2611
30	.3332	.3138	.2093	.1951	.4867	.4548	.3407	.3156

표 4.3: Makeham분포에서의 검정력 비교

n	$\theta = 0.5$				$\theta = 1.0$			
	$\alpha = 0.10$		$\alpha = 0.05$		$\alpha = 0.10$		$\alpha = 0.05$	
	B_{2n}	B	B_{2n}	B	B_{2n}	B	B_{2n}	B
5	.1907	.1275	.1378	.0643	.2186	.1545	.1604	.0786
10	.1460	.1533	.0770	.0805	.1886	.2013	.1044	.1106
15	.1692	.1727	.0911	.0923	.2316	.2338	.1311	.1353
20	.1903	.1745	.1012	.0946	.2618	.2526	.1587	.1455
25	.2045	.1933	.1178	.1081	.2986	.2849	.1829	.1699
30	.2228	.2196	.1325	.1308	.3340	.3269	.2117	.2054

표 4.4: Weibull분포에서의 검정력 비교

n	$\theta = 0.5$				$\theta = 1.0$			
	$\alpha = 0.10$		$\alpha = 0.05$		$\alpha = 0.10$		$\alpha = 0.05$	
	B_{2n}	B	B_{2n}	B	B_{2n}	B	B_{2n}	B
5	.3889	.3111	.3035	.1752	.6094	.5615	.5168	.3690
10	.4614	.5042	.3106	.3398	.8193	.8618	.6746	.7318
15	.6111	.6577	.4482	.4922	.9412	.9594	.8712	.9012
20	.7283	.7553	.5672	.6023	.9818	.9889	.9501	.9609
25	.8072	.8274	.6729	.7044	.9960	.9973	.9842	.9884
30	.8597	.8852	.7455	.7882	.9980	.9991	.9937	.9959

참고문헌

- [1] Barlow, R.E. (1979). Geometry of the total time on test transform. *Naval Research Logistics Quarterly*, **26**, 393-402.
- [2] Barlow, R.E. and Campo, R. (1975). Total time on test processes and applications to failure data analysis. In *Reliability and Fault Tree Analysis*, ed. R.E. Barlow, J. Fussell and N.D. Singpurwalla, SIAM, Philadelphia, 451-481.
- [3] Barlow, R.E. and Proschan, F. (1975). *Statistical Theory of Reliability and Life Testing : Probability Models*. New York : Holt, Rinehart and Winston.
- [4] Haines, A. (1973). Some contributions to the theory of restricted classes of distributions with applications to reliability theory. Ph.D. dissertation. The George Washington University.
- [5] Klefsjö, B. (1983). Some Tests against aging based on the total time on test transform. *Communications in Statistics-Theory and Method.*, **12**(8), 907-927
- [6] Langenberg, P. and Srinivasan, R. (1979). Null distribution of the Hollander and Proschan statistic for decreasing mean residual life. *Biometrika*, **66**, 679-680.
- [7] Stigler, S.M. (1974). Linear functions of order statistics with smooth weight function. *The Annals of Statistics*, **43**, 1136-1146.

[2001년 4월 접수, 2001년 7월 채택]

Test for Increasing Failure Rate Average Class*

Kim, Hwanjoong¹⁾

ABSTRACT

In this thesis, a new test statistic is proposed for testing exponentiality versus Increasing Failure Rate Average (IFRA) alternatives. This test statistic, which is based on a linear function of the order statistics from the sample, is readily applied in the case of small sample as well as large sample. Also, this test statistic is more simple than the test statistic of Klefsjö(1983). Also the comparisons of IFRA tests in the sense of ARE are given and we show that the proposed test statistic is consistent against IFRA alternatives.

Keywords: Exponentiality; Order statistic; Test statistic; Increasing failure rate average; ARE; Consistent.

* The research of Kim, Hwanjoong was supported by Woosuk University, Korea.

1) Associate Professor, Department of Computer Science and Statistics, Woosuk University.

E-mail: kimhj@woosuk.ac.kr