

파장경로주기를 이용하는 다중광섬유 광 통신망에서의 몇가지 결과들

(Some Results on the Multi-Fiber Optical Networks with
Wavelength Routing)

김 은 생 [†] 최 흥 식 ^{**}
(Eunsaing Kim) (Hongsik Choi)

요 약 파장 경로주기 통신망은 근원지에서 목적지까지 정보가 빛의 형태로 전달되는 전광 통신망이다. 정보는 빛의 길을 통해 전달되어 지는데 이는 광 채널들을 교환 연결방식을 이용하여 연결함으로써 만들어진다. 링크간의 연결이 복수개의 광섬유로 이루어진 파장 경로주기 통신망에서는 광섬유간의 교환 능력을 통해 더욱 효율적으로 채널들을 이용할 수 있다. 이 논문에서는 주어진 연결 요구들을 충족시키는 오프라인 채널 지정문제를 통하여 링이나 트리 구조를 갖는 통신망에서 광섬유간의 교환 능력이 미치는 영향을 조사해 보았다. 주어진 연결 요구들은 하나의 변수인 부하로 나타내 진다. 링의 형태를 갖는 통신망에서 부하를 교환기의 크기에 대한 함수로 나타냄으로써 교환기의 크기가 미치는 영향을 수량화했고, 트리의 형태를 갖는 통신망에서는 일반적으로 부하가 L 일 때 하나의 링크에 L 개의 채널을 사용하여 채널 지정을 얻기에는 광섬유간의 교환이 충분하지 않다는 반증을 보였다.

Abstract Wavelength routing network is all optical in the sense that the information flows from source to destination through lightpath. This lightpath is all optical circuit switched connections composed of optical channels. Wavelength routing network with multi-fiber links can utilize channels better through the switching capability between fibers. In this paper we investigate the effects of switching capability by considering off line channel assignment in ring and tree topologies. A set of lightpath is characterized by a single parameter called load. We quantify the effect of switch size by deriving a bound on the load as a function of the switch size in ring topologies. In tree topologies, we can construct an example to show that switching between fibers is not sufficient to obtain a channel assignment using L channels per link where L is the load in general.

1. 서 론

파장 분할 방식(Wavelength Division network)과 함께 파장 경로주기(routing)는 광역의 중심 통신망에서 정보를 전달하는 기전으로 가장 각광 받고 있는 것으로 여겨진다. WDM 파장 경로주기 통신망은 물리적인 광 토대(optical infrastructure)위에 만들어진 많은 종류의 통신망에서 운송 링크(transport link)로 사용할 수 있기를 기대해 왔던 빛의 길(lightpath)을 만들 수 있게

해주었다. 빛의 길이란 출발지에서 빛의 형태로 보내진 정보가 도중에 다른 형태로 변환되지 않고 목적지까지 빛의 형태로 계속 전달되어질 수 있는 길을 의미한다. 이는 빛의 길을 이루고 있는 출발지에서 도착지까지 각 링크에서 하나의 채널 혹은 파장을 선택하고 이를 연결함으로써 만들어질 수 있다. 각 노드에서 파장 변환(conversion)을 할 수 있는 능력이 있는지의 여부, 즉 정보를 노드에 들어오는 채널의 파장과 다른 파장을 쓰는 나가는 채널을 통해 보낼 수 있는가, 에 따라 채널을 선택할 수 있는 범위와 방법이 달라지게 된다. 만약 이런 파장 변환 능력이 없다면 빛의 길을 이루는 모든 채널들은 하나의 파장을 사용해야만 한다. 파장 변환 능력은 빛의 길을 이루는 채널들을 보다 자유롭게 선택할 수 있게 해줌으로써 채널의 이용률(utilization)을 높일

[†] 비 회 원 : 한림대학교 컴퓨터학과
eunsaing1@nctzero.com

^{**} 종신회원 : 한림대학교 컴퓨터공학과 교수
choi@sun.hallym.ac.kr

논문접수 : 2000년 1월 19일

심사완료 : 2000년 12월 26일

수 있을 것이다.

미래에 만들어질 실질적인 광통신망에서는 하나의 링크를 연결하기 위해서 하나의 광섬유를 설치하기보다는 여러 개의 광섬유를 다발로 설치할 것으로 기대된다. 이와 같은 광통신망을 다중광섬유 광(multi-fiber)통신망이라 하자. 다중광섬유 광 통신망의 각 링크에서 사용 가능한 채널의 수는 하나의 광섬유가 제공하는 파장의 수에 다발을 이루는 광섬유의 개수의 곱이 된다. 이때 같은 파장을 이용하는 채널간의 교환이 허용된다면 파장 변환 없이도 채널의 이용률을 높일 수 있을 것이다. 예를 들면 들어오는 채널의 파장과 같은 파장을 사용하는 여러 개의 다른 광섬유에 존재하는 채널들 가운데 나가는 채널을 선택하는 공간 교환(Space Switch)을 생각해 볼 수 있다. 이와 같은 경우 빛의 길은 그 경로를 이루는 각 링크에서 사용 가능한 많은 여러 광섬유상의 같은 파장을 사용하는 채널들을 연결함으로써 만들 수 있다. 파장 변환 능력이 없는 경우 다른 파장을 이용하는 채널들로 빛의 길을 만들 수 없음을 유의하자.

1.1 동기

이 논문은 파장간의 변환 능력은 없고, 광섬유사이에 어느 정도의 교환 능력이 있는 다발 광 통신망을 주로 다루었다. 그 동기는 다음과 같다. 각 노드에 K 개의 링크가 연결되어 있고 각 링크는 d 개의 광섬유로 연결되어 있고 각 광섬유는 W 개의 파장을 사용할 수 있는 통신망을 상정해 보자. 이 경우 같은 파장을 사용하는 채널들간의 교환을 허용하는 재구성성이 가능한 다중광섬유 광통신용 경로 설정기(router)의 구조에 대해 살펴보자. 이 경로 설정기는 [1]의 구조를 참조했을 때 용량이 W 인 Kd 개의 믹스/디믹스(mux/demux)와 크기가 $Kd \times Kd$ 인 W 개의 교환기(Switch)가 필요하다. 하지만 각 링크가 하나의 광섬유로 이루어진 단일 광섬유(single fiber) 통신망을 생각해 보자. 같은 수의 채널(Wd /링크)과 같은 정도의 교환 능력을 갖는 재구성 경로 설정기를 구성하기 위해서 크기가 Wd 인 K 개의 믹스/디믹스와 크기가 $Kd \times Kd$ 인 교환기 W 개 그리고 KdW 개의 파장 변환기가 필요하다. 여기서 변환기는 임의의 파장을 갖는 입력을 고정된 파장의 출력으로 바꾸어주게 된다. 믹스/디믹스가 일반적으로 광섬유 격자화(fiber grating)에 의해 만들어지고 수동적(passive)인 장치임을 감안한다면 경로 설정기의 값은 교환기와 파장 변환기에 의해서 좌우된다. 주의할 것은 다발 광섬유 경로 설정기가 파장 변환기를 사용하지 않는데 반해 단일 광섬유 경로 설정기는 같은 크기의 교환기를 사용하면서도 파장 변환기를 필요로 한다. 두 종류의 설정기가 모두 같은 정도의 채널 교환 능력을 보유하고 있다면

제한된 파장 변환 능력을 갖는 단일 광 통신망보다는 광섬유 사이의 교환능력을 갖는 다중광섬유 광 통신망이 더 경쟁력이 있을 것이다. 따라서 이 논문에서는 파장 변환이 가능한 통신망에 대해서는 다루지 않겠다.

1.2 통신망 모형(Model)

통신망은 그래프 $G=(V, E)$ 로 표현할 수 있다. 노드의 집합 V 는 N 개로 이루어졌고 각 노드는 편의상 $0, 1, \dots, N-1$ 로 번호를 정하자. 링크 $e \in E$ 는 방향을 갖는 링크로써 d 개의 광섬유로 이루어졌고 각각의 광섬유는 $0, 1, \dots, d-1$ 로 표현하자. 각 광섬유는 $0, 1, \dots, W-1$ 로 표현되는 W 개의 파장을 수용한다. 따라서 채널은 링크, 광섬유, 파장의 조합으로 표현된다. 링크 $e \in E$ 의 j 번째 광섬유의 i 번째 파장으로 이루어진 채널을 $\lambda_{ij}^e(e)$ 로 표현하자. 이 논문에서는 통신망의 위상이 양방향인 경우를 다룬다. 즉 링크 (v_i, v_j) 가 있다면 반드시 링크 (v_j, v_i) 도 있음을 의미한다.

두개의 채널이 빛의 길을 만들 때 한 노드를 중심으로 연결될 수 있다면 그 두 채널은 노드에 붙어있다고 표현하기로 한다. 예를 들자면 붙어있는 채널은 그림 1에서와 같이 노드내부의 선으로 연결될 수 있다. 이 논문에서는 같은 파장을 이용하는 채널만이 붙어 있을 수 있다. 광섬유간의 교환능력은 교환도(switching degree) $c \leq d$ 에 의해 결정된다. 교환도 c 의 의미는 주어진 파장을 갖는 d 개의 입력 채널과 d 개의 출력 채널의 링크 쌍(pair)이 아래와 같은 특성을 갖는 $\lceil \frac{d}{c} \rceil$ 개의 집합으로 나누어진다는 것을 뜻한다.

a) 어떤 집합도 c 개 이상의 채널을 갖지 못한다. b)

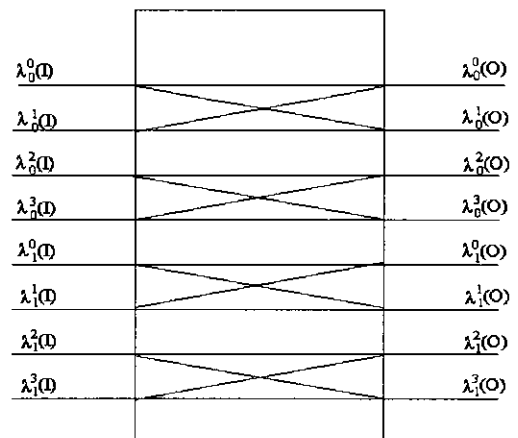


그림 1 노드에 붙여진 채널들

각 입력 집합의(또는 출력 집합의) 모든 채널들은 정확하게 하나의 출력 집합(혹은 입력 집합)의 모든 채널에 붙어 있다. 교환도가 c 인 노드는 $c \times c$ 교환기로 만들 수 있다. 예를 들어 두개의 파장 대를 사용하고 $d=4$ 인 입/출력 링크 쌍의 채널들은 그림 1의 형태를 갖는다. 이 노드의 교환도 c 는 2이다.

이 논문에서는 링이나 트리의 형태를 갖는 통신망에서 오프라인 지정문제를 통해서 광섬유간의 교환이 미치는 영향에 대하여 조사했다. 오프라인 지정은 일련의 빛의 경로들이 주어지면 모든 빛의 경로를 같이 고려해서 채널을 지정하는 것이다. 이에 반해 온라인 채널 지정은 도착과 출발이 동적인 빛의 경로들에게 채널을 지정하는 것이다. 오프라인 지정은 보다 어려운 온라인 지정의 성능 한계 및 지정에 대한 통찰력을 제공할 뿐 아니라 대역폭을 요구하는 응용문제에 유용하다.

하나의 빛의 길들의 집합은 통신망의 방향성 경로(이를 최단거리 경로로 가정하자)들의 집합으로 정의되며 이를 요구(request)라고 부른다. 요구가 주어지면 채널 지정하기(channel assignment)는 요구에 대한 경로마다 그 경로상의 모든 링크에 하나의 채널을 지정하게 되는데 이 채널들은 경로를 이루는 노드를 매개체로 모두 연결되어져 있게 된다. 요구를 만족시켜주는 채널 지정이 가능할 때 요구가 만족되었다고 말한다. 하나의 요구는 양방향 빛의 길로 이루어졌다고 가정하자. 즉 v_i 에서 v_j 로의 빛의 길이 있다면 v_j 에서 v_i 로의 빛의 길이 있음을 의미한다. 또 빛의 길이 사용하는 각 방향으로 있는 채널들이 서로 방향이 다른 링크를 사용한다는 것 이외에는 같은 채널임을 가정하자. 이 가정 때문에 링크나 빛의 경로가 한쪽 방향인 경우로 생각할 수 있다(링이라면 시계방향으로 트리라면 루트에서 멀어지는 방향). 어떤 요구 R 에 대하여 $L_{\min}(R)$ 과 $L_{\max}(R)$ 을 각각 어떤 특정한 링크를 지나가는 경로들의 최저 혹은 최대 수라고 정의하자. 요구 R 은 부하라고 불리는 하나의 변수로 나타낼 것이다. 이를 $L_{\max}(R)$ 이라 정의한다. $L_{\min}(R)=L_{\max}(R)$ 인 경우 요구 R 이 균등하다고 한다. 문맥상 혼란스럽지 않을 때는 부하를 단순히 L 로 표현한다.

1.3 관련 연구

1.1에서의 논의로부터 광섬유간 교환 능력을 갖는 다중광섬유 광섬유 통신망과 제한된 파장 변환 능력을 갖는 단일 광섬유 통신망사이에 채널 지정 면에서 논리적인 관계가 있음을 알 수 있다. 따라서 다중광섬유 광섬유 통신망에서의 채널 지정 문제에 대한 관련 연구에 제한

된 파장 변환 통신망에 관한 연구를 포함시킬 수 있다.

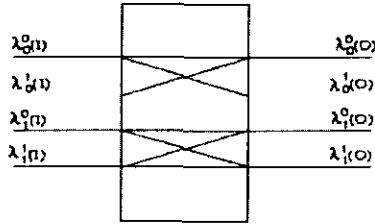
다발-광섬유 파장 경로 주기 광 통신망은 [3,4,5,6]에서 연구되어 왔다. 동적 트래픽 상황에서의 막음(blocking) 성능에 관한 평가를 위한 트래픽 모델은 [3, 4,5]에서 볼수있다. 동적 트래픽에서 막음 확률을 최소화하기 위한 목적으로 휴리스틱 파장지정 알고리즘이 [5,4,6]에서 제안되었다. 오프라인 채널 지정문제는 일반적인 위상에서 $NP-hard$ 로 알려져 있고 파장 변환이 허용되지 않는 단일 광섬유 링에서도 역시 $NP-hard$ 이다[7]. 단일 광섬유 링에서의 채널지정은 순환 아크(arc)그래프에서의 색깔 주기 문제와 같고[8], 요구를 만족시키기 위하여 $2L-1$ 개 이하의 파장을 사용하는 알고리즘이 제시되었다[9]. 정확히 $2L-1$ 개의 파장이 필요로 하는 요구의 예가 [9]에서 제시되었다.

제한된 파장 변환을 허용하는 단일 광섬유 링과 나무 구조에서의 채널 지정문제가 [10]에서 다뤄졌다. [10]에서는 필요로 하는 파장변환의 양이 변환도라는 변수로 표현되었다. 변환도가 k 인 노드는 하나의 각 채널이 최고 k 개의 다른 채널로 변환될 수 있다. $W-1$ 의 부하를 충족시킬 수 있는 노드에서 지정된 파장 변환을 허용하는 링 통신망과 W 의 부하를 충족시킬 수 있는 노드에서 제한된 양의 파장 변환을 허용하는 통신망에 대한 연구가 이뤄졌다. 이 논문의 첫 부분은 보다 제한된 채널 연결 환경에서 얻어진 결과란 점에서 [10]의 연구와 구별된다. 예를 들어, 같은 수의 채널을 사용하였을 때 다중광섬유 광섬유 라우터에서와 단일 광섬유 라우터에서의 채널 연결 형태가 그림 2(a)와 (b)에 각각 나타난다. 그림 2(a)에서는 각 링크당 2개의 광섬유가 있고 각 광섬유당 2개의 파장이 있으며, 교환도가 2이다. 그림 2(b)에서는 4개의 파장이 있고 변환도가 2이다. 그림 2(b)의 연결되는 정도는 교환도가 2인 다중광섬유 광섬유 노드에서 얻어질 수 없는데 이는 파장간의 변환이 허용되지 않기 때문이다. 따라서 교환도가 k 인 다중광섬유 광섬유 통신망에서 변환도가 k 인 단일 광섬유에서와 같은 요구를 만족시키기 위해서는 (아마 적은 전체 가격을 갖게 되겠지만) 보다 많은 채널을 필요로 하게 된다.

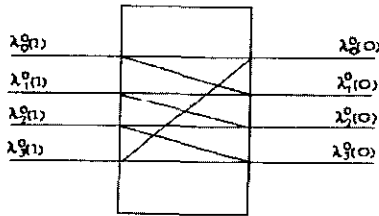
모든 노드에 $d \times d$ 크기의 스위치를 갖는 d -광섬유 통신망에서 빛의 경로의 길이에 대한 여러 다른 조건에서 요구를 만족하기 위해 필요한 파장의 수에 관한 한계들이 [11]에서 다뤄졌다. 이 논문에서 얻은 결과는 그 결과들의 일반화로 볼 수 있다.

단일 광섬유 트리에서 채널 지정에 관한 문제는 [12]에 언급되었고, 잘 알려진 다중 그래프에서의 에지 색깔

주기에 대한 Shannon 한계[13]를 이용하여 요구를 만족시키기 위한 파장의 수에 상한 값이 $\lfloor 3L/2 \rfloor$ 임을 보였다.



(a)



(b)

그림 2 (a) 광 섬유간 교환도 2 (b) 파장간 변환도 2

2. 링 위상

2장에서는 만족시킬 수 있는 균일한 요구의 부하에 대한 한계 값을 구할 것이다. 이는 N 개의 노드가 링 위상을 가질 때 광섬유의 개수 D , 파장의 개수 W , 변환도 c 의 함수로 나타내질 것이다.

몇 가지 용어들을 설명하겠다. 이들 중 몇 가지는 [10]에 소개되어있다.

【정의 2.1】 채널에 다중 사이클(MCC)은 구별되는 채널들의 순열이다(c_0, c_1, \dots, c_{l-1}). 여기서 l 은 N 의 배수이다. 이 순열은 어떤 노드 u 에서 시작해서 시계방향으로 링을 한번 이상 순환한 후 노드 u 에서 멈춘다. 더욱이 $i=0, \dots, l-1$ 에 대하여 채널 c_i 와 $c_{i+1 \bmod l}$ 이 연결되어 있다. MCC의 중복도는 이것이 링을 몇 번 순환하였는가를 뜻한다. 즉, l/N 이다. 그림 3은 중복도가 각각 1, 1, 2인 세 개의 MCC를 보여주고 있다 (굵은 선이 MCC를 나타낸다).

【정의 2.2】 다중 경로(MCR)는 경로들의 순열

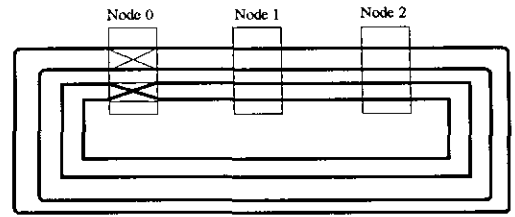


그림 3 링에서의 MCC 들

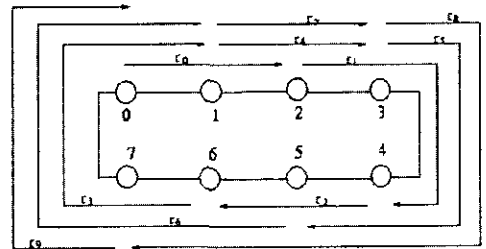


그림 4 MCR의 예

$\{r_0, r_1, \dots, r_{l-1}\}$ 이다. 여기서 l 은 $d_i = s_{i+1 \bmod l}$ 이고 s_i 와 d_i 는 경로 r_i 의 근원지와 목적지이다. ($i=0, \dots, l-1$) 다시 말하면, MCR은 한 노드에서 시작해서 시계방향으로 링을 한번 이상 순환한 후 같은 노드에서 끝나는 경로의 순열을 뜻한다. MCR의 중복도는 링을 순환한 횟수를 뜻한다.

예를 들자면, 그림 4에서 $\{r_0, r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6, r_7, r_8, r_9\}$ 인 MCR의 중복도는 3이고 $\{r_0, r_1, r_2, r_3, r_4, r_8, r_9\}$ 인 MCR에 중복도는 2이다. 2개의 MCR 모두 노드 0에서 시작한다. 이 예에서는 노드 0에서 시작하는 중복도가 1인 MCR은 없다.

모든 균일한 요구는 다음의 조건을 만족하는 몇 개의 MCR로 분할될 수 있다. 요구를 이루는 각 라우트는 정확히 하나의 MCR에 속하고 모든 라우트는 MCR 중 하나에는 반드시 속해야만 한다. 어떤 요구가 속한 MCR분할을 찾기 위해서는 노드 s_0 에서 시작하는 MCR을 만든다. 그후 남아 있는 경로들을 이용하여 임의의 노드 s_1 에서 다른 MCR을 구성한다. 이를 모든 경로가 MCR 중 하나에는 속하게 될 때까지 반복한다. 이는 요구가 균일하기 때문에 가능하다. 즉, 한 노드에서 시작하는 경로가 있다면 그 노드에서 끝나는 경로도 있기 때문이다. 여러 개의 MCR의 중복도들의 합은 요구의 부하와 같음에 유의하자. 역으로 MCR의 집합은

여러 개의 MCR 의 중복도의 합과 같은 부하를 갖는 균일한 요구를 만들 수 있다.

【정의 2.3】

임의의 양의 정수 β 에 대해 링크당 a 개의 채널을 갖고 있는 링이 있다 하자. 여기서 $a = j\beta$ 이며 $j \geq 1$ 는 정수이다

$\sum_{i=0}^{j-1} m_{i\beta} = \beta$ 를 만족하는 임의의 정수 $m_{i\beta}, \dots, m_{(j-1)\beta}$ 가 주어졌을 때 다음의 조건을 만족시키면서 링의 채널들을 분할할 수 있을 때 이 링을 β -MCC링 통신망이라 한다.

조건: j 개의 MCC모임, H_0, H_1, \dots, H_{j-1} ,이 형성될 수 있는데 이 때 $H_i = \{H_{i\beta}, \dots, H_{(i+1)\beta}\}$ 이며 각각의 $H_{i\beta}$ 의 중복도는 $m_{i\beta}$ 이다.

먼저 다음 보조 정리를 증명하겠다. 증명은 [10]의 결과를 기본으로 한다.

【보조정리 2.1】 부하가 최대 β 인 모든 요구는 어떤 β -MCC링 통신망에서도 성립될 수 있다.

증명은 부록을 참조하기로 하고 의미를 살펴보자. 이 보조정리는 β -MCC링 통신망이 연속된 하나의 채널로 여겨질 수 있기 때문에 최대 부하가 β 인 모든 요구에 대해 낭비되는 채널의 부분 없이 사용될 수 있음을 뜻한다. 다른 의미로는 채널의 위상이나 노드의 교환도 등에 관계없이 채널이 β -MCC를 이룬다면 최대 부하가 β 인 모든 요구의 구성 요구가 겹침 없이 충족된다는 뜻이다.

이 장에서의 주요 결과는 다음과 같다.

【정리 2.1】 각 광섬유 당 W 개의 파장을 갖는 d -광섬유 링에서 임의의 한개 노드만이 교환도 c 를 갖는다고 하자. 여기서 $d = kc$ 라 하자. 그 외의 모든 노드는 교환도 1 즉 들어오는 채널을 대응되는 하나의 나가는 채널로만 연결될 수 있다고 하자. 이러한 링 통신망에서는 최단 거리 경로주기를 사용하여 부하 L 을 가지면서 아래와 같은 조건을 만족하는 요구는 성립될 수 있다.

$L \leq kW(2c-1)/2 : kW = \text{even}$ 인 경우

$L \leq (kW(2c-1)+1)/2 : kW = \text{odd}$ 인 경우

이 정리가 의미하는 것은 링크 당 광섬유의 수, 광섬유당 파장의 수, 특정한 한 개 노드의 교환도가 주어졌을 허용할 수 있는 요구의 최대 부하에 대한 한계를 나타낸다. 따라서 주어진 변수들의 변화에 따라 허용하는 요구의 최대 부하를 계산하여 다른 구성과의 성능을 비교할 수 있게 할뿐 아니라 최대 요구를 만족시키는 구성을 위한 변수 계산에 사용될 수 있다.

이에 대한 증명은 부록을 참조하고 다음의 보조 정리

를 먼저 증명하자.

【보조정리 2.2】 정리 2.1에 기술된 링 통신망은 c -MCC링이다.

증명은 부록에 있으며 이 보조 정리는 정리 2.1의 링이 c -MCC이므로 최대 부하가 c 인 부하를 갖는 요구를 만족한다는 뜻이다.

3. 트리에서의 파장 지정

여하한 위상에서도 부하가 L 인 균일(uniform) 요구를 성립시켜주기 위한 링크 당 채널수의 하한 값은 L 이다. 단일 광섬유를 갖는 트리에서는 상한값으로 $\lfloor 3L/2 \rfloor$ 이 알려져 있다[12]. 광섬유간 교환 능력을 갖는 다중광섬유 광섬유 통신망에서도 이 상한값은 그대로 적용될 수 있다. 하지만 다음과 같은 질문을 생각해 보자. 각 링크 당 $W > 1$ 인 다중광섬유 광섬유 트리 위상 통신망에서 광섬유간의 변환능력을 이용하여 부하가 L 인 요구를 링크 당 L 개의 채널만을 이용하여 성립시킬 수 있는가? (물론 $d < L$ 인 경우이며 그렇지 않다면 문제가 너무 간단해 진다. 이 논문에서는 아래와 같은 반례를 만들어으로써 위 문제의 대담은 부정적임을 보여 준다.)

만약 부하가 L^* 인 요구 R 을 성립시키기 위해 링크 당 L^* 개의 채널을 사용했고 각 노드의 변환도가 $1 < d < L^*$ 이라 하자. 그러면 반드시 $L(Q_d) = d$ 인 균일 요구 $Q_d \subset R$ 이 존재한다. 예를 들면 Q_d 는 특정한 파장을 사용하는 채널들로만 지정된 경로들로만 이루어진 경우이다. 이제 이것이 불가능하다는 것을 반례를 구성함으로써 증명하겠다.

이장의 주요결과는 다음 정리이다.

【정리 3.1】 이진 트리 T 와 부하가 $L(R) = 2^t$ 인 요구가 주어진다면 부하가 $L(Q_d) = d$ 인 균일 요구 $Q_d \subset R$ 은 존재하지 않는다. 단 $t > 0$ 인 정수이며 $1 \leq d \leq L(R)$ 이다.

이 정리가 의미하는 것은 일반적인 위상은 차지하고 심지어 간단한 위상을 갖는 이진 트리 구조에서도 링크 당 L 개의 채널만 이용하여 부하가 L 인 요구를 성립할 수 없음을 의미한다. 따라서 단일 광섬유를 갖는 트리의 경우와 마찬가지로 다발 광섬유를 갖는 통신망에서도 채널의 하한 값인 L 을 만족할 수 없다는 뜻이다.

몇 개의 보조정리들을 통하여 이 정리를 증명하겠다. 자세한 증명은 부록을 참조하기 바란다. 다음에 나오는 3개의 보조 정리는 정수의 특성에 관한 것이다. 첫째 모든 양의 정수는 두 정수의 곱으로 표현될 수 있다. 즉

$n = pq, p = 2^k, q = 2j + 1$. 여기서 k 와 j 는 음이 아닌 정수이다. 이는 모든 양의 정수가 유일무이한 인수들의 곱의 형태를 갖기 때문이다. 양의 정수 $n = 2^k(2j + 1)$ 가 주어진다면 우리는 순환적으로 수열 (m_0, m_1, \dots, m_k) 를 다음과 같이 정의 할 수 있다: $m_0 = n$ 그리고 모든 $1 \leq u \leq k$ 에 대하여 $m_i = n - m_{i-1}/2$. 이제 순열 (m_0, m_1, \dots, m_k) 에 대하여 다음과 같은 결과를 만들 수 있다. 아래 보조 정리들에 대한 증명은 부록을 참조하기로 한다. 이 보조 정리들이 의미하는 것은 순열 (m_0, m_1, \dots, m_k) 이 감소하는 순열이고 각각의 원소는 양수이고 m_k 는 홀수이고 그 외는 모두 짝수임을 의미하는데 이 순열은 이진 트리에서 하한값 L 을 만족시키는 채널 할당이 존재하지 않는다는 반증을 보이는데 사용될 것이다.

【보조 정리 3.1】 $0 \leq i \leq k$ 이면 $m_i > 0$ 이고 $1 \leq i \leq k$ 이면 $m_i < n$ 이다.

【보조 정리 3.2】 모든 $i > 0$ 에 대해 $m_i = n(2x_i - 1)/2^i$ 를 만족하는 양의 정수 x_i 가 존재한다.

【보조 정리 3.3】 $0 \leq i \leq k$ 인 모든 i 에 대해 $m_k = 2y_k + 1$ 일 때 $m_i = 2y_i$ 를 만족하는 음이 아닌 정수 y_i 가 존재한다.

보조정리 3.1과 3.2, 3.3.으로부터 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

【따름 3.1】 $0 \leq i < k$ 인 모든 i 에 대해 m_i 는 짝수인 양의 정수이며 m_k 는 홀수인 양의 정수이다.

t 를 정수라 할 때 부하 $L^* = 2^t$ 를 갖는 균일한 요구 R 을 과 이진 트리 T 를 만들어 보자.

$n = 2^t$ 라하고 (m_0, m_1, \dots, m_k) 를 위에서 정의한 순열이라 하자. 즉 $2^t = m_0$ 그리고 모든 $1 \leq u \leq k$ 에 대하여 $m^i = n2^i - m_{i-1}/2$. 따름 3.1.로부터 $0 \leq i < k$ 인 모든 i 에 대해 m_i 는 짝수인 양의 정수이며 m_k 는 홀수임을 알 수 있다.

그림 5를 참조하라. 정점의 집합 $V(T)$ 와 에지의 집합 $E(T)$ 는 다음과 같이 정의되고 $V(T) \stackrel{\text{def}}{=} \{u_i | 0 \leq i \leq t+1\} \cup \{v_i | 0 \leq i \leq t\}$

$$E(T) \stackrel{\text{def}}{=} \{(u_i, u_{i+1}) | 0 \leq i \leq t\} \cup \{(u_i, v_i) | 0 \leq i \leq t\}.$$

균일한 요구는 $R \stackrel{\text{def}}{=} \bigcup_{i=0}^t (R_i^1 \cup R_i^2)$ 로 정의된다. 여기서 $0 \leq i < t$ 일 때 R_i^1 은 $m_i/2$ 개의 경로들의 집합을 나타낸다. 각 경로는 v_i 로부터 u_i 와 u_{i+1} 을 통해 u_{i+2}

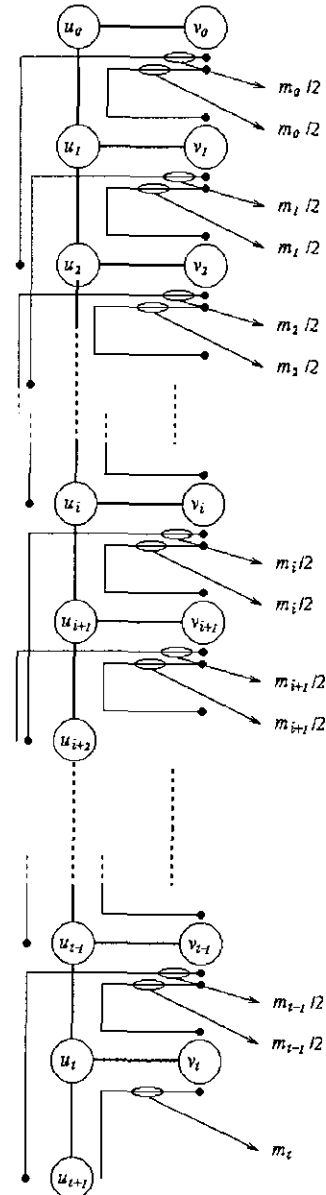


그림 5 이진 트리의 예

를 연결한다 즉 $\langle v_i, u_i, u_{i+1}, u_{i+2} \rangle \in R_i^1$ 이다. R_i^2 도 $m_i/2$ 개의 경로들의 집합을 나타낸다. 각 경로는 v_i 로부터 u_i 와 u_{i+1} 을 통해 v_{i+1} 를 연결한다 즉 $\langle v_i, u_i, u_{i+1}, v_{i+1} \rangle \in R_i^2$ 이다. 또 R_i^1 은 v_i 에서 u_i 를 통해 u_{i+1} 을 연결하는 m_i 개의 경로들의 집합을 나타낸다.

즉 $\langle v_i, u_i, u_{i+1} \rangle \in R_i^1$ 이다. $R_i^2 = \emptyset$ 이다.

위와 같은 방법으로 트리 T 와 경로 R 를 만들고 이를 이용하여 부하가 $L(Q_d) = d$ 인 균일한 요구 $Q_d \subset R$ 이 존재하지 않음을 증명하자. $1 \leq d < L^* = 2^l$ 라 하면 d 는 다음과 같이 표현될 수 있다. $d = 2^{l_d}(2j_d + 1)$. 여기서 $d < 2^l$ 이므로 $l_d < l$ 이다.

【보조 정리 3.4】 $1 \leq d \leq 2^l$ 일 때 부하 $L(Q_d) = d$ 인 균일한 요구 $Q_d \subset R$ 이 존재한다면 $0 \leq i < l$ 인 각 i 에 대해 $|Q_d \cap R_i^1| = |Q - d \cap R_i^2|$ 이다.

4. 결론

이 논문에서, 우리는 파장간 변환을 허용하지 않고 다수의 광섬유를 사용하는 파장 경로 주기 통신망에서 광섬유간의 교환 능력의 영향에 대해 조사하였다. 이를 링 위상이나 트리 위상에서의 오프라인 채널 지정 문제를 통하여 알아보았다. 각 노드의 변환 능력은 그 노드의 교환도로 나타내었다.

하나의 노드에만 광섬유간의 교환 능력을 갖추고 있는 링의 경우 요구를 성립시킬 수 있는 부하의 한계를 최소 경로 경로주기를 가정하여서 링크 당 광섬유의 수 d , 링크당 파장의 수 W , 변환도 c 의 함수로 증명하였다. 이 한계는 제한된 변환 능력의 효과를 평가하는데 유용하다. 이 한계를 이용하여 우리는 모든 교환 능력 혹은 파장간 변환을 갖추었을 때 얻을 수 있는 한계인 Wd 와 아무런 변환을 허용하지 않았을 때의 가장 좋고 알려진 한계인 $d(W+1)/2$ 와 비교할 수 있다.

나무 위상에서는 광섬유간의 변환 능력만을 이용하여 부하 L 의 요구를 성립시켜주기 위한 채널의 수로 가장 좋은 하한값인 L 을 맞출 수 있겠는가 하는 문제를 제기하였다. 이 문제의 해결은 불가능하다는 것을 반례를 통하여 증명하였다.

몇 가지 방향의 향후 연구를 생각해 볼 수 있다. 나무 구조에서는 광섬유간의 변환 없이도 각 링크당 $\lfloor 3L/2 \rfloor$ 개의 채널이 있다면 채널 지정이 가능하다. 이 논문에서 보여 준 것은 L 개의 채널로는 불가능하다는 것이다. 따라서 광섬유간의 변환만으로 실현 가능한 값은 $\lfloor 3L/2 \rfloor$ 과 L 사이의 어떤 값인가를 찾는 것도 흥미로운 문제이다. 또한 제한된 광섬유간의 변환이 허용되어질 때 온라인 지정문제도 고려할 수 있겠다. 광섬유간 변환이 채널의 수 외의 다른 면(예를 들자면, 막음(blocking) 성능과 같은)에 미치는 영향도 관심이 있다. 이 논문에서는 링이나 트리에서의 영향을 살펴보았는데 그물망이나 하이퍼큐브등 다른 구조에서의 효과도 향후

연구되어야 할 것이다.

부 록

<보조 정리 2.1의 증명> 부하가 $L(R) = \beta$ 인 요구 R 을 생각하자. 부하가 β 보다 작은 경우는 이에 포함되므로 생략한다. 요구의 MCR분할의 $\{M_0, \dots, M_{l-1}\}$ 이라 하자. 여기서 각각의 중복도는 m_0, \dots, m_{l-1} 이고 $\sum_{i=0}^{l-1} m_i = L(R) = \beta$ 이다. 링이 β -MCC임으로 중복도가 각각 m_0, \dots, m_{l-1} 인 MCC의 집합 H_0, \dots, H_{l-1} 들이 존재한다. 채널지정은 단순히 H_i 의 채널을 M_i 의 경로에 지정함으로써 얻을 수 있다. 여기서 $i = 0, \dots, l-1$ 이다. ■

<보조 정리 2.2의 증명> 여기서는 개괄적인 증명만을 보이도록 하겠다. 간단히 하기 위하여 0 번째 노드가 변환도 c 라하자. 이것은 크기가 $c \times c$ 인 스위치를 k 개 사용함으로써 가능해 진다. 더욱이 우리는 노드 0에서 모든 $i = 0, \dots, W-1$ 에 대해 $\lambda_i^c(I), \dots, \lambda_i^{(j+1)c-1}(I)$ 가 $j = 0, \dots, k-1$ 인 모든 $\lambda_i^c(O), \dots, \lambda_i^{(j+1)c-1}(O)$ 에 모두 하나씩 연결되어 있음을 가정하였다. 여기서 I 와 O 는 각기 노드 0에서 의 입력 링크와 출력 링크를 나타낸다. 채널들은 kW 개의 집합인 MCC모임 $\{H_0, \dots, H_{kW-1}\}$ 로 다음과 같이 나뉘어 진다. 모든 $i = 0, \dots, kW-1$ 에 대해 $w \stackrel{\text{def}}{=} \lfloor i/k \rfloor, f \stackrel{\text{def}}{=} c(i \bmod k), H_i \stackrel{\text{def}}{=} \{\lambda_w^j(e) : j = f, \dots, f+c-1 ; e \in E\}$ 이다. 이제 위에 분할 H_i 로부터 임의의 MCC를 생각해보자. $\sum_{e \in E} m_e$ 을 만족하는 임의의 양의 정수 $M_{i_0}, M_{i_1}, M_{i_2}, \dots$ 가 주어진다면, 채널의 집합 $\{\lambda_w^f(e), \dots, \lambda_w^{f+m_{i_0}-1}(e) : e \in E\}$ 은 중복도가 m_{i_0} 인 MCC H_{i_0} 를 이룬다. 이는 $j = 0, \dots, m_{i_0}-1$ 일 때 $\lambda_w^{f+j}(N-1, 0)$ 와 $\lambda_w^{f+(j+1) \bmod m_{i_0}}((0, 1))$ 이 연결되어 있기 때문이다.

이는 노드 0의 교환도가 c 이기 때문이다. 또한 $i = 0, \dots, N-2$ 인 i 에대해 $\lambda_w^i((i, i+1))$ 과 $\lambda_w^i(((i+1, (i+2) \bmod N)))$ 임에 주의하자. MCC $H_{i_0}, \dots, H_{i_{l-1}}$ 도 같은 방법으로 만들어진다. 따라서 링은 c -MCC이다. ■

<정리 2.1의 증명> kW 가 홀수인 경우와 짝수인 경우를 나누어 고려하겠다.

경우1. kW 가 짝수인 경우. R 이 부하 $L^* \stackrel{\text{def}}{=} kW(2c-1)/2$ 인 균일한 요구라고 하자. 이제 이 요구를 다음을 만족하는 3개의 균일한 요구 R_1, R_2, R_3 로 나누겠다. 요구 R 에 있는 모든 경로들은 3개의 집합 중 정확히 한곳에 속해 있어야 한다. 물론

R 에 있는 경로들 이외에 여분의 경로들을 포함할 수도 있다. 우리는 우선 $L(R_1)=L(R_2)=c$ 임과 $L(R_3)=L^*-2c+1$ 임을 보이겠다. 그러면 보조 정리 2.1과 2.2에 의해 각 링크당 c 개의 채널을 이용하여 R_1 과 R_2 를 성립시킬 수 있다. 이는 요구 R 의 부하를 $c-MCC$ 링에서 매 링크마다 $2c$ 개의 채널을 사용할 때마다 $2c-1$ 씩 줄일 수 있음을 의미한다. 링크마다 사용 가능한 채널의 수가 kCW 이므로 R 은 성립될 수 있다. 이제 R 을 R_1, R_2, R_3 으로 나누는 과정을 보이겠다.

R 에 속해 있는 경로의 시작이 되는 임의의 노드 u_0 에서 시작하여 R 의 MCR 분할은 다음과 같이 만들 수 있다. M_0 를 노드 u_0 에서 시작하는 MCR 이라 하자. 그러면 링에서 시계방향으로 다음 노드를 선택하자. 이를 u_1 이라 하면 이는 $R-M_0$ 에 속해 있는 경로들 중 하나의 시작점일 것이다. 이를 시작점으로 MCR M_1 을 만들자. M_0, \dots, M_{i-1} 을 이와 같은 방법으로 만든 MCR 분할이라 하고 m_0, m_1, \dots, m_{i-1} 을 각각의 중복도라 하자. 일반성을 잃지 않고도 $u_0 < u_1 < \dots < u_{i-1}$ 이라 가정할 수 있겠다.

j_1 은 $\sum_{i=0}^{j_1} m_i \geq c$ 를 만족하는 가장 작은 정수라 하고 $\xi \stackrel{\text{def}}{=} c - \sum_{i=0}^{j_1-1} m_i$ 로 $\theta \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{i=0}^{j_1} m_i - c = m_{j_1} - \xi$ 라 정의하자. M_{j_1} 에 있는 경로들을 이용하여 u_{j_1} 에서 시작하는 요구 R' 을 경로 $r_1 \in M_{j_1}$ 이 u_{j_1} 을 ξ 번 지나칠 때까지 혹은 $\xi-1$ 번 지나친 후 u_{j_1} 에서 끝날 때까지 만들자. 그와 같은 경로는 j_1 과 ξ 의 정의에 의해서 반드시 존재한다. 여기서 R' 은 하나의 경로가 끝나는 곳을 다음 경로의 시작으로, 시계방향으로 계속 고려한 순열로써 이루어지게 된다. 만약 r_1 이 u_{j_1} 에서 끝난다면 $s_1 \stackrel{\text{def}}{=} u_{j_1}$ 이라 놓고 r_1 을 R' 에 포함시키자. 아니라면 s_1 을 r_1 의 출발지라 하고 r_1 을 R' 에 포함시키지 말자. $d_0 = (s_1, u_{j_1})$ 을 끼워 넣는 잉여의 길이라 하자. 물론 $s_1 = u_{j_1}$ 이면 그 길이는 0이 된다. 그러면 $X \stackrel{\text{def}}{=} R' \cup \{d_0\}$ 는 중복성이 ξ 인 MCR 이 된다. 따라서 $R_1 \stackrel{\text{def}}{=} \bigcup_{i=0}^{j_1-1} M_i \cup X$ 은 부하가 c 인 균일한 요구가 된다.

j_2 를 $\sum_{i=0}^{j_2} m_i \geq 2c-1$ 을 만족하는 가장 작은 정수라 하자. 다음 두 가지 경우를 나누어 생각할 수 있다. : (a) $j_2 = j_1$ 인 경우와 (b) $j_2 > j_1$ 인 경우

(a): $j_2 = j_1 \Rightarrow \theta = \sum_{i=0}^{j_1} m_i - c \geq c-1 \Rightarrow m_{j_1} - \xi \geq c-1$.

s_1 에서 시작해서 $r_2 \in M_{j_1}$ 가 될 때까지 M_{j_1} 의 경로들을 사용하여 시계방향으로 계속 요구 R'' 을 만든다. r_2 는 s_1 을 c 번 지나거나 $c-1$ 번 지난 후 s_1 에서 끝나게 되거나 혹은 s_1 을 $c-1$ 번 지나고 u_{j_1} 에서 끝나게 된다. $L_{\max}(R \cap M_{j_1}) = \xi$ 이고 $m_{j_1} - \xi \geq c-1$ 이므로 이와 같은 길은 반드시 존재한다. r_2 가 s_1 (대응 적으로 u_{j_1})에서 끝난다면 $s_2 \stackrel{\text{def}}{=} s_1$ (대응 적으로 u_{j_1})이라 놓고 r_2 를 R'' 에 포함시키자. 그렇지 않다면 r_2 는 s_2 를 지나갈텐데 s_2 를 r_2 의 출발지라고 하고 r_2 를 R'' 에 포함시키지 말자. 그리고 $d_2 \stackrel{\text{def}}{=} (s_2, s_1)$ 이라는 잉여의 라우트를 만들자. 그러면 $R_2 \stackrel{\text{def}}{=} R'' \cup \{d_2\}$ 는 중복도가 c 인 MCR 이 된다. 따라서 부하가 c 가 된다. 이제 d_0 와 d_2 이 겹치지 않음을 보여야 하는데 이를 보이기 앞서 d_0 는 s_1 에서 시작되고 d_2 는 s_1 에서 끝나고 있음을 주목하자. $len(r)$ 을 경로 r 의 길이(length)라고 하자. 그러면 d_0 와 d_2 가 겹쳤다는 가정에서 $len(d_0) + len(d_2) > N \Rightarrow len(r_1) + len(r_2) > N$ 이 되는데 이는 최단 거리 경로 주기의 가정에 모순된다. $d_3 \stackrel{\text{def}}{=} (u_{j_1}, s_2)$ 라 놓으면 $R_3 \stackrel{\text{def}}{=} R - (R_1 \cup R_2) \cup \{d_3\}$ 는 균일한 요구가 된다. R_1 과 R_2 의 부하가 각각 c 이고 d_0 와 d_2 가 중복되지 않음으로 $L_{\min}((R_1 \cup R_2) \cap R) = 2c-1$ 이 된다. 따라서 $L(R_3) = L^* - 2c + 1$ 이 된다.

(b): $j_2 > j_1 \Rightarrow \theta < c-1$.

$x \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{i=j_1+1}^{j_2} m_i$ 라 하고 $\phi \stackrel{\text{def}}{=} c - x - \theta - 1$ 이라 하자. u_{j_2} 에서 시작해서 $r_2 \in M_{j_2}$ 가 될 때까지 M_{j_2} 의 경로들을 사용하여 시계방향으로 계속 요구 R'' 을 만든다. r_2 는 s_1 을 ϕ 번 지나거나 $\phi-1$ 번 지난 후 s_1 에서 끝나게 된다. $m_{j_2} \geq 2c-1 - \sum_{i=0}^{j_2-1} m_i = 2c-1 - (\sum_{i=0}^{j_1} m_i + \sum_{i=j_1+1}^{j_2-1} m_i) = 2c-1 - (\theta + c + x) = c - x - \theta - 1 = \phi$ 이므로 그와 같은 길은 반드시 존재하게 된다. 전자의 경우에는 s_2 를 r_2 의 시작으로 정의했고 후자의 경우에는 $s_2 \stackrel{\text{def}}{=} s_1$ 로 한다. $d_1 \stackrel{\text{def}}{=} (u_{j_1}, u_{j_2}), d_2 \stackrel{\text{def}}{=} (s_2, s_1)$ 로 정의하자. $X \stackrel{\text{def}}{=} (M_{j_1} - R) \cup \{d_1\} R'' \cup \{d_2\}$ 는 중복도가 $c-x$ 인 MCR 이다. 따라서 $R_2 \stackrel{\text{def}}{=} \bigcup_{i=j_1+1}^{j_2-1} M_i \cup X$ 가 부하 c 를 갖는 요구가 된다. 결국 $d_3 \stackrel{\text{def}}{=} (u_{j_2}, s_2)$ 가 균일 요구이고 $R_3 \stackrel{\text{def}}{=} R - (R_1 \cup R_2) \cup \{d_3\}$ 라 하자. $L(R_3) = L^* - 2c + 1$

임을 증명하기 위해 먼저 d_0, d_1, d_2 가 중복되지 않음을 보여야 한다. 다음 단락에서 이를 보이겠다.

$d_0=(s_1, u_{j_1}), d_1=(u_{j_1}, u_{j_2}), d_2=(s_2, s_1)$ 임을 상기하자.

우리는 s_1 에서 시작해서 시계방향으로 방문되었을 때 u_{j_1}, u_{j_2}, s_2 ($s_2 \neq s_1$ 인 경우)의 순서대로 방문됨을 증명하겠다. 첫째 u_{j_1} 가 s_1 과 u_{j_1} 사이에 놓여 있다고 가정하자. 그러면 최단거리 가정에 의해 u_{j_1} 과 s_1 사이의 노드에서 끝나는 (따라서 시작되는) 경로가 있게 된다. 시작 경로를 $r_3 \in M_{j_1}$ 라 하자. 하지만 MCR 분할이 만들어진 방법 때문에, 즉 i 번째 MCR이 끝난 곳에서 시계방향으로 가장 가까운데 있는 노드로부터 $i+1$ 번째 MCR이 시작되는 방법), r_3 은 반드시 M_0, \dots, M_{j_1-1} 가운데 한곳에 포함되어져야 한다. 따라서 모순이다. 이제 s_2 가 s_1 과 u_{j_1} 사이에 있다고 가정하자. 그러면 $len(r_2) \geq \lfloor N/2 \rfloor$ 가 되고 이는 최단거리 가정에 모순된다. 마지막으로 s_2 가 u_{j_1} 과 u_{j_2} 사이에 있다고 가정해보자. 그러면 u_{j_1} 과 u_{j_2} 사이에서 시작한 경로 $r_4 \in M_{j_2}$ 가 존재하게 되는데 그와 같은 경로는 반드시 $M_0, \dots, M_{j_2}, M_{j_2-1}$ 중 하나에 속해야 한다는 사실에 모순이 된다. 따라서 d_0, d_1, d_2 는 겹쳐서는 안 된다. 또 R_1 과 R_2 의 부하가 각각 c , $L_{min}((R_1 \cup R_2) \cap R) = 2c - 1$ 이다. 결국 $L(R_3) = L^* - 2c + 1$ 이다.

경우2. kW 가 홀수인 경우.

부하가 $L^* = (kW(2c-1)+1)/2$ 인 요구가 있었다고 가정하자. $(kW(2c-1)+1)/2$ 는 $((kW-1)/2)(2c-1)+c$ 이고 $(kW-1)$ 는 짝수이므로 경우 1에 의해서 L^* 는 $(kW-1)c$ 개의 채널을 사용하여 $((kW-1)/2)(2c-1)$ 만큼 감소될 수 있다. 이제 나머지 c 개의 채널을 사용하여 남은 요구에 부하 c 를 성립하면 되는데 이는 령이 $c-MCC$ 이므로 가능하다. ■

<보조 정리 3.1의 증명> i 에 대한 귀납으로 증명을 하겠다. 분명히 $m_0 > 0, m_1 > 0$ 이고 $m_1 < n$ 이다.

$1 \leq i < k$ 인 모든 i 에 대해 $0 < m_i < n$ 라 가정하자. $m_{i+1} = n - m_i/2$ 에 대해 생각해 보자. 귀납

가정에 의해 $0 < m_i < n$ 이고 이는 $0 < m_{i+1} < n$ 임을 의미한다. ■

<보조 정리 3.2의 증명> i 에 대해 귀납법으로 증명을 하겠다. $i=0, 1$ 일 경우 $x_0=x_1=1$ 의 값은 원문의 관계를 만족한다. $1 \leq i < k$ 인 모든 i 에 대해서 x_i 가 존재한다고 가정하자. 이제 m_{i+1} 을 생각해 보자.

$m_{i+1} = n - m_i/2$ 이라는 사실과 귀납가정에 의해

$$m_{i+1} = n - n(2x_i - 1)/2^{i+1} = n(2(2^i - x_i + 1) - 1)/2^{i+1}$$

임을 알 수 있다. $x_{i+1} = 2^i - x_i + 1$ 이라 놓으면 $i+1$ 에 대한 증명이 끝나게 된다. ■

<보조 정리 3.3의 증명> $k=0$ 즉, n 이 홀수라고 하자. 그러면 $m_0 = n = 2j+1$ 이고 $y_0 = j$ 로 놓으면 보조 정리가 증명이 된다. 이제 $k > 0$ 일 때를 생각해 보자. 보조 정리 3.2에 따라 모든 i 에 대해 $m_i = 2^{k-i}(2x_i - 1)(2j+1)$ 을 만족하는 양의 정수 x_i 가 존재한다. 따라서, $y_i = 2^{k-i-1}(2x_i - 1)(2j+1)$ 이라 놓으면 $0 < i < k$ 에 대한 증명이 끝난다. 마지막으로 $i=k$ 일 때를 생각해 보자. 보조 정리 3.2에 의해 $m_k = (2x_k - 1)(2j+1) = 2(2x_k + x_k - j - 1) + 1$ 을 만족하는 양의 정수 x_k 가 존재한다. $2x_k + x_k - j - 1 \geq 0$ 은 0이므로 $y_k = 2x_k + x_k - j - 1$ 로 놓으면 증명이 끝난다. ■

<보조 정리 3.4의 증명> $0 \leq i < t$ 인 모든 i 에 대해 $|Q_d \cap R_i^1| = x_i$ 라하고 $|Q_d \cap R_i^2| = y_i$ 라 하자. 어떤 i 에 대해 $x_i \neq y_i$ 라 하자. $x_i > y_i$ 라면 에지 (u_{i+1}, v_{i+1}) 를 처리해 주기 위해 $Q_d \cap (R_{i+1}^1 \cup R_{i+1}^2)$ 에 속한 경로의 수 s_{i+1} 는 $d - y_i$ 이어야 한다. 이는 Q_d 에 있는 경로 중 $x_i + d - y_i > d$ 개의 경로가 에지 (u_{i+1}, u_{i+2}) 를 통과했음을 뜻한다. 따라서 $L(Q_d) = d$ 라는 가정에 모순이 된다. 마찬가지로 $y_i > x_i$ 라면 에지 (u_{i+1}, u_{i+2}) 를 처리해 주기 위해 $Q_d \cap (R_{i+1}^1 \cup R_{i+1}^2)$ 에 속한 경로의 수 s_{i+1} 는 $d - x_i$ 이어야 한다. 이는 Q_d 에 있는 경로 중 $y_i + d - x_i > d$ 개의 경로가 에지 (u_{i+1}, v_{i+1}) 를 통과했음을 뜻한다. 따라서 이 또한 $L(Q_d) = d$ 라는 가정에 모순이 된다. 결국 $0 \leq i < t$ 를 만족하는 i 에 대해 $x_i = y_i$ 이다. ■

<정리 3.1의 증명> $0 \leq i \leq t$ 일 때 s_i 는 $Q_d \cap (R_i^1 \cup R_i^2)$ 에 있는 경로의 수라 하자. 그러면 $s_0 = d$ 이고 보조 정리 3.4에 의해 각 $0 \leq i < t$ 에 대해 $|Q_d \cap R_i^1| = |Q_d \cap R_i^2| = s_i/2$ 이다. 그러므로 $s_i = d - s_{i-1}/2$ 이다. $t_d < t$ 일 때 $d = 2^{t_d}(2j_d + 1)$ 임을 상기하자. 결국 정수의 순열인 $(s_0, s_1, \dots, s_{t_d}, \dots, s_t)$ 가 순열 (m_0, m_1, \dots, m_k) 을 정의하는 것과 유사한 순환을 만족시키고 있음을 알 수 있다. 따름 3.1에 의해 s_{t_d} 가 홀수임을 알 수 있다. 그러면 $t_d < t$ 일 때 $s_{t_d} + 1 = d - s_{t_d}/2$ 는 정수가 아니므로 Q_d 가 존재한다는 사실에 모순이 된다. 이것으로 증명을 마친다. ■

참 고 문 헌

- [1] K.C. Lee and V.O.K.Li "A wavelength-convertible optical network," *IEEE/OSA J. Lightwave Tech.*, vol. 11, no. 5/6, pp. 962-970, May/June 1993.
- [2] R. Ramaswami and K. N. Sivarajan. *Optical Networks: A Practical Perspective*. Morgan Kaufmann, 1998.
- [3] G. Jeong and E. Ayanoglu. "Comparison of wavelength-interchanging and wavelength-selective cross-connects in multiwavelength all-optical networks," *In Proc. INFOCOM '96*, pp. 156-163, March 1996.
- [4] E. Karasan and E. Ayanoglu. "Effects of wavelength routing and selection algorithms on wavelength conversion gain in WDM optical networks," *IEEE/ACM Trans. Networking*, vol. 6, no. 2, pp. 186-196, April 1998.
- [5] S. Subramaniam and R. A. Barry. "Wavelength assignment in fixed routing WDM networks," *In Proc. ICC'97*, pp. 406-410, June 1997.
- [6] X. Zhang and C. Qiao. "Wavelength assignment for dynamic traffic in multi-fiber WDM ring networks," *In Proc. ICCCN*, pp. 479-485, Oct. 1998.
- [7] M. Garey, D. Johnson, G. Miller, and C. Papadimitriou. "The complexity of coloring circular arcs and chords," *SIAM J. Disc. Math.*, vol. 1, no. 2, pp. 216-227, June 1980.
- [8] M. Gondran and M. Minoux. *Graphs and Algorithms*. Wiley, 1986.
- [9] A. Tucker. "Coloring a family of circular arcs," *SIAM J. Appl. Math.*, vol. 29, no. 3, pp. 493-502, Nov. 1975.
- [10] R. Ramaswami and G. H. Sasaki. "Multi-wavelength optical networks with limited wavelength conversion," *IEEE/ACM Trans. Networking*, vol. 6, no. 6, pp. 744-754, Dec. 1998.
- [11] G. Li and R. Simha. "On the wavelength assignment problem in multi-fiber WDM star and ring networks," *In Proc. INFOCOM '00*, March 2000.
- [12] P. Raghavan and E. Upfal. "Efficient routing in all-optical networks," *In Proc. ACM Symp. Theory of Computing*, pp. 134-143, May 1994.
- [13] J. A. Bondy and U. S. R. Murty. *Graph Theory with Applications*. American Elsevier Publishing, 1976.



김 은 생

1989년 2월 대구카톨릭대학교(효성여대) 컴퓨터공학과 학사. 1988년 9월 ~ 1993년 10월 한국증권전산 시스템개발부. 1994년 9월 ~ 1996년 9월 GWU, NOVA 여학연수 및 생물학과 수료. 1998년 3월 ~ 2000년 2월 한림대학교 컴퓨터공학과 공학석사. 1999년 9월 ~ 2000년 6월 한림대학교 한림정보산업대학 강사. 2000년 2월 ~ 현재 (주)세동건설링 정보화 심의팀장



최 홍 식

1987년 한림대학 전자계산학과 학사. 1992년 Michigan State University CS 석사. 1996년 George Washington University EE&CS 박사. 1997년 ~ 현재 한림대학교 정보통신공학부 조교수. 1999년 여름 GWU-NSA 연구원. 2000년 ~ 2001년 GWU 연구원.