

매개하향변환 과정에서 발생하는 두 광자의 상관관계가 Mach-Zehnder 간섭계의 분해능에 미치는 영향

김현오 · 고정훈 · 박구동 · 김태수[†]

울산대학교 수학 및 물리기술학부

Ⓣ 680-749 울산시 남구 무거2동 산29번지

(2001년 2월 12일 받음, 2001년 6월 1일 수정본 받음)

Mach-Zehnder 간섭계에 매개하향변환과정에서 발생한 광자쌍을 입사시켰을 때 두 광자의 상관관계가 간섭계의 분해능에 미치는 영향을 Bayes 정리에 근거한 전산 시뮬레이션으로 분석하였다. 발생과정에서 두 광자는 100%의 상관관계를 가지지만 진행중에 반사, 흡수, 산란 등에 의해 소멸되므로 상관관계가 감소하고, 이러한 상관관계의 감소는 간섭계의 위상분해에 있어서 저하를 가져오는 주요 요인이 되며, 또한 간섭계의 분해능은 검출기의 양자효율에 관련됨을 확인하였다. 전산시뮬레이션으로 얻은 결과, 간섭계의 위상차가 작을수록 위상정밀도는 좋아지고 위상차가 증가할수록 위상의 불확정도는 점점 증가하는 경향을 나타내었다.
분류코드 : OE.040, OS.010, QO.010, SM.020.

I. 서 론

간섭계를 이용하여 광의 위상차를 고도의 정밀도로 측정하고자 하는 연구가 최근에 이론 및 실험을 통해 수행되고 있다. 80년대 초부터 간섭계로 위상차를 정밀하게 측정할 수 있는 여러가지 방법이 연구되고 있는 이유는 간섭계에서 위상차의 정밀 측정은 중력파를 측정할 수 있는 유일한 방법으로 인정되고 있기 때문이다. 간섭계를 통과한 빛이 주기적인 세기의 변화를 보일 때 우리는 간섭계의 두 경로 사이의 위상차에 의해서 그 간섭무늬가 생긴다는 것을 잘 알고 있다. 간섭계의 분해능은 간섭계의 두 팔에서 빛이 진행되는 경로사이의 위상차를 어느 정도까지 작게 측정할 수 있는가와 같다. 따라서 최소한으로 측정해낼 수 있는 위상차를 위상분해능이라고 하며 실제로 위상의 정밀측정에서 어느 정도까지 작은 위상변화를 주었을 때 간섭계의 출구에서 구별할 수 있을 만큼의 광자 수 차이를 얻어낼 수 있는가에 따라 위상분해능이 결정된다.

위상분해능(또는 위상의 불확정도) $\Delta\theta$ 는 간섭계에 수반되는 광자수의 불확정도 Δn 간에 Heisenberg 불확정성 관계인 $\Delta\theta\Delta n \geq 1$ 을 통해서 결정된다.^[1] 간섭계에서 측정가능한 최소 위상변화의 한계는 광자의 입자적인 요동 때문에 입사하는 광자의 통계적인 특성에 관계없이, 간섭계의 전체 광자수가 N 일 때, $\Delta\theta \approx 1/\sqrt{N}$ 을 넘을 수 없고,^[2] 이러한 한계를 고전적인 한계 또는 shot-noise 한계라고 한다. 실제로 이러한 한계는 결맞음상태(coherent state)의 광을 이용한 간섭계에서 얻을 수 있는 위상분해능의 한계이다.^[3,4]

위상의 불확정도를 고전적인 한계보다 훨씬 낮추기 위해서 쥘 상태(squeezed state)의 광이나 수상태(Fock state 또는 number state)광과 같은 특수한 광을 Mach-Zehnder 간섭계의 두 입구

에 각각 쌍으로 입사시키면 가능하다는 연구결과도 보고되었다.^[3,5] 또한 80년 Caves는 쥘 상태광과 같은 특수한 광을 이용하면 간섭계의 분해능이 고전적인 한계를 능가하는 정밀도로 얻을 수 있음을 이론적 연구를 통하여 처음으로 제시하였다.^[2] 새로운 광원에 대한 연구로 93년 Holland와 Bennett는 수상태 광을 이용하면 Heisenberg한계인 $1/N$ 까지 줄일 수 있다는 것을 보고한 바 있다.^[5] Kim 등은 비록 수상태 광을 사용하더라도 측정방법에 따라서 간섭계의 분해능이 얼마든지 변할 수 있으므로 측정방법을 광의 단순한 측정이 아닌 동시 계수와 같은 방법을 채용해야 한다는 것을 보였으며,^[6] 또한 측정장치의 양자효율이 절대적으로 중요하다는 것을 정량적으로 밝혔다.^[7]

그러나 Heisenberg 한계까지 정밀측정이 가능한 수 상태 광은 아직 실험실에서 조차 실현이 불가능한 상태에 있다. 쥘 상태의 광의 경우 몇몇 연구실에서 보고된 바 있지만 이것조차 발생시키기 위해서는 대단히 까다롭다. 따라서 이러한 비고전적 광의 대안으로 주목되는 것이 쌍으로 발생하는 광이다. Yurke는 Mach-Zehnder 간섭계의 두 입구에 페르미온(전자나 중성자 같은)을 동시에 입사시키면 위상측정의 정밀도를 Heisenberg 한계인 $1/N$ 까지 줄일 수 있다는 것을 보고한 바 있다.^[8] 우리는 OPO(optical parametric oscillator)와 같은 결맞음 상태의 광자쌍을 Mach-Zehnder 간섭계에 입사시킬 때, 광자들 간의 상관관계가 간섭계의 분해능에 미치는 영향을 조사한 바 있다.^[9] 본 논문에서는 매개하향변환과정(spontaneous parametric down-conversion; SPDC)에서 나오는 두 광자를 Mach-Zehnder 간섭계에 입사시킬 때 두 광자의 상관관계가 간섭계의 분해능에 미치는 영향을 분석하였다. 그리고 간섭계의 두 입구에 입사하는 광이 상관관계가 있는 광자들일지라도 측정방법에 따라 분해능이 달라지며, 위상의 정밀도는 또한 측정장치의 양자효율에도 강하게 영향을 받는다는 것을 보였다.

[†]E-mail: tskim@mail.ulsan.ac.kr

최근에 우리는 Mach-Zehnder 간섭계에 동일한 수의 광자를 양쪽 입구에 동시 입사시키면 고전적 한계를 능가하는 위상분해능을 얻을 수 있다는 것을 보였다.^[10] 매개하향변환과정은 비선형 결정에 짧은 파장의 레이저빔을 입사시켰을 때 입사광자와 매질의 상호작용으로 긴 파장의 광자쌍이 자발적으로 발생하는 과정이며, 두 광자는 발생과정에서 100%의 상관관계를 갖지만 공기중에서의 산란, 간섭계를 통과하면서 반사 또는 흡수에 의한 손실 등으로 상관관계가 감소할 수 있다.

간섭계에서 광자의 상관관계는 크게 두 가지 즉, 간섭계 입구에서의 상관관계와 측정장치에서의 상관관계(양자효율)로 구분해서 생각할 수 있다. 입구에서의 상관관계는 간섭계 양쪽 입구에 동시에 입사하는 광자수가 같을 확률을 뜻한다. 따라서 1의 상관관계는 항상 같은 수의 광자수가 입사함을 의미하고 0의 상관관계는 광자수가 같을 경우의 확률이 0이 된다. 본 논문에서는 자발적인 매개하향변환에서 생성되는 두 광자를 이용한 간섭계의 위상분해능을 전산시뮬을 통해 알아보았으며, 상관관계의 감소가 Mach-Zehnder 간섭계의 위상정밀측정에 미치는 영향을 Bayes 정리에 근거하여 분석하였다. 또한 입사광의 상관관계와 광검출기의 양자효율의 영향을 서로 비교하고, 광자의 통계적인 특성과는 어떤 관련이 있는지를 알아보았다.

II. Mach-Zehnder 간섭계의 위상분해능

그림 1과 같은 Mach-Zehnder 간섭계에 매개하향변환에서 발생한 광자쌍이 두 입구로 입사하는 경우를 생각해 보자. 간섭계 내의 두 빔분할기 BS1과 BS2가 손실이 없는 50/50의 이상적인 빔분할기라면, 간섭계의 입구에 있는 빔분할기 BS1의 입구와 출구에서 광자의 소멸 및 생성연산자는

$$\begin{aligned} \hat{a}_3 &= \frac{i}{\sqrt{2}} \hat{a}_1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{a}_2, & \hat{a}_3^\dagger &= \frac{-i}{\sqrt{2}} \hat{a}_1^\dagger + \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{a}_2^\dagger, \\ \hat{a}_4 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{a}_1 + \frac{i}{\sqrt{2}} \hat{a}_2, & \hat{a}_4^\dagger &= \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{a}_1^\dagger - \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{a}_2^\dagger \end{aligned} \quad (1)$$

와 같이 나타낼 수 있으며, 각각의 연산자들간의 교환관계는

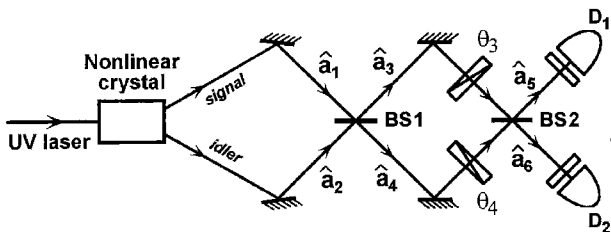


그림 1. 상관관계가 있는 두 광자를 이용한 Mach-Zehnder 간섭계. 간섭계의 입구에는 매개하향변환과정에서 발생한 광자쌍 (signal, idler)이 입사하고, 비선형결정에서 BS1에 이르는 광자쌍의 경로가 일치할 때 BS1에서 중첩된 광자들은 쌍을 이루어 간섭계의 두 경로를 진행한다. θ_3 과 θ_4 는 간섭계내의 두 경로에서의 위상변화를 도입하고, 두 검출기 D_1 과 D_2 는 간섭계의 두 출구에서 광자수를 동시에 측정한다.

$[\hat{a}_i, \hat{a}_j] = 0$, $[\hat{a}_i, \hat{a}_j^\dagger] = \delta_{ij}$ ($i, j = 1, 2$) 또는 (3, 4)와 같은 관계를 만족한다. 유사하게 간섭계의 두 출구에서 광자의 소멸연산자는

$$\begin{aligned} \hat{a}_5 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{a}_3 e^{i\theta_3} + \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{a}_4 e^{i\theta_4} \\ &= \frac{1}{2} [(-\hat{a}_1 + i\hat{a}_2) e^{i\theta_3} + (\hat{a}_1 + i\hat{a}_2) e^{i\theta_4}], \\ \hat{a}_6 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{a}_3 e^{i\theta_3} - \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{a}_4 e^{i\theta_4} \\ &= \frac{1}{2} [(i\hat{a}_1 + \hat{a}_2) e^{i\theta_3} + (i\hat{a}_1 - \hat{a}_2) e^{i\theta_4}] \end{aligned} \quad (2)$$

로 표현된다. Yurke등의 분석에 따라 Mach-Zehnder 간섭계를 SU(2) group의 Hermitian 연산자로 표현하면 광자수 연산자 \hat{N} 과 각운동량 연산자 \hat{J} 의 성분들은 간섭계에 입사하는 광자들의 소멸 및 생성 연산자를 사용하여

$$\begin{aligned} \hat{N} &= (\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 + \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2), \\ \hat{J}_x &= \frac{1}{2} (\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2 + \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_1), \\ \hat{J}_y &= \frac{-i}{2} (\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2 - \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_1), \\ \hat{J}_z &= \frac{1}{2} (\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 - \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2) \end{aligned} \quad (3)$$

와 같이 나타낼 수 있다.^[11] 그러면 간섭계의 두 출구에서의 광자수 연산자 \hat{n}_5, \hat{n}_6 은

$$\begin{aligned} \hat{n}_5 &= \hat{a}_5^\dagger \hat{a}_5 = \frac{1}{2} \hat{N} + \hat{J}_x \sin \theta - \hat{J}_z \cos \theta, \\ \hat{n}_6 &= \hat{a}_6^\dagger \hat{a}_6 = \frac{1}{2} \hat{N} - \hat{J}_x \sin \theta + \hat{J}_z \cos \theta \end{aligned} \quad (4)$$

가 된다.

간섭계의 두 출구에서 광자수의 차이의 반을 나타내는 연산자 $\hat{J}_{z, out}$ 를 각운동량 연산자를 이용하여 표현하면,

$$\begin{aligned} \hat{J}_{z, out} &= \frac{1}{2} (\hat{n}_6 - \hat{n}_5) \\ &= -\sin \theta \hat{J}_x + \cos \theta \hat{J}_z \end{aligned} \quad (5)$$

와 같이 되고, 여기서 $\theta = \theta_3 - \theta_4$ 는 간섭계의 두 경로의 상대적인 위상차를 나타낸다. 간섭계의 두 팔에서의 상대적인 위상변화에 따라 입사한 광자의 상태가 어떻게 변하는지를 보기 위해서는 Schrödinger 묘사를 통해 알아보는 것이 편리하다. 각운동량 연산자 \hat{J}^2 과 \hat{J}_z 는 $[\hat{J}^2, \hat{J}_z] = 0$ 의 교환관계가 성립하고, 이들 연산자의 고유상태는

$$\begin{aligned} \hat{J}^2 |jv\rangle &= j(j+1) |jv\rangle, \\ \hat{J}_z |jv\rangle &= v |jv\rangle \end{aligned} \quad (6)$$

와 같이 된다. $|jv\rangle = |j+v\rangle_1 |j-v\rangle_2$ 는 간섭계의 두 입구로 입사하는 광자의 상태를 나타내고, 간섭계 입구에서 광자의 수 n_1, n_2 로부터 j 와 v 는

$$j = \frac{n_1 + n_2}{2},$$

$$v = \frac{n_1 - n_2}{2}, \quad (7)$$

로 정의하였다. 즉 한쪽 입구 1에는 $j + v$ 개의 광자가 입사하고 다른 쪽 입구 2에는 $j - v$ 개의 광자가 입사된다. 간섭계의 두 빔분할기 BS1과 BS2 그리고 위상차에 해당하는 연산자는 각각

$$\hat{B}_{\pm} = e^{\pm \frac{i\pi}{2} \hat{j}_x}, \quad \hat{P}(\theta) = e^{i\theta \hat{j}_z} \quad (8)$$

으로 나타낼 수 있고, 간섭계를 통과한 광자의 전체 상태변화 연산자는

$$\hat{I}(\theta) = \hat{B}_- \hat{P}(\theta) \hat{B}_+ = e^{-i\theta \hat{j}_z} \quad (9)$$

로 나타낼 수 있다.^[12] 두 광자가 BS1에 입사할 때 BS1에서 투과 및 반사하는 광자사이에 $+\pi/2$ rad의 위상차가, BS2에서 $-\pi/2$ rad의 위상차가 생기므로 간섭계 전체를 통해서는 위상차가 상쇄된다. 따라서 간섭계 내의 위상차 θ 에 따라 간섭계 내의 광자상태는 (9)식으로 주어진 만큼의 상태변화를 겪게 된다.

간섭계 출구에서의 광자상태를 두 출구의 광자수 n_5, n_6 에 의해 나타내면

$$j = \frac{n_5 + n_6}{2}, \quad \mu = \frac{n_5 - n_6}{2} \quad (10)$$

와 같이 되고, 각운동량 성분의 회전에 대한 행렬요소는

$$d_{\mu\nu}^j(\theta) \equiv \langle j\mu | e^{-i\theta \hat{j}_y} | j\nu \rangle = \left[\frac{(j+\mu)!(j-\mu)!}{(j+\nu)!(j-\nu)!} \right]^{1/2} \left(\sin \frac{\theta}{2} \right)^{\mu-\nu} \left(\cos \frac{\theta}{2} \right)^{\mu+\nu} \rho_{j-\mu}^{(\mu-\nu, \mu+\nu)}(\cos \theta) \quad (11)$$

와 같다. 여기서 $\rho_{j-\mu}^{(\mu-\nu, \mu+\nu)}(\cos \theta)$ 는 Jacobi 다항식이다. 따라서 간섭계 출구에서 광자수의 확률적인 분포는

$$P(\mu | \theta, j, \nu) \equiv \langle j\mu | e^{-i\theta \hat{j}_y} | j\nu \rangle = \left[\frac{(j+\mu)!(j-\mu)!}{(j+\nu)!(j-\nu)!} \right]^{1/2} \left(\sin \frac{\theta}{2} \right)^{2(\mu-\nu)} \left(\cos \frac{\theta}{2} \right)^{2(\mu+\nu)} [\rho_{j-\mu}^{(\mu-\nu, \mu+\nu)}(\cos \theta)]^2 \quad (12)$$

이고, 특히 입사하는 광자의 상관관계가 1인 경우 즉, 두 입사광의 광자수가 같은 경우($j > 0$)에는

$$d_{\mu 0}^j(\theta) = \left[\frac{(j-\mu)!}{(j+\mu)!} \right]^{1/2} \rho_j^{\mu}(\cos \theta) \quad (13)$$

이므로, 간섭계의 두 출구에서 광자수가 각각 $j + m, j - \mu$ 일 확률은

$$P(\mu | \theta, j) = [d_{\mu}^j(\theta)]^2 = \frac{(j-\mu)!}{(j+\mu)!} [\rho_j^{\mu}(\cos \theta)]^2 \quad (14)$$

로 나타낼 수 있다. 여기서 $\rho_j^{\mu}(\cos \theta)$ 는 부 Legendre 다항식이다. 간섭계에 입사하는 광자의 상관관계가 100%가 아닌 경우, p 번 반복측정을 한다면 Bayes 정리,^[13]

$$P(\theta | \mu_1, \nu_1, j_1; \mu_2, \nu_2, j_2; \dots) \propto \prod_{i=1}^p P_i(\mu_i | \theta, j_i, \nu_i) = \prod_{i=1}^p [d_{\mu_i \nu_i}^{j_i}(\theta)]^2 \quad (15)$$

를 이용하여, 두 경로의 위상차가 θ_s 로 설치된 간섭계의 출구에서의 광자 확률분포를 알 수 있다. 그리고 간섭계 내의 위상변화에 따른 출구에서의 광자수의 변화를 보기 위해 평균 위상차와 위상의 불확정도에 대한

$$\bar{\theta} = \int \theta P(\theta | \mu_1, \nu_1, j_1; \mu_2, \nu_2, j_2; \dots) d\theta, \quad \Delta\theta = \left[\int (\theta - \bar{\theta})^2 P(\theta | \mu_1, \nu_1, j_1; \mu_2, \nu_2, j_2; \dots) d\theta \right]^{1/2} \quad (16)$$

의 표현을 이용하였다.

III. 전산시뮬 및 논의

전산시뮬을 위해서는 실제상황에 해당하는 확률을 가지는 난수(random number)가 필요하다. 우선적으로 제1형 매개하향변환과정으로 생성되는 signal 광과 idler 광은 각각 동일한 방향으로 선 편광된 열광원 이므로 각각의 모드에서는 광자분포가 Bose-Einstein 분포를 이룬다. 먼저 균일한 난수(uniform random number)로 부터 Bose-Einstein 광자분포를 갖는 난수를 구한 다음, 상관관계에 따라 이항분포에 의한 두 입사 광자수 n_1, n_2 의 값을 결정한다. 간섭계를 통과한 후의 광자수 n_5, n_6 은 Jacobi 다항식을 포함한 (12)식에 의하여 결정되므로 이러한 분포를 갖는 난수가 된다. 마지막으로 광검출기의 양자효율에 따라 측정되는 광자의 수는 이항분포를 따르게 되므로 이에 대한 난수 즉, 이항분포의 난수가 필요하다. 이러한 특수한 분포의 난수는 앞서와 마찬가지로 균일한 난수로부터 구할 수 있다.

간섭계를 이용해서 얻을 수 있는 광의 위상에 대한 정보는 간섭계의 출구에서 광자수의 확률적인 분포로부터 얻을 수 있다. 그림 1과 같이 매개하향변환에서 발생한 상관관계가 있는 두-광자(쌍둥이 광자 또는 광자쌍)가 Mach-Zehnder 간섭계에 입사하는 경우, 간섭계의 첫 번째 빔분할기 BS1에서는 두 광자간의 소멸간섭 때문에 BS1의 출구에서는 어느 한 쪽으로만 두 광자가 쌍을 이루어 진행한다. 간섭계 내의 위상차 $\theta=0$ rad인 경우, BS1에서 반사 및 투과에 의한 두 입사광자간의 위상차는 $+\pi/2$ rad이 생기고, BS2에서 $-\pi/2$ rad의 위상차가 생겨 간섭계의 출구에서는 위상차가 서로 상쇄되므로 BS2의 출구에서는 출구마다 한 개씩의 광자들이 나타나게 된다. 따라서 이러한 경우 간섭계의 두 출구에 위치한 검출기 D_1 과 D_2 에서 측정한 광자수의 차이 $|n_5 - n_6|$ 가 0일 가능성이 대단히 높아서 광자들의 차이의 절반인 μ 에 대한 분포 $P(\mu | \theta, j)$ 의 분포는 0 부근에 집중된다.

반면에 $\theta = \pi/2$ rad인 경우는, 간섭계의 두 경로를 거쳐 BS1과 BS2를 통과한 광자들의 전체 위상차는 $\pi/2$ rad이 되고, 이는 위상변화를 포함한 간섭계 전체가 하나의 빔분할기와 같은 역할을 하므로 따라서 BS2의 출구에서는 BS1의 출구에서와

마찬가지로 광자들은 쌍을 이루어 BS를 확률적으로 빠져나간다. 이러한 경우에 BS2의 출구에 놓인 두 검출기에서 광자 쌍이 동시에 측정되는 경우는 없어지고 μ 의 확률은 아주 넓은 영역에 걸쳐 분포한다. 간섭계의 위상변화 θ 를 0 rad에서부터 $\pi/2$ rad까지 연속적으로 변화시키면 (15)식으로부터 간섭계의 두 출구에서 측정된 μ 의 분포는 0에서부터 j 까지 분포가 변하게 된다. 여기서 $2j$ 는 간섭계에 입사하는 전체 광자수이다. 만약에 두 입구에 입사하는 광자수가 각각 1이라면 $\theta=0$ rad인 경우는 $\mu=0$ 이고 $\theta=\pi/2$ rad인 경우는 $\mu=1$ 이 된다. 입사광자수의 변화는 간섭계에 입사하는 광자의 상관관계로 표현할 수 있고 측정장치에서의 광자수의 변화는 광검출기의 양자효율로 이해할 수 있다. 입사광자의 상관관계의 경우, 매개하향변환에서 발생하는 광자쌍은 발생과정에서 반드시 쌍으로 발생하기 때문에 100%의 상관관계를 갖는다 하더라도 공기중에서의 산란이나 간섭계에서 흡수와 반사 등에 의한 손실로 상관관계가 감소한다. 이러한 경우 간섭계의 위상 분해능은 상관관계의 정도에 따라 감소하게 된다.

그림 2와 3은 입사광자의 상관관계와 측정장치의 양자효율에 따른 분해능의 변화를 전산시뮬한 결과이다. 간섭계의 두 입구에는 평균광자수가 각각 $\langle n \rangle = 7$ 개로 동시에 입사하고, 간섭계의 위상을 0.001 rad에서 1 rad까지 변화시킬 경우에 위상 변화에 따른 위상의 불확정도를 나타내었다. 그림 2는 광자의 상관관계가 각각 0.1, 0.5, 1.0일 때 측정장치의 양자효율을 0.1에서 1까지 변화시킨 경우이고, 그림 3은 반대로 양자효율을 고정시킨 상태에서 상관관계를 변화시킨 것이다. 그림에서 θ 는 간섭계의 두 경로에서 광자들간의 상대적인 위상차 $\theta_2 - \theta_1$ 이고, $\Delta\theta$ 는 이러한 상대적인 위상에 대한 불확정도이다. 위상의 불확정도는 위상변화에 따라 간섭계의 출구에서 나타나는 광자수의 요동의 정도로부터 얻을 수 있다.

그림에서 보는 바와 같이 간섭계 내의 위상변화 θ 가 증가할수록 위상의 불확정도 $\Delta\theta$ 는 점점 증가하는 경향을 나타낸다. 상대적인 위상이 거의 없을 때는 그 부근에서의 위상의 변화에 따른 광자수의 변화 Δn 이 아주 크고, $\Delta\theta \approx 1/\Delta n$ 이므로 위상의 불확정도는 아주 작게 나타난다. 이는 위상차가 클 때는 Δn 이 넓은 영역에 걸쳐서 분포하고, 이 부근에서 θ 의 변화에 따른 μ 의 분포는 크게 변하지 않기 때문이다. 따라서 위상차가 클 때는 광자분포로부터 위상변화에 대한 정보를 얻기가 어렵지만 위상차가 작을 때는 위상변화에 대한 정보를 얻기가 쉽다는 것을 의미한다.^[14]

Sanders와 Milburn은 이상적인 입사광의 경우에 위상정밀도의 양자적인 한계 $1/N$ 은 간섭계의 위상변화에 무관하다고 보고한 바가 있다.^[15] 그러나 그림 2(c)와 3(c)에서 보는 바와 같이 상관관계와 양자효율이 1인 이상적인 경우에는 위상이 증가할수록 위상의 불확정도가 증가하는 경향이 뚜렷하게 나타난다. 전반적으로 간섭계 내의 위상차가 0.1 rad 이상이 되면 위상의 불확정도는 점점 증가하는 경향을 나타내며, 광자의 상관관계나 양자효율이 낮을 때는 위상변화에 따른 위상의 불확정도는 거의 변화가 없고, 특히 상관관계가 0.1일 때와 양자효율이 0.1일 때는 양자효율이 증가하든지 상관관계가 증가해도 위상의 불확정도는 변화가 없고 분해능도 좋지 않다. 그림

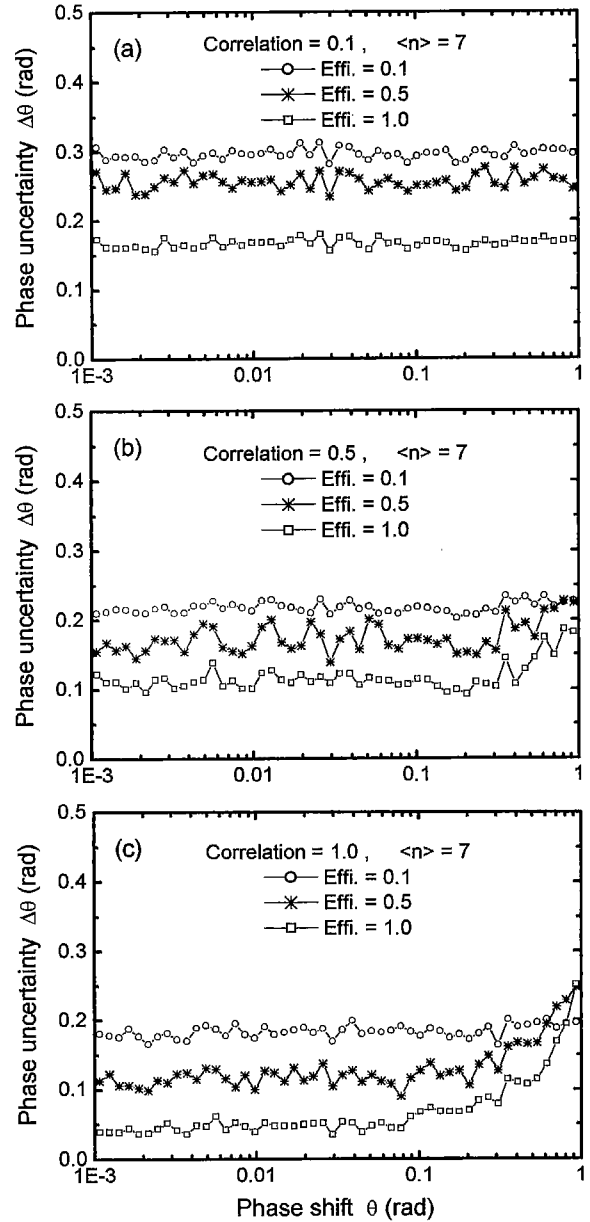


그림 2. 위상변화 θ 에 대한 위상의 불확정도 $\Delta\theta$ 의 변화. 입사광자의 상관관계를 각각 0.1, 0.5, 1.0으로 고정하고 측정장치의 양자효율을 각각 0.1, 0.5, 1.0으로 변화시켰을 때, 양자효율이 증가할수록 위상의 불확정도는 감소하며 위상변화가 증가할수록 불확정도는 점점 증가한다.

2에서 상관관계를 증가시키면 분해능이 점점 좋아지고 양자효율이 증가함에 따라 위상변화에 대한 위상불확정도의 변화도 점점 커지는 경향을 나타낸다.

그림 3에서와 같이 양자효율을 증가시킬 때도 그림 2의 경우에 비해서는 분해능이 다소 떨어지지만 비슷한 경향을 나타낸다. 그림 2(b)와 그림 3(b)를 비교해 보면, 상관관계가 0.5이고 양자효율이 증가할 때보다는 양자효율이 0.5이고 상관관계를 변화시켰을 때 상관관계가 커질수록 위상변화에 대한 불확정도가 증가하는 경향이 더 뚜렷하게 나타난다. 이는 입사광자의 상관관계보다는 측정장치의 양자효율이 불확정도

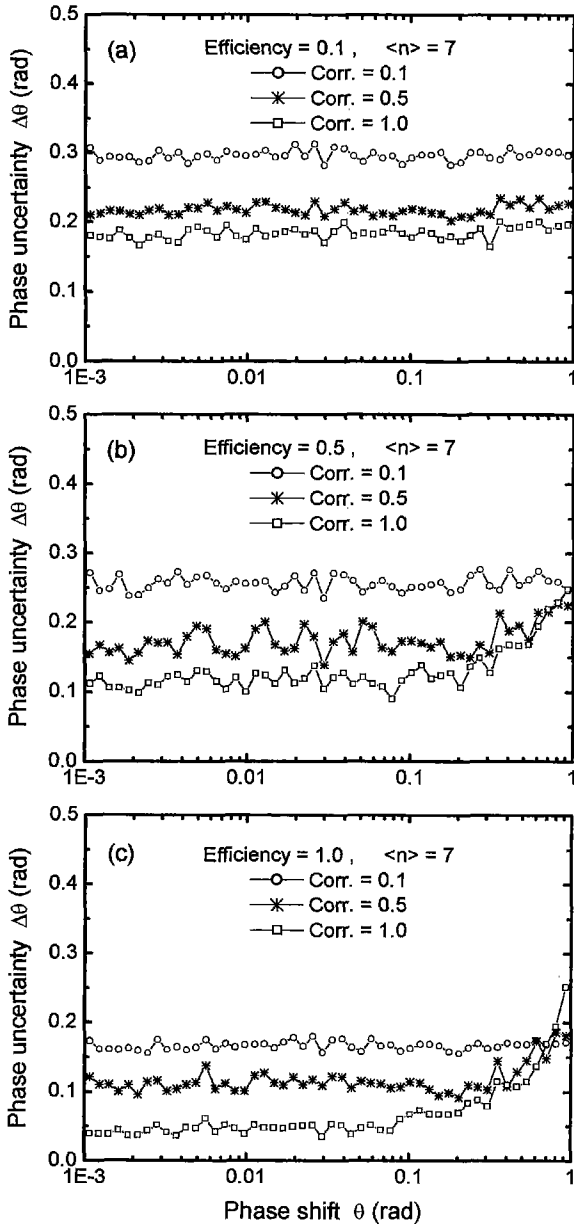


그림 3. 위상변화 θ 에 대한 위상의 불확정도 $\Delta\theta$ 의 변화. 측정장치의 양자효율을 각각 0.1, 0.5, 1.0으로 고정하고 상관관계를 각각 0.1, 0.5, 1.0으로 변화시켰을 때, 상관관계가 증가할수록 위상의 불확정도는 감소한다.

의 변화에 더 크게 영향을 준다는 것을 보여준다. 반면에 분해능에 대해서는 양자효율이 0.5이고 상관관계가 0.1일 때 보다는 상관관계가 0.5이고 양자효율이 0.1일 때의 분해능이 더 좋은 결과를 보여준다. 따라서 간섭계에 입사하는 광자의 상관관계는 BS1에서의 간섭에 영향을 주는 반면에 측정장치의 양자효율은 간섭계의 출구에서 광자를 측정할 확률에 영향을 주기 때문에 상관관계는 주로 분해능의 정도에 영향을 주고 양자효율은 불확정도의 변화에 영향을 준다는 것을 알 수 있다.

IV. 결 론

매개하향변환과정에서 발생한 광자쌍을 이용한 Mach-Zehnder 간섭계에서 광자의 상관관계와 측정장치의 양자효율이 간섭계의 위상불확정도에 어떠한 영향을 미치는가를 Bayes 정리에 근거한 전산 시뮬레이션으로 분석하였다. 검출기의 양자효율에 따라 입사광자의 상관관계와 양자효율을 0.1에서 1까지 변화시키면서 간섭계의 위상변화 θ 에 따른 위상의 불확정도 $\Delta\theta$ 의 변화를 알아보았다.

간섭계 내의 두 빔분할기가 간섭계의 두 경로를 통과하는 광자들간의 상대적인 위상차를 상쇄시키기 때문에 간섭계의 두 팔에서의 위상차가 증가할수록 위상의 불확정도는 점차 증가하는 경향을 보인다는 것을 알 수 있었다. 입사광자의 상관관계를 여러 가지 값으로 고정시키고 검출기의 양자효율을 변화시켰을 때, 양자효율이 낮은 경우에는 상관관계가 낮은 경우와 비교하여 다소 차이가 있었지만 전체적인 경향은 두 경우에 대해서 비슷한 경향을 나타내었다. 입사광자의 상관관계는 간섭계의 입구와 출구에서 두 광자들의 간섭에 영향을 주지만, 측정장치의 양자효율은 간섭계를 통과하여 두 출구에서 측정된 광자들의 수에 영향을 주기 때문에 입사광자의 상관관계가 낮을 때보다는 오히려 측정장치의 양자효율이 낮은 경우에 위상정밀도가 다소 떨어진다는 것을 알 수 있었다.

간섭계를 이용한 위상정밀 측정에서 위상분해능을 감소시키는 요인은 주로 간섭계에 입사하는 광자의 상관관계와 측정장치에서 흡수되는 광자수의 변화를 나타내는 검출기의 양자효율이며 입사하는 광자의 종류 즉, 광자의 통계적인 특성과는 무관하다. 따라서 광자의 통계적 특성이 고전적인 광이라 하더라도 같은 수의 광자가 동시에 입사하면 위상정밀 측정이 가능하다는 것을 알 수 있었다.

감사의 글

이 논문은 1999년도 한국학술진흥재단의 연구비에 의하여 지원되었음(KRF-99-041-D00220).

참고문헌

- [1] P. A. M. Dirac, "The quantum theory of the emission and absorption of radiation," *Proc. Roy. Soc. A (London)*, vol. 114, p. 243, 1927.
- [2] C. M. Caves, "Quantum-mechanical radiation-pressure fluctuations in an interferometer," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 45, no. 2, pp. 75-79, 1980.
- [3] C. M. Caves, "Quantum-mechanical noise in an interferometer," *Phys. Rev. D*, vol. 23, no. 8, pp. 1693-1708, 1981.
- [4] R. S. Bondurant and J. H. Shapiro, "Squeezed states in phase-sensing interferometers," *Phys. Rev. D*, vol. 30, no. 12, pp. 2548-2556, 1984.
- [5] M. J. Holland and K. Burnett, "Interferometric detection of optical phase shifts at the Heisenberg limit," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 71, no. 9, pp. 1355-1358, 1993.

- [6] Taesoo Kim, Olivier Pfister, Murray J. Holland, Jaewoo Noh, and Jone L. Hall, "Influence of decorrelation on Heisenberg-limited interferometry with quantum correlated photons," *Phys. Rev. A*, vol. 57, no. 5, pp. 4004-4013, 1998.
- [7] Taesoo Kim, Yang Ha, Jongtae Shin, Heonoh Kim, Goodong Park, Kisik Kim, Tae Gon Noh, and Chung Ki Hong, "Effect of the detector efficiency on the phase sensitivity in a Mach-Zehnder interferometer," *Phys. Rev. A*, vol. 60, no. 1, pp. 708-711, 1998.
- [8] B. Yurke, "Input states for enhancement of fermion interferometer sensitivity," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 56, no. 15, pp. 1515-1517, 1986.
- [9] Jongtae Shin, Yang Ha, Heonoh Kim, Goodong Park, Taesoo Kim, and Dae-Yoon Park, "The phase-sensitivity of a Mach-Zehnder interferometer for coherent light," *J. Opt. Soc. Kor.*, vol. 3, no. 1, pp. 1-9, 1999.
- [10] Taesoo Kim, Jongtae Shin, Yang Ha, Heonoh Kim, Goodong Park, Tae Gon Noh, and Chung Ki Hong, "The phase-sensitivity of a Mach-Zehnder interferometer for the Fock state inputs," *Opt. Commun.*, vol. 156, pp. 37-42, 1998.
- [11] B. Yurke, S. L. McCall, and J. R. Klauder, "SU(2) and SU(1) interferometers," *Phys. Rev. A*, vol. 33, no. 6, pp. 4033-4054, 1986.
- [12] Richard A. Campos, Bahaa E. A. Saleh, and Malvin C. Teich, "Quantum-mechanical lossless beam splitter: SU(2) symmetry and photon statistics," *Phys. Rev. A*, vol. 40, no. 3, pp. 1371-1384, 1989.
- [13] C.W. Gardiner, *Quantum Noise* (Springer-Verlag, Berlin, 1991), p. 27.
- [14] 신종태, 하양, 김현오, 박구동, 김태수, "동일한 수-상태 광이 입사할 때 Mach-Zehnder 간섭계에서의 광자분포," *새물리*, vol. 39, no. 1, pp. 13-18, 1999.
- [15] B. C. Sanders and G. J. Milburn, "Optimal quantum measurements for phase estimation," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 75, no. 16, pp. 2944-2947, 1998.

Influence of decorrelation on the phase sensitivity in a Mach-Zehnder interferometer

Heonoh Kim, Jeonghoon Ko, Goodong Park, and Taesoo Kim[†]

School of Mathematics and Applied Physics, University of Ulsan, Ulsan 680-749, KOREA

[†]*E-mail: tskim@mail.ulsan.ac.kr*

(Received February 12, 2001 ; Revised manuscript received June 1, 2001)

The influences of decorrelation on phase sensitivity are studied with a computer simulation based on the Bayesian theorem, when correlated photons produced by parametric down-conversion are incident on a Mach-Zehnder interferometer. Although the down-converted photons show a perfect correlation in the production process, this degree of correlation may be decreased by reflection, absorption, and scattering during propagation. It is found that this decorrelation results in phase sensitivity degradation, and that the sensitivity is related to the detector quantum efficiency. The results show that when the phase difference between the two paths is smaller the phase sensitivity is better.

Classification codes : OE.040, OS.010, QO.010, SM.020.