

## 제품설계를 위한 다구찌 방법과 VTA방법에 관한 연구 (A Study on Taguchi and VTA Methods for Product Design)

장현수\*, 김용범\*\*, 김우열\*\*\*

### Abstract

Taguchi and VTA(Variation Transmission Analysis) methods have been widely used recently as new methods for product design. In this study, Taguchi method using analysis of variance and VTA method using regression analysis are reviewed and compared with each other in terms of parameter design and tolerance design. In analysis of variance, variation of quality characteristics arises from noise factors, therefore the optimal levels of design factors are selected to minimize the effect of noise factors. In regression analysis, variation of quality characteristics arises from variation of each own design factors. As a method to reduce variation of these quality characteristics, sensitivity analysis was performed for each design factors. An example of calculating tolerance interval for the given defect rate in PPM is also introduced. Especially, the new method is suggested to increase the estimation accuracy of variation of quality characteristics through regression analysis.

---

\* 명지대학교 리서치파크센터

\*\* 충주대학교 경영학과

\*\*\* 동신대학교 산업공학과

# 1. 서 론

최근 제품의 국제 경쟁력을 높이기 위한 방안으로 품질 향상을 통한 원가 절감 및 고급화·다양화가 대두되고 있다. 품질은 제품의 성능에 대한 소비자의 만족도에 의하여 결정되므로 소비자의 기대치에 가까운 균질의 제품을 생산함으로써 제품의 대외 경쟁력을 높일 수 있다. 기존의 품질관리는 라인내 품질관리(on-line QC)가 대부분이었으며, 1980년대에는 품질 공학(quality engineering)이 대두되면서 통계적 공정 관리(statistical process control)의 체계적인 활용이 강조되었다[5].

그러나 품질을 보다 근원적으로 향상시키기 위해서는 제품의 설계 단계에서부터 품질관리 활동을 전개해야 한다. 이와 같은 활동을 라인의 품질관리(off-line QC)라 하며 기법으로는 분산분석을 이용한 다구찌방법[8,9]과 회귀분석을 이용한 VTA(Variation Transmission Analysis)방법 등이 있다 [17].

분산분석을 이용한 다구찌방법은 품질을 제품이 사회에 끼친 손실로 정의하여 제품에 대한 손실 함수와 S/N비(signal to noise ratio), 직교배열표 등을 이용하여 품질 특성치의 분산(variation)을 줄이고, 특히 잡음 요인에 대하여 품질 특성치가 둔감(robust)할 수 있도록 영향을 미치는 각 인자들의 최적 조건을 결정하는 방법이다.

회귀분석을 이용한 VTA방법은 제품이나 공정을 최적화 시키고 분산을 줄이는 방법으로 screening experiment와 VTA 분석을 실시하여 제조 과정에서 품질 개선, 비용 절감, 개발 기간 단축 등의 결과를 얻을 수 있는 방법이다.

따라서 본 연구는 이 두 분석론을 이용한 다구찌 방법과 VTA방법에 대하여 서로 비교·분석하고, 특히 제품의 품질 특성치 Y의 분산의 추정 정도를 높임으로써 효과적인 품질관리가 이루어지도록 하는데 있다. 또한 분산분석을 이용한 다구찌 방법과 회귀 분석을 이용한 VTA방법의 제품 설계에 대한 파라미터 설계(parameter design)와 허용차 설계(tolerance design) 과정을 서로 비교·분석하고, 허용차 설계에 있어 제품의 불량률을 ppm단위로 제한함으로써 공정이 주어진 규격 한계 내에서 항상 관리될 수 있도록 설계하는데 있다. 특히, 회귀분석을 통한 제품의 품질 특성치 Y에 대한 분산의 추정에 있어 오류가 있음을 인지하고, 이에 따른 보완 방법을 제시하고자 한다.

## 2. 이론적 고찰

### 2.1 분산분석을 이용한 다구찌방법

분산분석을 이용한 다구찌방법은 공정의 관리 및 품질 개선에 대한 새로운 접근 방법이라고 할 수 있다. 이 방법은 품질의 손실 함수의 개념과 신호 대 잡음비(signal-to-noise ratio S/N비)를 이용하여 품질을 향상시킬 수 있는 수단을 제공하며, 실험 설계에 있어 직교배열표를 사용함으로써 많은 설계의 대안 가운데 최적의 대안을 용이하게 찾을 수 있다.

본 절에서는 제품 설계 중 파라미터 설계와 허용차 설계 과정을 단계별로 설명한다[3,4].

#### 2.1.1 파라미터 설계

파라미터 설계는 제품의 품질 변동이 잡음에 둔감하면서 목표 품질을 가질 수 있도록 인자들의 최적 조건을 구하는 설계로 그 절차는 다음과 같다.

**단계 1)** 특성치 Y 결정 : 제품의 품질 특성치 Y를 선정한다.

**단계 2)** 인자 X의 선정 : 제품의 품질 특성치 Y의 분산에 영향을 주리라고 예상되는 제어인자(controllable factor)와 잡음인자(noise factor)를 선택한다.

**단계 3)** 직교 배열과 수준 수 결정 : 단계 2)에서 선택된 제어인자와 잡음인자로 구성된 직교배열표를 작성한다.

**단계 4)** 분산분석(Analysis of variance ANOVA) : S/N비와 평균  $\bar{y}$ 에 대해 분산분석을 실시한다. 여기서 S/N비는 신호 대 잡음의 비를 의미하는 것으로, 예를 들어 명목 특성(nominal is best characteristics)인 경우 (S/M)비는 다음 식 (1)과 같다.

$$(S/M)_i = 10 \log \left[ \frac{(\bar{y}_i)^2 - \frac{V_i}{n}}{V_i} \right] \quad (1)$$

단,  $(S/M)_i = i$  행의 S/N비 값

$n =$  각 행의 반복 수

$$V_i = s_i^2 = \sum_{j=1}^n \frac{(y_{ij} - \bar{y}_i)^2}{(n-1)}$$

$= i$  번째 행의  $n$ 개 데이터의 표본 분산

$$\bar{y}_i = \sum_{j=1}^n \frac{y_{ij}}{n} = i \text{ 번째 행의 } n \text{ 개 데이터의 평균}$$

**단계 5)** 유의한 제어인자 선택 : 분산분석을 실시한 결과 S/N비와 평균 ( $\bar{y}$ )에 유의한 영향을 주는 제어인자를 선택한다. 만약 하나의 제어인자가 S/N비와 평균 ( $\bar{y}$ ) 모두 영향을 미칠 경우, 이 인자는 S/N비에 영향을 주는 인자로 분류한다.

**단계 6)** 최적 수준 결정 : S/N비에 유의한 영향을 주는 인자는 S/N비를 최대로 하는 수준을 선택하고, 평균 ( $\bar{y}$ )에 영향을 주는 인자는 평균 ( $\bar{y}$ )가 목표치에 가장 접근한 수준을 선택한다. 기타 제어인자에 대해서는 경제성, 작업성 등을 고려하여 적절한 수준을 선택한다.

이와 같이 6 단계로서 파라미터 설계 과정이 끝난다.

## 2.1.2 허용차 설계

파라미터 설계에서 구한 제품의 품질 특성치 Y의 분산이 만족스러운 상태가 아닌 경우에 허용차 설계를 수행하게 된다. 허용차 설계는 제품의 품질 특성치 Y의 분산에 대한 영향과 비용을 고려하여 인자의 허용차를 감소시켜 품질 특성치 Y의 분산을 바람직한 수준 이하로 유지하는 방법이다[8,9]. 그 설계 절차는 다음과 같다.

**단계 1)** 각 인자의 허용차 수준 설정 : 인자의 최적 조건에서 수준 수를 결정하는 방법은 설계의 목표값(target value)  $t$ , 그 산포의 표준편차를  $\sigma$ 로 했을 때 다음과 같다.

$$\text{제 1 수준} = t - \sqrt{\frac{3}{2}} \sigma$$

$$\text{제 2 수준} = t$$

$$\text{제 3 수준} = t + \sqrt{\frac{3}{2}} \sigma$$

**단계 2)** 각 인자의 허용차 수준에 의한 직교배열표 작성 : 단계1)에서 결정한 각 인자의 허용차 수준에 의하여 직교배열표를 작성한 후 실험을 통한 데이터를 산출해낸다.

**단계 3)** 분산분석 : 실험을 통해 얻은 데이터를 가

지고 분산분석을 실시한다.

**단계 4)** 각 인자의 기여율 계산 : 각 인자의 기여율은 분산분석표에서 각 인자의 변동 ( $S_i$ )을 총변동 ( $S_T$ )으로 나눈 후 100을 곱하여 얻는다.

**단계 5)** 확인 실험 : 기여율이 큰 인자들에 대하여 표준편차(허용차)를 줄임으로써 전체의 분산이 어느 정도 줄어드는가를 등식으로 나타내면 다음 식 (2)와 같다.

$$V_N = V_C \times \left\{ \rho_A \times \left( \frac{H_{NA}}{H_{CA}} \right)^2 + \rho_B \times \left( \frac{H_{NB}}{H_{CB}} \right)^2 + \dots + \rho_n \times \left( \frac{H_{Nn}}{H_{Cn}} \right)^2 \right\} \quad (2)$$

단,  $V_N$  = 새로운 분산

$V_C$  = 현재의 분산

$\rho_A$  = 인자 A의 기여도

$\rho_B$  = 인자 B의 기여도

$\rho_n$  =  $n$ 번째 인자의 기여도

$H_{NA}$  = 새로운 인자 A의 허용차

$H_{CA}$  = 현재 인자 A의 허용차

$H_{NB}$  = 새로운 인자 B의 허용차

$H_{CB}$  = 현재 인자 B의 허용차

$H_{Nn}$  =  $n$ 번째 인자의 새로운 허용차

$H_{Cn}$  =  $n$ 번째 인자의 현재 허용차

**단계 6)** 전체 분산의 만족 여부 : 줄어든 전체 분산에 대한 만족 여부에 따라 단계 5)를 다시 실시한다. 만약 만족치 않는 경우, 기여율이 큰 표준편차를 새로이 설정한 후 단계 5)로 피드백(feedback)하여 만족할 때까지 실시한다.

## 2.2 회귀분석을 이용한 VTA 방법

회귀분석을 이용한 VTA방법은 회귀 등식을 이용하여 파라미터 설계와 허용차 설계를 하는 것이다. 파라미터 설계에서는 screening experiment를 실시하여 제품의 품질 특성치 Y에 영향을 주는 인자를 선택한 후 제품의 품질 특성치 Y와 선택한 인자간의 회귀식을 추정한 후 이 식으로부터 최적 상태를 결정한다.

허용차 설계에서는 파라미터 설계에서 구한 각 인자의 최적 상태에서 VTA를 통해서 VIP (variation inducing parameter)을 선정하여 품질 특성치 Y의 분산을 줄임으로서 품질을 향상시키고, 생산 단가를 낮추며 제품의 개발 기간을 단축시킬 수 있다. 여기서 VIP란 품질 특성치 Y의 분산에 가장 크게 기여하는 인자를 말한다.

### 2.2.1 파라미터 설계

파라미터 설계 과정은 다음과 같이 8단계로 이루어져 있다.

**단계 1)** 특성치 Y 결정 : 제품 품질의 특성치 Y를 선정한다.

**단계 2)** Candidate Input Variable X 결정 : 제품의 품질 특성치 Y에 영향을 미칠 수 있는 모든 인자들을 선택한다. 여기서 candidate input variable이란 품질 특성치 Y에 영향을 줄 수 있는 모든 인자를 의미한다.

**단계 3)** Screening Experiment 실시 : 단계2)에서 선택된 candidate input variable을 가지고 screening experiment를 실시하여 key input variable을 결정한다. Key input variable은 품질 특성치 Y의 평균에 영향을 미치거나 variation

[표 1] 8회 실험의 Screening experiment

Trial number	column						
	A	B	C	D	E	F	G
1	+	-	+	-	-	+	-
2	+	+	-	-	+	-	-
3	-	-	+	+	+	-	-
4	+	-	-	+	-	-	+
5	-	+	-	+	-	+	-
6	-	+	+	-	-	-	+
7	+	+	+	+	+	+	+
8	-	-	-	-	+	+	+
	1	2	3	4	1*2 3*4	1*3 2*4	2*3 1*4
Input Variation Corresponding to Column							

에 기여하는 인자를 의미한다. Screening experiment는 실험계획법의 직교배열표와 유사하게 구성되어 있다. 예를 들어 8회 실험을 할 경우, [표 1]처럼 4개 인자들을 A, B, C, D열에 배치하고 나머지 E, F, G열에는 교호작용(interaction)이 있는 인자들을 배치하는 것이다. 또한 각 열을 +, - 로 표시하였는데 +는 high 값, -는 low값을 의미한다.

**단계 4) Screening Experiment의 분석 :** 단계 3)에서 얻은 실험 결과치 평균( $\bar{y}$ )과 표준편차( $\sigma$ )를 가지고 각 인자와 교호작용의 효과(effect)를 계산한다. 계산된 각 인자와 교호작용의 효과를 크기 순으로 나열한 후 효과가 큰 인자와 교호작용이 있는 인자를 주인자(key input variable)로 선정한다. 평균( $\bar{y}$ )와 표준편차에 대한 각 인자의 효과에 대한 계산은 +에 해당하는 값들의 평균과 -에 해당하는 값들의 평균을 구하여 두 값의 차를 그 인자의 효과 값으로 한다. 마찬가지로 교호작용도 인자의 효과 계산과

동일한 방법으로 계산하면 된다. 만약 표준편차에 대한 효과 계산이 불가능한 경우 평균의 효과만 가지고 주인자를 선택한다.

**단계 5) Regression Equation 산출 :** 단계4)에서 결정한 인자들과 품질 특성치(Y)와의 관계 식  $f(X)$ 을 표현하면 다음 식 (3)과 같다.

$$Y = f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n) \quad (3)$$

식 (3)을 Y의 평균  $\mu_Y$  에 대하여  $X_i$ 의 target 값  $t_i$ 의  $f(t)$  함수식으로 표현하면 다음 식(4)와 같이 표현된다.

$$\mu_Y = f(t_1, t_2, t_3, \dots, t_n) \quad (4)$$

**단계 6) Y에 대한 표준편차( $\sigma_Y$ )등식 유도 :** Y에 대한  $f(X)$ 식에서 Y의 표준편차 등식을 유도하면 다음 식 (5)와 같이  $g(t, \sigma)$ 함수로 나타낼 수 있다.

$$\sigma_Y = g(t_1, t_2, \dots, t_n, \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n) \quad (5)$$

**단계 7) 각 인자의 표준편차( $\sigma_i$ ) 추정 :** 각 인자

들은 시스템 내에서 아주 작은 값이라도 편차를 가지고 있다. 이 편차들을 추정하면 다음과 같이  $s_i$ 로 표현할 수 있다.

$$\hat{\sigma}_1 = s_1, \hat{\sigma}_2 = s_2, \hat{\sigma}_3 = s_3, \dots, \hat{\sigma}_n = s_n$$

**단계 8)** 목표 값 산출 :  $\sigma_Y$  등식에  $\sigma_i$ 의 추정값  $s_i$

를 대입하여  $\hat{\sigma}_Y$ 에 대한  $g(t, s)$  함수로 표현하면 식 (6)과 같다.

$$\hat{\sigma}_Y = g(t_1, t_2, \dots, t_n, s_1, s_2, \dots, s_n) \quad (6)$$

이때  $\mu_Y$ 에 영향을 미치고,  $\sigma_Y$ 에도 기여하는 인자들을 VAP(Variation Adjustment Parameters)라 하고, 이러한 인자들의 목표값  $t_i$ 를 선정한다. 단계 8)까지의 과정으로 파라미터 설계 과정이 끝난다.

## 2.2.2 허용차 설계

파라미터 설계에서 각 인자  $X_i$ 의 목표값  $t_i$ 을 구하였으므로 다음 단계는 제품의 품질 특성치 Y 분산에 대한 만족도 여부에 따라 VIP를 선택하는 허용차 설계단계이다. 바로 이 VIP의 분산을 줄임으로써 품질 특성치 Y의 분산을 줄이는 방법을 VTA라 한다. VTA 방법은 다음과 같이 4 단계의 과정으로 이루어져 있다.

**단계 1)** Y의 분산 계산 : 파라미터 설계에서 구한

$\sigma_Y$  등식에서 Y의 분산을 구한다.

**단계 2)** 각 인자의 기여도 계산 : 각 인자의 기여도 계산은 다음과 같다.

$$\sigma_{Y1} = g(t_1, t_2, \dots, t_n, 0, s_2, \dots, s_n)$$

$$\sigma_{Y2} = g(t_1, t_2, \dots, t_n, s_1, 0, \dots, s_n)$$

⋮

$$\sigma_{Yn} = g(t_1, t_2, \dots, t_n, s_1, s_2, \dots, 0)$$

$\sigma_{Yi}$ 는 i번째 인자의 표준편차를 0으로 대입하였을 때의 Y의 표준편차이다. 그러므로 i번째 인자의 표준편차의 유·무에 의한 품질 특성치 Y의 표준편차  $\sigma_Y$ 의 변화는

$$\sqrt{(\sigma_Y)^2 - (\sigma_{Yi})^2}$$

이 된다. 즉, 각 인자  $X_i$ 들의 표준편차가 있을 때와 없을 때의 품질 특성치 Y의 분산을 구해 그 차의 제곱근을  $\sigma_Y$ 에 대한 각 인자  $X_i$ 들의 기여도라 하겠다.

**단계 3)** VIP 선정 : 단계 2)에서 구한 각 인자  $X_i$

의 기여도를 크기 순으로 나열하여 기여도가 가장 큰 인자를 VIP로 선정한다.

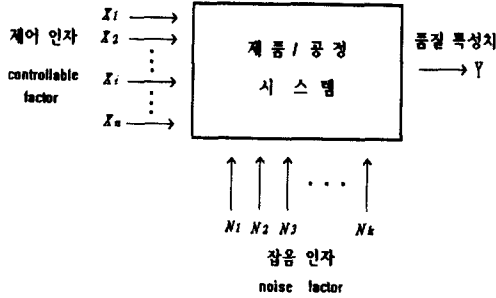
**단계 4)** 품질 특성치 Y의 분산  $\sigma_Y$ 의 만족 여부 :

품질 특성치 Y의 분산에 대한 만족 여부에 따라 다시 VTA를 실시한다. 만약 Y의 분산에 대해 만족치 못할 경우 VIP의 분산을 새로이 설정하여 Y의 분산이 만족될 때까지 VTA를 실시한다. 이로써 허용차 설계 과정이 끝난다.

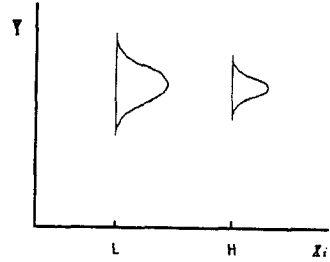
## 3. 다구찌 방법과 VTA방법의

### 비교 · 분석 결과

분산분석을 이용한 다구찌방법과 회귀분석을 이용한 VTA방법의 제품 설계에 대하여 비교해 보면 다



[그림 1] 제품/공정 시스템의 도표



[그림 2] 품질 특성치 Y의 변화

음과 같다.

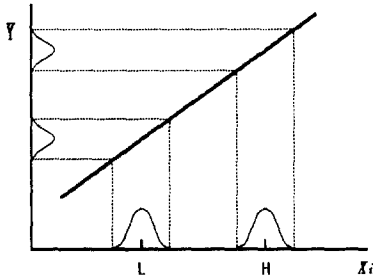
### 3.1 인자의 최적 수준 결정

분산분석을 이용한 다구찌방법과 회귀분석을 이용한 VTA방법은 각 인자의 최적 수준을 결정하는데 있어 근본적으로 차이가 있다. 분산분석을 이용한 다구찌방법의 파라미터 설계는 각 인자의 수준을 정한 다음 각 수준에 있어 품질 특성치 Y가 잡음인자에 의해 얼마 만큼 변하는가에 따라 최적 수준을 결정한다. 예를 들어, 어떤 제품 시스템이 [그림 1]처럼 제어인자들과 잡음인자들 그리고 제품의 품질 특성치 Y의 형태로 구성되어 있다 하자. 여기서 인자  $X_i$ 에 대해 수준을 high와 low 2수준으로 정한 다음 각 수준에 있어 품질 특성치 Y의 분산을 [그림 2]처럼 나타낼 경우 인자  $X_i$ 는 high일 때 Y의 분산  $n$ 이 low일 때의 Y의 분산보다 작으므로 high수준을 최적 수준으로 정한다. 따라서 다구찌방법은 시스템 모형 즉, 각 인자  $X_i$ 와 품질 특성치 Y의 관계가 선형 또는 비선형에 관계없이 각 인자의 수준을 정한 다음 잡음 인자에 의한 Y의 변화량에 따라 최적 수준을 결정한다.

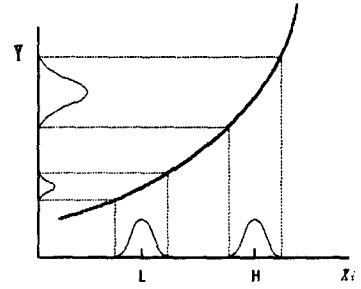
반면에 회귀분석을 이용한 VTA방법은 인자의 각 수준의 분산은 일정하다는 가정 하에서 그것에 의한 품질 특성치 Y의 분산에 따라 최적 수준을 결정한다. 여기서 시스템 모형이 선형 또는 비선형에 따라 최적 수준을 결정하는 과정이 다르다. 시스템 모형이 선형인 경우, 예를 들어 품질 특성치 Y의 등식을  $Y = b_0 + b_i X_i$ 라 하고, 이때 Y의 분산을 구하면  $\sigma_Y^2 = b_i^2 \sigma_i^2$ 이 된다. 즉, 품질 특성치 Y의 분산은 단지 인자  $X_i$ 의 분산에 따라 달라지게 된다.

그러나 VTA 방법에서는 인자의 각 수준에서의 분산은 일정하다는 가정 하에 수준을 선택하므로 [그림 3]에서 나타나는 것처럼 low수준과 high수준에서의 Y의 분산 크기는 같다.

시스템 모형이 비선형인 경우 예를 들어, Y의 등식이  $Y = b_0 + b_i X_i^2$ 라 할 때 Y의 분산은  $\sigma_Y^2 = b_i^2 \text{VAR}[X_i^2] = b_i^2 (4 t_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sigma_i^4)$ 이다. 여기서 Y의 분산은 인자  $X_i$ 의 목표값  $t_i$ 와  $\sigma_i$ 값에 의해 [그림 4]처럼 달라진다. 즉, 선형과 비선형의 차이는 인자의 target값  $t_i$ 가 Y의 분산에 영향을 미치는 유무에 따라 다르다.



[그림 3] 선형일 때의 품질 특성치 Y의 변화



[그림 4] 비선형일 때의 품질 특성치 Y의 변화

이 과정들을  $f(X)$  함수식으로 표현하면  $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 이다. Y의 평균은  $f(t)$  함수로 표현하면  $\mu_Y = f(t_1, t_2, \dots, t_n)$ 이며, Y의 표준편차를  $g(t, \sigma)$ 로 표현하면 다음 식 (7)과 같이 표현된다.

$$\sigma_Y = g(t_1, t_2, \dots, t_n, \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n) \quad (7)$$

예를 들어, 시스템이 선형이고 교호작용이 없다면 Y의 표준편차는  $\sigma_Y = g(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$ 으로 변한다. 만일 시스템이 비선형이고 교호작용이 있다면, 예를 들어 인자  $X_k$ 가 2차 항이고 인자  $X_i$ 와  $X_j$ 가 교호작용이 있을 때의 Y의 표준편차는 식 (8)과 같다.

$$\sigma_Y = g(t_i, t_j, t_k, \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n) \quad (8)$$

여기서 어떤 인자  $X_i$ 의 목표값  $t_i$ 에 의해서  $\mu_Y$ 와  $\sigma_Y$ 가 변할 때  $X_i$ 를 VAP라 한다. 즉 VAP는 평균과 분산 모두에 영향을 미치는 인자를 말한다. 또 인자  $X_j$ 의 분산에 의해서  $\sigma_Y$ 가 가장 크게 변하면 이때 인자  $X_j$ 를 VIP라 한다

두 방법의 최적 수준의 결정 방법을 비교해 본 결

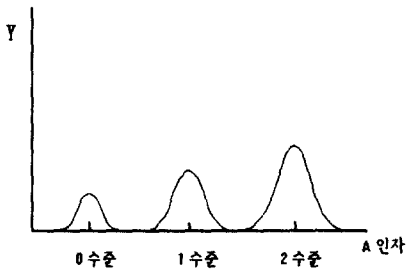
과 다구찌방법은 인자의 수준을 설정한 후 각 수준에서 잡음인자에 의한 품질 특성치 Y의 분산에 따라 최적 수준을 결정하는 반면, VTA방법은 각 인자의 분산에 의한 Y의 분산에 따라 최적 수준을 결정한다.

### 3.2 잡음 인자의 수준 결정

다구찌방법에서 잡음인자의 수준을 결정할 때에는 내부잡음인자와 외부잡음인자 모두 포함되어 있어야 한다. 만약 내부 잡음인자만으로 잡음인자의 수준을 결정할 경우 제어인자의 각 수준에 있어 비율(%) 또는 수치 값으로 잡음인자의 수준을 결정한다.

잡음인자의 수준을 제어인자의 각 수준에 대하여 비율(%)로써 결정할 경우 예를 들어, 제어인자 A가 3수준으로서 0수준 값은 4000, 1수준 값은  $5600 \pm 10\%$ 로, 2수준 값은 7200일 때 각 수준에 대하여 정하였다면, 제어인자 A의 0수준에서의 잡음인자 수준은 3600, 4000, 4400이고 1수준에서는 5040, 5600, 6160이며 2수준 값에서는 6480, 7200, 7920이 된다. 즉 비율(%)로 잡음인자의 수준을 결정하면 제어인자의 각 수준에서 잡음인자의 분산의 크기가 [그림 5]와 같이 다르게 나타난다.





[그림 5] 비율(%)로 결정한 내부잡음인자의 허용차

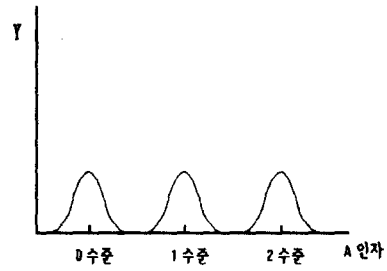
그러나 만약 수치 값으로써 잡음인자의 수준을 결정할 경우 예를 들어 잡음인자의 수준을 제어인자 A의 각 수준에 대하여  $\pm 500$ 으로 정하였다면, 제어인자 A의 0수준에서의 잡음인자 수준은 3500, 4000, 4500이고 1수준에서는 5100, 5600, 6100이며 2수준에서는 6700, 7200, 7700이 된다. 즉 수치 값으로 잡음인자의 수준을 결정하면 제어인자의 각 수준에서 잡음인자의 분산의 크기는 [그림 6]에 도시된 바와 같이 같게 나타난다. 여기서 잡음인자의 수준을 수치 값으로 결정할 경우 각 인자의 최적 수준을 결정하는 과정이 VTA방법과 같다.

### 3.3 인자의 성질

인자의 성질에 따라 두 방법에 차이가 있다. 인자의 성질은 크게 양적변수(quantitative variable)와 질적변수(qualitative variable)로 나누어진다. 다구찌 방법에서는 인자가 양적변수 또는 질적변수에 관계 없이 모두 적용이 가능한 반면 VTA방법에서는 인자가 질적변수이면 회귀 등식을 산출하는데 있어 많은 문제점이 따른다.

### 3.4 PPM 관리

허용차 설계에 있어 제품 또는 공정의 불량률을



[그림 6] 수치값으로 결정한 내부 잡음인자의 허용차

ppm단위로 관리한다면 품질 특성치 Y의 분산  $\sigma_Y$ 가 규격한계내에 포함되기 위한 각 인자들의 분산의 축소 정도를 알 수 있다. 만약 어느 제품의 품질 특성치 Y가  $0.12 \pm 0.01$ 이라 할 때, 이 제품을 100ppm으로 관리한다면 이 때의 규격한계는 <표 2>에서 제시된  $7.78116 \sigma_Y$ 이므로 품질 특성치 Y의 분산  $\sigma_Y = 0.02 / 7.78116 = 0.00257$ 이 되도록 각 인자들의 분산을 줄여야 한다. 각 인자의 분산을 얼마만큼 축소시켜야 하는지는 다구찌방법의 확인 실험 등식을 사용하여 알 수 있다.

[표 2] ppm에 따른 규격한계의 범위

PPM	$1 - \frac{PPM}{1000000}$	규격한계 (USL-LSL= $k\sigma$ )
2700	0.997300000	6.00000
1000	0.999000000	6.58102
500	0.999500000	6.96150
100	0.999900000	7.78116
63	0.999937000	8.00000
10	0.999990000	8.83430
1	0.999999000	9.78300
0.573	0.999999427	10.00000
0.100	0.999999900	10.65344
0.010	0.999999990	11.46140
0.002	0.999999998	12.00000

$$V_N = V_C \times \left\{ \rho_A \times \left( \frac{H_{NA}}{H_{CA}} \right)^2 + \rho_B \times \left( \frac{H_{NB}}{H_{CB}} \right)^2 + \dots + \rho_n \times \left( \frac{H_{Nn}}{H_{Cn}} \right)^2 \right\} \quad (9)$$

따라서 허용차 설계에 있어 제품의 불량률을 ppm단위로 제한함으로써 공정이 주어진 규격 한계내에서 관리될 수 있도록 설계하였다.

## 4. 회귀분석을 통한 분산 추정

### 오류 및 보완

#### 4.1 오차항의 오류

회귀분석에서 회귀등식으로부터 분산 등식을 추정하기 위하여 회귀등식을 나타내면 다음 식 (10)과 같다.

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_{p-1} x_{ip-1} + \varepsilon_i \quad (10)$$

단,  $i = 1, \dots, n$  그리고  $p = 2, \dots, n$  이다.  $\varepsilon_i$ 는 오차항으로서 확률 분포는  $N(0, \sigma^2)$ 를 따르며, 다른 오차항과는 서로 독립이다.

회귀등식 식 (10)로부터  $\hat{Y}$ 을 추정하면 다음 식 (11)과 같다.

$$\hat{Y}_i = b_0 + b_1 x_{i1} + b_2 x_{i2} + \dots + b_{p-1} x_{ip-1} \quad (11)$$

여기서 식 (10)과 식 (11)로부터 Y의 분산 등에 대한 식을 각각 추정하면 다음 식 (12), (13)과 같다.

$$\text{Var}(Y_i) = \sigma^2 \quad (12)$$

$$\text{Var}(\hat{Y}_i) = 0 \quad (13)$$

여기서 변수  $x$ 는 오차 없이 측정할 수 있는 수리적변수(mathematical variable)로서 고정된 값 즉, 상수이기 때문에 Y의 분산 등식을 추정할 때 0으로

처리된다. 따라서 회귀분석에서 회귀등식으로부터 Y의 분산 등식을 추정한다는 것은 모순이다.

그러나 만약 변수  $x$ 가 수리적 변수가 아닌 확률변수(random variable)로 쓰일 경우 변수  $x$ 는 측정오차가 있는 분포를 가지게 되므로 회귀등식으로부터 Y의 분산 등식을 추정할 수 있다. 그러므로 회귀분석을 이용하여 시스템을 설계할 경우 각 인자가 제어인자 즉, 모수 인자(fixed factor)가 아닌 변량인자(random factor)라는 가정 하에 시스템을 설계하여야 한다.

이러한 가정 하에 Y의 분산 등식을 식 (10)과 식 (11)로부터 추정해보면 다음 식 (14), (15)와 같다.

$$\text{Var}(Y_i) = \beta_{p-1}^2 \text{Var}(x_i) + \sigma^2 \quad (14)$$

$$\text{Var}(\hat{Y}_i) = b_{p-1}^2 \text{Var}(x_i) \quad (15)$$

여기서 식 (11)로부터 식 (15)의 추정 등식은 오차항으로 인한 약간의 오류를 포함한다.

#### 4.2 오차항의 보완

(식 11)로부터 (식 15)의 추정 등식의 오류는 다음과 같다. 먼저 식 (11)과 식 (15)를 행렬식으로 표현하면 식 (16)과 같이 쓸 수 있다.

$$\hat{Y} = Xb \quad (16)$$

$$\text{Var}(\hat{Y}) = b' \text{Var}(X) b \quad (17)$$

여기서 샘플 데이터로부터 직접 Y의 분산을 구한 등식을 행렬식으로 나타내면 다음 식 (18)과 같다.

$$\text{Var}(\hat{Y}) = \frac{Y'Y - \left(\frac{1}{n}\right)Y'JY}{n-1} \quad (18)$$

단,  $J$  는  $n \times n$  단위행렬(unit matrix)이다.

여기서 식 (17)과 식 (18)은 같은 품질 특성치  $Y$ 의 분산 추정치를 표현한 것이므로 이들 식간에 등식관계가 성립되어야 한다. 그러나 식 (17)에는  $\epsilon$  (오차항)의 분산이 제외되어 있는 상태이다. 따라서  $\hat{Y}$ 의 분산을 추정한다면 실제 샘플 데이터에서 구한  $\hat{Y}$ 의 분산 보다 항상  $\epsilon$ 의 분산 크기만큼 작은 값을 가지게 된다. 그러므로 회귀등식으로부터 추정된  $\hat{Y}$ 의 분산은 잘못된 추정이라 할 수 있다.

회귀등식으로부터 구한  $\hat{Y}$ 의 분산에  $\epsilon$ (오차항)의 분산 크기만큼을 보상하기 위해서는  $r^2$ 이라는 결정 계수(coefficient of determination)를 도입하여야 한다. 여기서  $r^2$ 이란 총 변동 중에서 회귀선에 의해서 설명되어지는 변동의 비율로서, 범위는  $0 \leq r^2 \leq 1$ 이다. 따라서 결정 계수  $r^2$ 을 다음과 같이 식 (17)에 첨가하면 샘플 데이터로부터  $\hat{Y}$ 의 분산을 추정한 식 (19)와 같게 된다.

$$\begin{aligned} \text{Var}(\hat{Y}) &= \frac{b' \text{Var}(X) b}{r^2} \\ &= \frac{Y'Y - \left(\frac{1}{n}\right) Y'JY}{n-1} \end{aligned} \quad (19)$$

$Y$ ,  $X$  및  $b$ ,  $\text{Var}(X)$ 의 행렬에 대한 정의와 식 (19)의 증명 과정은 appendix에 제시하였다.

## 5. 결 론

본 연구는 제품의 품질을 관리하는데 있어 기존의 라인내 품질관리(on-line QC)에서 벗어나 제품이나 공정의 설계단계에서부터 품질관리 활동을 하는 라인외 품질관리(off-line QC)의 기법 중에서 분산분석을 이용한 다구찌방법과 회귀분석을 이용한 VTA방법을 서로 비교 분석하였다.

또한 제품의 불량률을 ppm단위로 제한하여 각 인자들이 공정의 관리한계내에 있을 수 있도록 분산을 축소하는 방법을 제안하였다.

특히, 회귀등식에서 추정한  $Y$ 의 분산이 부정확하게 산출됨에 따라 이를 보상해주는 방안을 제시함으로써 표본 자료에서 직접 산출된  $Y$ 의 분산과 같게 됨으로써 보다 정확한 회귀등식을 추정할 수 있게 되었다.

향후 연구 과제로는 실제 공정에서 직접 데이터를 산출하여 경제성과 작업성을 고려한 최적의 결과를 얻을 수 있도록 설계하는 것이다. 이로써 본 연구의 활용으로 라인외 품질관리(off-line QC)의 적극적인 활동이 기대된다. 앞으로 이러한 품질관리 기법들을 산업현장에 도입·정착시킴으로써 제품의 품질을 향상시킬 뿐만 아니라 국제 경쟁력을 키울 수 있다고 본다.

## 참 고 문 헌

- [1] 박성현, 회귀분석, 대영사, pp.69-202, 1982.
- [2] 박성현, 현대 실험계획법, 민영사, pp.69-225, pp.461-544, 1991.
- [3] 박성현, 품질공학, 민영사, pp.75-91, pp.217-327, 1993.
- [4] 박성현, 응용 실험계획법, 영지 문화사, pp.

- 175-314, 1994.
- [5] 배도선, 최선 통계적 품질관리, 영지문화사, pp.179-195, pp.405-435, 1992.
- [6] 엄봉진, “다구찌 방법의 재조명”, 대한산업공학회 '92 추계학술회논문집, pp. 408-411, 1992.
- [7] 田口 玄一, 규격치 결정 방법, 한국공업표준협회 번역·출간, 1988.
- [8] 田口 玄一, 품질공학 강좌 1. 개발·설계단계의 품질공학, 한국공업표준협회 번역·출간, 1991.
- [9] 田口 玄一, 품질공학 강좌 4. 품질설계를 위한 실험계획법, 한국공업표준협회 번역·출간, 1991.
- [10] Burr, I. W., “Specifying the Desired Distribution Rather than Maximum and Minimum Limits,” Industrial Quality Control, Vol.24, No. 2, pp. 94-101, August 1967.
- [11] Francis, P. H., “Statistics of High-Yield Manufacturing Processes,” ASME, Manufacturing Review Vol.1, No.3, pp. 6-13, March 1988.
- [12] Kackar, R. N., “Off-Line Quality Control, Parameter Design, and the Taguchi Method,” J. of Quality Technology, Vol.17, No.4, pp. 176-188, October 1985.
- [13] Neter, J., Wasserman, W. and Kutner, M. H., Applied Linear Regression Models, IRWIN, Inc., 1989.
- [14] Taguchi, G., Introduction to Quality Engineering, Asian Productivity Organization, 1986.
- [15] Taguchi, G., Elsayed, E. A. and Hsiang, R. C., Quality Engineering in Production Systems, McGraw-Hill, Inc., 1989.
- [16] Taguchi, G., “The Taguchi Approach to Parameter Design,” ASQC, 1986.
- [17] Taylor, W. A., Optimization & Variation Reduction in Quality, McGraw-Hill, Inc., 1991.

## APPENDICES

### I. 행렬 정의

$Y$ ,  $X$ ,  $b$ 와  $Var(X)$ 을 행렬로 정의하면 다음과 같다.

$$Y = \begin{matrix} n \times 1 \\ \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} \end{matrix} \quad X = \begin{matrix} n \times p \\ \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1p-1} \\ 1 & X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2p-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{n1} & X_{n2} & \cdots & X_{np-1} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad b = \begin{matrix} p \times 1 \\ \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_{p-1} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$Var(X) = \begin{matrix} p \times p \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & Var(X_1) & COV(X_1, X_2) & \cdots & COV(X_1, X_{p-1}) \\ 0 & COV(X_2, X_1) & Var(X_2) & \cdots & COV(X_2, X_{p-1}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & COV(X_{p-1}, X_1) & COV(X_{p-1}, X_2) & \cdots & Var(X_{p-1}) \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (\text{단, } n \geq 1, p \geq 2)$$

여기서  $Var(X)$ 은  $X$ 의 분산-공분산 행렬로서  $COV(X_i, X_j) = COV(X_j, X_i)$  (단,  $i \neq j$ ) 이고 대칭 행렬이다.  $Y, X$  그리고  $b$ 의 전치행렬은  $Y', X', b'$ 로 표현한다. 또한  $b$ 행렬에서  $b_0, b_i$ 은 모집단의  $\beta_0$  ( $Y$ 의 절편),  $\beta_i$ ( $X$ 의 계수)의 추정값이다.

### II. 식 19의 증명 과정은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Var(\hat{Y}) &= \left[ \frac{b' Var(X) b}{r^2} \right] \\ &= \left[ \frac{\frac{b' Var(X) b}{b' X' Y - (\frac{1}{n}) Y' J Y}}{Y' Y - (\frac{1}{n}) Y' J Y} \right] \quad \left[ \because r^2 = \frac{b' X' Y - (\frac{1}{n}) Y' J Y}{Y' Y - (\frac{1}{n}) Y' J Y} \right] \\ &= \left[ \frac{\frac{b' (X' X - (\frac{1}{n}) X' J X) b}{n-1}}{b' X' Y - (\frac{1}{n}) Y' J Y} \right] \quad \left[ \because Var(X) = \frac{X' X - (\frac{1}{n}) X' J X}{n-1} \right] \\ &= \left[ \frac{\frac{b' X' X b - (\frac{1}{n}) b' X' J X b}{n-1}}{b' X' Y - (\frac{1}{n}) Y' J Y} \right] \\ &= \left[ \frac{\frac{b' X' Y - (\frac{1}{n}) Y' J Y}{n-1}}{b' X' Y - (\frac{1}{n}) Y' J Y} \right] \quad [\because Y = Xb, Y' = b' X'] \\ &= \left[ \frac{Y' Y - (\frac{1}{n}) Y' J Y}{n-1} \right] \end{aligned}$$