대한수학교육학회지<학교수학>제3권 제1호
Journal of the Korea Society of Educational Studies in Mathematics
School Mathematics, Vol.3, No.1, 1~23 March 2001

제 7차 초등학교 수학과 교육과정에서의 문제해결 관련 내용의 분석[1)]

박 교 식 (인천교육대학교)

I. 서 론

본 연구의 목적은 1997년 12월에 고시된 제 7차 초등학교 수학과 교육과정(이하, 교육과정) 중에서 문제해결 관련 내용을 분석하는 것이다. 교육과정에서 문제해결을 강조하고 있다는 것은 교육과정의 <성격>과 <목표>의 다음 각 진술에서 명확히 알 수 있다.(교육부 1997, pp.28-29)[2)]

<성격>... 수학과는 수학의 기본적인 개념, 원리, 법칙을 이해하고, 사물의 현상을 수학적으로 관찰하여 해석하는 능력을 기르며, 실생활의 여러 가지 문제를 논리적으로 사고하고 합리적으로 해결하는 능력과 태도를 기르는 교과이다.
수학에서의 수량 관계나 도형에 관한 수학적 개념의 이해, 논리적인 사고력, 합리적인 문제해결 능력과 태도는 과학을 비롯한 대부분 교과들의 성공적인 학습을 위해 필요하다. ...
<목표> 수학의 기본적인 지식과 기능을 습득하고, 수학적으로 사고하는 능력을 길러, 실생활의 여러 가지 문제를 합리적으로 해결할 수 있는 능력과 태도를 기른다. ...

교육과정에서는 각 단계별로 <문자와 식> 영역 안에 문제해결과 관련된 소영역 <문제

---

1) 이 연구는 2000년도 인천교육대학교 학술연구조성비 지원에 의해 수행되었음.
2) 이 교육과정은 본래 초등학교 1학년에서 고등학교 1학년까지의 국민 공통 기본 교육과정이다. 즉, <성격>이나 <목표>는 초등학교에만 한정되는 것은 아니며 초등학교 1학년에서 고등학교 1학년까지 모든 학년에 공통으로 해당되는 것이다. 따라서 여기서 <성격>, <목표> 또는 교육과정의 다른 어떤 것을 인용해도, 그것이 초등학교 범위를 완전히 벗어난 것이라고 할 수는 없으나 부분적으로는 초등학교 범위를 벗어나는 것도 있다.

해결 방법> 또는 <문제 만들기>를 설정해서 각 단계에서 지도되어야 할 문제해결 관련 내용을 개략적으로 제시하고 있다.([표 1] 참조)[3]

한편, 7차 교육과정 해설서(교육부 1998, p.83 이하, 교육과정 해설서)에서도 다음과 같이 문제해결 관련 내용을 제시하고 있다.

> ... 문제해결은 이제 전체적인 수학 학습·지도의 경향이나 맥락에서 다루어져야 하며, 수학 학습의 지도 방식 중 하나의 바람직한 형태로 생각할 필요가 있다. 문제해결 교육의 목적은 문제해결의 과정이나 국소적 전략 등의 숙달과 같은 것이 아니라, 수학의 내용을 문제해결 방식을 통하여 문제해결의 정신에 입각한 방식으로 교수·학습하고자 하는 것이다.
>
> 문제해결 교육의 효과적인 구현을 위해서는 문제해결식의 수학 학습·지도에 대한 의미를 분명히 알고, 문제해결의 지도에 적합한 문제나 문제 상황의 개발은 물론, 문제해결 방식의 학습에서 학습자가 취해야 할 학습 태도 - 예를 들면, 자발적 탐구, 협동 토론식, 조작적 활동에 의한 발견 등 학습자의 능동적 학습 활동 중심 - 에 대한 고찰이 필요하다. 그리고 문제해결식의 학습 지도는 결국 학생 스스로의 다양한 사고 활동이나 사고 실험을 요구하는 것으로 단편적인 전략의 사용만이 아닌 이미 학습된 내용을 종합적으로 활용하여 주어진 문제 상황을 해결하기 위하여 자신만의 독창적인 사고를 구성하고 훈련할 수 있는 기회를 제공하는 방식으로 생각해야 한다.

---

3) 교육과정 <1-가 단계>와 <3-가 단계>에는 문제해결 관련 내용이 제시되어 있지 않다. 이 두 단계에서 문제해결 관련 내용이 누락된 것은 그 두 단계에 <문자와 식> 영역이 없기 때문이다. <문자와 식> 영역에서 문제해결 관련 내용을 제시해야 하는데, 교육과정 <1-가 단계>와 <3-가 단계>에 <문자와 식> 영역이 없으므로 자연히 그 단계에서는 문제해결 관련 내용을 제시하지 못한 것이다. 교육과정을 만드는데 있어 문제해결 관련 내용을 <문제와 식> 영역에서 제시해야 하는 특별한 이유가 있는 것은 아니다. 그러나 교육과정이 내용 중심의 6개 영역으로 구성되어 있기에, 어쩔 수 없이 문제해결 관련 내용도 6개 영역의 어느 하나에 포함시키지 않으면 안 된다. 그래서 결국 문제해결 관련 내용이 <문자와 식> 영역에 포함되게 된 것이다. 문제해결이 모든 단계와 모든 영역에서 지도되어야 하는 것이라면 문제해결 관련 내용을 묶어 하나의 영역으로(이를테면, <문제해결>) 독립시키는 것도 생각해 볼 수 있다. 한편, <문자와 식> 영역의 소영역으로 <문제 해결 방법> 또는 <문제 만들기>가 제시되고 있다. 교육과정에서의 의미로 보아 문제해결 방법은 바로 문제해결 전략과 문제해결의 단계를 의미한다. 교육과정 <2-가 단계>에서 '식에 알맞은 문제를 만들 수 있다.(p.41)'고 했는데, 이것은 전략 또는 단계와 관계가 없다고 보아 소영역의 이름을 <문제 만들기>라고 한 것으로 보여진다.

<표 1> 교육과정 <문자와 식> 영역의 문제해결 관련 내용

단계		내용	심화 과정	학습 지도상의 유의점
1	가			
	나	2 문제해결 방법 ① 덧셈, 뺄셈과 관련된 문제를 실제로 해보기, 그림그리기, 식만들기 등 여러 가지 방법으로 해결할 수 있다.	① 간단한 덧셈식이나 뺄셈식에 적합한 문제를 만들 수 있다.	① 문제해결에 관한 기초 경험 단계이므로 문제해결에 대한 자신감과 흥미를 가지도록 한다.
2	가	2 문제만들기 ① 식에 알맞은 문제를 만들 수 있다.	① 식을 보고 그 식에 알맞은 일상 생활과 관련된 문제를 두 세 개 만들 수 있다.	
	나	1 식만들기 ① 문장으로 된 문제를 보고, 이를 해결하기 위한 식을 만들 수 있다. 3 문제해결 방법 ① 덧셈, 뺄셈, 곱셈과 관련된 문제 상황을 표만들기, 거꾸로풀기 등 여러 가지 방법으로 해결할 수 있다.	① 식에 알맞은 문제를 만들 수 있다.	① 문제해결의 전략은 이미 학습한 전략을 포함하여 지도한다.
3	가			
	나	2 문제해결 방법 ① 다양한 문제를 규칙 찾기, 예상과 확인 등 여러 가지 방법으로 해결할 수 있다. ② 문제해결의 과정을 설명할 수 있다.	① 하나의 문제를 다양한 전략으로 해결할 수 있다.	① 문제해결은 모든 영역에서 다룬다. ② 문제해결 방법을 스스로 찾을 수 있게 한다.
4	가	2 문제해결 방법 ① 다양한 문제를 단순화하기 등 여러 가지 방법으로 해결할 수 있다. ② 문제해결의 과정을 설명할 수 있다.	① 간단한 혼합 계산과 관련된 문제를 만들어 해결할 수 있다.	① 문제해결은 모든 영역에서 다룬다. ② 문제해결 방법을 스스로 찾아내게 한다.
	나	2 문제해결 방법 ① 다양한 문제를 적절한 방법을 선택하여 해결할 수 있다. ② 문제해결의 과정을 설명할 수 있다.	① 하나의 문제를 두 세 가지 방법으로 해결하고, 그 방법을 비교할 수 있다.	① 문제해결은 모든 영역에서 다룬다. ② 문제해결 방법을 스스로 찾아내게 한다.
5	가	2 문제해결 방법 ① 다양한 문제를 적절한 방법을 선택하여 해결할 수 있다. ② 문제해결의 과정을 설명할 수 있다.	① 하나의 문제를 두 세 가지 방법으로 해결하고, 그 방법을 비교할 수 있다.	① 문제해결은 모든 영역에서 다룬다. ② 문제해결 방법을 스스로 찾아내게 한다.
	나	2 문제해결 방법 ① 문제해결의 여러 가지 방법을 비교하여, 문제해결을 위한 적절한 방법을 선택할 수 있다. ② 문제해결의 과정에 대하여 그 타당성을 검토할 수 있다.	① 주어진 문제에서 조건을 바꾸어 새로운 문제를 만들고 해결할 수 있다.	① 문제해결은 모든 영역에서 다룬다. ② 문제해결을 위한 종합적인 접근에 초점을 맞추어 지도한다.
6	가	2 문제해결 방법 ① 문제해결의 여러 가지 방법을 비교하여 적절한 방법을 선택할 수 있다. ② 문제해결의 과정을 정리하고, 그 타당성을 검토할 수 있다.	① 여러 가지 자료를 보고 문제를 만들고 해결할 수 있다.	① 문제해결은 모든 영역에서 다룬다. ② 문제해결의 종합적인 접근에 초점을 맞추어 지도한다.
	나	2 문제해결 방법 ① 문제해결의 여러 가지 방법을 비교하여, 문제해결을 위한 적절한 방법을 선택할 수 있다. ② 문제해결의 과정을 정리하고, 그 타당성을 검토할 수 있다.	① 주어진 생활 장면에서 소재를 찾아 문제를 만들고 해결할 수 있다.	① 문제해결은 모든 영역에서 다룬다. ② 문제해결을 위한 종합적인 접근에 초점을 맞추어 지도한다.

교육과정에서는 <3-나 단계> 이후부터 문제해결 과정을 강조하고 있다. 또, 문제해결 전략을 <1-가 단계>, <3-가 단계>를 제외한 모든 단계에서 강조하고 있다.[4] 이것은 초등학교에서의 문제해결 교육의 목적이 문제해결 과정과 문제해결 전략의 숙달에 있음을 말해준다.

한편, 교육과정 해설서는 문제해결 과정과 문제해결 전략의 숙달이 문제해결 교육의 목적이 아니라고 진술하고 있다. 문제해결을 잘 할 수 있기 위해서는 문제해결 과정과 문제해결 전략을 숙달해야 하지만, 그렇다고 해서 반드시 문제해결을 잘 하는 것은 아니다. 즉, 문제해결을 잘하는 것은 문제해결 과정과 문제해결 전략에 숙달하기 위한 충분조건이며, 문제해결 과정과 문제해결 전략에 숙달한다는 것은 문제해결을 잘하기 위한 필요조건이다. 문제해결을 잘하는 것은 문제해결 과정과 문제해결 전략에 숙달하는 것보다 더 어려운 것이다. 따라서 교육과정 해설서의 의도는 단순히 문제해결 과정과 문제해결 전략의 숙달에 문제해결 교육의 목적을 둘 수 없고, 그것 이상이라 할 수 있는 문제해결을 잘하는 것에 두어야 함을 부각하고 있는 것이라 할 수 있다. 그러나 문제해결을 잘하기 위해서는 문제해결 과정과 문제해결 전략에 숙달해야 하는 것이 필요조건임을 간과할 수 없다.[5]

본 연구에서는 교육과정에서 의도하고 있는 문제해결 교육의 전모를 파악하기 위하여 교육과정의 문제해결 관련 내용을 분석한다. 특히, 문제해결의 단계, 문제해결 전략, 문제 만들기, 문제, 그리고 문제해결력 평가의 측면에서 분석한다.

II. 교육과정에서 제시된 문제해결 관련 내용의 분석

1. 문제해결 단계의 측면

문제해결 단계는 문제를 해결하는 과정에서 보편적으로 그리고 건너뜀 없이 순차적으로

---

4) 각주 3)에서 언급한 대로, <1-가 단계>, <3-가 단계>가 제외된 것은 그 두 단계 내용 중에서 <문자와 식> 영역이 없기 때문이다. 그러나 교육과정의 <성격>, <목표> 및 교육과정 해설서를 참고해 볼 때, 실제로는 모든 단계에서 문제해결을 강조한다고 보아야 한다.

5) 즉, 교육과정 해설서와 교육과정이 외견상 상치되는 것으로 보이지만, 근본적으로는 상치되지 않는다고 할 수 있다. 교육과정에서는 문제해결 과정과 전략을 구체적으로 제시하고 있다. 교육과정 해설서에서는 교육과정에서 그 내용을 제시한 것이 궁극적으로는 문제해결을 잘하게 하기 위한 목적에서 이루어진 것임을 말하고 있다. 실제로 문제해결을 잘하기 위해서는 문제해결 과정과 전략의 숙달만이 중요한 것은 아니다. 교사의 역할, 문제해결자의 수학적 사고력과 정의적인 성향, 그리고 문제 자체도 중요하다. 교육과정 해설서는 바로 이와 같은 것을 염두에 두고 있는 것이라 할 수 있다.

밟아야 할 단계를 의미한다. 교육과정의 <성격>과 <교수·학습 방법>에서는 다음과 같이 문제해결 단계를 분명히 제시하고 있다.(교육부 1997, p.29, p.85)

> <성격> 수학적 문제를 해결할 때에는 먼저 문제를 분명히 이해한 후, 문제해결을 위한 합리적이고 창의적인 해결 계획을 작성하여 실행한 다음, 반성 과정을 거치는 사고 태도를 거치도록 한다.
> <교수·학습 방법> 문제해결력을 신장시키기 위하여 문제해결 과정(문제의 이해 → 해결 계획 수립 → 계획 실행 → 반성)에서...

즉, 교육과정에서는 문제해결의 단계로 문제의 이해, 해결 계획의 수립, 계획 실행, 반성의 네 단계를 요구하고 있다. 이 네 단계는 본래 폴리아(Polya 1957/1986)에 기인한 것이다. 교육과정 <3-나 단계>, <4-가 단계>, <4-나 단계>, <5-가 단계>에 제시된 목표 '문제해결의 과정을 설명할 수 있다.'와 <5-나 단계>에 제시된 목표 '문제해결의 과정에 대하여 그 타당성을 검토할 수 있다.' 그리고 <6-가 단계>, <6-나 단계>에 제시된 목표 '문제해결의 과정을 정리하고, 그 타당성을 검토할 수 있다.'는 모두 이 네 단계를 염두에 둔 것이다.[6]

물론 <1-가 단계>부터 <3-가 단계>까지도 학생들이 이 네 단계로 이루어진 문제해결 과정에 따르도록 지도하여야 한다. 그러나 이 수준에서 학생들이 문제해결 과정을 설명할 수 있다고 보기 어렵기 때문에, 교육과정에서 그와 같은 목표를 제시하지 않은 것으로 보인다. 학생들이 문제해결 과정을 설명한다고 해도, 문제의 이해, 해결 계획의 수립, 계획 실행, 반성과 같은 전문적인 용어를 구사하여 설명할 수 있는 것은 아니다. 그러나 학생들은 나름

---

6) 폴리아는 문제해결 과정을 문제 이해, 계획 수립, 계획 실행, 반성의 네 단계로 설정하고 있다. 폴리아 이후 많은 사람들이 폴리아의 네 단계를 수정하여 다섯 단계로 문제해결 과정을 설정하고 있다. 이를테면 쉔펠트(Schoenfeld 1985)는 분석, 계획, 탐구, 실행, 검증의 다섯 단계를 설정하고 있다. 한국교육개발원(1985)은 문제 의식, 문제 이해, 계획 수립, 계획 실행, 반성의 다섯 단계로 설정하고 있다. 그리고 카타키리(片桐重男 1986/1992)도 문제 형성 파악, 해결의 개괄적 구성, 해결의 실행, 풀이의 논리적 조직화, 검증의 다섯 단계로 설정하고 있다. 이 다섯 단계는 대개 폴리아의 네 단계 중 어느 한 단계를 더 세밀히 나눈 것이라 할 수 있다. 이를테면, 쉔펠트의 계획과 탐구는 폴리아의 계획 수립을 세분한 것이고, 한국교육개발원의 문제 의식은 폴리아의 문제 이해를 세분한 것이다. 그리고 카타키리의 풀이의 논리적 조직화와 검증은 폴리아의 반성을 세분한 것이다. 문제해결 교육을 위해 문제해결 과정을 네 단계로 할 것인가 또는 다섯 단계로 할 것인가를 결정하는 것은 쉽지 않다. 그러나 어느 경우이든 폴리아의 네 단계가 기본이 된다는 것은 분명하다. 교육과정에서는 아마도 이런 이유에서 폴리아의 네 단계를 문제해결 과정으로 설정하고 있는 것으로 보인다.

대로 적절한 표현을 사용하여 자신의 문제해결 과정을 설명하고, 정리하고, 그리고 그 타당성을 검토할 수 있어야 한다. 이 작업은 수월하지 않기에 학생들이 문제해결 과정을 자연스럽게 의식하고 모방할 수 있도록 의도적인 훈련의 과정이 동반되지 않으면 안 된다. 그런데 교육과정은 학생들이 문제해결의 네 단계에 어떻게 숙달할 수 있는지에 대해서는 구체적으로 진술하고 있지 않다. 그러나 이 네 단계가 폴리아에 기인한다는 것을 감안하면 그에 관해 어느 정도는 모색해 볼 수 있다. 이제 폴리아(1957/1986)의 입장에서 문제해결의 네 단계에 대해 간단히 논의하기로 하자.

문제를 해결하기 위해서 학생들은 먼저 문제를 이해하여야 한다. 이때 학생들은 문제를 설명하는 언어적 진술을 이해할 수 있어야 한다. 또, 문제의 주요 부분 즉, 미지인 것, 자료, 조건 등을 지적할 수 있어야 한다. 문제와 관련된 그림이 있다면, 그림을 그리고, 미지인 것과 자료를 그림에서 지적할 수 있어야 한다. 또, 필요하다면 적절한 기호를 붙여야 한다. 이 과정에서 교사는 적절한 발문과 권고를 통해 학생들을 안내할 수 있어야 한다. 이를테면 폴리아는 다음과 같은 발문과 권고를 제시하고 있다.(Polya 1957/1986, p.14)

- 미지인 것은 무엇인가? 자료는 무엇인가? 조건은 무엇인가?
- 조건은 만족될 수 있는가? 조건은 미지인 것을 결정하기에 충분한가? 또는 불충분한가? 또는 과다한가, 또는 모순되는가?
- 그림을 그려보아라. 적절한 기호를 붙여라.
- 조건을 여러 부분으로 분해하라. 그것을 써서 나타낼 수 있는가?

해결 계획에 대한 좋은 생각이 떠오르면 문제해결은 거의 성취된 것이다. 좋은 생각은 점진적으로 또는 갑자기 떠오른다. 수학 지식이 거의 없으면 좋은 생각이 떠오르기 어렵고, 아주 없으면 좋은 생각이 아예 떠오르지 않는다. 좋은 생각이란 과거의 경험과 이전에 얻은 수학 지식을 바탕으로 한 것이기 때문이다. 교사는 학생을 도와 좋은 생각이 떠오르게 해야 한다. 이 과정에서 교사는 적절한 발문과 권고를 통해 학생들을 안내할 수 있어야 한다. 이를테면 폴리아는 다음과 같은 발문과 권고를 제시하고 있다.(Polya 1957/1986, pp.14-16)

- 전에 그 문제를 본 일이 있는가? 그렇지 않으면 약간 다른 형태로 된 같은 문제를 본 일이 있는가?
- 관련된 문제를 알고 있는가? 유용하게 쓰일 수 있을 듯한 어떤 정리를 알고 있는가?
- 미지인 것을 살펴보아라. 친숙한 문제 중 미지인 것이 같거나 유사한 문제를 생각해 보아라.

- 관련된 문제로 전에 풀어 본 일이 있는 문제가 있구나. 그것을 활용할 수 있을까? 그 결과를 활용할 수 있을까? 그 방법을 활용할 수 있을까? 어떤 보조 요소를 도입하면 그것을 활용할 수 있을까?
- 문제를 달리 진술할 수 있을까? 좀 더 다르게 진술할 수 있을까? 정의로 되돌아가 보자.
- 만일 제기된 문제를 풀 수 없다면, 먼저 어느 정도 그와 관련된 문제를 풀어보아라. 보다 접근하기 쉬운 관련된 문제를 생각해 낼 수 있는가? 보다 일반적인 문제는? 보다 특수한 문제는? 유사한 문제는? 문제를 부분적으로 풀 수 있는가? 조건 가운데 일부분만 남기고 다른 것은 버려 보아라. 그랬을 때 미지인 것은 어느 정도까지 정해지는가? 자료로부터 무언가 유용한 것을 이끌어 낼 수 있을까? 미지인 것을 결정하는데 적절한 다른 자료를 생각해 볼 수 있을까? 새로운 미지인 것과 새로운 자료가 서로 가깝게 되도록 하기 위해서 미지인 것이나 자료 또는 필요하다면 두 가지 다 변형할 수 있을까?
- 자료는 모두 사용했는가? 문제에 포함된 핵심적인 개념은 모두 고려했는가?

계획은 문제를 해결하기 위한 일반적인 윤곽을 의미한다. 따라서 세부적인 것이 그 윤곽에 들어맞는다는 것을 확인해야 한다. 그리고 모든 것이 명확해 지도록 인내를 가지고 세부적인 것을 차례차례 점검해야 한다. 이 과정에서 교사는 적절한 발문과 권고를 통해 학생들을 안내할 수 있어야 한다. 이를테면 폴리아는 다음과 같은 발문과 권고를 제시하고 있다.(Polya 1957/1986, p.16)

- 풀이 계획을 실행하고, 매단계를 점검하라. 각 단계가 올바른지 명확히 알 수 있는가? 그것이 옳다는 것을 증명할 수 있는가?

학생들이 매단계를 점검하면서 풀이를 기술하였고, 그 풀이가 옳다는 것을 믿을만한 충분한 이유가 있다고 해도 오류는 항상 있을 수 있다. 특히 논증 과정이 길고 복잡할 경우에는 더욱 그렇다. 따라서 검증하는 것이 바람직하다. 이 과정에서도 교사는 적절한 발문과 권고를 통해 학생들을 안내할 수 있어야 한다. 이를테면 폴리아는 다음과 같은 발문과 권고를 제시하고 있다.(Polya 1957/1986, p.16)

- 결과를 점검할 수 있는가? 논증 과정을 점검할 수 있는가?
- 결과를 다른 방법으로 이끌어 낼 수 있는가? 그것을 한 눈에 알 수 있는가?
- 결과나 방법을 어떤 다른 문제에 활용할 수 있는가?

폴리아가 제시한 발문과 권고는 문제 해결에 도움이 되는 것을 일반적으로 나타낸 것으로, 그 모두가 초등학생을 위한 것은 아니다. 따라서 발문과 권고를 학생들의 수준과 문제에 따라 초등학생용으로 적절히 각색할 필요가 있다. 그런데 이러한 각색이 일의적으로 이루어지는 것이 아니라는 점에 어려움이 있다. 결국 이러한 각색을 위해 교사는 자신의 학생들, 그리고 취급하는 문제 등의 여러 가지 상황을 고려하지 않으면 안 된다.[7)]

2. 문제해결 전략의 측면

문제해결 전략이란 일단의 수학 문제를 해결하는 과정에서 유용하게 사용되는 기법을 의미한다. 특히 여기서의 전략은 주로 계획 수립의 단계에서 사용될 수 있는 전략을 의미한다. 한국교육개발원(1985)에서는 이러한 목적으로 사용되는 전략을 의미하기 위해 특별히 '문제해결 특수 전략'이라는 표현을 사용하고 있기도 하다. 전략의 숙달이 문제해결을 용이하게 할 것이라는 것은 분명하다. 교육과정 <교수 · 학습 방법>의 다음 진술은 교육과정이 요구하는 전략이 무엇인지 말해주고 있다.(교육부 1997, p.85)

> 문제해결력을 신장시키기 위하여 문제해결 과정(문제의 이해 → 해결 계획 수립 → 계획 실행 → 반성)에서 구체적인 해결 전략(그림그리기, 예상과 확인, 표만들기, 규칙성찾기, 단순화하기, 식세우기, 거꾸로풀기, 논리적 추론, 반례들기 등)을 적절히 사용하며, 문제해결의 결과뿐만 아니라 해결 과정과 그 방법도 중시하도록 한다.

즉, 교육과정에서는 초등학교 1학년에서 10학년까지 그림그리기, 예상과 확인, 표만들기,

---

7) 우리나라 경우 박성택(1985)이 초등학교에서 사용할 수 있는 권고 목록을 제시한 바 있다.(이 목록은 발문 형태로 되어 있지 않고 권고 형태로 되어 있다.) 그러나 이 목록은 다소 복잡하다. 이 이외에 우리나라 상황에 맞는 초등학교용 발문과 권고 목록으로 널리 사용되고 있는 것은 아직 없다. 한편, 미국에서는 여러 학자가 발문과 권고 목록을 제시한 바 있다. 그 중에서 리(Lee 1982)가 제시한 것이 비교적 현실적이다. 리는 문제 이해 단계에서 사용할 수 있는 것으로 '문제에 포함된 것은?', '포함된 것들 사이의 관계는?', '답해야 할 질문은'의 3개를, 계획 수립 단계에서 사용할 수 있는 것으로 '그림 그리는 것이 도움이 될 수 있는가?', '차트를 만드는 것이 도움이 될 수 있는가?', '특별한 경우를 고려해서 패턴을 찾아보아라?', '한 조건을 고려하고 그리고 다시 한 조건을 첨가하여라.', '비슷한 문제를 풀어본 적이 있는가?'의 5개를, 계획 실행 단계에서 사용할 수 있는 것으로 '계획을 실행하여라.', '매단계를 점검하여라'의 2개를, 그리고 반성 단계에서 사용할 수 있는 것으로 '답이 합당한가?', '다른 풀이 방법이 있는지 알아보아라', '비슷한 문제를 만들어 보아라'의 3개를 제시하고 있다.

규칙성찾기, 단순화하기, 식세우기, 거꾸로풀기, 논리적 추론, 반례들기 등의 전략을 요구하고 있다. 그런데 사실 이 전략 중에는 초등학생들이 구사하기 어려운 것도 있다. 교육과정에서 학생들이 구사하기를 기대하는 전략은 대체로 다음과 같다.(교육부 1997, p.38, p.44, p.49, p.52)

· <1-나 단계> 실제로 해보기, 그림그리기, 식만들기
· <2-나 단계> 표만들기, 거꾸로풀기
· <3-나 단계> 규칙 찾기, 예상과 확인
· <4-가 단계> 단순화하기

앞 단계에서 이미 학습한 전략을 포함하여 지도한다는 것을 감안하면 <2-가 단계>까지는 실제로 해보기, 그림그리기, 식만들기를 포함한 최소 3개의 전략을 사용할 수 있어야 한다. <2-나 단계>까지는 실제로 해보기, 그림그리기, 식만들기, 표만들기, 거꾸로풀기를 포함한 최소 5개의 전략을 사용할 수 있어야 한다. <3-나 단계>까지는 실제로 해보기, 그림그리기, 식만들기, 표만들기, 거꾸로풀기, 규칙 찾기, 예상과 확인을 포함한 최소 7개의 전략을 사용할 수 있어야 한다. 또, <4-가 단계>까지는 실제로 해보기, 그림그리기, 식만들기, 표만들기, 거꾸로풀기, 규칙 찾기, 예상과 확인, 단순화하기를 포함한 최소 8개의 전략을 사용할 수 있어야 한다.[8]

실제로 해보기는 7차 교육과정에서 처음으로 하나의 전략으로 간주된 것으로, 문제가 제시하고 있는 상황을 구체물을 사용하여 그대로 재현해 봄으로써 문제를 해결하는 방법을 의미한다. 이를테면 1-나 단계 교과서에서 볼 수 있는 다음 문제의 해결 방법이 여기에 해당한다.(p.106)

[문제] 공원에 비둘기가 12마리 있습니다. 3마리가 더 날아 왔습니다. 모두 몇 마리인지

8) 실질적으로는 7차 초등학교 수학과 교육과정에서 처음으로 문제해결 전략을 명시적으로 언급한 셈이다. 6차 국민학교 수학과 교육과정(교육부 1992)에서는 단지 식만들기(p.79, 81, 84)와 단순화하기(p.84)만을 언급했었다. 또, 6차 국민학교 수학과 교육과정 해설서에서는 초등학교에서 사용할 수 있는 주요 문제해결 전략으로 식만들기, 그림그리기, 표만들기, 규칙성 찾기, 예상하고 확인하기, 거꾸로 풀기, 수형도그리기, 단순화하기, 문제를 발전적으로 만들기, 문제 재구성하기를 거론하고 있다. 그런데 이 중에서 뒤의 두 가지를 문제해결 전략으로 보는 대신, 주어진 문제를 각색해서 새로운 문제를 만드는 문제 만들기의 방안으로 보는 것도 가능하다.

알아보시오.
(활동) 수 모형으로 비둘기 수를 알아보시오.
· 수 모형으로 12를 놓으시오.
· 날개 모형 3개를 더 놓으시오.
· 수 모형을 보고, 알맞은 식을 쓰시오.
· 비둘기는 모두 □ 마리입니다.

이 문제의 해결에서는 구체적인 모형을 사용하여 12마리의 비둘기가 있는 상황과 3마리의 비둘기가 더 날아온 상황을 실연하고 있다. 그런 이유에서 이 문제의 해결에 사용된 전략을 실제로 해보기라고 할 수 있다. 이와 같이 초등학교 저학년 수준에서는 단지 실연하는 것만으로도 문제를 해결할 수 있는 경우가 있다. 이 전략이 어떻게 공식화되었는지는 분명하지 않으나, 폴리아(1957/1986)에 기인하지 않는다는 것은 분명하다. 즉, 폴리아가 실제로 해보기를 발견술로 간주한 흔적을 찾기는 어렵다.[9]

그림그리기는 문제에 포함된 정보 및 관계를 그림으로 나타냄으로써 문제를 해결하는 방법이다. 식만들기는 문제에서 주어진 관계를 만족하는 식을 만들어 문제를 해결하는 방법이다.[10] 표만들기는 문제에 포함된 정보 및 관계를 표로 나타냄으로써 문제를 해결하는 방법이다. 이 전략을 그림그리기의 하나로 간주할 수도 있을 것이다. 즉, 표를 그림의 일종으로 볼 수도 있을 것이다. 그러나 초등학교에서는 그림과 표를 구별한다.[11] 따라서 그림그리기와 표만들기는 서로 다른 전략으로 취급한다. 그림그리기와 식만들기는 폴리아(1957/1986, p.148, p.182)에 기인하는 것으로 볼 수 있다. 폴리아가 식만들기를 명시적으로 언급한 것은 아니지만, 식만들기는 폴리아가 제시한 '방정식 만들기'를 원형으로 한 것으로 볼 수 있다는 점에서 폴리아에 기인한다고 할 수 있다. 그러나 표만들기는 폴리아에 기인한 것으로 보기 어렵다. 폴리아가 표만들기를 그림그리기의 하나로 간주한 흔적을 찾아보기는 어렵다.

거꾸로풀기는 문제에서 최종적으로 주어진 정보나 조건에서 출발하여 거꾸로 문제를 해결하는 방법이다. 이를테면 2-나 단계 교과서에서 볼 수 있는 다음 문제의 해결 방법이 여기에 해당한다.(p.112)

---

9) 폴리아가 전략이라는 용어를 사용한 것은 아니다. 폴리아는 발문, 권고, 전략 등을 모두 포함하는 발견술(heuristics)이라는 용어를 사용하고 있다.
10) 식만들기를 식세우기라고 하기도 한다. 식을 세운다는 것은 한자어 立式(입식)에 기인한 것이다. 그러나 6차 교육과정 이후로 식을 만든다는 표현으로 거의 정착되어 가고 있다.
11) 교육과정에 따르면 <2-나 단계>에서 '표'가 하나의 용어로 제시되고 있다.(p.44) 이것은 표를 통상적인 그림의 범주에 포함시키지 않고 있음을 말해 준다.

[문제] 영주가 문구점에서 150원짜리 지우개를 사고, 선물의 집에서 280원짜리 카드를 샀더니 70원이 남았습니다. 영주가 처음 가지고 있던 돈은 얼마인지 알아보시오.
(활동) 처음 가지고 있던 돈이 얼마인지 거꾸로 생각하여 알아보시오.
· 처음에 산 것은 무엇입니까?
· 다음에 산 것은 무엇입니까?
· 카드를 사고 난 후에 남은 돈은 얼마입니까?
· 카드를 사기전에 가진 돈은 얼마라고 생각합니까?
· 지우개를 사기전에 가진 돈은 얼마라고 생각합니까?
· 영주가 처음 가지고 있던 돈은 얼마입니까?

거꾸로풀기는 폴리아(1957/1986, p.112)에 기인하는 것으로 볼 수 있다.

규칙 찾기는 문제에 주어진 정보나 조건을 분석하여 어떤 규칙을 찾아내고, 그것을 이용하여 문제를 해결하는 방법이다.[12] 예상과 확인은 문제의 답을 예상하고 확인하는 과정을

12) 규칙 찾기 대신 규칙성 찾기라고 할 수도 있다. 한국교육개발원(1985, p.73)과 6차 교육과정 해설서(교육부 1994, p.309)에서는 규칙성 찾기라 하고 있다. 7차 교육과정에서는 규칙 찾기(p.49)와 규칙성 찾기(p.85)가 모두 사용되고 있다. 또, 실험용 3-나 단계 교과서에서는 규칙이라는 용어를 사용하고 있다.(pp.106-107) 이렇게 보면 7차 교육과정에서는 규칙과 규칙성을 동일시하고 있는 것으로 보이기도 한다. 그러나 용어 '규칙성'과 관련해서는 심도 있는 논의가 더 필요하다. 이를테면, 규칙과 규칙성은 같은가 아니면 다른가? 규칙성이라고 해야 하는데, 그 표현이 초등학생들에게 어렵기에 규칙이라고 한 것인가? 규칙 또는 규칙성은 영어 pattern을 번역한 것이다. pattern을 규칙이라고 해야 하는가? 아니면 규칙성이라고 해야 하는가? 아니면 패턴이라고 해야 하는가? 국어 사전에서는 규칙을 '① 한 조직에 속한 여러 사람이 다 같이 지키기로 정한 법칙, ② 어떤 현상에 일정하게 나타나는 질서. 어떤 현상을 설명할 수 있게 하는 법칙'으로, 그리고 규칙성을 '① 어떤 현상이나 일에 일정한 질서를 나타내는 성질, ② 규칙이 있음, 규칙을 지킴'으로 풀고 있다.(연세 한국어 사전 1998, p.226) 또, 패턴을 '생각, 행동, 글 따위에 나타나는 일정한 틀이나 방식, 유형, 양식'으로 풀고 있다.(연세 한국어 사전 1998, p.1945) 한편, 영어 사전에서는 pattern을 '① 모범, 귀감, ② 본, 원형, 모형, 거푸집, ③ 도안, 모양, 무늬, ④ 견본, ⑤ 과녁 위의 탄환 자국'으로 풀고 있다.(동아 프라임 영어 사전, 1987, p.1528) 불행히도 이런 여러 가지 정황들이 규칙, 규칙성, 패턴의 어느 것을 사용해야 하는지 더욱 혼란스럽게 한다. 이런 사태의 발단은 한국교육개발원(1985)을 통해 문제해결이 우리나라에 본격적으로 도입되면서 여기서 pattern을 규칙성으로 번역한 것에 있다. 이 규칙성이 규칙으로 변한 것이다. 왜 규칙성이 규칙으로 변하게 되었는지는 분명하지 않다. 아마도 규칙성이라는 단어가 초등학생들에게 어렵다고 보아 그렇게 되었을 것이다. 그런데 규칙에 주목하게 되면 혼란이 일어날 수밖에 없다. 문제해결 전략에서 사용되는 규칙은 사실상 패턴이기 때문이다. 따라서 이런 것을 감안하면 규칙 또는 규

반복적으로 사용하여 문제를 해결하는 방법이다. 단순화하기는 주어진 문제보다 단순한 문제를 만들어 해결하고 그 해결 방법을 다시 원래의 문제에 적용하여 해결하는 방법이다. 규칙 찾기, 예상과 확인, 그리고 단순화하기는 폴리아(1957/1986, p.127, p.96, p.186)에 기인하는 것으로 볼 수 있다. 규칙 찾기와 단순화하기를 폴리아가 명시적으로 언급한 것은 아니다. 그러나 규칙 찾기는 폴리아가 제시한 '귀납'에서, 단순화하기는 역시 폴리아가 제시한 '보조 문제'를 비롯한 여러 곳에서 실질적으로 거론한 것으로 볼 수 있다.

교육과정에서는 주로 이 8가지 전략을 염두에 두고 있는 것으로 보인다. 이 이외에 초등학교에서 사용할 수 있는 전략으로 한국교육개발원(1985)과 6차 교육과정 해설서(1994)에서 제시하고 있는 수형도그리기가 있다. 그러나 7차 교육과정에서 이 전략을 명시적으로 제시하지 않고 있다는 것은 적어도 이 전략을 드러내 놓고 강조하지는 않겠다는 의도로 보인다.

3. 문제 만들기의 측면

문제 만들기는 주어진 문제의 해결을 넘어, 어떤 상황으로부터 창의적으로 새로운 문제를 만드는 것을 의미한다. 문제 만들기는 창의적인 사고력의 육성이라는 측면에서 중요하다. 교육과정에서 제시하고 있는 문제 만들기 관련 내용은 다음과 같다.(교육부 1997, p.38, p.41, p.44, p.52, p.60, p.63, p.65)

- <1-나 단계> [심화 과정] 간단한 덧셈식이나 뺄셈식에 적합한 문제 만들기
- <2-가 단계> 식에 알맞은 문제 만들기
  [심화 과정] 식에 알맞은 일상 생활과 관련된 문제 만들기
- <2-나 단계> [심화 과정] 식에 알맞은 문제 만들기
- <4-가 단계> [심화 과정] 간단한 혼합 계산과 관련된 문제 만들기
- <5-나 단계> [심화 과정] 문제의 조건 바꾸어 새로운 문제 만들기
- <6-가 단계> [심화 과정] 자료를 보고 문제 만들기
- <6-나 단계> [심화 과정] 생활 장면에서 소재 찾아 문제 만들기

교육과정에서 문제 만들기는 주로 심화 과정으로 취급되고 있으며, 6차 교육과정과 비교해 볼 때 상당히 강화되었다고 할 수 있다. 6차 교육과정에서는 주로 식에 알맞은 문제 만들기에 초점을 맞추었다. 그러나 7차 교육과정에서는 그것을 넘어 문제의 조건 바꾸어 새로

칙성 대신 패턴이라고 하는 것이 더 적절할 수 있다. 그러나 현재 규칙이라는 표현이 널리 사용되고 있다는 것을 무시할 수 없다는 점이 패턴이라는 용어의 사용을 어렵게 한다.

운 문제 만들기, 자료를 보고 문제 만들기, 생활 장면에서 소재 찾아 문제 만들기를 더 요구하고 있다.[13] 이것이 바로 교육과정에서 문제 만들기가 상당히 강화되었음을 의미한다.

식에 알맞은 문제 만들기는 가장 초보적인 형태의 문제 만들기라고 할 수 있다. 이를테면 1-나 단계 교과서에서 볼 수 있는 다음 상황이 여기에 해당한다.(p.116)

> 삼촌 집에는 토끼 5마리, 강아지 3마리, 병아리 7마리를 기르고 있습니다. 이 수를 가지고 식을 만들었습니다. 이 식에 알맞은 문제를 만들어 보시오.
> · 5+3 토끼 5마리가 있습니다. 또, 강아지 3마리를 사 왔습니다. 모두 몇 마리입니까?
> · 7-5
> · 7+3

여기서는 식 5+3, 7-5, 7+3이 나타나게 되는 적절한 문제를 구성하는 것이다. 적절한 수식을 주고 그것에 적합한 문제를 만드는 형태는 이미 6차 교육과정에서 문제 만들기의 한 유형으로 간주되었다. 그러나 이것이 본질적으로 폴리아(1957/1986) 또는 브라운과 월터(Brown & Walter 1990)에 기인한다고 보기는 어렵다. 물론 이것을 자료가 주어진 상황에서 그 자료를 보고 문제를 만드는 것으로 확대 해석하는 것이 불가능한 것은 아니다. 그러나 그렇게 보기에는 수준이 매우 낮다. 그럼에도 초등학교 저학년에서 이와 같은 것을 문제 만들기로 보는 것은 교수·학습의 편의를 위한 것으로 보아야 할 것이다.

문제의 조건 바꾸어 새로운 문제 만들기는 7차 교육과정에서 처음으로 채택된 것으로, 하나의 문제가 주어졌을 때, 그 문제에 주어진 조건 또는 정보를 여러 가지로 바꾸어 새로운 문제를 만들어 내는 것이다. 정은실(1995)에 따르면, 이것은 폴리아에 기인한다고 할 수 있다. 정은실은 폴리아의 다음 예를 제시하고 있다.(정은실 1995, p.132)

> · 원래의 문제: 직육면체의 가로, 세로, 높이가 주어졌을 때, 대각선의 길이를 구하여라.

---

13) 6차 교육과정(교육부 1992)의 1학년에서는 식을 보고 문제 상황 만들기(p.79), 2-3학년에서는 식을 보고 문제를 만들기(p.81, p.84), 4학년에서는 혼합 계산이 적용된 문제 만들기(p.87)를 제시하고 있다. 5-6학년에서는 문제 만들기 관련 내용을 명시하지 않았다. 이것은 6학년까지 문제 만들기를 주어진 식에 알맞은 문제 만들기에 한정한다는 것을 의미한다. 한편, 6차 교육과정 해설서에서는 문제해결 전략으로 문제를 발전적으로 만들기, 문제 재구성하기를 제시하고 있다.(교육부 1994, p.309) 이 두 유형의 문제 만들기가 주어진 문제를 해결하기 위한 전략으로 기여할 수도 있다. 그러나 그것을 넘어 문제 만들기의 관점에서 그것을 볼 수도 있다.

· 역할 바꾸기: 직육면체의 가로, 세로 및 대각선이 주어졌을 때, 그 높이를 구하여라.
· 일반화: 대각선의 한 끝 점에서 나온 세 모서리와 이들이 이루는 각이 주어졌을 때, 평행육면체의 대각선의 길이를 구하여라.
· 특수화: 한 변이 주어진 정육면체의 대각선의 길이를 구하여라.
· 유추: 모서리의 길이가 주어진 정팔면체의 대각선의 길이를 구하여라.

폴리아의 이 예는 주어진 문제의 조건을 여러 가지로 바꾸어 새로운 문제를 어떻게 만들 수 있는지를 잘 예시하고 있다. 교육과정 또는 교육과정 해설서에서 문제의 조건 바꾸어 새 문제 만들기를 자세히 설명하고 있는 것은 아니다. 그러나 대체로 이러한 것을 염두에 두고 있는 것으로 보인다.

자료를 보고 문제 만들기는 문제의 조건 바꾸어 새로운 문제 만들기보다 높은 수준이라 할 수 있다. 후자의 경우 문제가 주어지고, 그 문제의 조건을 여러 가지로 바꾸어 보는 것임에 비해, 전자에서는 문제가 아닌 자료를 보고 그 자료에 적합한 문제를 만들어야 하기 때문이다. 이때, 자료에 적합하다는 것은 자료 그 자체에 한정하는 것은 아니라고 보아야 한다. 자료의 조건 또는 정보를 여러 가지로 바꾸어 새로운 문제를 만들어 내는 것을 포함한다고 보아야 한다. 한편, 생활 장면에서 소재 찾아 문제 만들기는 자료를 보고 문제 만들기보다 높은 수준이라 할 수 있다. 후자의 경우 문제를 만들기 위한 소재가 주어져 있으나 전자의 경우 그 소재마저도 주어져 있지 않기 때문이다. 이 두 가지는 월터와 브라운(1990)에 기인한다고 볼 수 있다. 그들이 어떤 상황 또는 장면에서 주어진 조건 또는 정보 등을 바꿈으로써 새로운 문제를 만들어 내는 기법이라 할 수 있는 What if not을 체계화했기 때문이다.[14] 교육과정 또는 교육과정 해설서에서 자료를 보고 문제 만들기, 생활 장면에서 소재 찾아 문제 만들기를 자세히 설명하고 있는 것은 아니다. 그러나 대체로 이러한 것을 염두에 두고 있는 것으로 보인다.

4. 문제의 측면

문제해결에서는 문제가 중요한 역할을 한다. 문제해결을 위해 사용되는 문제에는 여러 가지가 있다. 교육과정의 <교수 · 학습 방법>에서는 다음과 같이 문제해결에 사용되는 문제의 종류를 제시하고 있다.(교육부 1997 p.85)

---

14) 본 연구에서는 월터와 브라운의 1990년도 저작을 인용하고 있다. 이 책의 1판은 이미 1983에 출판되었다. 그러나 그들은 그 훨씬 전인 1969년에 이미 What if not 개념을 제시한 것으로 알려져 있다.

문제해결은 전영역에서 정형 문제 및 비정형 문제를 통하여 지속적으로 지도되어야 하며, 여기서 습득된 문제해결 전략이 실생활의 문제 해결에 활용될 수 있도록 한다.

여기서 정형 문제, 비정형 문제, 그리고 실생활 문제의 세 가지를 볼 수 있다. 문제를 이렇게 세 가지로 분류한 것은 한국교육개발원(1985)이다. 정형 문제는 이미 제시된 일반적인 알고리즘을 회상하고 그 변수에 특별한 수를 대입하여 해결할 수 있는 문제 또는 이미 알려진 전형적인 보기 문제의 해법에 따라 해결할 수 있는 연습 문제를 의미한다. 따라서 교과서에서 수학 지식을 학습하기 위해 제시된 문제는 거의 모두 정형 문제라 할 수 있다.

정형 문제는 흔히 수학 지식의 이해와 숙달만을 도모하는 것으로 간주된다. 그러나 정형 문제에 그런 문제만 있는 것은 아니다. 흔히 응용 문제라고 불리는 것은 문제해결 과정에서 수학 지식이 어떻게 적용되는지 보여준다. 바로 이런 이유에서 정형 문제가 문제해결 교육에 중요하게 기여한다. 사실 어느 영역의 응용 문제가 되었든 그 해결 과정에는 수학 지식이 반드시 필요하다. 그렇기 때문에 학생들은 정형 문제를 해결하는 과정에서 수학 지식이 어떻게 적용되는지를 세심하게 연습하지 않으면 안 된다. 다음의 <표 2>와 <표 3>은 교육과정이 <수와 연산>, <도형>, <측정>, <확률과 통계>, <규칙성과 함수> 영역에서 정형 문제에 초점을 맞추고 있음을 보여준다.

이를테면 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 관련된 문제, 분수와 소수가 관련된 문제, 지름과 반지름이 관련된 문제, 삼각형의 각이 관련된 문제, 각도가 관련된 문제, 직육면체가 관련된 문제, 선대칭 도형, 점대칭도형이 관련된 문제 등이 바로 정형 문제라고 할 수 있다.[15]

15) 교육과정에서는 덧셈과 뺄셈이 관련된 문제, 분수나 소수에 관련된 문제, 지름과 반지름을 이용한 문제, 삼각형의 각과 관련된 문제와 같은 서로 다른 표현을 사용하고 있다. '...이 관련된', '...에 관련된', '...을 이용한', 그리고 '...과(와) 관련된'가 서로 완전히 다르다고는 할 수 없다. 그러나 약간의 의미 차이마저 전혀 없다고 볼 수는 없다. 또, 교육과정(교육부 1997)이 국가 수준의 공식 문서라는 것을 감안하면, 동일한 맥락에서 사용되는 표현은 어느 한 가지로 통일시켜야 한다.

<표 2> 1-3 단계의 영역별 문제해결 관련 내용

단계 \ 영역	수와 연산	도형	측정	확률과 통계	규칙성과 함수
1-가	3 덧셈과 뺄셈의 활용 ① 생활 장면에서 접하게 되는 덧셈과 뺄셈이 관련된 문제 상황을 여러 가지 방법으로 해결할 수 있다. <학습 지도상의 유의점> ② 덧셈과 뺄셈의 문제해결에서는 구체물, 그림, 식 등 여러 가지 방법을 활용하여 해결할 수 있게 한다.				
1-나	5 덧셈과 뺄셈의 활용 ① 생활 장면에서 덧셈과 뺄셈이 관련된 문제를 여러 가지 방법으로 해결할 수 있다.			×	
2-가	4 덧셈과 뺄셈의 활용 ① 덧셈과 뺄셈을 활용하여 여러 가지 실생활 문제를 해결할 수 있다. [심화 과정] ① 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈 그리고 곱셈이 관련된 문제를 만들어 보고, 이를 해결할 수 있다.			×	
2-나	3 덧셈, 뺄셈, 곱셈의 활용 ① 덧셈, 뺄셈, 곱셈을 활용하여 여러 가지 실생활 문제를 해결할 수 있다.				
3-가	2 세 자리 수의 덧셈과 뺄셈 ② 덧셈과 뺄셈을 실생활 문제에 활용할 수 있다. 5 곱셈과 나눗셈의 활용 ① 곱셈과 나눗셈을 실생활 문제에 활용할 수 있다. [심화 과정] ① 주어진 조건을 이용하여 곱셈, 나눗셈이 관련된 문제를 만들어 보고, 이를 해결할 수 있다.			×	×
3-나	[심화 과정] ① 분수나 소수에 관련된 문제를 해결할 수 있다.	[심화 과정] ① 지름과 반지름을 이용한 문제를 해결할 수 있다.			

* 이 표에서 ×표시는 그 영역이 없음을 나타낸다. 또, 빈칸은 문제해결 관련 내용이 없음을 의미한다.

<표 3> 4-6 단계의 영역별 문제해결 관련 내용

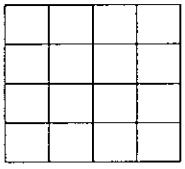
영역 / 단계	수와 연산	도형	측정	확률과 통계	규칙성과 함수
4-가	[심화 과정] ① 큰 수와 관련된 자료를 모아 문제를 만들고 해결할 수 있다.	[심화 과정] ① 삼각형의 각과 관련된 문제를 해결할 수 있다.	[2] 각도 ③ 각도와 관련된 문제를 해결할 수 있다.		
4-나	[심화 과정] ① 분수와 소수가 관련된 실생활의 문제를 찾아 해결할 수 있다.				[심화 과정] ① 두 양 사이에서 대응 규칙을 찾아 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.
5-가	[1] 약수와 배수 ③ 약수, 공약수, 최대공약수, 배수, 공배수, 최소공배수 사이의 관계를 이해하고, 이를 문제해결에 활용할 수 있다. [심화 과정] ① 공약수, 공배수와 관련된 실생활의 문제를 만들고 해결할 수 있다.	[심화 과정] ① 직육면체와 관련된 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.		×	
5-나	[심화 과정] ① 분수, 소수의 곱셈과 나눗셈이 관련된 생활 장면의 문제를 만들고 해결할 수 있다.	[심화 과정] ① 선대칭도형, 점대칭도형과 관련된 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.			×
6-가	[심화 과정] ① 소수와 분수의 상호 관계에 대한 이해를 바탕으로 생활과 관련된 문제를 해결할 수 있다.				[심화 과정] ① 실생활에서 여러 가지 비율의 예를 찾아보고, 관련된 문제를 해결할 수 있다.
6-나	[심화 과정] ① 분수와 소수의 혼합 계산이 적용되는 실생활의 문제를 만들고 해결할 수 있다.	[심화 과정] ① 도형의 성질을 이용하여 생활 속의 문제를 해결할 수 있다.	[심화 과정] ① 원, 원주율 등에 관련된 생활 속의 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.	[심화 과정] ① 실생활에서 경우의 수와 관련된 문제를 찾아 해결할 수 있다.	[심화 과정] ① 식으로 나타낸 대응 관계를 보고, 문제를 만들어 해결할 수 있다.

* 이 표에서 ×표시는 그 영역이 없음을 나타낸다. 또, 빈칸은 문제해결 관련 내용이 없음을 의미한다.

비정형 문제는 문제를 해결하는 알고리즘이나 답을 얻는 방법을 모르며, 문제해결 전략의 사용 또는 공식화되지 않은 독자적인 해결 방법의 사용을 요구하는 문제를 의미한다. 이

를테면 4-가 실험용 교과서의 다음 문제가 비정형 문제에 해당한다.(p.111)

아래 그림에서 정사각형은 모두 몇 개인가?
· 몇 가지 모양의 정사각형이 있는가?
· 정사각형은 모두 몇 개 있는가?



이 문제의 해결을 위해서는 주어진 그림의 정사각형의 변의 길이를 4라 하고, 변의 길이가 1, 2, 3, 4인 것을 찾아 모두 더하면 된다. 변의 길이가 1인 것은 4×4 = 16(개), 변의 길이가 2인 것은 3×3 = 9(개), 변의 길이가 3인 것은 2×2 = 4(개), 변의 길이가 4인 것은 1(개)이므로, 정사각형은 모두 30개이다. 이 문제는 정사각형 개념의 이해 또는 숙달을 위한 것이기보다는 규칙찾기에 숙달하기 위한 것이라 할 수 있고, 그런 점에서 비정형 문제라고 할 수 있다.

실생활 문제는 소재가 실생활에서 얻어지는 것으로 그 자체는 정형 문제일 수도 있고 비정형 문제일 수도 있다. 그러나 엄밀하게 보아 완전히 실생활적이라고 할 수 없는 경우가 많이 있다. 여러 가지 이유로 이상적으로 생각해야 할 때가 많기 때문이다. 이를테면 4-나 실험용 교과서의 다음 문제가 실생활 문제에 해당한다.(p.118)

[문제] 따뜻한 물이 나오는 수도꼭지에서는 1분에 12L씩 물이 나오고, 찬물이 나오는 수도꼭지에서는 1분에 18L씩 물이 나온다. 2개의 수도꼭지를 동시에 틀어서 물 180L를 받으려면 몇 분이 걸리는가?

교육과정에서는 실생활에서의 수학의 적용 가능성을 예시해 준다는 점에서 실생활 문제를 많이 권장하고 있다. 실제로 앞의 <표 2>와 <표 3>의 여러 곳에서 실생활 문제가 거론되고 있음을 볼 수 있다.[16]

---

16) [표 3]에서 <6-나 단계>에 주목할 필요가 있다. 여기서는 심화 과정으로 전영역에서 각 영역의 수학 지식과 관련된 생활 속의 문제를 해결할 수 있을 것을 요구하고 있다. 이것은 교육과정 <교수·학습 방법>에서의 [심화 과정]에 대한 진술 '심화 과정의 내용은 기본 과정에서 습득한 수학적 지식을 실생활에 활용하는 다양한 방법을 찾아보게 하고, 문제해결[력]을 배양하는데 그 중점을 둔다(교육부 1997, p.84-85, [력]은 본 연구자 추가).'에 잘 부합한다. 그러나 교육과정 전체로 볼 때, 교육과정의 [심화 과정]이 이 진술에 부합하는 것은 아니다. 교육과정의 [심화 과정]으로 제시된 것 중에서 문제해결과 관련된 것은 <수와 연산>

5. 문제해결력 평가의 측면

문제해결 교육의 궁극적 목적은 문제해결력의 신장이다. 그런 만큼, 문제해결력이 신장되었는지 알아보는 문제해결력 평가 역시 중요하다. 그래서 교육과정의 <평가>에서도 다음과 같이 문제해결력 평가에 관해 특별히 언급하고 있다.(교육부 1997, p.87)

> 마. 문제해결력에 대한 평가에서 결과뿐만 아니라 문제의 이해 능력과 문제해결 과정을 파악할 수 있도록 한다.
> 사. 학생 스스로 문제해결을 위한 전략을 세우고, 논리적인 추론을 통하여 문제를 해결해 나가는 과정에서 유연하고 다양한 사고력과 창의성을 발휘하고 있는가를 평가할 수 있어야 한다.

교육과정에서 문제해결력을 평가하는 구체적인 방안이 제시되지는 않고 있다. 문제해결력의 평가와 관련해서, 일반적으로 문제해결의 과정과 평가를 적당한 준거에 따라 척도화·계량화하는 평가 방법이 있다. 이를테면, 말론(John A. Malone)의 5단계 평가 방법, 푸트(Ian J. Putt)의 3단계 평가 방법 등이 그런 것이다.(한국교육개발원 1985) 이 방법에서는 학생들의 문제해결력의 전반적인 경향을 진단하여 그것을 점수로 나타낸다. 그러나 교육과정에서 각각의 학생들의 문제해결력을 점수화하는 것에 초점을 맞추고 있는 것으로 보기는 어렵다. 결과뿐만 아니라 문제의 이해 능력과 문제해결 과정을 파악할 수 있어야 한다는 것은, 학생들의 문제해결이 어떻게 해서 잘 이루어졌는지 또는 어떻게 해서 잘 이루어지지 않았는지 알기 위해 문제해결의 전 과정을 질적으로 그리고 개별적으로 파악하는 것을 의미한다고 보아야 한다. 즉, 교사는 학생들의 문제해결 과정을 관찰하여, 문제 이해, 계획 수립,

---

영역에서 9개(12개의 단계 중 9개 단계이므로 75%), <도형> 영역에서 5개(12개의 단계 중 5개이므로 41.7%), <측정> 영역에서 2개(12개의 단계 중 2개이므로 16.7%), <확률과 통계> 영역에서 1개(8개의 단계 중 1개이므로 12.5%), <규칙성과 함수> 영역에서 (10개의 단계 중 3개이므로 30%)이다. 이와 같이 내용 영역별로 큰 차이가 있음을 알 수 있다. 어느 영역이든 정형 문제를 통해서 적절한 수학 지식을 적용한다는 의미에서의 문제해결력을 배양할 수 있다. 위의 인용문이 바로 그것을 말해준다. 따라서 그런 취지라면, 전 영역에서 <6-나 단계>와 같이 [심화 과정]에서 각 영역의 수학 지식과 관련된 문제를 해결할 수 있게 한다는 것을 명시해야 한다. 유독 교육과정의 <6-나 단계>에서만, 그리고 영역별로는 주로 <수와 연산> 영역에서만 심화 과정으로 정형 문제를 통한 문제해결을 강조하는 것은 전체적으로 보아 일관적이라고 할 수 없다. 그리고 이것은 결과적으로 교육과정에서 [심화 과정]을 체계적으로 구성하지 않은 한 증거라고 할 수 있다.

계획 실행, 그리고 반성의 각 단계가 바람직하게 진행되고 있는지 파악해야 한다. 특히, 계획 수립의 단계에서 학생들이 적절한 전략을 선택하고 있는지도 파악해야 한다. 뿐만 아니라 각 단계에서 학생들이 유연하고 다양한 사고력과 창의성을 발휘하고 있는지도 파악해야 한다. 이렇게 볼 때 교육과정에서 기대하는 문제해결력의 평가는 본질적으로 질적이며 개별적인 평가라고 할 수 있다.

이와 같은 질적이고 개별적인 평가는 문제에 따라 달라질 수 있다. 그렇기 때문에 교사는 그 문제의 해결 과정에 대해 소상히 숙지하고 있어야 한다. 또, 학생들의 문제해결 과정이 명확하게 노출되어야 한다. 문제를 해결하는 과정에서는 문제별로 단계별로 여러 종류의 수학적 사고가 개재된다. 교사는 어떤 문제의 해결 과정에서 보편적으로 기대되는 수학적 사고 이외에, 학생들이 어떤 특별한 사고를 사용하는지 주목해야 한다. 전략도 마찬가지이다. 학생들이 보편적으로 사용할 것으로 기대되는 전략 이외에, 고급의 또는 특수한 전략을 사용하는지 주목해야 한다. 이러한 것을 통해, 비로소 교사는 학생들이 다양한 사고력과 창의성을 발휘하고 있는지 파악할 수 있기 때문이다.

III. 결론

이 연구에서는 7차 교육과정의 문제해결 관련 내용을 문제해결의 단계, 문제해결 전략, 문제, 문제 만들기, 문제해결력 평가의 다섯 측면에서 분석하고 있다. 이 분석의 결과를 요약하면 다음과 같다. 첫째, 문제해결 단계의 측면에서는 문제 이해, 계획 수립, 계획 실행, 반성이라고 하는 네 단계를 따르고 있다. 둘째, 문제해결 전략의 측면에서는 실제로 해보기, 그림그리기, 식만들기, 표만들기, 거꾸로풀기, 규칙 찾기, 예상과 확인, 단순화하기의 8가지를 주로 부각하고 있다. 셋째, 문제 만들기의 측면에서는 식에 알맞은 문제 만들기, 문제의 조건 바꾸어 새로운 문제 만들기, 주어진 자료를 보고 문제 만들기, 생활 장면에서 소재 찾아 문제 만들기를 부각하고 있다. 넷째, 문제의 측면에서는 정형 문제, 비정형 문제, 실생활 문제를 부각하고 있다. 다섯째, 문제해결력 평가의 측면에서는 주로 질적이고 개별적인 평가를 부각하고 있다.

이 분석의 결과와 과정에서 얻을 수 있었던 것을 비판적으로 고찰하여 결론으로 제시하면 다음과 같다. 첫째, 교육과정의 문제해결 관련 내용이 유기적으로 제시되었다고 보기 어렵다. 교육과정에서는 <성격>, <목표>, <내용>, <교수·학습 방법>, 그리고 <평가>에서 문제해결 관련 내용을 개략적이고 산발적으로 제시하고 있다. 교육과정 해설서에서도 문제

해결 관련 내용을 제시하고 있으나 그 역시 체계적이지 않다. 둘째, 문제해결 관련 내용이 구체적이라고 보기 어렵다. 문제해결의 각 단계에 대해 구체적으로 거론하고 있지 않다. 단지 네 단계의 이름을 거론하고 있는 정도일 뿐이다. 문제해결 전략과 문제 만들기, 문제, 문제해결력 평가의 경우도 이와 유사하다. 특히 교육과정에서는 <학습 지도상의 유의점>에서 '문제해결의 종합적인 접근에 초점을 맞추어 지도한다.'고 되어 있다. 그러나 '종합적인 접근'이 어떤 것인지 분명하지 않다. 교육과정은 다분히 함축적으로 제시될 수 있다. 그래서 문제해결 관련 내용이 구체적이지 못하다는 것이 이해될 수 없는 것은 아니다. 그리고 사실 이런 이유 때문에 교육과정 해설서가 존재한다. 그러나 교육과정 해설서에서도 문제해결 관련 내용에 대해 충분히 구체적으로 거론하고 있는 것은 아니다. 셋째, 문제해결 관련 내용이 최신의 연구 결과를 반영한 것으로 보기 어렵다. 이를테면, 문제해결 교육의 구체적 지도 방안, 교사의 역할 등과 같은 것이 거의 제시되지 않았다. <학습 지도상의 유의점>에서 학생들이 '문제해결 방법을 스스로 찾아내게 한다.'고 되어 있으나, 학생들이 그렇게 할 수 있기 위해서는 교사의 시범과 안내가 있어야 한다.

이 연구에서는 이러한 문제점에도 불구하고 교육과정에서 요구하는 문제해결 교육의 전모를 파악해 보려 시도하였다. 그 결과 초등학교 수학과의 전 영역, 그리고 초등학교 전 학년에서의 문제해결 교육이 어떻게 이루어지는지 대략적으로 알아볼 수 있었다. 따라서 본 연구는 우리나라 초등학교에서의 문제해결 교육의 방향을 설정하고, 선도하는데 어느 정도 도움을 줄 수 있을 것으로 보인다.

참 고 문 헌

강옥기 외 6인(1985). 수학과 문제 해결력 신장을 위한 수업 방법 개선 연구. 서울: 한국교육개발원.

교육부(1992). 국민학교 교육과정.

교육부(1994). 국민학교 교육과정 해설(I).

교육부(1997). 수학과 교육과정.

교육부(1998). 초등학교 교육과정 해설(IV): 수학, 과학, 실과

교육부(2000). 수학 1-나 단계 교과서.

교육부(2000). 수학 2-나 단계 교과서.

교육부(2000). 수학 3-나 단계 실험용 교과서.
교육부(2000). 수학 4-가 단계 실험용 교과서.
동아 프라임 사전(1986). 동아출판사.
박성택(1985). 문제해결 지도의 실제. 산수과 문제해결력 신장을 위한 수업 방안 개선 연구 세미나집(한국교육개발원 1985. 5. 2). 40-52.
연세 한국어 사전(1998). 두산동아.
정은실(1995). Polya의 수학적 발견술 연구. 서울대학교 대학원 박사 학위 논문.
片桐重男(1992). 문제해결 과정과 발문 분석. (이용률 · 성현경 · 정동권 · 박영배 역). 서울: 경문사. (원작은 1986년 출판)
Brown, S. I. & Walter, M. L. (1990). The Art of Problem Posing. (2nd edition) Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
Lee, K. S. (1982). Guiding Young Children in Successful Problem Solving. Arithmetic Teachers. 29(5) 15-17. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
Polya, G. (1986). 어떻게 문제를 풀 것인가. (우정호 역). 서울: 천재교육. (원작은 1957년에 출판)
Schoenfeld, A. H. (1985). Mathematical Problem Solving. Orland: Academic Press, Inc.

An Analysis on Contents Related to Problem Solving in 7th Elementary Mathematics Curriculum in Korea

Park, Kyosik (Inchon National University of Education)

In this paper, contents related to problem solving in 7th elementary mathematics curriculum analyzed in five aspects: problem solving stages, problem solving strategies, problems, problem posing, and assessment on problem solving abilities. From the results and processes of analysis, following conclusions are obtained: First, it is difficult to say that contents

related to problem solving in 7th elementary mathematics curriculum are prepared organically. Second, it is difficult to say that contents related to problem solving in 7th elementary mathematics curriculum are concrete. Thirdly, it is difficult to say that contents related to problem solving in 7th elementary mathematics curriculum reflect results of recent researches.