

확장칼만필터를 이용한 스트랩다운 관성항법시스템의 수평축 정렬 알고리즘

A Leveling Algorithm for Strapdown Inertial Navigation System Using Extended Kalman Filter

홍현수, 박찬국, 한형석, 이장규
(Hyun Su Hong, Chan Gook Park, Hyung Seok Han, and Jang Gyu Lee)

Abstract : This paper presents a new leveling algorithm that estimates the initial horizontal angles composed of roll angle and pitch angle for a moving or stationary vehicle. The system model of the EKF is designed by linearizing the nonlinear Euler angle differential equation. The measurement models are designed for the moving case and for the stationary case, respectively. The simulation results show that the leveling algorithm is adequate not only for acquiring the initial horizontal angles of the vehicle in the motion with acceleration and rotation but also for the stationary one.

Keywords : INS, leveling, horizontal angles, EKF

I. 서론

운동체의 자세를 구하는 방법으로는 관성센서를 사용하여 외부의 도움 없이 자세각을 계산하는 방법이 널리 사용되고 있다. 관성센서로 구성된 자세계산 시스템은 일정한 기준 좌표계를 유지하고 있는 안정대에 센서가 위치하여 측정하는 김블드 시스템과 안정대 없이 동체에 직접 부착되어 계산을 통하여 자세각을 측정하는 스트랩다운 시스템으로 구분된다. 김블드 방식은 자세각 측정을 위한 계산이 간단하다는 장점이 있으나 부피가 크고 무거우며 고가라는 단점이 있다. 최근에는 소형, 경량이며 비교적 저가인 스트랩다운 방식의 사용이 증가되고 있다[1].

스트랩다운 시스템에서는 자세각이 시스템의 위치, 속도 계산에 큰 영향을 미치게 되므로 자세계산의 정확도는 매우 중요하게 된다. 자세오차의 주 요인은 초기 자세오차와 센서의 측정잡음이며 이러한 요인에 의한 오차는 자세 계산의 적분 과정을 통하여 계속 누적되는 특성을 보인다. 이러한 배경아래 초기 자세를 정확히 구하기 위한 알고리즘의 연구가 현재 활발히 진행 중이며 본 논문에서는 이에 관련하여 새로운 수평축 정렬(leveling) 알고리즘을 제안한다. 수평축 정렬은 항체가 수평면과 이루는 자세각을 초기 정보 없이 계산하는 것으로 자세각으로 정의한 롤각, 피치각, 요각 중에서 롤각과 피치각을 구하는 것을 의미한다. 일반적으로 항체는 운항을 시작하기 전 지상에서 정지한

상태로 초기정렬의 일부로 수평축 정렬을 수행하지만 지상에서 정렬을 수행할 수 없는 항체는 운항 중에 수평축 정렬을 수행하게 된다. 정지 중에는 항체가 일정한 자세를 유지하므로 센서 측정치를 평균하여 센서 오차의 백색잡음 성분에 대한 영향을 감소시킬 수 있다. 또한, 자세변화가 없고 속도가 0이라는 점을 이용하여 개략정렬 알고리즘을 통하여 비교적 간략하게 수평축 정렬을 수행할 수 있다[2][3]. 그러나, 운항 중인 경우에는 정지 중과는 달리 항체의 운동으로 인한 자세 변화가 생기고 항체의 세 축 속도 성분이 존재하게 되므로 센서 측정치를 평균하여 사용할 수 없게 된다. 개략정렬 방법은 필터 구조를 갖지 않고 자세각을 한번에 계산하기 때문에 센서의 측정치를 평균하지 못하는 상황에서는 매 순간 변하는 센서 오차 성분에 민감하게 되며 그 구조상으로 세 축 속도를 측정하지 못할 경우 큰 오차를 갖게 될 수 있으므로[4] 이러한 문제점을 보완하기 위한 수평축 정렬 알고리즘이 요구된다. 본 논문에서는 비선형인 자세계산 미분방정식으로부터 선형인 미분방정식을 유도하여 확장칼만필터(EKF)를 적용한 수평축 정렬 알고리즘을 제시한다. 확장칼만필터를 적용한 것은 선형모델의 유도과정에서 발생한 비선형적인 상태변수들의 관계식을 비선형 측정치로 간주하였기 때문이다. 운항 중에는 항체의 전진방향 축의 속도 정보만을 측정치로 이용하게 되며 항체가 정지 중에는 항체의 세 축 속도는 0이라는 점을 이용하여 세 축 속도를 필터의 측정치로 이용할 수 있다. 수중운동체의 모델을 대상으로 공분산 해석을 통하여 필터의 가관측 정도를 알아보고 몬테카를로 시뮬레이션 결과를 통하여 제안된 알고리즘의 성능을 확인한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 자세각 계산을 위한 선형 모델을 유도하고 3장에서는 확장칼

접수일자 : 1999. 11. 20., 수정완료 : 2000. 7. 4.

홍현수, 이장규 : 서울대학교 전기. 컴퓨터공학부

박찬국 : 광운대학교 제어계측공학과

한형석 : 경원대학교 전기전자공학부

※ 본 논문의 내용은 한국해양연구소와 서울대학교 자동제어 특화연구센터의 지원하에 이뤄진 연구와 관련된 것입니다.

만필터를 구성하기 위한 시스템 모델과 추정치 모델을 구한다. 4장에서는 시뮬레이션 및 결과를 제시하고 마지막으로 5장에서 결론을 맺는다.

II. 자세계산 모델

1. 자세각 정의 및 미분방정식

자세계산 알고리즘에 사용되는 좌표계들과 운동체의 자세를 나타내는 오일러각을 정의한다. 자세계산에 사용되는 좌표계로는 관성좌표계(i-frame), 지구고정좌표계(e-frame), 항법좌표계(n-frame), 동체좌표계(b-frame) 등이 쓰인다[2][5]. 운동체의 자세는 항법좌표계와 동체좌표계 사이의 상대적 위치를 나타내는 오일러각을 정의하여 나타낸다. 오일러각은 롤각(ϕ), 피치각(θ), 요각(ψ) 세 가지 성분으로 구성되고 그림 2와 같이 요각, 피치각, 롤각의 순서로 회전하는 각을 정의하여 사용한다. 오일러각을 사용하여 항법좌표계에서 동체좌표계로의 좌표변환 행렬 C_n^b 를 유도하면 다음과 같다[5].

$$C_n^b = C_3^b(\phi)C_2^3(\theta)C_n^2(\psi) = \begin{bmatrix} \cos\phi\cos\psi & \cos\phi\sin\psi & -\sin\phi \\ \sin\phi\sin\theta\cos\psi - \cos\phi\sin\psi & \sin\phi\sin\theta\sin\psi + \cos\phi\cos\psi & \sin\phi\cos\theta \\ \cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi & \cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서 다음 세 변환 행렬은 각각 요각, 피치각, 롤각에 의한 변환을 나타낸다.

$$C_n^2(\psi) = \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$C_2^3(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix},$$

$$C_3^b(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix}$$

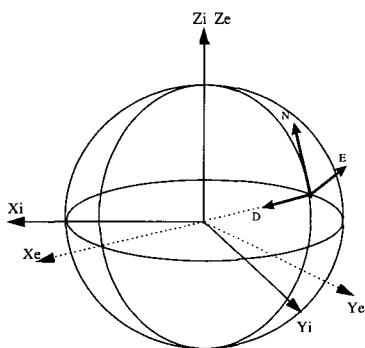


그림 1. 관성좌표계, 지구고정좌표계, 항법좌표계. Fig. 1. i-frame, e-frame, n-frame.

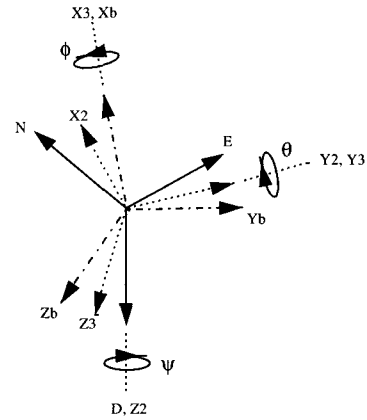


그림 2. 오일러각의 정의. Fig. 2. Euler angles.

오일러각과 항법좌표계에 대한 동체좌표계의 회전 각속도 벡터 $\omega_{nb}^b (= [p \ q \ r]^T)$ 는 다음과 같은 관계식을 만족한다[5].

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + C_3^b(\phi) \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + C_3^b(\phi)C_2^3(\theta) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi\cos\theta \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi\sin\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2)$$

이 식으로부터 오일러각의 미분방정식을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi \tan\theta & \cos\phi \tan\theta \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi \sec\theta & \cos\phi \sec\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (3)$$

(3)으로 부터 롤각과 피치각의 미분방정식은 아래와 같다.

$$\dot{\phi} = p + q \sin\phi \tan\theta + r \cos\phi \tan\theta, \quad (4)$$

$$\dot{\theta} = q \cos\phi - r \sin\phi$$

(4)는 비선형 미분방정식이므로 롤각과 피치각의 선형 미분방정식을 유도하기 위하여 다음과 같이 변수를 정의한다[6].

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= -\sin\theta, \\ \alpha_2 &= \sin\phi \cos\theta, \\ \alpha_3 &= \cos\phi \cos\theta \end{aligned} \quad (5)$$

ϕ 과 θ 의 비선형 방정식으로부터 세 변수 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 의 선형 미분방정식을 유도하기 위하여 (5)의 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 를 각각 미분하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_1 &= -\dot{\theta} \cos \theta = r\alpha_2 - q\alpha_3, \\ \dot{\alpha}_2 &= \dot{\phi} \cos \phi \cos \theta - \dot{\theta} \sin \phi \sin \theta = -r\alpha_1 + p\alpha_3, \\ \dot{\alpha}_3 &= -\dot{\phi} \sin \phi \cos \theta - \dot{\theta} \cos \phi \sin \theta = q\alpha_1 - p\alpha_2 \end{aligned} \quad (6)$$

(6)을 정리하여 벡터방정식으로 나타내면 (7)과 같다. (7)은 자세벡터 $[\alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3]^T$ 의 선형 미분방정식을 나타낸다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha}_1 \\ \dot{\alpha}_2 \\ \dot{\alpha}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & r & -q \\ -r & 0 & p \\ q & -p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} \quad (7)$$

한편, 세 변수 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 는 각각이 두 변수 ϕ 과 θ 의 삼각함수 형태로서 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 = 1 \quad (8)$$

2. 속도 미분방정식

동체의 속도를 측정치로 이용하기 위하여 동체좌표계에서의 속도 성분과 자세각과의 관계식을 유도한다. 항체의 속도 V 가 (9)와 같이 정의될 때, 관성좌표계에 대한 동체의 회전각속도 $\omega_{ib}^b (= [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T)$ 로 회전하는 동체좌표계에서 속도 $V^b (= [V_x \ V_y \ V_z]^T)$ 는 벡터의 고정좌표계에서의 미분과 그에 대해 회전하는 좌표계에서의 미분 사이의 관계식을 이용하면 (10)을 만족한다[5][7].

$$V = \left. \frac{dL}{dt} \right|_e = \left. \frac{dL}{dt} \right|_i - \omega_{ie} \times L \quad (9)$$

$$\left. \frac{dV}{dt} \right|_i^b = \left. \frac{dV}{dt} \right|_b^b + \omega_{ib}^b \times V^b = \dot{V}^b + \omega_{ib}^b \times V^b \quad (10)$$

한편, 가속도계에서 측정되는 비력 f 는 항체의 운항 가속도에서 중력 가속도를 감한 것으로 다음과 같다.

$$\begin{aligned} f &= \left. \frac{d^2L}{dt^2} \right|_i - g_m(L) \\ &= \left. \frac{dV}{dt} \right|_i + \omega_{ie} \times V + \omega_{ie} \times (\omega_{ie} \times L) - g_m(L) \end{aligned} \quad (11)$$

(10)과 (11)로부터 동체좌표계에서의 비력과 동체좌표계에서의 속도 사이의 관계식을 구할 수 있다.

$$f^b = \dot{V}^b + (2\omega_{ie}^b + \omega_{eb}^b) \times V^b - g^b(L) \quad (12)$$

여기서

$$g(L) = \omega_{ie} \times (\omega_{ie} \times L) - g_m(L)$$

(12)에서 각속도 항과 중력항은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \omega_{eb}^b + 2\omega_{ie}^b &= \omega_{ib}^b + \omega_{ie}^b \\ &= [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T + [\Omega_x \ \Omega_y \ \Omega_z] \end{aligned} \quad (13)$$

$$g^b(L) = C_n^b g^n(L) = C_n^b \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -g \sin \theta \\ g \sin \phi \cos \theta \\ g \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (14)$$

(12)에 (13)과 (14)를 대입하면 다음 식과 같은 속도 와 자세의 관계식이 유도된다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{V}_x \\ \dot{V}_y \\ \dot{V}_z \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} r^* V_y - q^* V_z \\ -r^* V_x + p^* V_z \\ q^* V_x - p^* V_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -g \sin \theta \\ g \sin \phi \cos \theta \\ g \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & r^* & -q^* \\ -r^* & 0 & p^* \\ q^* & -p^* & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g\alpha_1 \\ g\alpha_2 \\ g\alpha_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (15)$$

여기서

$$p^* = \omega_x + \Omega_x, q^* = \omega_y + \Omega_y, r^* = \omega_z + \Omega_z$$

(15)에서 $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ 는 자이로의 출력으로부터 구할 수 있으며 항체의 초기 위치 중 위도(l)가 알려져 있고 수평축 정렬 과정 중에 항체의 위치변화가 작다는 가정 하에 다음 식(16)을 통하여 $\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$ 를 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Omega_x & \Omega_y & \Omega_z \end{bmatrix}^T &= C_n^b \omega_{ie}^n \\ &= C_n^b [\Omega_{ie} \cos l \ 0 \ -\Omega_{ie} \sin l]^T \end{aligned} \quad (16)$$

한편, (7)에서 ω_{nb}^b 는 위치변화가 작다는 가정 하에 다음 식을 통하여 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} \omega_{nb}^b &= [p \ q \ r]^T = \omega_{ib}^b - \omega_{in}^b = \omega_{ib}^b - \omega_{ie}^b \\ &= [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T - [\Omega_x \ \Omega_y \ \Omega_z]^T \end{aligned} \quad (17)$$

(16), (17)에서 실제 계산 시에는 변환행렬 C_n^b 는 추정 행렬 \hat{C}_n^b 로 대체하여 사용한다.

III. 수평축 정렬 시스템 설계

자세각과 속도의 미분방정식을 이용하여 칼만필터의 시스템 모델과 측정치 모델을 구한다. 비선형 측정식을 위한 확장칼만필터에 대하여 먼저 알아보고 필터의 모델을 구성한다.

1. 확장칼만필터

칼만필터는 상태변수의 최적 추정치를 구하는 방법으로 구조가 선형적이고 실제 값의 평균치와 추정 값의 평균치 사이에 바이어스가 없으며 추정된 상태변수의 오차분산을 최소화 하는 특성을 가지고 있다[8][9]. 칼만필터는 선형 모델의 경우에 최적의 성능을 보이며 비선형 모델의 경우에는 확장칼만필터를 적용할 수 있다.

일반적인 비선형 연속 시스템 방정식 및 이산 측정식은 다음과 같이 기술될 수 있다.

$$\dot{x}(t) = f[x(t), t] + G(t)w(t), \quad (18)$$

$$z_k = h(x_k) + v_k$$

(18)에서 f 와 h 는 $x(t)$ 에 대해 미분가능하고, $w(t)$ 와 v_k 는 각각 $N(0, Q)$ 와 $N(0, R_k)$ 의 정규분포를 갖는 백색 잡음이다. 두 식은 추정된 상태변수 $x(t)$ 에 대하여 다음과 같이 테일러 급수(Taylor series)로 선형화 할 수 있다[8][10].

$$f(x(t), t) \cong f(\hat{x}, t) + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}} (x - \hat{x}) \quad (19)$$

$$h(x_k) \cong h(\hat{x}_k) + \left. \frac{\partial h}{\partial x_k} \right|_{x_k=\hat{x}_k} (x_k - \hat{x}_k) \quad (20)$$

이 두 근사식을 (18)에 대입하여 칼만필터로 유도한 것이 확장칼만필터이며 이를 요약하면 다음과 같다.

$P(t)$ 가 오차공분산일 때 필터의 시간에 따른 계산은 다음과 같다.

$$\dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}(t), t), \quad t_{k-1} \leq t \leq t_k \quad (21)$$

$$\dot{P}(t) = F(\hat{x}(t), t)P(t) + P(t)F^T(\hat{x}(t), t) + G(t)Q(t)G^T(t) \quad (22)$$

한편, K_k 가 이득 값일 때 측정치가 있을 때의 계산은 각각 다음과 같다.

$$\hat{x}_k(+) = \hat{x}_k(-) + K_k [z_k - h_k(\hat{x}_k(-))] \quad (23)$$

$$P_k(+) = [I - K_k H_k(\hat{x}_k(-))] P_k(-) \quad (24)$$

$$K_k = P_k(-) H_k^T(\hat{x}_k(-)) [H_k(\hat{x}_k(-)) P_k(-) H_k^T(\hat{x}_k(-)) + R_k^T]^{-1} \quad (25)$$

여기서

$$F(\hat{x}(t), t) = \left. \frac{\partial f(x(t), t)}{\partial x} \right|_{x(t)=\hat{x}(t)}$$

$$H_k(x_k(-)) = \left. \frac{\partial h(x_k(t_k))}{\partial x_k} \right|_{x_k(t_k)=\hat{x}_k(-)}$$

2. 시스템 및 측정치 모델

자세와 속도의 미분방정식으로부터 6차 상태변수방정식을 유도하여 필터의 시스템 행렬을 구하고 운항중과 정지중으로 나누어 필터의 측정치 모델을 설계한다.

필터의 시스템 행렬을 구하기 위하여 (7)과 (15)를 이용하면 다음과 같은 속도 및 자세의 6차 미분방정식이 유도된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_x \\ \dot{V}_y \\ \dot{V}_z \\ \dot{\alpha}_1 \\ \dot{\alpha}_2 \\ \dot{\alpha}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & r^* & -q^* & \mathbf{g} & 0 & 0 \\ -r^* & 0 & p^* & 0 & \mathbf{g} & 0 \\ q^* & -p^* & 0 & 0 & 0 & \mathbf{g} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r & -q \\ 0 & 0 & 0 & -r & 0 & p \\ 0 & 0 & 0 & q & -p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

(26)에 모델오차를 가정한 가상의 공정잡음 $w(t)$ 를 추가하면 $x (= [V_x \ V_y \ V_z \ \alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3]^T)$ 를 상태변수로 하는 시변 선형시스템 방정식을 다음과 같이 구성할 수 있다.

$$\dot{x}(t) = F(t)x(t) + b(t) + w(t) \quad (27)$$

상태변수 x 의 추정치 \hat{x} 으로부터 자세각과 관련된 $\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \hat{\alpha}_3$ 를 사용하여 다음과 같이 롤각과 피치각을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{\theta} &= \sin^{-1}(-\hat{\alpha}_1) \\ \hat{\phi} &= \tan^{-1} \left(\frac{\sin \hat{\phi} \cos \hat{\theta}}{\cos \hat{\phi} \cos \hat{\theta}} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{\hat{\alpha}_2}{\hat{\alpha}_3} \right) \end{aligned} \quad (28)$$

(27)에서 시스템 행렬 $F(t)$ 의 각 성분은 항체의 회전 각속도와 지구 자전 각속도 등으로 구성되어 있으나 지구 자전 각속도의 크기는 매우 작으므로 항체의 회전 각속도에 의해 시스템 행렬의 특성이 좌우된다. 그러므로 항체가 회전하지 않을 경우에는 시스템 행렬을 구성하고 있는 각속도 성분들이 거의 0이 되어 측정치 모델에 따라서는 시스템의 가관측 정도가 낮아진다[11].

측정치 모델은 항체가 운항 중인 경우와 정지 상태인 경우로 구분하여 제시한다.

- 운항 중의 측정치 모델

항체가 운항 중인 경우에는 속도계를 사용하여 전진방향(X축)의 속도를 측정할 수 있다. (8)을 비선형 측정치로 추가한 측정치는 측정잡음 v 와 함께 정리하면 다음과 같다.

$$z_1 = V_x + v_1$$

$$z_2 = \alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 + v_2$$

이때, 비선형 측정식은 아래와 같다.

$$h(x(k)) = \begin{bmatrix} V_x \\ \alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_4^2 + x_5^2 + x_6^2 \end{bmatrix} \quad (29)$$

(29)에서와 같은 비선형 측정식을 이용하기 위하여 확장칼만필터를 설계한다. (23)~(25)에서의 관측 행렬 H_k 는 h 를 상태변수 x 에 대하여 편미분하여 얻는다.

$$H_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\hat{x}_4 & 2\hat{x}_5 & 2\hat{x}_6 \end{bmatrix} \quad (30)$$

잉여측정치 $z_k - h(\hat{x}_k(-))$ 를 구하면 다음과 같다.

$$z_k - h(\hat{x}_k(-)) = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_4^2 + \hat{x}_5^2 + \hat{x}_6^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 - \hat{x}_1 \\ 1 - \hat{x}_4^2 + \hat{x}_5^2 + \hat{x}_6^2 \end{bmatrix} \quad (31)$$

시스템 모델과 측정치 모델을 사용하여 확장칼만필터를 (21)~(25)와 같이 구성할 수 있다.

- 정지 중의 측정치 모델

정지 중에 항체의 속도는 0이므로 세 축 속도

각 0이다. 따라서 동체좌표계의 세 축 속도를 측정치로 사용할 수 있다. (8)과 함께 측정치를 정리하면 다음과 같다.

$$z_1 = V_x + v_1, \quad z_2 = V_y + v_2, \quad z_3 = V_z + v_3,$$

$$z_4 = \alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 + v_4$$

이때 비선형 측정식 h 는 아래와 같다.

$$h(x(k)) = \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \\ \alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4^2 + x_5^2 + x_6^2 \end{bmatrix} \quad (32)$$

이와 같은 비선형 측정식을 이용하기 위하여 확장칼만필터를 설계한다. 관측 행렬 H_k 는 h 를 상태변수 x 에 대하여 편미분하여 얻는다.

$$H_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\hat{x}_4 & 2\hat{x}_5 & 2\hat{x}_6 \end{bmatrix} \quad (33)$$

관측 행렬 H_k 와 시스템 행렬 F 는 ω_{nb}^b 의 성분인 p, q, r 이 모두 0인 경우에도 가관측 정도를 높게 유지할 수 있다.

잉여측정치 $z_k - h(\hat{x}_k(-))$ 를 구하면 다음과 같다.

$$z_k - h(\hat{x}_k(-)) = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \\ \hat{x}_4^2 + \hat{x}_5^2 + \hat{x}_6^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 - \hat{x}_1 \\ z_2 - \hat{x}_2 \\ z_3 - \hat{x}_3 \\ 1 - (\hat{x}_4^2 + \hat{x}_5^2 + \hat{x}_6^2) \end{bmatrix} \quad (34)$$

IV. 시뮬레이션 및 결과

수중운동체의 시뮬레이션 결과로부터 제안된 알고리즘의 성능을 확인한다. 수평축 정렬 과정의 시뮬레이션은 운동체의 운동 상황을 가정하여 항체의 속도와 각속도를 설정하고 이로부터 가상으로 센서 데이터가 생성되도록 구성된다. 필터의 공분산 해석 방법을 통하여 제안된 필터 모델의 자세각에 대한 가관측 정도를 알아본 후, 수중운동체가 정지 중인 경우와 운항 중인 경우를 나누어 각각에 대하여 몬테칼로(Monte Carlo) 시뮬레이션을 수행한 결과를 제시한다. 시뮬레이션에서 각 센서의 사양(1σ)은 표 1과 같다.

1. 공분산 해석

필터의 상태변수 중에서 자세각에 관련된 상태변수는 x_4, x_5, x_6 이며 이들 변수는 자세각의 삼각함수 또는 삼각함수의 곱이므로 그 크기가 1이하이다. 따라서, 초기에 자세 정보는 없으므로 오차공분산의 초기값은 1로 선정하는 것이 적절하다. 그림 3은 정지 중의 필터에서 자세각 관련 변수에 대한 오차공분산이다. 그림에서 나타나듯이 측정치 모델이 (32)인 경우 시스템

의 가관측 정도가 높아져 필터의 자세각에 해당하는 상태변수들의 오차공분산이 매우 빠르게 감소하는 것을 알 수 있다. 정지 중에 (29)의 측정치 모델을 사용할 경우에는 필터의 공분산은 회전 운동이 없는 운항 중인 경우를 나타낸 그림 4(a)와 유사하게 된다.

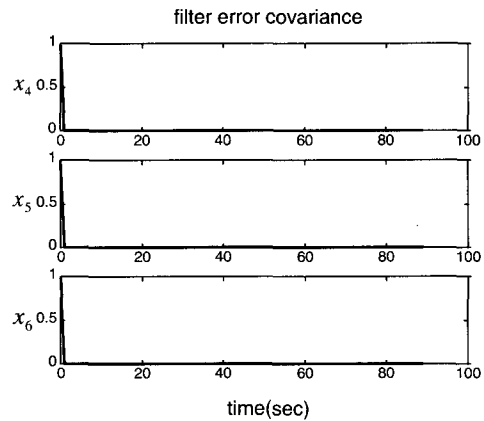


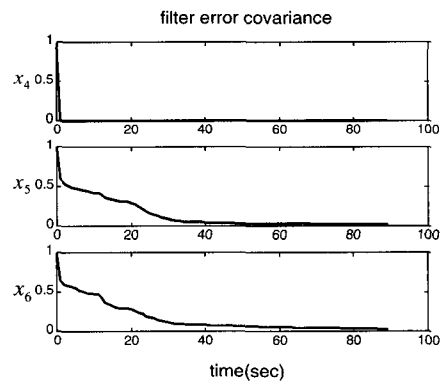
그림 3. 정지중 모델에 대한 필터의 오차공분산. Fig. 3. Error covariance of the filter for stationary Case.

그림 4의 (a)와 (b)는 각각 그림 5의 운항 궤적 (a)와 (b)에 대응하는 오차공분산이다. 그림 4의 (a)가 (b)에 비하여 공분산의 크기가 크고 천천히 감소하는 것을 알 수 있다. 이것은 그림 5의 (a)는 회전 운동이 없는 직선 궤적이거나 (b)는 회전 운동을 하는 운항 궤적이므로 회전 운동이 있는 (b)의 경우에 시스템 행렬을 구성하는 각속도 성분의 크기가 커져 필터의 가관측 정도를 증가 시킨 것으로 볼 수 있다[11].

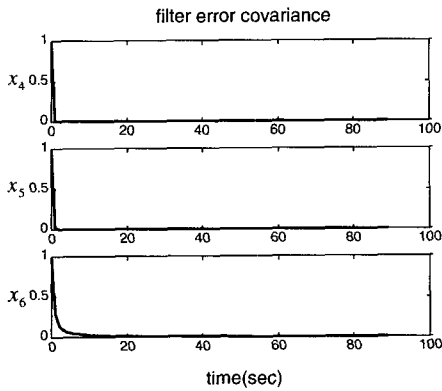
표 1. 센서의 사양.

Table 1. Sensors spec.

센서	주요오차 사양(1σ)
자이로스코프	바이어스: 1deg/h, 백색잡음: 0.3deg/h
가속도계	바이어스: 1mg, 백색잡음: 50 μ g
속도계	바이어스: 0.1m/s, 백색잡음: 0.1m/s

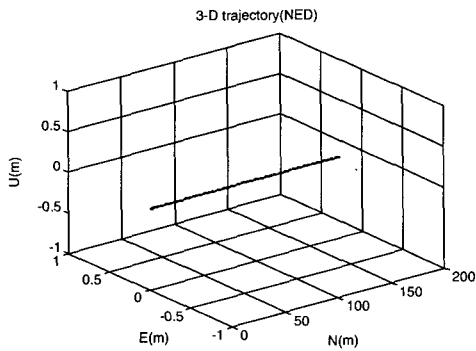


(a) 직선 궤적의 경우(straight trajectory)

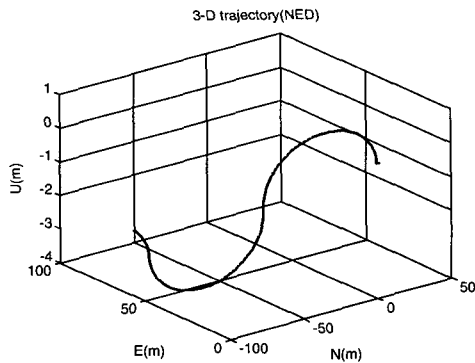


(b) S자형 궤적의 경우(s-type trajectory)

그림 4. 운항중 모델에 대한 필터의 오차공분산.
Fig. 4. Error covariance of the filter for the moving case.



(a) 직선 운항 궤적(straight trajectory)



(b) S자형 운항 궤적(s-type trajectory)

그림 5. 수중운동체의 운항 궤적.
Fig. 5. Trajectory of the underwater vehicle.

2. 운항중 수평축 정렬 시뮬레이션

시뮬레이션의 주요사항은 다음과 같다.

- 몬테칼로 시뮬레이션 회수 : 100회,
- 시뮬레이션 1회 시간 : 30초
- 초기 자세각 오차(deg) : 정규분포 $N(0, 45^2)$

그림 6과 그림 7은 수중운동체의 운항궤적을 나타낸

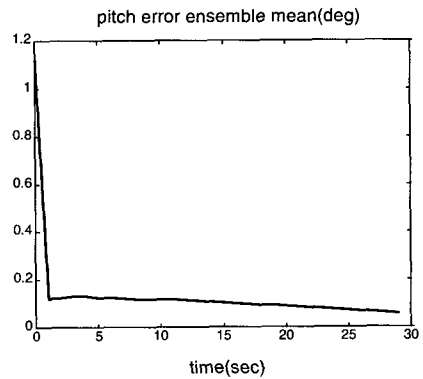
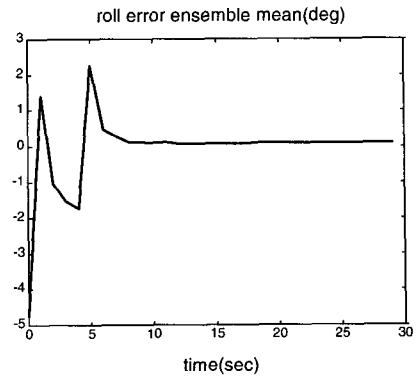


그림 6. 수평축 자세각(롤,피치)오차의 평균.
Fig. 6. Ensemble mean of the level attitude errors.

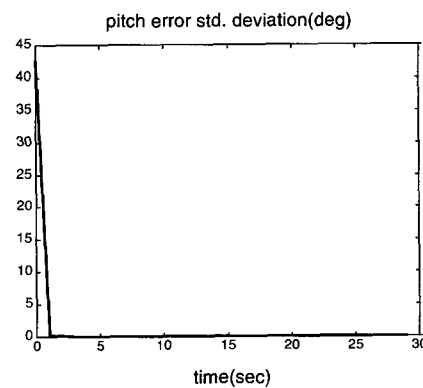
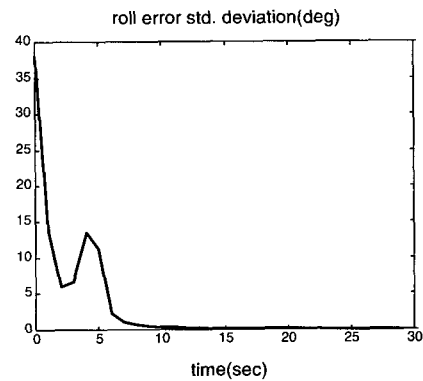


그림 7. 자세각 오차의 표준편차.
Fig. 7. Standard deviation of the level attitude errors.

그림 5(b)에서 처음 30초 구간을 운항한 결과이다. 그림 6은 자세각 오차의 평균을 나타내며 그림 7은 이들의 표준편차를 나타낸 것이다. 수중운동체의 초기 롤각 오차와 피치각 오차의 표준편차는 각각 45도이다.

그림 6으로부터 롤각과 피치각 오차의 평균이 미세한 값으로 감소하는 것을 나타내며 그림 7은 자세오차의 표준편차가 시간 경과에 따라 0에 가까운 값으로 감소하는 것을 보여 준다. 이로부터 롤각과 피치각의 추정 성능이 좋다는 것을 알 수 있다. 자세오차의 평균이 0에 보다 가까운 값이 되려면 각 센서의 바이어스 오차가 보정되어야 하며 수평측 정렬 과정 이후에 보정방법(aided navigation) 등을 통하여 보정이 가능하다. 30초 경과 시 롤각 오차의 평균과 피치각 오차의 평균은 각각 약 0.083도와 0.058도를 나타내고 각각의 표준편차는 약 0.046도와 0.019도를 나타낸다.

3. 정지중 수평측 정렬 시뮬레이션

시뮬레이션의 주요사항은 다음과 같다.

- 몬테칼로 시뮬레이션 회수 : 100회,
- 시뮬레이션 1회 시간 : 30초
- 초기 자세각 오차(deg) : 정규분포 $N(0, 45^2)$

그림 8과 그림 9는 항체가 정지한 상태에서의 수평측 정렬 시뮬레이션의 결과이다. 그림 8은 자세오차의 평균을 나타내며 그림 9는 이들의 표준편차를 나타낸다. 초기 자세오차는 앞 절과 동일하게 설정하였다. 항체가 정지 중이므로 세 축 속도를 필터의 측정치로 하여 (32)를 사용한다. 그림 8과 그림 9를 살펴보면 롤각, 피치각의 오차가 빠르게 감소하는 것을 알 수 있다. 정지 상태의 속도는 정확히 0이므로 측정치의 오차는 0이라고 할 수 있다. 따라서 정지 중에는 속도계의 바이어스 오차에 의한 영향이 없으므로 자세오차의 주요 원인은 자이로와 가속도계의 바이어스 오차이므로 오차의 요인이 상대적으로 줄어 운항 시에 비하여 오차의 크기가 작아진다. 30초 경과 시 롤각 오차의 평균과 피치각 오차의 평균은 각각 약 -0.051도와 0.054도를 나타내고 각각의 표준편차는 약 0.003도와 0.004도를 나타낸다.

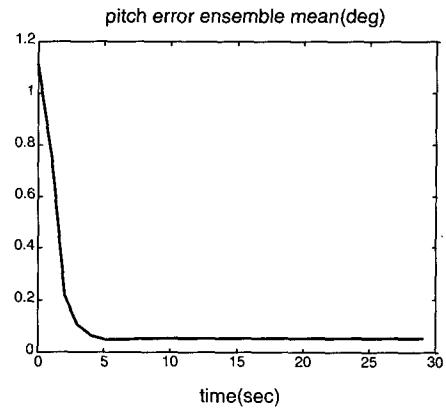
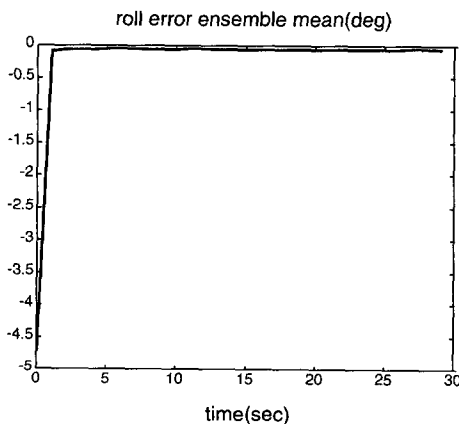


그림 8. 수평측 자세각(롤,피치)오차의 평균.
Fig. 8. Ensemble mean of the level attitude errors.

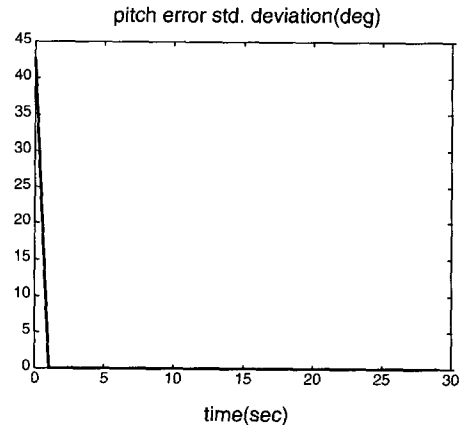
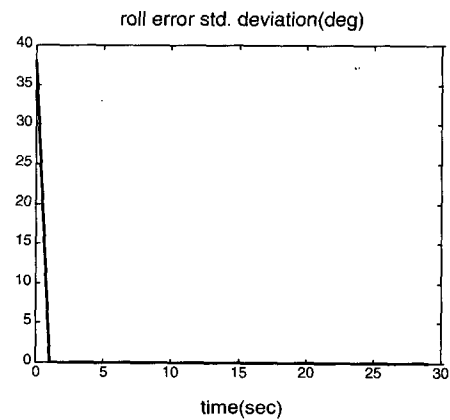


그림 9. 자세각 오차의 표준편차.
Fig. 9. Standard deviation of the level attitude errors.

V. 결론

본 논문에서는 항체가 운항 중인 상황에서 수평측 정렬 수행에 적합한 알고리즘을 제안하고 그 성능을 시뮬레이션을 통하여 확인하였다. 또한, 정지 중의 수평측 정렬을 위하여 속도가 0인 점을 이용하여 속도 측정치를 세 축으로 하여 구성한 알고리즘도 제시하였

다. 제안된 수평측 정렬 알고리즘은 비선형인 자세각 미분방정식으로부터 자세각의 삼각함수를 변수로 선정하고 이에 관한 선형 미분방정식을 유도하여 칼만필터로 구성한 것이다. 따라서 제안된 알고리즘은 시스템의 시간에 따른 변화에 대응하며 상태변수를 최적으로 추정하는 칼만필터의 특성을 갖게 되어 운동체의 운동이 존재하는 운항 중에 적합하다. 특히, 회전 운동을 하는 경우에는 필터의 가관측 정도가 증가되어 알고리즘의 추정 성능이 향상된다. 정지 중에는 회전 운동은 없으나 속도가 0이라는 점을 이용하면 동체의 세 축 속도를 측정치로 이용할 수 있으므로 필터의 가관측 정도를 증가시킬 수 있다. 운항중 수평측 정렬 알고리즘은 항법시스템의 운항중 정렬 과정의 일부로 이용될 수 있으며 항체가 운항 중에 자세 정보를 잃고 불안정한 운동 궤적을 그리며 운항 하는 비상 상황에서 롤각, 피치각의 오차를 빠르게 보정하는 방법으로도 쓰일 수 있다.

참고문헌

[1] 김영한, "퍼지 이론을 이용한 수중운동체의 자세계산 혼합 알고리즘", 공학석사학위논문, 서울대학교, 1995.
 [2] Kenneth R. Britting, *Inertial Navigation Systems Analysis*, Wiley-Interscience, 1971.

[3] 박찬국, 김광진, 박홍원, 이장규, "스트랩다운 관성항법시스템의 초기 개략 정렬 알고리즘", *Proceedings of the 11th KACC*, 1996.
 [4] J. F. Bellantoni and E. J. Koenke, "Launch pad alignment of a strapdown navigator by the kalman filter," *AIAA Guidance, Control and Flight Dynamics Conference*, AIAA 68-831, 1968.
 [5] G. M. Siouris, *Aerospace Avionics System : A Modern Synthesis*, Academic Press, 1993.
 [6] I. Yaesh, "Design of leveling loop for marine navigation system", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 29, no. 2, April, 1993.
 [7] 이장무, 동역학, 동명사, 1985.
 [8] Jerry M. Mendel, *Lessons in Estimation Theory for Signal Processing, Communications, and Control*, Prentice-Hall, 1995.
 [9] Arthur Gelb, *Applied Optimal Estimation*, M.I.T. Press, 1974.
 [10] 박성택, "확장칼만필터를 이용한 수중운동체의 유체계수 식별", 공학석사학위논문, 서울대학교, 1993.
 [11] 박준구, "스트랩다운 관성항법 시스템의 운항중 정렬을 위한 궤적에 따른 가관측성 분석", 공학석사학위논문, 서울대학교, 1996.

- 용어 정의 -

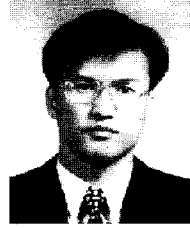
a^x : X 좌표계에서 표현된 벡터 a
 ω_{xy}^z : Z 좌표계에서 표현된 X 좌표계에 대한 Y 좌표계의 회전 각속도 벡터
 ω_{ie} : 지구 자전 각속도(earth rate) 벡터
 Ω_{ie} : 지구 자전 각속도의 크기
 $\left. \frac{d}{dt} \right|_x^y$: Y 좌표계에서 표현된 X 좌표계에서의 시간에 대한 미분 연산자
 ϕ, θ, ψ : 롤(roll)각, 피치(pitch)각, 요(yaw)각
 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$: 자세각의 삼각함수로 구성된 자세각 변수
 f : 가속도계에서 측정되는 비력(specific force)

g_m : 항체의 질량에 의한 중력가속도 벡터
 g : 중력가속도 벡터(plumb-bob gravity vector)
 g : 중력상수
 L : 항체의 위치벡터
 V : 항체의 속도벡터
 C_x^y : X 좌표계와 Y 좌표계 사이의 방향코사인 행렬
 I : 단위 행렬
 F : 시스템 행렬
 H : 관측 행렬
 P : 시스템의 오차공분산 행렬
 Q : 공정잡음 공분산 행렬
 R : 측정잡음 공분산 행렬



홍 현 수

1972년 1월 14일생. 1995년 서울대학교 공대 제어계측공학과 졸업. 1997년 동 대학원 제어계측공학과 졸업(석사). 1997년 ~ 현재 동 대학원 전기 컴퓨터공학부 박사과정 재학중. 연구관심분야는 관성항법시스템, 칼만필터링, 강인필터링.



박 찬 국

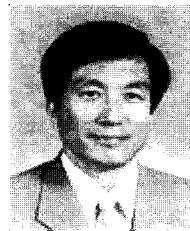
1961년 9월 13일생. 1985년 서울대 공대 제어계측공학과 졸업. 1987년 동 대학원 제어계측공학과 졸업(석사). 1993년 동 대학원 제어계측공학과 졸업(공학박사). 1993년 서울대 제어계측신기술연구센터 박사후 연구원. 1994년 ~ 현재 광운대 제어계측공학과 부교수. 1997년 미국 UCLA 박사후 연구원. 연구관심분야는 관성항법시스템, 칼만필터링, 대형시스템.



한 형 석

1963년 6월 30일생. 1986년 서울대학교 공대 제어계측공학과 졸업. 1988년 동 대학원 제어계측공학과 졸업(석사). 1993년 동 대학원 제어계측공학과 졸업(공학박사). 1993년 ~ 1997년 순천향대학교 공대 제어계측공학과 조교수. 1997년 ~ 현재 경원대학교 공대 전기전자공학부(전자공학전공) 부교수. 관심분야는 건설제어, 유도 및 제어.

건설제어, 유도 및 제어.



이 장 규

1946년 3월 28일생. 1971년 서울대 공대 전기공학과 졸업. 1974년 Univ. of Pittsburgh 전기공학과 졸업(석사). 1977년 Univ. of Pittsburgh 전기공학과 졸업(공학박사). 1977년 ~ 1981년 The Analytic Sciences Corporation 연구원(Technical Staff). 1981년 ~ 1982년 Charles Draper Laboratory 연구원(Technical Staff). 1982년 ~ 현재 서울대학교 전기 컴퓨터공학부 교수. 1994년 ~ 현재 서울대 자동제어특화연구센터 소장. 연구관심분야는 관성항법시스템, 계수식별, 자율주행항체(AGV), 표적 추적 시스템.