

고차벡터요소를 사용한 초고주파 소자의 고유치 해석 프로그램 구현

論 文
50C-6-7

Implementation of Eigenvalue Analysis Program for Microwave Components Using High Order Vector Elements

金 炯 碩* · 金 玲 台**
(Hyeong-seok Kim · Young-Tae Kim)

Abstract - In this paper, the vector finite elements are adopted to calculate eigenvalues of RF and microwave components. Simulation results show that spurious solutions are completely avoided because of the divergence free nature of the vector elements. This paper seeks to extend these low-order elements to higher orders to improve the accuracy of numerical solutions. Investigation of numerical results for a rectangular waveguide was provided. A vector finite element program was implemented to allow propagation constants and electric field distributions to be directly computed in the rectangular and circular waveguides which are partially filled with the dielectric.

Key Words : Eigenvalue, Vector finite element, Higher order element

1. 서 론

본 논문에서는 초고주파대역(microwave frequency band)에 유용한 전송선로 소자를 해석하기 위하여 벡터유한요소법(vector finite element method)을 적용하였다. 유한요소법(finite element method)은 주어진 구조에 대한 전자기장문제(electromagnetic problem)를 해석하고, 설계하는데 널리 적용되는 수치기법이다. 그 적용분야는 전기기계(electrical machine) 뿐만 아니라 RF대역의 이동통신 시스템 및 초고주파대역의 다양한 소자들의 전기적 특성을 해석하고, 시뮬레이션 하는데 사용되고있다.[1]-[5] 본 논문에서는 유한요소법을 이용하여 초고주파소자의 고유치를 해석하는 방법에 대해 연구하였다. 기존의 분할된 요소의 질점에 변수를 인가하는 유한요소법은 이러한 RF대역의 이동통신 시스템 및 초고주파대역의 다양한 소자의 특성을 해석 할 때, 유한요소정식화(finite element formulation)과정에서 발산조건이 포함되지 않기 때문에, 실제의 전기적 특성에서는 존재하지 않는 가상해(spurious solution)가 발생하게 된다[6]. 가상해 문제를 해결하는 방법으로 분할된 요소의 변(edge)에 변수를 인가하는 벡터유한요소법을 구현하여 보았다. 벡터유한요소법에서는 요소의 변에 벡터변수를 사용하므로 요소의 경계에서 발산조건(divergence condition)을 만족하여 가상해가 생성되지 않는다[3]. 그러므로 부가적인 계산없이 복잡한 형상을 갖는 초고주파 소자의 고유치를 직접 구할 수 있다. 본 논문에서는 벡터유한요소법을 이용하여 계산하는 과정에서 형상함수의 차수를 높여서 실제 고유치 문제의 형태에서 계산치의 정확성을 고찰하였다. 고차벡터유한요소방법을 사용하여 1차 형상함수를 이용한 유한요소 해석결과에 비해 오차를 줄일 수

있음을 보여 주었다. 또한 구현된 고차 유한요소 해석방법의 유용성을 검증하기 위해 유전체를 갖는 구형도파관과 원형도파관에 적용하여 보았다.

2. 본 론

2. 유한요소 정식화

2.1 범함수 도출

시간적인 변화를 갖는 계에 대한 Maxwell 방정식은 다음과 같다.

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (2.4)$$

와 같이 표현되며 식(2.1)의 의미를 좀 더 살펴보면 시간적으로 변하는 자계가 전계를 일으킨다는 것을 나타낸다.

\mathbf{D} 와 \mathbf{E} 의 관계식

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E} \quad (2.5)$$

\mathbf{B} 와 \mathbf{H} 의 관계식

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} \quad (2.6)$$

와 같이 된다.

식(2.1)과 식(2.2)을 phasor로 다시 표현하고 식(2.1)에 식(2.5)을 대입하여 정리하면

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j \omega \mu_0 \mu_r \mathbf{H} \quad (2.7)$$

가 되며 자유공간내에서의 전자기파동을 고찰하므로 $\rho_v = 0$,

$\mathbf{J} = 0$ 인 경우의 Maxwell 방정식을 생각하므로 식(2.2)의

* 正 會 員 : 順天鄉大 情報技術工學部 部教授 · 工博

** 正 會 員 : 順天鄉大 情報技術工學部 博士課程

接受日字 : 2001年 3月 30日

最終完了 : 2001年 5月 9日

오른쪽항 $J = 0$ 으로 두고 식(2.2)에 식(2.6)을 대입하여 정리하면

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\epsilon_0\epsilon_r \mathbf{E} \quad (2.8)$$

라고 표현할 수 있다.

자계 \mathbf{E} 에 대한 벡터 Helmholtz 방정식을 유도하면 다음과 같다.

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu_r} \nabla \times \mathbf{E} \right) - k_0^2 \epsilon_r \mathbf{E} = 0 \quad (2.9)$$

자계 \mathbf{H} 에 대한 벡터 Helmholtz 방정식도 위와 동일한 방법으로 유도할 수 있다.

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\epsilon_r} \nabla \times \mathbf{H} \right) - k_0^2 \mu_r \mathbf{H} = 0 \quad (2.10)$$

2.2 벡터유한요소법

2.2.1 벡터유한요소법을 이용한 전장벡터 정식화

기존의 분할된 요소의 절점에 변수를 인가하는 유한요소법은 이러한 RF대역의 이동통신 시스템 및 초고주파대역의 다양한 소자의 특성을 해석할 때 유한요소법을 정식화하는 과정에서 맥스웰방정식중 발산방정식을 지배방정식에 포함시키지 않기 때문에, 도파관 해석시 전기적 특성에서는 존재하지 않는 가상해(spurious solution)[6]가 발생하게 된다. 위와같은 가상해를 문제를 해결하기 위해서 요소의 변에 변수를 인가하는 유한요소법을 벡터유한요소법[7]이라고 한다. 벡터유한요소법을 이용해서 전장벡터를 해석하기 위해서 식(2.9)을 횡(transverse) 성분과 종(longitudinal) 성분으로 나누어서 표현하면

$$\nabla_t \times \left(\frac{1}{\mu_r} \nabla_t \times \mathbf{E}_t \right) - \frac{1}{\mu_r} (j\beta \nabla_t \cdot \mathbf{E}_z - \beta^2 \mathbf{E}_t) = k_0^2 \epsilon_r \mathbf{E}_t \quad (2.11)$$

$$- \frac{1}{\mu_r} [\nabla_t \cdot (\nabla_t \mathbf{E}_z + j\beta \mathbf{E}_t)] = k_0^2 \epsilon_r \mathbf{E}_z \quad (2.12)$$

여기서 \mathbf{E}_t 는 전계의 횡과 즉 x , y 성분을 나타내며 $\mathbf{E}_z = E_x \hat{x} + E_y \hat{y}$ 와 같이 표현한다. β 와 k_0^2 을 분리하고 복소수값(complex value)이 아닌 실수값을 얻기 위해서

$$\vec{e}_t = \beta \mathbf{E}_t, \quad e_z = -j \mathbf{E}_z \quad (2.13)$$

로 놓고 식(2.11)와 식(2.12)을 다시 정리하여 보면

$$\nabla_t \times \left(\frac{1}{\mu_r} \nabla_t \times \vec{e}_t \right) + \frac{1}{\mu_r} (\beta^2 \nabla_t e_z + \beta^2 \vec{e}_t) = k_0^2 \epsilon_r \vec{e}_t \quad (2.14)$$

$$- \frac{1}{\mu_r} [\nabla_t \cdot (\nabla_t e_z + \vec{e}_t)] = k_0^2 \epsilon_r e_z \quad (2.15)$$

와 같이 된다. 식(2.14)와 (2.15)을 갤러킨 방법(Galerkin method)을 적용하기 위해서 식(2.15)에는 벡터형상함수

(vector weighting function) N_i 을 곱하고 식(2.14)에는 스칼라형상함수(scalar weighting function) L_j 을 곱하고 도파관의 종단면(Γ)에 대해서 적분을 취하면

$$\begin{aligned} & \int \int_{\Gamma} [N_i \cdot \nabla_t \times \left(\frac{1}{\mu_r} \nabla_t \times \vec{e}_t \right) \\ & + \frac{\beta^2}{\mu_r} (N_i \cdot \nabla_t e_z + N_i \cdot \vec{e}_t)] ds \\ & = k_0^2 \epsilon_r \int \int_{\Gamma} N_i \cdot \vec{e}_t ds \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} & - \frac{1}{\mu_r} \int \int_{\Gamma} L_j [\nabla_t \cdot (\nabla_t e_z + \vec{e}_t)] ds \\ & = k_0^2 \epsilon_r \int \int_{\Gamma} L_j e_z ds \end{aligned} \quad (2.17)$$

과 같이 된다.

벡터등식을 이용해서 식(2.16)와 (2.17)을 weak form 형태로 다시 표현하면

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\mu_r} \int \int_{\Gamma} [(\nabla_t \times N_i) \cdot (\nabla_t \times \vec{e}_t) \\ & + (\beta^2 N_i \cdot \nabla e_z + \beta^2 N_i \cdot \vec{e}_t)] ds \\ & = k_0^2 \epsilon_r \int \int_{\Gamma} N_i \cdot \vec{e}_t ds \\ & - \frac{1}{\mu_r} \int_{\Gamma} N_i \cdot (\hat{n} \times \nabla \times \vec{e}_t) ds \end{aligned} \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\mu_r} \int \int_{\Gamma} (\nabla_t L_j \cdot \nabla_t e_z + \nabla_t L_j \cdot \vec{e}_t) ds \\ & = k_0^2 \epsilon_r \int \int_{\Gamma} L_j e_z ds + \frac{1}{\mu_r} \int_{\Gamma} (L_j \frac{\partial e_z}{\partial n} \\ & + L_j \hat{n} \cdot \vec{e}_t) ds \end{aligned} \quad (2.19)$$

도파관 경계 $d\Gamma$ 이 완전도체이면 경계 $d\Gamma$ 에서 $N_i = 0$ 이고 $L_j = 0$ 이 된다. 위와 같은 이유로 인해 식(2.18)과 (2.19)의 오른쪽항의 선적분은 무시할 수 있다. 식(2.19)에 β^2 을 곱하고 식(2.18)과 (2.19)을 다시 정리하면

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\mu_r} \int \int_{\Gamma} [(\nabla_t \times N_i) \cdot (\nabla_t \times \vec{e}_t) \\ & + (\beta^2 N_i \cdot \nabla e_z + \beta^2 N_i \cdot \vec{e}_t)] ds \\ & = k_0^2 \epsilon_r \int \int_{\Gamma} N_i \cdot \vec{e}_t ds \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\beta^2}{\mu_r} \int \int_{\Gamma} (\nabla_t L_j \cdot \nabla_t e_z + \nabla_t L_j \cdot \vec{e}_t) ds \\ & = k_0^2 \beta^2 \epsilon_r \int \int_{\Gamma} L_j e_z ds \end{aligned} \quad (2.21)$$

$$\vec{e}_t = \sum_{i=1}^N e_{ti} \vec{N}_i \quad (2.22)$$

$$e_z = \sum_{j=1}^M e_{zj} L_j \quad (2.23)$$

($i = 1, 2, \dots, N$: the number of edges
 $j = 1, 2, \dots, M$: the number of edges)

와 같은 관계를 가지고 식(2.9)와 (2.11)을 적용하여 식(2.7)와 (2.8)을 다시 정리하여 보면

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\mu_r} \sum_{m=1}^3 \iint_{\Delta} (\nabla_t \times N_m) \cdot (\nabla_t \times N_n) e_{tm} ds \\ & + \frac{\beta^2}{\mu_r} \sum_{m=1}^3 \iint_{\Delta} (N_m \cdot \nabla_t L_j) e_{zj} ds \\ & + \frac{\beta^2}{\mu_r} \sum_{m=1}^3 \iint_{\Delta} (N_m \cdot N_n) e_{tm} ds \\ & = k_o^2 \sum_{m=1}^3 \epsilon_r \iint_{\Delta} (N_m \cdot N_n) e_{tm} ds \quad (2.24) \\ & \quad (n = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\beta^2}{\mu_r} \sum_{i=1}^3 \iint_{\Delta} (\nabla_t L_i \cdot \nabla_t L_j) e_{zj} ds \\ & + \frac{\beta^2}{\mu_r} \sum_{i=1}^3 \iint_{\Delta} (\nabla_t L_i \cdot N_n) e_{tm} ds \\ & = k_o^2 \sum_{i=1}^3 \beta^2 \epsilon_r \iint_{\Delta} L_i L_j e_{zj} ds \quad (2.25) \\ & \quad (j = 1, 2, 3; n = 1, 2, 3) \end{aligned}$$

최종적으로 식 (2.24)와 (2.25)을 행렬 형태로 조합하면

$$\begin{bmatrix} S_{ei}(tt) & S_{ei}(tz) \\ S_{ei}(zt) & S_{ei}(zz) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_t \\ e_z \end{bmatrix} = k_o^2 \begin{bmatrix} T_{ei}(tt) & 0 \\ 0 & T_{ei}(zz) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_t \\ e_z \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

$Ax = \lambda Bx$ 형태의 고유치 문제 형태의 Matrix 형태가 된다. 식(2.26)의 행렬을 구체적으로 살펴보면

$$\begin{aligned} S_{ei}(tt) &= \frac{1}{\mu_r} \iint_{\Delta} (\nabla_t \times N_m) \cdot (\nabla_t \times N_n) e_{tm} ds \\ & + \frac{\beta^2}{\mu_r} \iint_{\Delta} (N_m \cdot N_n) ds \quad (2.27) \end{aligned}$$

$$S_{ei}(tz) = \frac{\beta^2}{\mu_r} \iint_{\Delta} (N_m \cdot \nabla_t L_j) ds \quad (2.28)$$

$$S_{ei}(zt) = \frac{\beta^2}{\mu_r} \iint_{\Delta} (\nabla_t L_i \cdot N_n) ds \quad (2.29)$$

$$S_{ei}(zz) = \frac{\beta^2}{\mu_r} \iint_{\Delta} (\nabla_t L_i \cdot \nabla_t L_j) ds \quad (2.30)$$

$$T_{ei}(tt) = \epsilon_r \iint_{\Delta} (N_m \cdot N_n) ds \quad (2.31)$$

$$T_{ei}(zz) = \beta^2 \epsilon_r \iint_{\Delta} (L_i L_j) ds \quad (2.32)$$

2.2.2 특정주파수에 해당하는 전파상수 추출

실제 초고주파 해석에서 특정주파수에 해당하는 전파 상수값을 찾는 형태가 가장 많이 쓰이게 된다. 위에서 언급한 형태에서 전파상수값을 찾는 것은 식(2.20)과 (2.21)을 재 배열하여 간단히 구할 수 있다.

도파관의 경계조건을 완전도체로 적용하고 행렬의 대칭을 위해서 β^2 을 곱하여 정리하면

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\mu_r} \sum_{m=1}^3 \iint_{\Delta} (\nabla_t \times N_{tm}) \cdot (\nabla_t \times N_{tn}) e_{tm} ds \\ & - k_o^2 \sum_{m=1}^3 \epsilon_r \iint_{\Delta} (N_{tm} \cdot N_{tn}) e_{tm} ds \\ & = -\beta^2 \left[\frac{1}{\mu_r} \sum_{m=1}^3 \iint_{\Delta} (N_{tm} \cdot \nabla L_j) e_{zj} ds \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{\mu_r} \sum_{m=1}^3 \iint_{\Delta} (N_{tm} \cdot N_{tn}) e_{tm} ds \right] \quad (2.33) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\beta^2}{\mu_r} \sum_{i=1}^3 \iint_{\Delta} (\nabla L_i \cdot \nabla L_j) e_{zj} ds \\ & + \frac{\beta^2}{\mu_r} \sum_{i=1}^3 \iint_{\Delta} (\nabla L_i \cdot N_{tn}) e_{tm} ds \\ & = \beta^2 \sum_{i=1}^3 k_o^2 \epsilon_r \iint_{\Delta} L_i L_j e_{zj} ds \quad (2.34) \end{aligned}$$

와 같은 식을 얻을 수 있다.

최종적으로 Matrix 형태로 조합하면

$$\begin{bmatrix} S_{ei}(tt) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_t \\ e_z \end{bmatrix} = (-\beta^2) \begin{bmatrix} T_{ei}(tt) & T_{ei}(tz) \\ T_{ei}(zt) & T_{ei}(zz) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_t \\ e_z \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

와 같은 형태가 되며 Matrix의 각각 항들을 정리하면

$$\begin{aligned} S_{tt} &= \frac{1}{\mu_r} \iint_{\Delta} (\nabla_t \times N_{tm}) \cdot (\nabla_t \times N_{tn}) ds \\ & - k_o^2 \epsilon_r \iint_{\Delta} (N_{tm} \cdot N_{tn}) ds \quad (2.36) \end{aligned}$$

$$T_{tt} = \epsilon_r \iint_{\Delta} (N_{tm} \cdot N_{tn}) ds \quad (2.37)$$

$$T_{tz} = \frac{1}{\mu_r} \iint_{\Delta} (N_{tm} \cdot \nabla L_j) ds \quad (2.38)$$

$$T_{zt} = \frac{1}{\mu_r} \iint_{\Delta} (\nabla L_i \cdot N_{tn}) ds \quad (2.39)$$

$$\begin{aligned} T_{zz} &= \frac{1}{\mu_r} \iint_{\Delta} (\nabla L_i \cdot \nabla L_j) ds \\ & - k_o^2 \epsilon_r \iint_{\Delta} L_i L_j ds \quad (2.40) \end{aligned}$$

이 된다.

2.2.3 벡터유한요소법에서의 형상함수

식(2.36)부터 식(2.40)을 계산하기 위해서는 노드 형상함수 (L)와 벡터 형상함수(W)을 계산하여야 한다. 1차 노드형상함수는 그림 1의 형태로 표현된다.

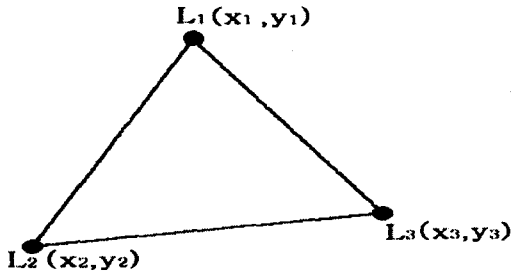


그림 1 삼각형 요소에서의 1차 노드 형상함수
Fig. 1 First order node shape function for a triangular element

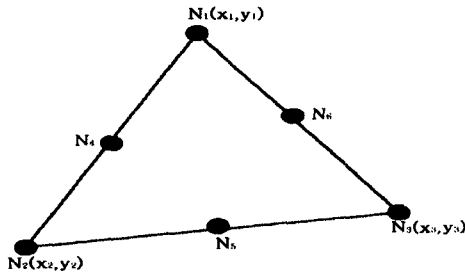


그림 2 삼각형 요소에서의 2차 노드 형상함수
Fig. 2 Second order node shape function for a triangular element

1차 노드형상함수를 구체적으로 표현하면

$$L_i = \frac{a_i + b_i x + c_i y}{2\Delta} \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.41)$$

와 같이 된다.

본 논문에서는 계산의 정확성을 높이기 위해서 2차 노드형상함수를 이용하였으며 2차 노드형상함수(N)는 그림 2의 형태로 표현된다.

2차 노드형상함수를 구체적으로 표현하면

$$N_i = L_i (2L_i - 1) \quad i = 1, 2, 3$$

$$N_j = 4L_j L_k \quad i = 4, 5, 6 \quad j = 1, 2, 3 \quad k = 2, 3, 1 \quad (2.42)$$

와 같이 된다. 벡터형상함수는 노드형상함수와는 달리 방향을 가지고 있으며 맥스웰 방정식의 발산정리를 만족하기 위해 고안된 형상함수이다. 벡터형상함수[8]는 노드 형상함수와

병행해서 행렬이 조립되므로 1차형상함수가 아닌 2차형상함수를 쓰기 위해서는 같은 차수의 형태로 형상함수를 적용하여야 한다.

벡터형상함수는 크기뿐만 아니라 방향성을 가지고 있기 때문에 행렬 시스템 조립시 공통변을 갖는 이웃한 요소와 변을 비교하였을 때 방향이 반대이면 '-1'을 고려하여야 한다. 1차 벡터형상함수는 그림 3의 형태로 표현된다.

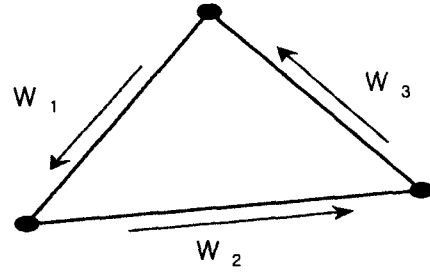


그림 3 삼각형 요소에서의 1차 벡터 형상함수
Fig. 3 First order vector shape function for a triangular element

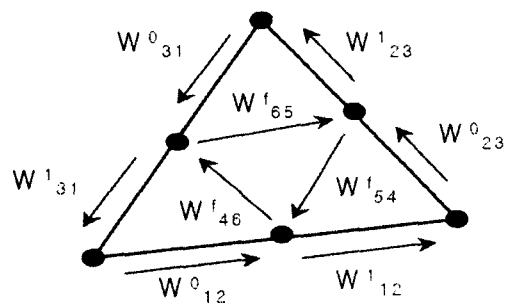


그림 4 삼각형 요소에서의 2차 벡터 형상함수
Fig. 4 Second Order Vector Shape Function for a triangular element

1차 벡터형상함수를 구체적으로 표현하면

$$W_i^e = (L_i^e \nabla L_j^e - L_j^e \nabla L_i^e) \quad (i = 1, 2, 3 : \text{순환}) \quad (2.43)$$

와 같이 된다. 노드 형상함수와 같은 개념으로 1차 벡터형상함수보다 높은 정확성을 위해서 2차 벡터형상함수를 표현하면 그림 4와 같이 표현되면 구체적인 수식 표현은 식(2.44)와 같이 표현된다.

$$W_{ij}^0 = (4L_i - 1)(4L_i \nabla L_j - L_j \nabla L_i)$$

$$W_{ij}^1 = (4L_j - 1)(4L_i \nabla L_j - L_j \nabla L_i)$$

$$W_{nm}^f = (4L_k - 1)(4L_i \nabla L_j - L_j \nabla L_i) \quad i, j, k=1,2,3 \quad m, n=4,5,6 \quad (2.44)$$

3. 적용 사례

3.1 구형도파관 해석

변요소법에서는 노드에 변수를 인가하여 해석하는 방법과는 달리 가상해가 발생하지 않으며 고유치 문제를 풀게되면 해석하고자 하는 모드들이 구할 수 있다. 정형화된 구형도파관을 해석하는 것은 수치해석방법이 아닌 방법으로 간단히 해석할 수 있으며 그 식은 파수

$$k_c^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \tag{3.1}$$

와 같이 된다.

표 1 도파관(WR-28)의 모드해석

Table. 1 Mode Analysis for waveguide(WR-28)

모드(Mode)	해석값	계산값(F.E.M)
TE ₁₀	1.9523628E+05	1.9472109E+05
TE ₀₁	7.7875303E+05	7.7478913E+05
TE ₂₀	7.8094515E+05	7.8018888E+05
TE ₁₁	9.7398931E+05	9.7214500E+05

표 1에서는 식(3.1)에서 구한 값과 벡터유한요소법을 이용하여 계산한 값을 나타낸다.

그림 5, 6, 7, 8은 TE₁₀, TE₀₁, TE₂₀, TE₁₁모드의 $E_t(E_x, E_y)$ 성분을 표현한 것이다.

본 해석에서는 가상해가 존재하지 않기 때문에 실제 정형화된 도파관에서도 필요한 모드에서의 파수를 구할 수 있음을 확인할 수 있었다.

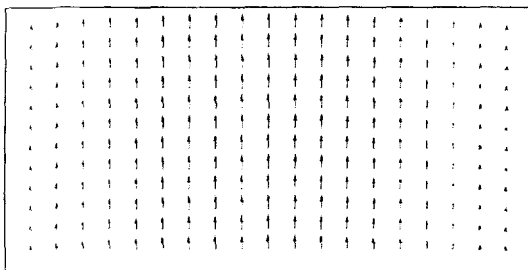


그림 5 TE₁₀ 모드의 $E_t(E_x, E_y)$ 성분
Fig. 5 $E_t(E_x, E_y)$ component of TE₁₀ mode

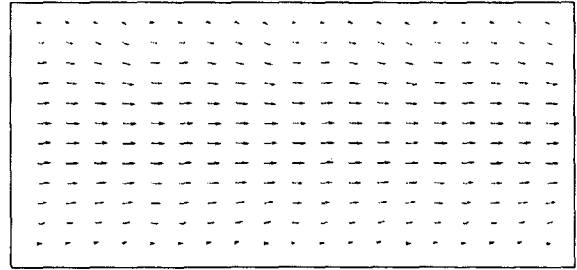


그림 6 TE₀₁ 모드의 $E_t(E_x, E_y)$ 성분
Fig. 6 $E_t(E_x, E_y)$ component of TE₀₁ mode

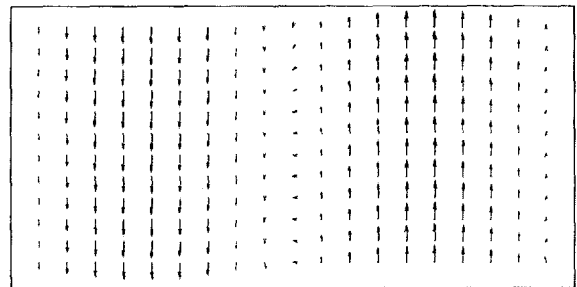


그림 7 TE₂₀ 모드의 $E_t(E_x, E_y)$ 성분
Fig. 7 $E_t(E_x, E_y)$ component of TE₂₀ mode

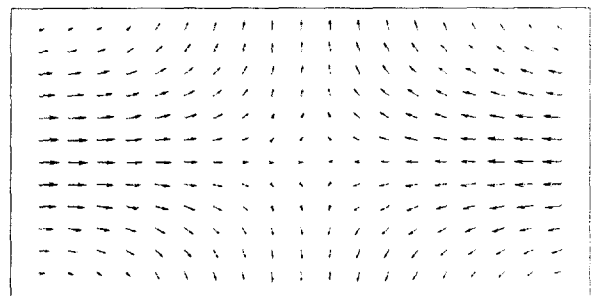


그림 8 TE₁₁ 모드의 $E_t(E_x, E_y)$ 성분
Fig. 8 $E_t(E_x, E_y)$ component of TE₁₁ mode

3.2 벡터형상함수의 계산치 비교

실제적인 예로 도파관(WR-90)을 1차 형상함수와 2차 형상함수를 이용하여 고유치 값인 전파상수(phase constant β) 값을 계산한 결과이다. 1차 형상함수에서는 총 요소(element)수를 118개, 노드(node)수를 72개, 변(edge)수를 189개로 하고, 2차 형상함수에서는 요소 수를 22개, 노드 수를 57개, 변 수를 122개를 이용하였다.

표 2 도파관(WR-90) 계산치
Table. 2 Waveguide(WR-90) calculation

18Ghz 일 경우(전파상수)	TE ₁₀	TE ₂₀	TE ₀₁	TE ₁₁
1차 형상함수 계산결과	355.612	270.100	215.439	183.842
2차 형상함수 계산결과	351.326	258.666	216.583	168.346
Analytical Result	351.325	258.400	216.111	166.786

경계조건(PEC:perfect electric wall)을 적용한 최종 행렬의 크기가 1차 형상함수에서는 213이 되고 2차 형상함수에서는 131이 되지만 Analytical Result와 비교하여 보았을 때는 2차 형상함수가 정확한 것을 표2에서 알 수 있다.

3.2 유전체 도파관 계산

도파관 WR-102 a=2.591 b=1.295cm d=b/2 e=a/2에 그림9와 그림10에서처럼 도파관의 일부에 유전체(비유전율:2.45)가 채워져 있을 경우 특정 주파수에서의 전계 x,y방향성분과 고유치 값인 진파상수(phase constant : β) 값을 계산하였다.

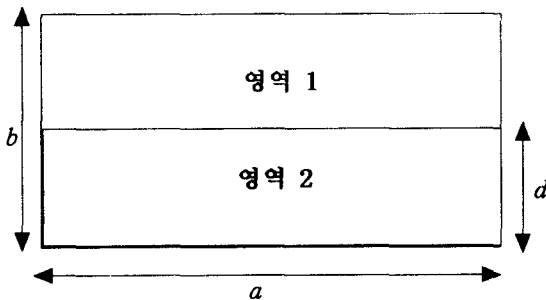


그림 9 도파관에 유전체가 d까지 채워진 형상
Fig. 9 Waveguide filled with dielectric until d

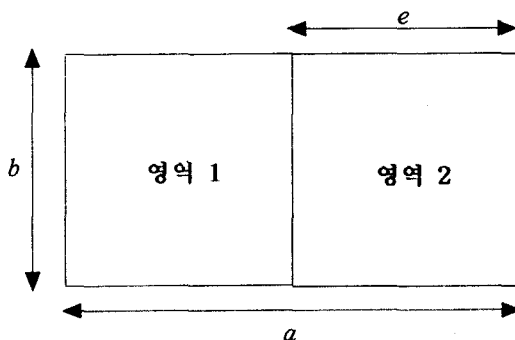


그림 10 도파관에 유전체가 e까지 채워진 형상
Fig. 10 Waveguide filled with dielectric with e

20Ghz일 경우에 각각의 모드에 해당하는 전파상수 값을 계산하였으며 표3에서 그 결과를 나타낸다.

표 3 그림 11,12에서 각 모드에 해당하는 전파상수 값
Table.3 Propagation constant value for each mode in Figure 11 and 12

20Ghz 일 경우	각 모드에 해당하는 전파상수 값			
	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4
그림 5	608.47	571.18	546.72	533.01
그림 6	621.74	598.86	572.35	508.02

그림 9와 그림10에 해당하는 구조의 도파관에서의 계산된 전계의 x,y 방향을 표현하면 그림13,14에서와 같이 표현할 수 있다.

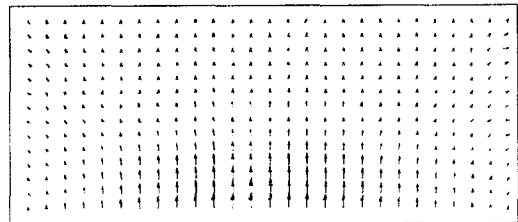


그림 11 유전체가 d까지 채워진 형상을 가진 도파관에서의 Mode 1의 전계
Fig. 11 Electric field of Mode 1 in the waveguide filled with dielectric until d

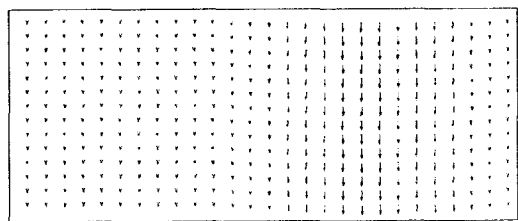


그림 12 유전체가 e까지 채워진 형상을 가진 도파관에서의 Mode 1의 전계
Fig. 12 Electric field of Mode 1 in the waveguide filled with dielectric until e

다양한 구조의 도파관을 해석하기 위해서 그림 15과 같은 구조의 원통도파관(o=3,p=4cm)에서의 원통 두 개가 모두 metal로 되어져 있으며 유전체가 일부 채워졌을 경우에서의 전파상수와 필드분포를 구하였다.

원통 도파관에 일부 유전체가 채워진 경우의 형상에 대한 요소분할 형상 및 모드 첫 번째의 전계의 필드분포는 그림16와 같으며 모드 첫 번째 모드에 해당하는 전파상수의 값은 331.3786이다.

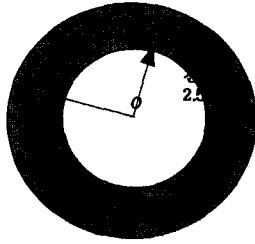


그림 15 원통 도파관에 유전체가 일부분 채워진 형상
Fig. 15 Circular waveguide partially filled with Dielectric

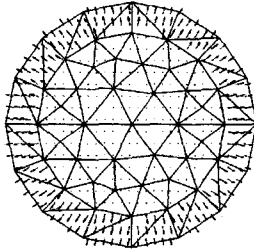


그림 16 원통도파관에서의 요소 분할 형상과 전계 분포
Fig. 16 Distribution element meshes and electric field for circular waveguide.

3. 결 론

본 논문에서는 초고주파소자의 고유치 계산에 가상해를 발생시키지 않는 벡터유한요소법을 이용하여 도파관 구조의 전자계 분포를 계산했다. 기존의 분할된 요소의 절점에 변수를 인가하는 유한요소법에서는 가상해가 발생하기 때문에 이러한 단점을 분할된 요소의 변에 변수를 인가하는 벡터유한요소법을 이용하여 제거할 수 있음을 실제 프로그램을 구현하여 검증하였다. 또한 특정주파수에 해당하는 전파상수를 계산할 수 있는 다른 형태의 유한요소 고유치 행렬을 구하였다. 벡터유한요소법을 이용하여 계산하는 과정에서 형상함수의 차수를 높여서 실제 고유치 문제의 형태에서 계산치의 정확성을 고찰하였다. 1차 형상함수와 2차 형상함수를 이용하여 고유치인 전파상수를 비교하였으며 2차 형상함수가 1차 형상함수의 행렬 크기가 작아져도 2차 형상함수로부터 얻어진 고유치값이 오차가 적음을 확인하였다. 벡터유한요소법을 적용하여 유전체 도파관에서 도파관 구조 및 유전체 형상에 따른 각 모드들의 전파상수와 필드분포를 계산하였다. 본 논문에서 구현된 고차벡터 유한요소 고유치 계산 프로그램은 복잡한 형상과 유전체를 포함하는 초고주파소자에 전기적 특성의 해석 및 설계시에 유용하게 활용될 것으로 기대된다. 또한 유전체를 이용한 저손실, 저가격의 유연한 도파관을 해석하는데 적용할 수 있을 것으로 기대된다.

참 고 문 헌

[1] A.Bossavit and I. Mayergoyz, "Edge-Elements For Scattering Problem", IEEE Trans. on Magnetics, vol. 25, pp. 2816-2821, Jul 1989.
[2] Z.J.Cendes, "Vector finite elements for electromagnetic field computation", IEEE Trans. on Magnetics,

vol. 27, No. 5, pp. 3958-3966, Sep 1991.
[3] J.P. Webb, "Edge Elements and what they can do for you", IEEE Trans. on Magnetics vol. 29, pp. 1460-1465, Mar 1993
[4] G. Mur, "Edge elements, their advantages and their disadvantages," IEEE Trans. on Magnetics, vol. 30, pp. 3552-3557, Sep 1994.
[5] J.F.Lee, D.K. Sun, Z.J. Cendes, "Full-Wave Analysis of Dielectric Waveguides Using Tangential Vector Finite Elements", IEEE Trans. on Magnetics, vol. 31, pp. 1753-1756, May 1995
[6] 김형석, "자장벡터 정식을 이용한 도파관의 유한요소방법", 대학원 석사논문, 서울대학교 1987
[7] J.F.Lee, D.K. Sun, Z.J. Cendes, "Tangential vector finite elements for electromagnetic field computation", IEEE Trans. on Magnetics, vol. MAG-27, pp. 4032-4035, Sep 1991
[8] Akira Ahagon, Koji Fujiwara and Takayoshi Nakata, "Comparison of Various Kinds of Edge Elements for Electromagnetic Field Analysis", IEEE Trans. on Magnetics, vol. 32, pp. 898-901, May 1996

감사의 글

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구 (2000-1-30200-009-3)지원으로 수행되었음.

저 자 소 개



김형석 (金炯碩)

1962년 10월 생. 1985년 February월 서울대 전기공학과 졸업. 1987년 2월 동대학원 석사. 1990년 8월 동대학원 박사. 현재 순천향대 전기전자공학부 부교수 및 본대학 부설소프트웨어교육센터장. 1997년 2월~1998년 2월 R.P.I. 방문교수. 주요연구 분야 : 전자장수치해석, 적용유한요소기법, 기체방전 시뮬레이션, 초고주파 소자 해석 및 설계, 상용소프트웨어 교육 및 교육용 프로그램 개발.

H.P : 016-428-4629

E-mail : kimcaf2@asan.sch.ac.kr



김영태 (金瑩台)

1972년 2월 생. 1998년 2월 순천향대 전기공학과 졸업. 2000년 2월 동대학원 졸업(석사). 2000년~현재 동 대학원 박사 과정.

H.P : 017-238-3025

E-mail : sspur@kebi.com