

# 파형 벽면이 외층의 난류량에 미치는 영향에 대한 고찰

나 양\*

(2000년 12월 30일 접수, 2001년 6월 15일 심사완료)

## Influence of Wavy Surface on the Turbulence in the Outer Layer

Yang Na

**Key Words:** Wavy Surface(파형 벽면), Outer Layer(외부층), Direct Numerical Simulation(직접수치모사), Laser Doppler Velocimetry(레이저 유속계)

### Abstract

Results from direct numerical simulation and LDV measurements are analyzed to investigate the influence of structured surface on turbulence in the outer layer. To provide a well-defined surface roughness, sinusoidal wavy surface was used. Even though flows over smooth and wavy surface show very different process for maintaining turbulence in the vicinity of the wall, there are some evidences that the turbulence in the outer layer has a universal characteristics and it may be possible to give a speculative interpretation that similarity of turbulent structures arises because Reynolds stress producing motion is similar regardless of different turbulence generation mechanisms embedded in both cases.

### 기호설명

- $a$  : 진폭
- $E_{uu}$  : 주유동방향속도의 에너지 스펙트럼
- $h$  : 채널높이의 1/2
- $k$  : 파수
- $Re$  : 레이놀즈수,  $U_b h / \nu$
- $u$  : 주유동 방향 속도
- $u_\tau$  : 벽면 전단 속도
- $u'$  : 주유동 방향 속도의 변동량
- $u'v'$  : 레이놀즈 전단 응력
- $U$  : 평균 주유동 방향 속도
- $U_b$  : 입구에서의 평균속도
- $U_{max}$  : 최고 속도
- $v$  : 벽면 수직 방향 속도
- $v'$  : 벽면 수직방향 속도의 변동량

- $w$  : 폭방향 속도
- $x$  : 주유동 방향
- $y$  : 벽면 수직방향
- $y_{max}$  : 벽면으로부터 최대 속도점까지의 거리
- $z$  : 폭방향

### 그리스문자

- $\kappa$  : von Karman 상수
- $\lambda$  : 마찰계수
- $\lambda_w$  : 파장
- $\tau$  : 전단 응력
- $\tau_i$  : 총전단응력
- $\nu$  : 동점성계수

### 상첨자

- $+$  : 벽좌표계

\* 회원, 건국대학교 기계공학과

E-mail: yangna@konkuk.ac.kr

TEL : (02)450-3467 FAX : (02)447-5886

## 1. 서론

벽면 근처의 난류 경계층에서 반복적으로 생성

되며, 난류상태의 유지에 직접적으로 연관된 난류 구조(turbulent structures)들에 대한 다양한 연구가 활발히 진행되고 있지만, 그 구조들의 정확한 기하학적 형태 및 시간에 따른 변화 과정 등에 대한 설명은 아직 많은 개선의 여지를 남기고 있다. 특히 난류 레이놀즈 수를 난류 구조와 연결하고자 하는 시도는 더 나은 난류모델의 개발 및 난류 경계층의 제어 측면에서 매우 중요하다고 할 수 있는데, 현재 다양한 이론들이 학계에 보고되고 있으나 이에 상당한 이견이 있는 실정이다(Panton<sup>(1)</sup>).

한편, 표면 거칠기(surface roughness)나 구조적 표면(structured surface)을 가지고 있는 벽면 위로 흐르는 난류 유동의 해석은 실험 또는 수치해석상의 어려움으로 인하여 단순 평면 벽 위를 흐르는 유동의 연구에 비하여 상대적으로 발전이 늦었다고 할 수 있는데, 최근 대형 컴퓨터의 용량 및 실험장비의 비약적인 발전으로 인하여 많은 연구자들의 관심을 끌기 시작하면서 이 분야에서도 주목할만한 좋은 결과들이 나오고 있다(Raupach 등<sup>(2)</sup>). 주요 관점으로는 표면 거칠기(surface roughness)가 존재하는 경우, 난류의 생성 및 그 유지 메커니즘이, 부드러운 벽면(smooth wall) 위를 흐르는 유동의 경우에 비교하여, 벽에서 가까운 지역에서는 상당히 다를 것으로 생각되나, 벽면에서 떨어진 외층(outer layer)에서는 벽면 마찰 속도(wall friction velocity)가 비슷할 경우, 여러 가지 난류량들이 벽면 거칠기에 크게 민감하지 않으며, 여러 종류의 유동에서 상당히 유사한 특성을 가지고 있다고 알려져 있으며, 이는 바로 난류 유동의 외층(outer layer)이 표면 거칠기에 무관한 보편적인 특성을 가진다고 하는 가정에 이르게 하는 이유가 되었다고 볼 수 있다.

본 연구는 이와 같은 가정의 타당성에 대해 좀더 자세히 알아 보고자 하는 것이 주목적이라고 할 수 있으며, 직접수치모사(DNS)기법과 LDV를 이용한 실험적 측정 결과를 사용하여 외층(outer layer)의 성질을 난류 측면에서 살펴보았다. 본 연구에 사용된 실험 장치는 5mm의 파장  $\lambda_w$ 와 0.25mm의 진폭  $a$ 를 가지는 사인파(sinusoidal wave)로 이루어진 구조적 벽면(structured surface)이 채널의 아래 벽을 이루고, 채널 높이( $2h$ )가 50mm이며 그 폭이 600mm이고, 채널의 위쪽에는

단순, 평면 벽이 위치하여 유동이 파형 벽면의 존재로 인해서 비대칭적이 된다. 입구에서의 평균유속  $U_b$  과 채널 높이의  $1/2(h)$ 을 기준으로 한 레이놀즈수,  $Re$ 는 46,000인데, 이와 같은 특정한 기하학적 구조를 선택한 이유는 Hudson 등<sup>(3)</sup>에 의해 이미 유사한 형상에 대한 실험 결과가 학계에 보고되어 널리 인용되고 있기 때문이다.

직접수치모사(DNS)의 경우 레이놀즈수는 3,400이며, 본 연구에 사용된 파형의 파장과 진폭의 크기를 벽단위(wall unit)로 환산하면,  $\lambda_w^+ = 696$ ,  $a^+ = 34.8$ 이며, 채널의 높이는  $2h^+ = 696$ 으로  $\lambda_w^+$ 와 같다. 한편 실험에 사용된 파형(wave)은 채널의 높이  $2h^+$ 가 6,050으로  $10\lambda_w^+$ 와 같은데, 파장을 벽단위로 표시하면  $\lambda_w^+ = 605$ 이다. 두 경우에서  $a/\lambda_w$  값이 같으므로,  $\lambda_w/h$  및 레이놀즈수가 상당히 다름에도 불구하고, 벽단위로 무차원화하여 표시한 파장과 진폭 그리고 그 비율이 비슷하기 때문에 두 경우의 결과를 직접 비교함으로써 벽면 근처에서 일어나는 난류 유동의 성질을 연구하는데 도움이 된다고 할 수 있다. 표면 거칠기의 영향을 연구하는데 있어서 사인파(sinusoidal wave)를 선택한 이유는 표면 거칠기의 정의가 용이하고, 수치해석상의 편리성 때문이다.

## 2. 연구방법

### 2.1 직접수치모사

본 연구에 사용된 수치해석 방법은, 여러 가지 복잡한 형상의 난류 유동 해석에서 성공적으로 사용되어 왔던 spectral-element방법으로써, 유한요소법(finite element method)의 장점인 복잡한 형상을 해석할 수 있는 능력과 spectral method의 장점인 고차의 정확성을 겸비한 것이다.

Karniadakis 등<sup>(4)</sup>에 의해 다양한 종류의 복잡한 형상을 가지는 난류 유동해석에 사용되었는데,  $x-y$

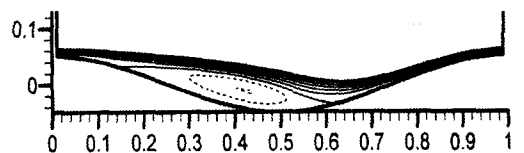


Fig. 1 Streamlines from DNS results. Coordinate are normalized by wavelength

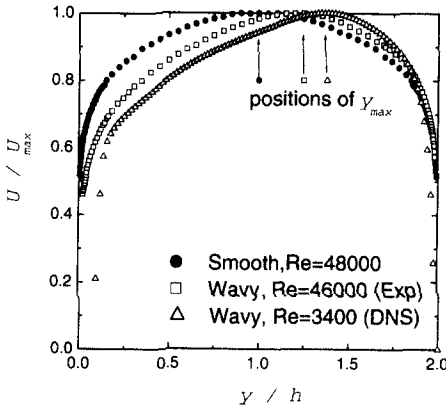


Fig. 2 Wavelength-averaged mean velocity profiles

평면에서는 spectral-element 해석법이, 균질유동(homogeneous flow)의 방향으로는 Fourier 급수 전개법이 사용되었다. 채널의 아래 벽에는 주유동 방향으로 총 8개의 파형(wave)을 사용하였는데, 주유동 방향(streamwise direction)으로는 주기적 경계조건(periodic boundary condition)을, 위, 아래 벽면에서는 점착조건(no-slip condition)을, 폭방향(spanwise direction)은 균질유동(homogeneous flow) 방향으로서 역시 주기적 경계조건을 사용하였다. 유동이 완전히 발달되었다고 가정하여 유동방향으로 주기조건을 사용하였는데, 주어진 레이놀즈 수( $Re=3,400$ )에서 4개의 파형을 사용하면 위 가정이 적절한 것임을 Cherukat 등<sup>(5)</sup>의 결과로부터 알려져 있다. 유동장의 검증 및 벽면 근처, 즉 내층에서 일어나는 난류 유동장의 해석과 자세한 수치해석의 방법은 Cherukat 등<sup>(5)</sup>의 결과에 자세히 기술되어 있다.

Fig. 1은 DNS로부터 얻은 시간 평균 유동장의 유선을 한 파장 내에서 나타낸 것이다. 유동장 내에서의 역압력구배(adverse pressure gradient)로 인해 유동의 박리(separation)가 일어나며( $x/\lambda_w = 0.15$ ), 그 이후 다시 강한 순압력구배(favorable pressure gradient)의 영향으로 인해 재부착( $x/\lambda_w = 0.62$ )이 일어난다. 따라서 박리 전단층(separated shear layer)이 박리점 이후 발달하게 되는데, 이 영역에서 레이놀즈 전단응력(Reynolds shear stress) 및 난류의 생성(production)이 높은 값을 가

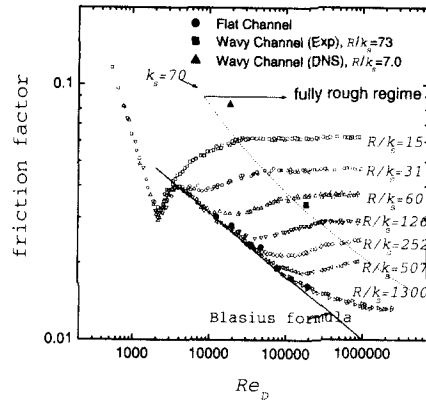


Fig. 3 Comparison of friction factor

지게 된다(Cherukat 등<sup>(5)</sup>).

한편 난류 유동장의 벽면 근처에서 관측되는 streaky 난류 구조는 박리현상(또는 역압력구배)의 영향으로 사라지게 되며, 곡률(curvature) 효과로 인해, 유동의 원심 불안정성(centrifugal instability)에 의한 난류 구조들이 생겨나게 되는데, 이에 대한 자세한 기술은 차후 논문에서 보고하기로 한다.

### 2.2 LDV 실험

본 연구에 사용된 폐쇄회로 수동(closed loop water channel)은 Guenther 등<sup>(6)</sup>이 사용한 것으로, 가로세로비가 12:1 이고 높이( $2h$ )가 50mm 이며, 유동 측정 중의 온도는  $25.0 \pm 0.2$  °C로 유지되었다. 유동이 완전히 발달되기 전까지 280h의 길이가 주어졌으므로, 실험측정 위치(measurement location)에서 완전히 발달된(fully developed) 유동이 되며, 시험 단면(test section)의 길이는 3m 이고, 서론에서 언급한 바와 같이, 채널의 위 면은 평면벽(flat wall)으로 되어있고, 아래 면은 파장이 5mm, 진폭이 0.25mm인 600개의 사인파(sinusoidal wave)를 가지는 파형 벽면(wavy wall)으로 되어 있다.

속도장은 Guenther 등<sup>(6)</sup>이 개발하여 사용한 방법으로, 3-빔(three beam), 2색(two color) LDV 시스템을 사용하였고, 파이버 옵티컬 프로브(fiber optical probe, TSI model 9253)를 사용한 빔 확장 모듈(TSI model 9832)을 이용하였는데, 측정부피(measurement volume)는 45 $\mu$ m의 직경과 폭방향으

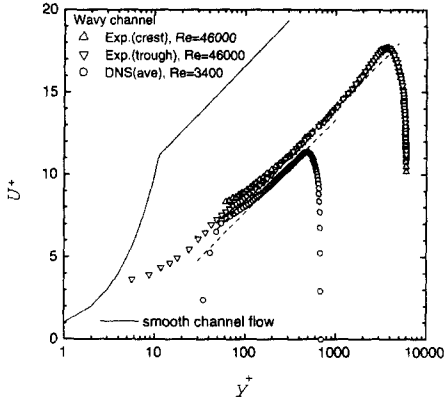


Fig. 4 Mean velocity profile in semi logarithmic coordinate. DNS results represent a wavelength averaged profile

로 0.44mm의 크기를 가지며, 500nm의 직경과 1.005의 비중을 가지는 polystyrene분말을 물에 넣어 사용하였다. 측정 결과의 노이즈는 스펙트럼으로부터 예측하여 제거하였는데, 자세한 실험장치에 대한 설명과 측정기법 및 노이즈제거 방법은 Guenther 등<sup>(6)</sup>에 자세히 기술되어 있다.

### 3. 결 과

#### 3.1 마찰계수와 평균속도

외층(outer layer)에서의 평균 속도는 파형의 최고점(crest)과 최저점(trough)에서 측정을 하였으며, Fig. 2는 두 위치에서의 측정값의 평균값을 보여 주고 있다. 여기서  $U_{max}$ 는 주어진 유동방향의 위치에서의 최고속도이며,  $y$ 는 파형 벽면의 평균 위치부터 측정된 거리이다. 이 그림에서는 표면 거칠기(surface roughness)의 영향에 의하여 속도분포가 왜곡되고 있는 것을 나타내어 주고 있다. 또한 속도의 최고점이 거칠기가 증가할수록 위쪽 벽(flat wall)에 더 가깝게 나타나는 것을 보여주고 있는데, 이 최고점 부근에서 레이놀즈 전단응력이 0이 되게 된다.

아래벽면에서의 응력 또는 마찰속도(friction velocity)는 총응력(total shear stress) 즉, 레이놀즈 전단응력과 점성응력(viscous stress)의 합을 구한 후, 채널 중심부에서 아래 벽면까지 직선을 그어

외삽법(extrapolation)으로 구하거나, 완전히 발달된(fully developed) 영역에서는 압력 강하(pressure drop)를 계산하여 얻을 수 있다. 참고적으로 파형 벽면이 존재하는 경우에, 시간-평균 유동장이 벽면의 영향을 받아 평균 속도장에 의한 평균 운동량 전달(mean momentum transport) 향이 존재하게 된다. Fig. 3에는 Schlichting<sup>(7)</sup>의 책에 나와있는 결과들과 함께, 부드러운 벽(smooth wall)을 가지는 파이프에서 유도된 Blasius 식이 표시되어 있으며, Warholic 등<sup>(8)</sup>의 2차원 단순 채널유동의 결과들을 비교하였다. 단순 채널유동에서는 수력지름(hydraulic diameter)을  $D_h = 4h$ 로 정의하였는데, Blasius해와 잘 일치하는 사실은 수력지름의 사용이 물리적으로 의미 있는 것임을 나타내어 준다. 한편 파형 벽면의 결과는 수력지름을  $D_h = 4y_{max}$ 로 정의한 후 마찰계수(friction coefficient)를 구하였는데, 여기서  $y_{max}$ 는 최고 속도를 가지는 곳에서의 위치이다. 이 그림에서  $Re=46,000$ 의 실험과  $Re=3,400$ 의 DNS 결과는 두 경우 모두 완전히 거친(fully rough) 영역에 속하는 것을 보여주고 있다.

부드러운 벽면 위를 흐르는 난류 유동의 속도 분포는 점성 벽층(viscous wall layer)의 경계( $y^+ \approx 40$ )로부터 약  $y/h = 0.2$ 의 위치까지 다음과 같은 대수속도 분포(logarithmic law)가 성립한다.

$$U^+ = \frac{1}{\alpha} \ln y^+ + C \quad (1)$$

만일 표면 거칠기가 존재하는 경우에는 위 곡선이 다음과 같이 변형되는데,

$$U^+ = \frac{1}{\alpha} \ln y^+ + C - \Delta U^+ \quad (2)$$

여기서  $\Delta U^+$ 는 표면 거칠기의 함수가 되며, Schlichting<sup>(7)</sup>은 식 (2)를 다음과 같이 표현하였다.

$$U^+ = \frac{1}{\alpha} \ln \frac{y^+}{k_s^+} + B(k_s^+) \quad (3)$$

따라서  $\Delta U^+$ 는

$$\Delta U^+ = C - B(k_s^+) + \frac{1}{\alpha} \ln k_s^+ \quad (4)$$

로 주어지게 된다. Fig. 4에 수치해와 실험결과를 나타내었는데, 파선은  $\alpha = 0.40$ ,  $C = 5.5$ 를 사용하여, 식 (2)를 맞춘(fitting) 것이다. 레이놀즈수가 증가할수록  $\Delta U^+$ 가 증가하므로, 속도분포는 밑

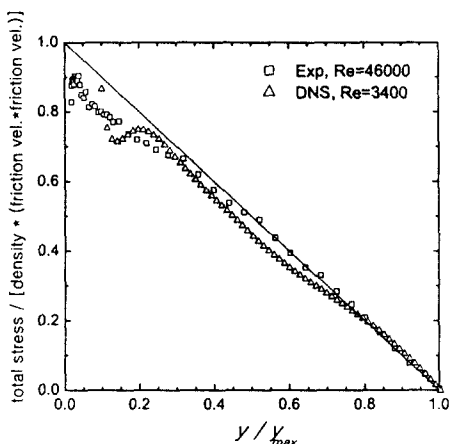


Fig. 5 Averaged total shear stress at the crest and trough

으로 이동하게 된다. 흥미로운 사실은  $\Delta U^+$ 가 DNS로 얻은  $Re=3,400$ 의 경우와  $Re=46,000$ 의 실험에서 매우 유사한 값을 가진다는 것이다(DNS의 경우  $\Delta U^+ = 8.7$ , 실험의 경우  $\Delta U^+ = 8.2$ ). 앞서 언급한대로 이 경우에 있어,  $\lambda_w^+$ 와  $a^+$ 가 같다는 것이  $\Delta U^+$ 의 유사성을 설명해줄 수 있다. 만일 이 경우, 완전히 거친 표면(fully rough surface)을 가정하면, 식 (3)에서  $B=8.5$  (Schlichting<sup>(7)</sup>)이므로, DNS와  $Re=46,000$ 의 실험에서 각각  $k_s^+ = 137, 104$ 를 얻는다.

### 3.2 난류량

총전단응력,  $\tau_t$ 는 레이놀즈 전단 응력(Reynolds shear stress)과 평균 점성응력(mean viscous shear stress)의 합으로 주어지며, Fig. 5에 나타나 있다. 즉 무차원화된 총전단응력이  $y/y_{max}$ 의 함수로 표시되어 있다. 앞서 언급한대로 평균 속도장에 의한 평균 운동량 전달(momentum transfer)량은 여기에 포함시키지 않았는데, 파형 벽면이 있는 경우에는 그 영향이 평균 속도장에 직접적 영향을 미치게 되어 x-y평면에서 이 항이 무시될 정도로 작지 않다. Fig. 5에 이 항을 포함시키면 직선분포를 얻게 된다. DNS 경우에는 파형(wave)의 파장이 채널높이와 같으므로 파형의 존재로 야기된 파형의 효과가 실험의 경우에 비해 더 크게

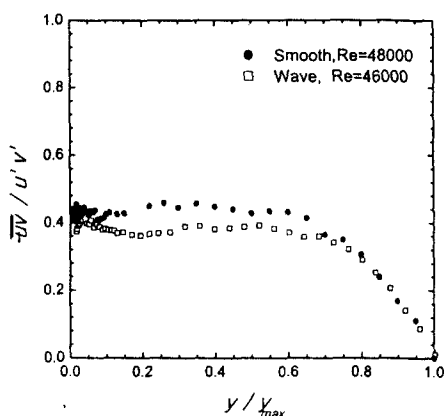


Fig. 6 Comparison of Reynolds shear stress coefficient

나타나게 된다.

Fig. 6은  $Re=46,000$ 의 파형 벽면(wavy wall) 유동과  $Re=48,000$ 의 부드러운 벽면(smooth wall) 유동에서의 레이놀즈 전단응력 계수(Reynolds shear stress coefficient)를 보여주고 있다. 파형 벽면으로부터 멀리 떨어진 영역(즉,  $y/y_{max} > 0.7$ )에서는 계수값이 매우 유사하지만, 파형 벽면 효과가 있는 곳(즉,  $y/y_{max} < 0.7$ )에서는 완전히 거친 벽면(fully rough region)의 경우에 그 계수 값이 낮다. Raupach<sup>(9)</sup>의 실험결과는 벽면에서 떨어진 곳에서 부드러운 벽과 거친 벽면의 경우 모두 대략 0.4-0.5 사이의 값을 가지는 것을 보고하였으며, 벽면 근처에서는 유동방향 속도의 변동량(fluctuation)  $u'$ 은 크게 변하지 않았으나, 수직방향 속도의 변동량  $v'$ 은 상당히 증가하여 파형 벽면의 효과가 수직 방향의 속도 성분에 더 직접적으로 영향을 미치고 있음을 보여주고 있다. 따라서  $v'$ 과  $u'v'$ 의 거동은 벽에서 가까운 지역에서 유사하지 않을 수 있으며, 이를 파수공간(wavenumber space)에서 살펴보는 것은  $v'$ 의 증가가 어떤 길이 스케일(length scale)에 의해 영향을 받는지의 파악에 매우 도움이 될 것이다. Raupach<sup>(9)</sup>에서와 같이 본 연구의 결과는 레이놀즈수의 커다란 차이에도 불구하고 레이놀즈 전단 응력 계수의 차이는 그리 크지 않으며, 난류 생성 메커니즘의 상이성을 고려하면, 그 차이는 더

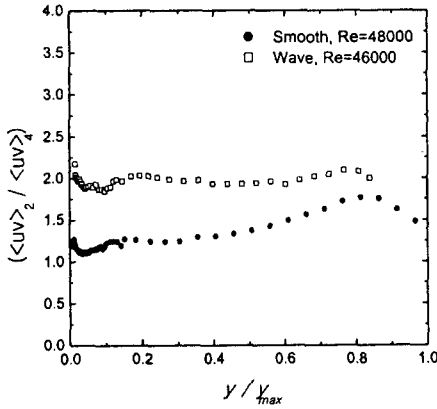


Fig. 7 Comparisons of the ratio of Q2 and Q4 events

욱 작게 생각될 수 있다.

레이놀즈 전단 응력의 거동에 대해 조금 더 자세히 알아보기 위해 사분면 해석(quadrant analysis)을 할 수 있는데, 여러 가지 종류의 전단 난류 유동에서 2사분면(Q2)과 4사분면(Q4) 기여도가 1사분면(Q1)과 3사분면(Q3)에 비해 크다는 것은 이미 널리 알려져 있다. 흥미로운 사실은 Q2와 Q4 기여도의 비(=Q2/Q4)가 파형 벽면이 있는 경우에는 부드러운 벽면에 비해 훨씬 증가한다는 것이다(Fig. 7). 즉, 파형 벽면이 존재하는 경우, Q2 현상이 상대적으로 중요해지는 것을 알 수 있는데, 이는 유동에서 관측되는 간헐적인 대규모의 파열 현상(bursting event)과 직접적으로 연관이 된다고 생각되어지나(Cherukat 등<sup>(5)</sup>), 확실한 이유에 대해서는 더 자세한 연구가 필요하다. Krogstad & Antonia<sup>(10)</sup>는 파형 벽면 또는 표면 거칠기의 가장 큰 효과는 난류 구조들의 유동방향에 대한 기울기를 변화시키는 것으로 보고하고 있는데, 이는 Q2 현상의 상대적 증가를 의미하며, 또한 벽면 근처의 유동 정보를 더 효과적으로 외층(outer layer)에 전달하는 메커니즘이 존재하는 것을 암시한다.

Fig. 8에는 유동방향속도 변동량( $u'$ )의 에너지 스펙트럼이 나타나 있다.  $y/y_{max} > 0.2$ 인 영역에서는 스펙트럼이 파형 벽면의 존재에 관계없이 서로 잘 일치함을 볼 수 있는데, 낮은 파수(wavenumber)에서의 유사성은 대규모 길이 스케

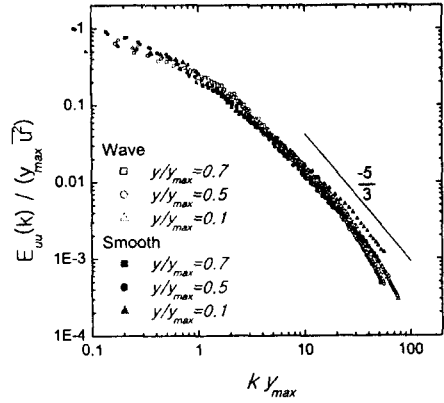


Fig. 8 Comparisons of the spectral density function for streamwise velocity component

일(length scale)을 가지는 난류 구조의 유사성을 의미한다고 할 수 있으므로, 파형 벽면이 직접적으로 영향을 미치는 벽면 근처를 제외하고는 외층(outer layer)에서 상당히 유사한 난류 상태가 존재한다고 가정할 수 있다. 이를 좀더 확실하게 알아내기 위해서는 난류 구조의 직접적 가시화를 위한 이론적 연구와 더불어 시간에 따른 3차원 속도장의 데이터가 필요하다고 할 수 있는데, 현재 DNS 데이터를 이용한 해석이 진행 중이며, 이는 추후의 별도의 논문에서 보고할 것이다.

#### 4. 결론

부드러운 평면벽(smooth flat wall) 위로 흐르는 난류 유동의 경우, 매우 다양한 연구가 진행되어 왔으며, 여러 가지 현상들을 설명하는 훌륭한 이론들이 학계에 보고되고 있다. 벽면 근처에서의 현상을 잘 기술해내는 이와 같은 이론들이, 표면 거칠기(surface roughness)가 존재하여 점성 저층(viscous sublayer)이 크게 동요되는 경우에도 적용될 수 있는지를 알아보는 것은 매우 흥미롭고도 중요한 일이라고 할 수 있다. 본 연구에서는 표면 거칠기의 효과를 잘 정의하기 위하여 파장과 진폭의 값으로 기술되는 사인파(sinusoidal wave)를 사용하여 유동장의 성질을 알아보았다. DNS와 LDV를 이용한 유동장의 데이터는 그 레이놀즈수가 매우 다르지만, 벽 단위로 무차원화된 파

장과 진폭의 크기를 유사하게 유지함으로써 벽면 근처에서의 비교를 가능하도록 계획하였으며, 기존의 부드러운 평면 벽의 결과와 직접적으로 비교함으로써, 파형 벽면의 효과를 알아내고자 하였다.

위 두 가지 경우에 존재하는 난류 생성 메커니즘은 서로 상이하다고 생각되어지는데, 특히 파형 벽면이 있는 경우에는 Görtler instability 또는 Craik-Leibovich-2 instability로 대표되는 유동의 원심 불안정성(centrifugal instability)이 박리 전단층에서의 역할보다 더욱 중요하게 되어, 기존의 평면벽 위로의 유동을 기술하는 여러 가지 이론들(Panton<sup>(1)</sup>)과는 상이한 해석이 필요할 것이다. 그럼에도 불구하고 파형 벽면의 효과가 바로 나타나는 벽면 근처를 제외한 외층(outer layer)에서, 레이놀즈 전단 응력 계수(Reynolds shear stress coefficient)와  $u'$ 의 에너지 스펙트럼이 유사하다는 사실은, 난류 구조의 생성 메커니즘에 관계없이 외층에서의 난류는 일반적인 성질을 가지고 있다고 생각되며, 이는 레이놀즈 전단응력을 생성시키는 과정이 상당히 유사하게 일어나기 때문이라고 추측할 수 있다. 더 많은 검증이 필요하겠지만 위 추측이 사실이라면, 이는 더 나은 난류 모델의 개발에 크게 기여할 수 있을 것으로 생각된다.

### 후 기

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(2000-1-30400-010-3)지원으로 수행되었습니다.

### 참고문헌

- (1) Panton, R. L., 1997, *Self-Sustaining Mechanism of Wall Turbulence*, ed. by Panton, Computational Mechanics Publications, Southampton, England.
- (2) Raupach, M. R., Antonia, R. A. and Rajagopalan, S., 1991, "Rough Wall Turbulent Boundary Layers," *Appl. Mech. Rev.*, Vol. 44, pp. 1~25.
- (3) Hudson, J. D., Dykhno, L. and Hanratty, T. J., 1996, "Turbulence Production in a Flow over a Wavy Wall," *Exp. Fluids*, Vol. 20, pp. 257~265.
- (4) Karniadakis, G. E., 1990, "Spectral Element Fourier Methods for Incompressible Turbulent Flows," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 80, p. 367.
- (5) Cherukat, P., Na, Y., Hanratty, T. J. and McLaughlin, J. B., 1998, "Direct Numerical Simulation of a Fully Developed Turbulent Flow over a Wavy Wall," *Theoret. Comput. Fluid Dynamics*, Vol. 11, pp. 109~134.
- (6) Guenther, A., Papavassiliou, D. V., Warholic, M. D. and Hanratty, T. J., 1998, "Turbulent Flow in a Channel at a Low Reynolds Number," *Exp. Fluids*, Vol. 25, pp. 503~511.
- (7) Schlichting, H., 1979, *Boundary Layer Theory*, 7th ed., McGraw-Hill, New York.
- (8) Warholic, M. D., Schmidt, G. M. and Hanratty, T. J., 1999, "The Influence of a Drag-Reducing Surfactant on a Turbulent Velocity Field," *J. Fluid Mech.*, Vol. 388, pp. 1~20.
- (9) Rapauch, M. R., 1981, "Conditional Statistics of Reynolds Stress in Rough-wall and Smooth-wall Turbulent Boundary Layers," *J. Fluid Mech.*, Vol. 108, pp. 363~382.
- (10) Krogstad and Antonia, R. A., 1999, "Surface Roughness Effects in Turbulent Boundary Layers," *Exp. Fluids*, Vol. 27, pp. 450~460.