

# 다 자유도 운동장치를 이용한 세장구조물의 진동제어 연구

김낙인<sup>†</sup>, 이종원<sup>\*</sup>

(2000년 10월 30일 접수, 2001년 5월 24일 심사완료)

## A Study of Vibration Control of a Slender Structure Using a Multi-Degree-of-Freedom Manipulator

Nag-In Kim and Chong-Won Lee

**Key Words :** Flexible Slender Structure(유연 세장구조물), Vibration Control(진동제어), Hybrid Dynamics(하이브리드 운동방정식), Multi-Degree-of-Freedom Manipulator(다 자유도 운동장치)

### Abstract

A multi d.o.f robotic manipulator is considered for multi-axis vibration control of a slender structure, using the concept of the flow source based vibration control. In order not to cause the motion saturation of the manipulator system, a hybrid dynamics associated with the flexible and desired manipulator error dynamics is also modeled as the control object. It is numerically shown that the flexible vibrations and the base motions of a test structure can be effectively controlled with the proposed hybrid dynamics.

### 1. 서론

탄성구조물로 가볍게 제작된 운동장치는 운동 속도를 증가시킬 수 있으며, 구동전력을 낮출 수 있기 때문에 산업계나, 우주항공분야에서 중요한 연구 대상으로 인식되고 있다. 하지만, 이러한 유연 구조물에 로봇틱 제어시스템과 같이 강체동역학 기반으로 설계된 제어기법을 적용하여 빠르고 정확한 위치제어를 하고자 하면, 탄성 특성에 의해 그 제어성능은 보장할 수 없다. 또한, 강성도가 높은 방향으로 운동을 하더라도, 구조물의 연성(couple)에 의해 피할 수 없는 잔류 진동을 발생시키며, 연성이 없도록 설계된 구조물일지라도, 작업물 장착에 의해서 연성진동은 피할 수 없다.

Sakawa<sup>(1)</sup> 및 Chen<sup>(2)</sup> 등은 단일 액추에이터를 이용하여 완전히 모형화 된 유연 세장구조물의 굽힘과 회전방향의 연성진동을 제어할 수 있음을 보였다. 하지만, 모형화의 불확실성이 존재하거나,

약하게 연성 되어 있는 세장구조물에 외란이 인가된 경우에는 단일 액추에이터를 이용한 진동제어는 천이시간이 매우 길게 되거나, 제어불가능 상태에 도달하게 된다. 그 결과, 이러한 시스템의 진동제어를 위해서는 운동이 발생한 모든 방향의 제어입력이 가능한, 다 축 운동 시스템을 필요로 한다. 일반적인 운동제어 시스템을, 유연 세장구조물 선단에 장착하여 능동 질량댐퍼의 역할을 할 수 있지만,<sup>(10,11)</sup> 이러한 설계는 운동시 유연 세장구조물의 회전관성을 증가시킬 뿐만 아니라, 그 선단에 작업물이 위치하여 실제적으로 적용하기가 힘든 방법이다. 또한, Piezoelectric 액추에이터를 이용한 진동제어<sup>(12,13)</sup>는 소 규모의 구조물이나, 대형 구조물의 국부진동제어에는 그 응답성이 빠르고 설치에 부담이 없는 반면, 큰 힘을 필요로 하는 대형 구조물의 전체진동을 제어하기에는 아직 추가적인 응용 연구가 필요하다.

진동제어에 적용할 수 있는 운동장치는 다 자유도 로봇틱 시스템으로서, 유연 세장구조물과 달리 그 동역학적 특성은 완전한 비선형 형태를 가지고 있으며, 운동장치를 구성하는 액추에이터 및 링크들을 모형화 하는데 모형화 오차를 피할 수 없다.<sup>(8)</sup> 그 결과, 유연 세장구조물의 동역학적 모

<sup>†</sup> 책임저자, 회원, 대우종합기계 중앙연구소

E-mail : nikim@dhiltd.co.kr

TEL : (032)760-1420 FAX : (032)760-1964

<sup>\*</sup> 회원, 한국과학기술원 기계공학과 NOVIC 센터

형에 오차가 없다고 하더라도, 유연 세장구조물을 포함하는 운동장치 시스템의 동역학적 모형에서 발생하는 오차로 인한 유연 세장구조물의 진동제어를 불가능하게 만드는 요인이 될 수 있다.

유연 세장구조물의 진동제어를 수행하기 위해 본 연구는 운동제어 장치의 제어기설계가 좀더 편리한 가속도 제어 입력을 이용한(Flow source based vibration control)<sup>(3)</sup> 연구를 하고자 한다. 하지만, 잘 설계된 제어기를 이용하여 효과적으로 유연진동을 제어할 수 있을 지라도, 구조물의 하부 가속도를 제어 입력으로 사용하기 때문에 구조물의 하부 변위는 임의의 방향으로 발산하여 운동장치의 운동 한계에 도달할 수 있다. 또한, 유연 구조물 선단의 절대변위는 구조물 하부 변위와 구조물의 유연변위를 합한 값이기 때문에 제어하고자 하는 구조물 선단 변위 역시 발산할 수 있다.

그러므로, 이러한 유연 세장구조물의 진동을 제어할 수 있도록, 다 축 운동장치를 도입하고, 그 결과 발생할 수 있는 문제점을 해결할 수 있는 제어방법에 관한 연구를 하고자 한다. 본 연구에서는, 유연 세장구조물 제어장치로 사용된 운동장치의 추적제어 오차 방정식과 구조물 유연체 모달 운동방정식을 연성 시킨 Hybrid 운동방정식을 제안하였으며, 이 운동방정식을 이용하여 유연 세장구조물의 다 자유도 진동과 운동장치의 추적오차를 동시에 제어하고자 하였다. 제안된 Hybrid 운동방정식을 이용한 모의 실험결과 구조물의 잔류진동을 한정된 시간 내에 효과적으로 제어되었으며, 운동장치의 추적오동역시 발산하지 않고 제어됨을 확인할 수 있었다.

## 2. 세장구조물의 동역학 모형

Fig. 1 과 같은 유연 세장구조물의 단면적은 대칭으로서, 전단중심 축(Shear center axis)은 구조물의 중심 축과 일치한다. 이 구조물은 단위 길이 당 일정한 무게  $\rho$  를 가지고 있고, 전 길이에 대하여  $x$  축 및  $y$  축에 대한 일정한 강성도  $EI_{bx}$  와  $EI_{by}$  를 가지고 있으며, 일정한 토션 강성도  $GJ$  를 가지고 있다.  $I_p$  는 구조물 단위 길이 당 극관성 모멘트이다. 그리고,  $J_E$  는 구조물 선단에 가지고 있는 편심  $e_i$  와 질량  $m_i$  에 의한 극관성 모멘트이며,  $J_{\alpha}$  와  $J_{\gamma}$  는 점  $Q_P$  에서 선단 집중질량이 가지고 있는  $x$  축 및  $y$  축에 대한 각각의 관성모멘트이다. 유연 세장구조물의 하부 좌표계는 구조물하부가 운동장치에 고정 되어 있으므로, 운동장치의 상부중심 좌표와 일치한다.  $v(z,t)$  과

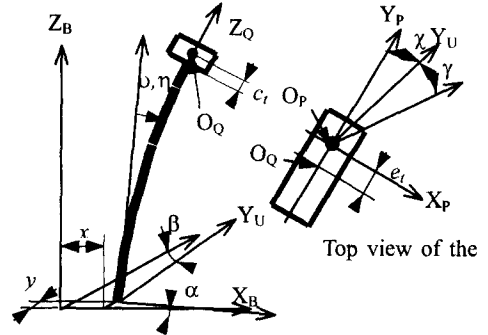


Fig. 1 Bending and torsion coupled flexible slender structure by an asymmetric tip mass

$\eta(z,t)$  는 유연 세 장구조물이 가지는 각각 고정된 좌표계  $X_U-Z_U$  및  $Y_U-Z_U$  의 상대 굽힘 변위이며,  $\chi(z,t)$  는 고정된 축  $Z_U$  에 상대적인 회전 변위이다. 이러한 모든 진동변위는 그 크기가 매우 작다고 가정한다. Fig. 1 에 있는 점  $O_P$  는 구조물의 중심선과 선단 집중 질량사이의 교차점이다.

여기서 비보존 에너지는 외란이 없다는 가정하에 무시되었으며, 그 결과, 부록 A 에서 유도된 에너지와 확장된 해밀턴의 개념(extended Hamilton's principle)<sup>(4)</sup> 으로부터 모달 영역에서 구조물의 지배방정식을 다음과 같이 얻을 수 있다.<sup>(5)</sup>

$$\ddot{u}(t) + 2\zeta_s \Lambda_s^{1/2} \dot{u}(t) + \Lambda_s u(t) = B_s \ddot{X}(0,t) \quad (1)$$

식 (1)에 대한 방정식의 해는 다음과 같다.

$$u_s(z,t) = \Psi_s(z) u(t) \quad (2)$$

여기서  $u_s(z,t)$  는 유연 세장구조물 임의의 위치,  $z$ , 에서 구조물 하부에 대한 상대적인 변위 벡터이며,  $\zeta_s$  및  $\Lambda_s$  는 각각 모달댐핑 및 강성도 행렬이다. 그리고,  $u(t)$  는 모드형태(mode shape)  $\Psi_s(z)$  과 관계되는 모달변위 벡터이다. 여기서 구조물의 하부 가속도  $\ddot{X}(0,t)$  와 제어이득  $B_s$  는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\ddot{X}(0,t) = [\ddot{x}(t) \quad \ddot{y}(t) \quad \ddot{z}(t) \quad \ddot{\alpha}(t) \quad \ddot{\beta}(t) \quad \ddot{\gamma}(t)]^T$$

$$u_s(z,t) = [v(z,t) \quad \eta(z,t) \quad \chi(z,t)]^T$$

$$u(t) = [u_1(t) \quad u_2(t) \quad \dots \quad u_N(t)]^T$$

$$B_s = [B_{s,1}^T \quad B_{s,2}^T \quad \dots \quad B_{s,N}^T]^T$$

$$B_{s,k} = \begin{bmatrix} EI_{by} v_k''(0) & EI_{bx} \eta_k''(0) & 0 \\ \lambda_{s,1k} & \lambda_{s,2k} & \\ -EI_{by} v_k''(0) & -GJ \chi_k'(0) \end{bmatrix}, k=1,2,3,\dots,N$$

여기서  $N$  은 유연 세장구조물 운동방정식의 모드수이다. 계수  $b_{m,l}$ ,  $b_{m,2} > 0$  와  $a_{m,l}$  는 고유함수의 유

도를 위해 다음과 같이 도입되었다.

$$\begin{aligned}
 v_k(z) &= C_1 \left( \sin \frac{b_{m,1k}z}{l_s} - \sinh \frac{b_{m,1k}z}{l_s} \right) \\
 &\quad + C_2 \left( \cos \frac{b_{m,1k}z}{l_s} - \cosh \frac{b_{m,1k}z}{l_s} \right) \\
 \eta_k(z) &= C_3 \left( \sin \frac{b_{m,2k}z}{l_s} - \sinh \frac{b_{m,2k}z}{l_s} \right) \\
 &\quad + C_4 \left( \cos \frac{b_{m,2k}z}{l_s} - \cosh \frac{b_{m,2k}z}{l_s} \right) \\
 \chi_k(z) &= C_5 \sin \left( \frac{a_{m,1k} b_{m,1k}^2 z}{l_s^2} \right)
 \end{aligned} \tag{3}$$

그리고 모달주파수(modal frequency)는 다음과 같이 정의 된다.

$$\begin{aligned}
 \lambda_{s,1k} &= \frac{EI_{by}}{\rho} \left( \frac{b_{m,1k}}{l_s} \right)^4, \quad \lambda_{s,2k} = \frac{EI_{bx}}{\rho} \left( \frac{b_{m,2k}}{l_s} \right)^4 \\
 k &= 1, 2, 3, \dots, N.
 \end{aligned} \tag{4}$$

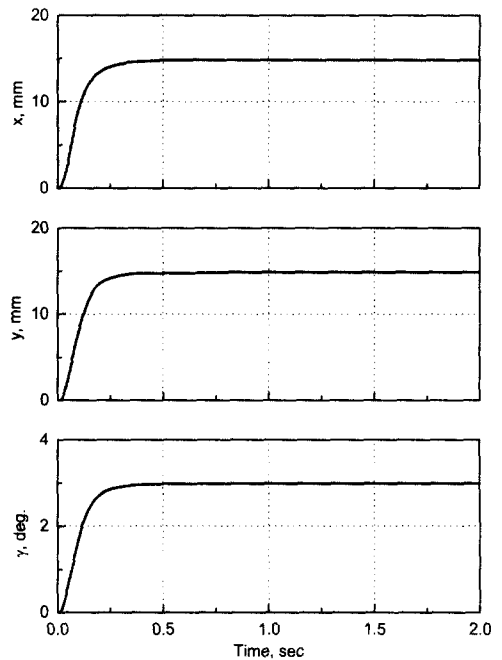
여기서  $C_i, i=1, 2, \dots, 5$ , 는 고유함수의 질량 직교 정규화(mass ortho-normalization)에 의하여 구할 수 있다.

본 연구에 사용된 유연 세장구조물은 유연 구조물 운동장치를 최대한 모사할 수 있도록 두개의 평행한 원형 튜브로 구성되어 있으며, 그 선단에 작업물과 같은 특성을 가진 비대칭 집중질량이 장착 되어 있다. 유연 세장구조물을 구성하고 있는 각 부품의 재질특성 및 기하학적 치수는 Table 1 과 같으며,  $EI_{bx}$ ,  $GJ$  및  $\rho$ 는 실험적으로 예측하였으며, 그 이외의 각 값은 단순히 측정되거나 수학적으로 계산된 값이다.

유연 세장구조물에 대한 모형화 결과를 실험으로 확인하기 위해 운동장치를 이용해서 구조물 하부를 Fig. 2 와 같이 단위 운동으로 세 방향 동시에 인가하였다. 실험결과, Fig. 3 과 같이 적절하게 모형화 되었음을 확인할 수 있었다. 유연 구조물에 대한 두 방향의 직선운동 가속도 및 한 방향의 각속도 측정장치는 구조물 선 단에 장착되어 있다. 검토된 유연 세장구조물은 이론적으로 무한개의 모드 갯수를 가질 수 있지만, 실제적으로 그 선단 변위는 저 차대의 모드가 대 부분의 변형을 유발한다. 그 결과, 본 연구에서는 유연모드의 주파수가 40Hz 이내의 모드만을 모형화 하였으며, 이때 가지는 유연모드는 총 6 개(N=6)이고, 식 (5)와 같은 물성 치를 갖는다. 특히, 모형화 및 제어시 고려하지 않은 잔류모드는 진동제어 실험시 발진가능성을 가지고 있으므로, 이를 고려한 진동제어시

**Table 1** The material and dimensional properties of the test structure

Parameter	Value	Parameter	Value
$\rho$	0.373 N / m	$l_s$	1.03 m
$EI_{by}$	100.5 N-m	$EI_{bx}$	0.42 $EI_{by}$
$GJ$	95.5 N-m	$e_t$	0.037 m
$m_t$	5.6 kg	$J_{ox}$	0.16 $kg\cdot m^2$
$J_{oy}$	2.07e-3 $kg\cdot m^2$	$J_E$	0.166 $kg\cdot m^2$
$\kappa$	0.0125	$a_m$	0.0128



**Fig. 2** Motion inputs to the flexible structure

스템의 설계가 필요하다.

$$\zeta_s = \begin{bmatrix} 0.0007 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0007 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.001 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0007 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0007 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.001 \end{bmatrix} \tag{5a}$$

$$\Lambda_s = \begin{bmatrix} 0.4887 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.93 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5.62 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 99.33 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4887 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5869 \end{bmatrix} \times 10^2 \tag{5b}$$

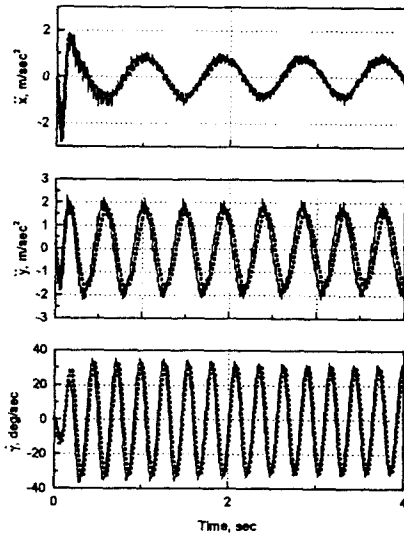


Fig. 3 Comparison of the measured and simulated tip motions of the flexible structure

( ..... : Simulation, — : Measured)

$$B_s = \begin{bmatrix} 24122 & 0 & 0 & 0 & 24581 & 0 \\ 0 & 23363 & 0 & -24844 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.4066 \\ 0 & 0.6403 & 0 & -0.2233 & 0 & 0 \\ 0.3091 & 0 & 0 & 0 & 0.0832 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0035 \end{bmatrix} \quad (5c)$$

$$\Psi_s = \begin{bmatrix} -0.4181 & 0 & 0 & 0 & 0.0303 & 0 \\ 0 & -0.4050 & 0 & 0 & 0 & -0.0968 \\ 0 & 0 & 24571 & -0.0344 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5d)$$

### 3. 제어방법론 설계

#### 3.1 운동장치 동역학

본 연구에서는, 유연 세장구조물을 제어하기 위한 운동장치로서 다 자유도 로봇틱 운동장치를 검토하였으며, 그 동역학식의 형태는 완전한 비선형과 모형화 오차를 가지고 있을 수 있고, 다음과 같이 정의할 수 있다.<sup>(5)</sup>

$$M(t)[\ddot{X}(0,t) + P_E(t)] + V(t) + G(t) = \tau(t) \quad (6)$$

여기서  $\tau(t)$  는 운동장치가 유연 세장구조물 진동 제어를 하기 위한 운동과 운동장치 자신이 필요한 운동을 하기 위한 제어 힘으로서, 운동장치 액추에이터에서 발생된다.  $P_E(t)$  는 액추에이터를 포함한 운동장치 모형화 오차이며,  $M(t)$  는 질량 행렬,

$V(t)$  는 원심력 및 코리올리 힘 벡터이고,  $G(t)$  는 중력 힘 벡터이다.

#### 3.2 Flow source based vibration control

초기 대부분의 진동제어에서는 몇 개의 예외<sup>(6)</sup>를 제외하고 매우 간단한 액추에이터 시스템을 사용했기 때문에, 액추에이터 시스템의 모형화에서 발생하는 모형화 오차를 고려하지 않았지만, 실제 대형 구조물의 진동제어를 하기 위한 대형 액추에이터 시스템이나, 운동장치를 사용한 제어장치는 그 모형화 오차를 피할 수 없다. 본 연구에서 이러한 모형오차로 인한 단점을 극복할 수 있는 제어방법으로 유연 세장구조물의 강체가속도를 제어 입력으로 사용할 수 있는 제어 방법이다.<sup>(3,6)</sup> 그 결과, 유연 세장구조물을 포함하고 있는 운동장치의 운동방정식은 제어입력인 운동장치의 가속도를 공유하고, 운동장치부분과 유연 세장구조물 부분으로 나눌 수 있으며, 다음과 같이 구성할 수 있다.<sup>(3,6,7)</sup>

$$[M(t) + I_s][\ddot{X}(0,t) + P_u(t)] + V(t) + [G(t) + G_s(t)] - \sum_{n=1}^{\infty} F_m \ddot{u}_n(t) = \tau(t) \quad (7)$$

여기서  $I_s \ddot{X}(0,t)$  와  $-\sum_{n=1}^{\infty} F_m \ddot{u}_n(t)$  는 유연 세장구조물이 가지고 있는 각각의 강체 및 유연 체 부분의 모달 관성력 벡터이다.  $I_s$  는 유연 세장구조물의 강체모드가 가지는 고정된 하부에 대한 회전관성 모멘트 행렬이다. 그리고,  $F_m$  은 유연 체 모드가 모달영역에서 가지는 모멘텀계수 행렬이고, 섭동  $P_u(t)$  는 식 (6)의  $P_E(t)$  와 유연 세장구조물의 모형화 오차를 포함한 값이다. 그리고,  $G_s(t)$  는 유연 세장구조물의 중력 힘 벡터이다.

운동장치의 가속도 성분이 유연 세장구조물의 제어입력이기 때문에, 진동제어장치는 운동장치의 제어시스템으로부터 독립적으로 설계할 수 있다. Yuan<sup>(3)</sup> 등에 의해서 제안된 제어기는 액추에이터 시스템과 유연 세장구조물 운동방정식을 별도로 고려한 하나의 예이지만, 이런 연구들은 제어수치 해석에서 액추에이터 시스템의 모형화 오차를 무시했다. 본 연구에서, 시스템 (1)을 위한 진동제어 시스템 구조는 다음과 같이 제안한다. 첫째, 유연 세장구조물 운동방정식 (1)을 위한 임의의 안정된 제어이론을 이용하여 진동제어기를 설계한다. 여기서 운동장치의 필요한 운동  $\ddot{X}_d(0,t)$  대신에 진동 제어를 위한 요청된 운동장치 가속도  $\ddot{X}_{dc}(0,t)$  를 발생한다. 둘째, 운동장치가  $\ddot{X}_{dc}(0,t)$  를 충실히 추종할 수 있는 운동제어기를 설계한다. 전자는

유연 세장구조물 진동제어를 할 수 있는 일반적인 선형 제어기이고, 후자는 운동장치 추적제어를 수행할 수 있는 일반적인 비선형 제어기이다. 그 결과, 두개의 운동방정식에서 발생할 수 있는 모형화 오차는 각각의 제어기에서 각각 고려될 수 있다. 그리고, 각각의 제어기에서는 각각의 운동방정식에 적절한 잘 증명된 제어기를 독립적으로 적용할 수 있다는 장점을 가지고 있다.

하지만, 이러한 접근방법은 실제 적용에 있어서 문제점을 가질 수 있다. 그 이유는, 진동제어를 위한 제어 입력이 운동장치의 가속도 이기 때문에, 제어과정 중 정상조건(steady state)에서 운동장치의 추적오차가 발산하거나, 0 이 아닌 임의의 값을 가질 수 있다. 이러한 원인은, 운동장치의 모형화 오차나 구조물의 방정식이 비대칭 때문에 발생할 수 있다. 그러므로 일반적으로 강체 가속도를 제어입력으로 사용하는 진동제어(flow source based vibration control)는 제한된 제어환경에서 직접적으로 사용할 수 없다.

3.3 발산을 방지하는 제어기 설계

제어과정 중, 유연 세장구조물에 대한 임의의 위치에서 운동  $\mathbf{X}(z, t)$ 은 다음과 같이 정의 된다.

$$\mathbf{X}(z, t) = \mathbf{X}(0, t) + \Psi_f(z)\mathbf{u}(t) \quad (8)$$

운동장치의 추적오차  $\mathbf{e}_{sd}(t) = \mathbf{X}_d(0, t) - \mathbf{X}(0, t)$  와 유연 세장구조물의 잔류 진동  $\mathbf{u}(t)$  이 사라지게 되면,  $\mathbf{X}(z, t)$  는 요구된  $\mathbf{X}_d(z, t)$  를 확실하게 추종한다. 하지만, 유연 세장구조물의 하부운동  $\mathbf{X}(0, t)$  는 유연 세장구조물 진동을 제어하기 위해서 운동장치의 제어요구변위  $\mathbf{X}_{dc}(0, t)$  를 확실히 추적해야 한다. 결과적으로, 요청된 운동장치의 추적오차  $\mathbf{e}_s(t) = \mathbf{X}_{dc}(0, t) - \mathbf{X}(0, t)$  는 0 이 되어야 한다. 그 결과,  $\mathbf{X}_{dc}(0, t)$  는  $\mathbf{X}_d(0, t)$  를 추종해야 하며, 이를 위해  $\mathbf{e}_{sm}(t) = \mathbf{X}_d(0, t) - \mathbf{X}_{dc}(0, t)$  를 변수로 가지는 요구되는 오차방정식을 본 연구에서는 다음과 같이 제안한다.

$$\ddot{\mathbf{e}}_{sm}(t) + \mathbf{a}_{s,1}\dot{\mathbf{e}}_{sm}(t) + \mathbf{a}_{s,2}\mathbf{e}_{sm}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (9)$$

여기서  $\mathbf{a}_{s,1}$  및  $\mathbf{a}_{s,2}$  는 일정한 값을 가지는 계수 행렬이고,  $\mathbf{F}(t)$  는 가상적인 제어입력으로서 이것은 정상상태에서  $\mathbf{e}_{sm}(t)$  를 0 으로 도달하게 한다. 추가적으로, 운동장치 방정식 (7)을 위해 제어된 운동장치 방정식<sup>(8)</sup>은 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$\ddot{\mathbf{e}}_s(t) + \mathbf{a}_{c,1}\dot{\mathbf{e}}_s(t) + \mathbf{a}_{c,2}\mathbf{e}_s(t) = \mathbf{P}_v(t) \quad (10)$$

여기서 계수행렬  $\mathbf{a}_{c,1}$  및  $\mathbf{a}_{c,2}$  는 제어법칙설계로부터 정의할 수 있고,  $\mathbf{e}_s(t) = \mathbf{X}_{dc}(0, t) - \mathbf{X}(0, t)$  와

$\mathbf{P}_v(t)$  는 각각 운동장치의 운동제어오차와 운동방정식의 모형화 되지 않은 모형화 오차이다.<sup>(8)</sup> 식 (10)를 식 (9)에 대입하면,  $\mathbf{e}_{sm}(t) = \mathbf{X}_d(0, t) - \mathbf{X}(0, t)$  로 구성된 요구오차 방정식은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\ddot{\mathbf{e}}_{sd}(t) + \mathbf{a}_{s,1}\dot{\mathbf{e}}_{sd}(t) + \mathbf{a}_{s,2}\mathbf{e}_{sd}(t) = \mathbf{F}(t) + \mathbf{H}_p(t)\mathbf{P}_v(t) \quad (11)$$

여기서  $\mathbf{H}_p$  는 주파수 영역에서 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{H}_p(j\omega) = \frac{-\omega^2 \mathbf{I} + j\omega \mathbf{a}_{s,1} + \mathbf{a}_{s,2}}{-\omega^2 \mathbf{I} + j\omega \mathbf{a}_{c,1} + \mathbf{a}_{c,2}}$$

식 (11)을 식 (1)에 대입하면 유연 세장구조물 운동방정식은 다음과 같다.

$$\ddot{\mathbf{u}}(t) + 2\zeta_n \Lambda_n^2 \dot{\mathbf{u}}(t) + \Lambda_n \mathbf{u}(t) = \mathbf{B}_s [\ddot{\mathbf{X}}_d(0, t) + \mathbf{a}_{s,1}\dot{\mathbf{e}}_{sd}(t) + \mathbf{a}_{s,2}\mathbf{e}_{sd}(t) - \mathbf{F}(t) - \mathbf{H}_p(t)\mathbf{P}_v(t)] \quad (12)$$

식 (11)과 (12)로 부터 합성된 운동방정식은 다음과 같이 작성된다.

$$\ddot{\mathbf{v}}(t) + 2\zeta_n \dot{\mathbf{v}}(t) + \Lambda_n \mathbf{v}(t) = \mathbf{B}_h \mathbf{F}(t) + \mathbf{B}_{hp}(t) \quad (13)$$

여기서

$$\mathbf{v}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{e}_{sd}(t) \end{bmatrix}, \zeta_n = \begin{bmatrix} 2\zeta_n \Lambda_n^2 & -\mathbf{B}_s \mathbf{a}_{s,1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{a}_{s,1} \end{bmatrix}, \Lambda_n = \begin{bmatrix} \Lambda_n & -\mathbf{B}_s \mathbf{a}_{s,2} \\ \mathbf{0} & \mathbf{a}_{s,2} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_h = \begin{bmatrix} -\mathbf{B}_s \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{hp}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_s [\ddot{\mathbf{X}}_d(0, t) - \mathbf{H}_p(t)\mathbf{P}_v(t)] \\ \mathbf{H}_p(t)\mathbf{P}_v(t) \end{bmatrix}$$

여기서  $\mathbf{v}, \dot{\mathbf{v}}$  및  $\ddot{\mathbf{v}} \in R^{(l+m)k}$  는 각각 변위, 속도 및 가속도 벡터이다. 대각선 행렬  $\zeta_n$  및  $\Lambda_n \in R^{(l+m)k(l+m)}$  는 각각 댐핑 및 강성 행렬이며,  $\mathbf{B}_h \in R^{(l+m)k \times m}$  및  $\mathbf{F} \in R^{m \times 1}$  는 각각 제어이득행렬 및 가상 제어 입력 벡터들이다. 하 첨자  $l$  및  $m$  는 각각 유연 세장구조물의 관심 있는 모드 수 및 운동장치의 사용할 수 있는 액추에이터 수이다.

이전의 연구<sup>(3)</sup>보다도 운동장치를 사용한 진동제어기의 설계는 합성된 운동방정식 (13)를 이용하는 것이 좀더 편리하다. 예를 들어, 운동장치 제어 시스템에서 관심 있는 최대주파수 영역  $\omega_p$ <sup>(8)</sup>까지의 모형화 불확실성을 운동제어장치에서 효과적으로 보상할 수 있다면, 그리고 제어된 운동장치 방정식 (10) 이 모형화 방정식 (9) 보다 충분히 빠르다면, 다음관계가 성립한다.

$$\mathbf{B}_{hp}(j\omega) \cong \begin{bmatrix} \mathbf{B}_s \ddot{\mathbf{X}}_d(0, j\omega) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad 0 \leq \omega < \omega_p, \omega_f \quad (14)$$

여기서  $\omega_f$  는 제어할 가장 높은 유연모드 공진주파수이다. 그러므로, 액추에이터 모형화 불확실성  $\mathbf{P}_v(t)$  는 더 이상 운동방정식 (13)에 영향을 주지

않는다. 그리고, 적절한 제어법칙으로부터 발생된 제어입력  $F(t)$ 는 한정된 시간 내에 상태행렬  $v(t)$ 을 0으로 제어할 수 있다.

모드 수  $l$ 은 충분히 크기 때문에, 오로지 제어 모드  $n(n < l)$ 는 제어를 위해 선정할 수 있다. 그 결과, 변위벡터는 제어부분과 제어를 하지 않는 잔류부분으로 나눌 수 있다.

$$v(t) = \begin{bmatrix} v_c(t) \\ v_r(t) \end{bmatrix} \quad (15)$$

여기서  $v_c \in R^{(n-m)}$  및  $v_r \in R^{(l-n)}$ 는 각각 제어와 잔류변위 벡터이다. 그 결과, 식 (13)는 상태방정식으로 부터 다음과 같이 쓸 수 있다.<sup>(7)</sup>

$$\begin{aligned} \dot{N}_c(t) &= A_c N_c(t) + B_c F(t), \dot{N}_r(t) = A_r N_r(t) + B_r F(t) \\ y_m(t) &= C_c N_c(t) + C_r N_r(t) \end{aligned} \quad (16)$$

여기서,  $N_c(t) = [v_c^T(t) \dot{v}_c^T(t)]^T$  및  $N_r(t) = [v_r^T(t) \dot{v}_r^T(t)]^T$ 는 각각 제어와 잔류 상태 벡터이며,  $y_m$ 는 측정된 상태변위 벡터이다.  $A, B$  및  $C$ 는 각각 시스템, 제어이득 및 상태예측(state estimate) 행렬이다. 그리고, 하첨자  $C$  및  $R$ 는 모형화 된 유연 세장 구조물 제어 및 잔류모드 운동방정식을 의미한다. 여기서 행렬 짝  $(A_c \ B_c)$  및  $(A_r \ C_c)$ 는 각각 제어성과 관측성이 있으며, 시스템 계수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} A_c &= \begin{bmatrix} 0 & I_{(n+m)} \\ -A_{h,c} & -2\zeta_{h,c} \end{bmatrix} \in R^{(n+m) \times (n+m)} \\ A_r &= \begin{bmatrix} 0 & I_{(l-n)} \\ -A_{h,r} & -2\zeta_{h,r} \end{bmatrix} \in R^{2(l-n) \times 2(l-n)} \\ B_c &= \begin{bmatrix} 0 \\ B_{h,c} \end{bmatrix} \in R^{2(n+m) \times m}, B_r = \begin{bmatrix} 0 \\ B_{h,r} \end{bmatrix} \in R^{2(l-n) \times m} \end{aligned} \quad (17)$$

식 (16)는 제어성과 관측성을 각각 가지고 있으므로, 적절한 제어를 이용하여 한정된 시간 내에 상태변위  $N_c(t)$ 를 0으로 할 수 있는  $F(t)$ 를 설계할 수 있다. 그 결과, 상태변위를 구성하는 모달 변위,  $u(t)$ , 및 운동장치 제어오차,  $e_{sd}(t)$ ,를 0으로 제어할 수 있어, 유연 세장구조물의 잔류진동과 운동장치의 변위제어를 수행할 수 있다. 하지만, 식 (16)에서  $B_c$ 는 full column rank를 가지고 있는 정방행렬이 아니기 때문에, 제어기 설계에 있어서는 Coupled Modal Space Control<sup>(9)</sup>기법이 가능한, 최적제어나 슬라이딩모드 제어기법등을 적용해야 한다.

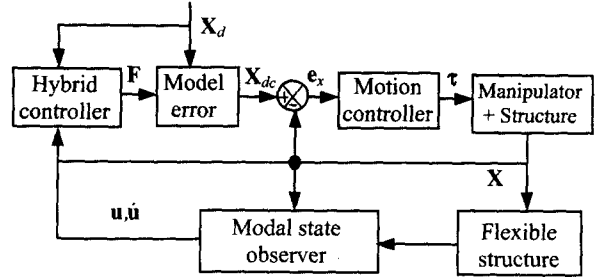


Fig. 4 Hybrid control scheme

#### 4. 수치해석에 의한 모의 실험

제안된 hybrid 운동방정식의 특성을 증명하기 위해 최적제어를 이용한 모의 실험을 수행하였다. Fig. 3의 실험결과와 같이 유연 세장구조물은 각 운동방향에 대하여 첫번째 모달변위가 대부분의 변형을 대변하고, 두 번째 모달 주파수부터는 첫 번째에 비해 충분히 작은 값을 가지고 있어, 본 연구에서는 각 방향에 대하여 첫번째 모드만을 제어대상( $n=3$ )으로 설정하였다. Fig. 4는 제안된 운동방정식을 이용한 제어시스템의 블록선도이며, 제어시스템에서 사용한 최적제어의 가중행렬은 다음과 같이 선정하였다.

$$Q = 100.0I_{12}, R = \text{diag}([0.1 \ 0.05 \ 0.1])$$

$$a_{s,1} = 7.54 * I_3, a_{s,2} = 14.21 * I_3 \quad (18)$$

여기서  $I_{12}$  및  $I_3$ 는 각각 그 크기가 12 및 3인 대각행렬로서, 그 대각행렬 요소의 값이 1인 행렬이다. 또한, 위 식에서  $\text{diag}$ 는 역시 대각행렬로서 각 요소의 값이 각각 0.1, 0.05 및 0.1을 가지고 있다.

본 수치계산에 사용한 운동방정식의 모형은 편심 집중질량을 가지고 있는 유연 세장구조물의 모형화 된 부분이다. 제어입력  $\ddot{X}(t)$ 를 이용한 운동장치의 운동제어 결과는 유연 세장구조물의 진동제어에 제어입력으로 직접 인가되지 않는다. 그 이유는 식 (6)에서 실제모형화의 불확실성과 운동장치의 제어특성에 기인한다. 그 결과, 모형화 오차 및 외란,  $P_e(t)$ 을 묘사하기 위해 랜덤노이즈를 사용하였고, 운동장치의 제어특성(control bandwidth)을 재현해주기 위해 저 대역 통과 필터를 수치해석 시뮬레이션에 도입하였다. 다 축 운동제어를 이용한 진동제어 시스템은 기본적으로 제어 하고자 하는 유연 세장구조물의 진동모드 주파수보다 더 빠른 운동제어특성을 가지고 있어야 하므로, 저 대역 통과 필터의 절점 주파수는 운동장치의 제어특성(control bandwidth)을 묘사하고,

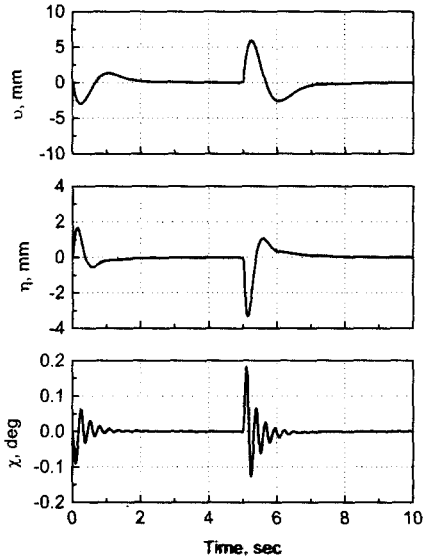


Fig. 5 Flexible tip displacements

가장 빠른 모달 주파수보다 큰 값으로 가정하였다. 유연 세장구조물의 모형화 오차를 재현하기 위해, 모형화 된 운동방정식에 대해서 10%의 강성오차와 100%의 댐핑오차를 불확실성으로 도입하였다.

모형화 된 오차방정식 (9)의 계수는 운동장치의 요구 추적제어특성과 유연 세장구조물의 운동방정식을 고려하여 선정하였다. 이러한 모형화 된 오차방정식은 저 대역 통과 필터구조를 가지고 있고, 발생된 제어입력  $F(t)$ 를 이용하여 완만한 제어입력  $X_d(0,t)$ 를 발생 시킨다. 이는 다시 운동장치의 제어기, 식 (10), 에 요구 신호로 입력되어 운동장치로 하여금  $X(0,t)$ 를 발생시키게 하여, 자기자신의 위치이동과 동시에 유연 세장구조물의 잔류진동을 제어하는 입력  $\ddot{X}(0,t)$ 을 발생한다. Fig. 5와 6의 시뮬레이션 결과로부터 알수 있는 것은 적절하게 튜닝 된 제어입력은 효과적으로 유연진동을 감쇄 시키고, 운동장치의 발산 없이 유연한 추적제어 성능을 보임을 확인할 수 있었다.

### 5. 결론

본 연구에서, 유연 세장구조물에 대한 다 축 연성이 된 진동을 제어함과 동시에 운동장치의 추적 운동을 제어하기 위해 hybrid 운동방정식을 제안하였고, 모의제어실험을 수행하였다. 다 축 운동장치의 운동, 유연 세장구조물의 강체운동모드, 을 유연 세장구조물의 제어입력으로 모형화 한 개념은 다 축 운동장치의 모형화 오차와 비선형성을

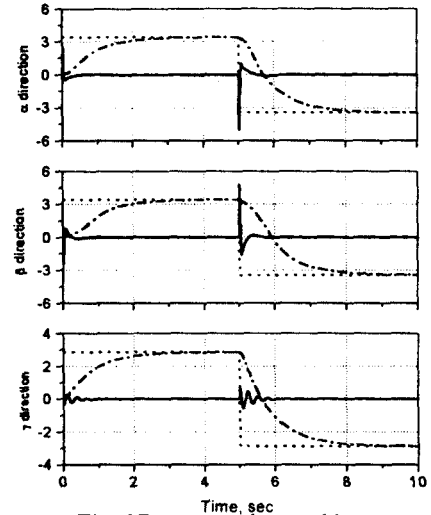


Fig. 6 Regenerated control inputs  
 —:  $\ddot{X}(0,t)$ , - - - :  $X_d(0,t)$ , - · - · :  $X(0,t)$   
 units;  $\ddot{X}(0,t)$  in rad / sec<sup>2</sup>,  $X_d(0,t)$  and  $X(0,t)$  in deg

보상하기 위해 도입하였다. 유연 세장구조물의 강체모드 가속도를 제어입력으로 사용하였기 때문에, 제어장치의 운동은 한쪽 방향으로 발산할 수 있다. 이를 극복하기 위해 운동장치의 요구추적제어 오차방정식과 가상제어입력으로 구성된 모형화 운동방정식을 도입하였고, 제어장치의 추적오차 운동방정식과 유연 세장구조물 모달 운동방정식으로 구성된 hybrid 운동방정식을 구성하였다. 제안된 hybrid 운동방정식을 사용한 최적제어기법을 도입, 유연 세장구조물의 잔류진동 및 강체 운동을 동시에 제어하였다. 그 결과, 다 축 제어장치를 이용하기 위해 제안된 제어방법론은, 유연 세장구조물에 대한 두 방향의 굽힘진동과 한 방향의 회전진동이 연성 된 다 자유도 진동을 동시에 제어하는 적절한 진동제어 방법으로 평가할 수 있다.

### 참고문헌

- (1) Sakawa, Y. and Luo, Z.-H., 1989, "Modeling and Control of Coupled Bending and Torsional Vibrations of Flexible Beams," *IEEE Transactions of Automatic Control*, Vol. 34, No. 9, pp. 970~977.
- (2) Chen, L. and Chalhoub, N. G., 1997, "Modeling and Control of Transverse and Torsional Vibration in a Spherical Robotic Manipulator: Theoretical and Experimental Results," *ASME Transactions of Journal of Dynamic System, Measurement, and Control*, Vol. 119, pp. 421~430.
- (3) Yuan, K. and Hu, C.-M., 1996, "Nonlinear Modeling and Partial Linearizing Control of a Slewing Timoshenko-Beam," *Transaction of ASME Journal of*

*Dynamics, Measurement, and Control*, Vol. 118, pp. 75~83.

(4) Meirovitch, L., 1997, "Principles and Techniques of Vibrations," *Prentice-Hall International, Inc.*

(5) 김낙인, 1999, "스튜워트 플랫폼 운동장치의 강인운동제어 및 세장구조물 진동제어에의 응용," 한국과학기술원 박사논문, 한국과학기술원.

(6) Choi, C. H., Reha, J. H. and Park, K. H., 1997, "Flow Source Based Active Vibration Control," *Asia-Pacific Vibration Conference '97*, November 9-13, Kyongju, Korea, pp. 1280~1285.

(7) Goldenberg, A. A. and Rakhsha, F., 1986, "Feed-Forward Control of a Single-Link Flexible Robot," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 4, pp. 325~335

(8) Nag-In Kim and Chong-Won Lee, 1998, "High Speed Tracking Control of Stewart Platform Manipulator via Enhanced Sliding Mode Control," *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Leuven, Belgium, pp. 2716~2721.

(9) Meirovitch, L., 1989, *Dynamics and Control of Structure*, A Wiley-Interscience Publication, pp. 323~333.

(10) Watanabe, T. and Yoshida, K., 1994, " $H^\infty/\mu$  Vibration Control of Flexible Structure using Multiple Active Dynamic Vibration Absorber System," *Second International Conference on Motion and Vibration Control*, pp. 150~155.

(11) Sharf, I., 1996, "Active Damping of a Large Flexible Manipulator with a Short-Reach Robot," *Transaction of ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 118, pp. 704~713.

(12) Warren, S. R. et al, 1995, "Robust Control of a Slewing Beam System," *Journal of Vibration and Control*, Vol. 1, pp. 251~271.

(13) Yang, Y. M. and Liu, Y. C., 1995, "Frequency Domain Control of Flexible Beams with Piezoelectric Actuator," *ASME Transaction of Journal of Dynamic System, Measurement, and Control*, Vol. 117, pp. 541~546.

부 록

A: 세장구조물의 운동 및 위치에너지  
 $i_b, j_b$  및  $k_b$  는 단위벡터로서 축  $O_B X_B, O_B Y_B$  및  $O_B Z_B$  방향이며,  $i_u, j_u$  및  $k_u$  는  $O_U X_U, O_U Y_U$  및  $O_U Z_U$  를 따라 형성된 단위 벡터이다. 그리고  $i_p, j_p$  및  $k_p$  는 축  $O_P X_P, O_P Y_P$  및  $O_P Z_P$  을 따라 형성된 단위 벡터이다. 좌표계  $O_U-X_U Y_U Z_U$  를 기준으로 좌표계  $O_P-X_P Y_P Z_P$  의 회전각도는  $X_P, Y_P$  및  $Z_P$  축 방향으로 각각  $\psi(l_s, t), \eta(l_s, t)$  및  $\chi(l_s, t)$  이다.

운동에너지는 유연 세장구조물의 직선운동과 회전운동으로 구성되었다. 그 결과,  $z=0$  에서 운동에너지는 고정된 위치이므로 다음과 같다.

$$T_0 = 0 \tag{a1}$$

내부 좌표계 시스템에  $X_B Y_B Z_B$  에 대한 구조물 선단 집중질량  $O_O$  의 위치벡터는 Fig. 1로부터 다음과 같이 작성할 수 있다.

$$\mathbf{X}(t) = x(t)\mathbf{i}_b + y(t)\mathbf{j}_b + u(l_s, t)\mathbf{i}_u + \eta(l_s, t)\mathbf{j}_u + l_s \mathbf{k}_u - e_s \mathbf{j}_p + c_s \mathbf{k}_p \tag{a2}$$

좌표계  $O_P-X_P Y_P Z_P$  및  $O_U-X_U Y_U Z_U$  사이에서 작은 변위라는 가정하에 Euler 전환행렬(Euler transformation matrix)은 다음과 같이 유도된다.

$${}^u R_{p,ox}(\chi(l_s, t), \psi(l_s, t), \eta(l_s, t)) \cong \begin{bmatrix} 1 & -\chi(l_s, t) & \psi(l_s, t) \\ \chi(l_s, t) & 1 & -\eta(l_s, t) \\ -\psi(l_s, t) & \eta(l_s, t) & 1 \end{bmatrix} \tag{a3}$$

$\cos(\chi) \cong 1, \cos(\psi(l_s, t)) \cong 1, \cos(\eta(l_s, t)) \cong 1$   
 $\sin(\chi) \cong \chi, \sin(\psi(l_s, t)) \cong \psi(l_s, t), \sin(\eta(l_s, t)) \cong \eta(l_s, t)$   
 $\sin(\chi)\sin(\psi(l_s, t)) \cong \sin(\chi)\sin(\eta(l_s, t)) \cong \sin(\psi(l_s, t))\sin(\eta(l_s, t)) \cong 0$   
 같은 방법으로, 좌표계  $O_U-X_U Y_U Z_U$  및  $O_B-X_B Y_B Z_B$  사이에서 작은 변위라는 가정하에 오일러 전환행렬은 다음과 같이 유도된다.

$${}^a R_{u,ox}(\gamma, \beta, \alpha) \cong \begin{bmatrix} 1 & -\gamma(t) & \beta(t) \\ \gamma(t) & 1 & -\alpha(t) \\ -\beta(t) & \alpha(t) & 1 \end{bmatrix} \tag{a4}$$

식 (a3)과 (a4)를 식 (a2)로 대입하고 고차 항을 무시하면, 좌표계  $O_B-X_B Y_B Z_B$  의 위치벡터는 다음과 같다.

$$\mathbf{X}(t) \cong [(c_s + l_s)\beta(t) + e_s(\gamma(t) + \chi(l_s, t)) + c_u u(l_s, t) + u(l_s, t) + x(t)]\mathbf{i}_b + [-\alpha(t)(c_s + l_s) + \eta(t) - c_p \eta(t) + y - e_s]\mathbf{j}_b + [-(\alpha(t) + \eta(t))e_s + c_s + l_s]\mathbf{k}_b \tag{a5}$$

식 (5)는  $z=l_s$  와  $c_s$  가 충분히 작다는 가정하에 에서 운동에너지는 다음과 같으며,

$$T_l(z, t) = 0.5J_E [\dot{\chi}(l_s, t) + \dot{\gamma}(t)]^2 + 0.5J_{O_U} [\dot{\beta}(t) + \dot{\psi}(l_s, t)]^2 + 0.5J_{O_P} [-\dot{\alpha}(l_s, t) + \dot{\eta}(l_s, t)]^2 + \frac{1}{2}m_l |\dot{\mathbf{X}}_l(t)|^2 \tag{a6}$$

$0 < z < l_s$  구간에서 운동에너지 밀도는 다음과 같다.

$$\bar{T} = \frac{1}{2} \rho [\dot{x}(t) + \dot{u}(z, t) + z\dot{\beta}(t)]^2 + \frac{1}{2} \rho [\dot{y}(t) + \dot{\eta}(z, t) - z\dot{\alpha}(t)]^2 + \frac{1}{2} I_p [\dot{\chi}(z, t) + \dot{\gamma}(t)]^2 \tag{a7}$$

하부 운동장치의 회전각도가 충분히 작으며, 구조물 하부가 강체로 고정되어 있다는 가정은,  $z=0$  및  $z=l_s$  에서 구조물 선단 집중질량은 각각 다음과 같은 위치에너지를 갖는다.

$$V_0 = 0, V_{l_s} = 0 \tag{a8}$$

반면에  $0 < z < l_s$  영역에서 Euler-Bernoulli beam 의 위치에너지 밀도는 다음과 같다.

$$\bar{V}(z, t) = \frac{1}{2} EI_{yy} [v''(z, t)]^2 + \frac{1}{2} EI_{zz} [\eta''(z, t)]^2 + \frac{1}{2} GJ [\chi'(z, t)]^2 \tag{a9}$$