

압력 구배가 없는 평판 천이 경계층 유동을 예측하기 위한 $k-\epsilon$ 모형의 개발

백성구* · 임효재** · 정명균†
 (2000년 5월 13일 접수, 2001년 1월 22일 심사완료)

A New $k-\epsilon$ Model for Prediction of Transitional Boundary-Layer Under Zero-Pressure Gradient

Seong Gu Baek, Hyo Jae Lim and Myung Kyoon Chung

Key Words: $k-\epsilon$ Model($k-\epsilon$ 난류모형), Bypass Transition(Bypass 천이), Pre-Transition Region(천이이전영역), Intermittency(간헐도), Boundary-Layer(경계층), Mixing-Length(혼합거리), Flat Plate(평판)

Abstract

A modified model is proposed for calculation of transitional boundary layer flows. In order to develop the eddy viscosity model for the problem, the flow is divided into three regions; namely, pre-transition region, transition region and fully turbulent region. The pre-transition eddy-viscosity is formulated by extending the mixing length concept. In the transition region, the eddy-viscosity model employs two length scales, i.e., pre-transition length scale and turbulent length scale pertaining to the regions upstream and the downstream, respectively, and a universal model of stream-wise intermittency variation is used as a function bridging the pre-transition region and the fully turbulent region. The proposed model is applied to calculate three benchmark cases of the transitional boundary layer flows with different free-stream turbulent intensity (1%~6%) under zero-pressure gradient. It was found that the profiles of mean velocity and turbulent intensity, local maximum of velocity fluctuations, their locations as well as the stream-wise variation of integral properties such as skin friction, shape factor and maximum velocity fluctuations are very satisfactorily predicted throughout the flow regions.

기호설명

C_f	: 마찰계수, $\tau_w/(\rho U_\infty^2/2)$	$-\overline{u'v'}$: 레이놀즈 전단응력
H	: 형상계수, δ^*/θ	k	: 난류 운동에너지, $1/2 \overline{u_i'^2}$
δ^*	: 경계층 배제 두께	ϵ	: 난류 에너지 소산율
θ	: 경계층 운동량 두께	C_{PTR}, C_{mix}	: 모형 상수
U	: x 방향 평균 속도	χ	: von Karman 상수
u', v'	: x, y 방향 속도의 요동 성분	$\overline{u'}$: u' 의 난류 성분
U_∞	: 자유유동 평균속도	$\overline{u''}$: u' 의 비난류 성분
		u_τ	: 마찰 속도, $\sqrt{\tau_w/\rho}$
		x	: 주유동 방향
		y	: 주유동 방향의 수직 방향
		y^+	: 벽면 좌표, $u_\tau y/\nu$
		A^+	: 감쇠거리 상수
		Tu	: 자유유동 난류강도, $\sqrt{2k/3}/U_\infty$

* 회원, 한국과학기술원 대학원 기계공학과
 E-mail : sgbaek@kaist.ac.kr,
 TEL : (042)869-3054 FAX : (042)869-5210
 ** 회원, 호서대학교 기계공학과
 † 책임저자, 회원, 한국과학기술원 기계공학과

하첨자 및 약자

T : 난류영역(Turbulent Region)

TR : 천이영역(Transition Region)

PTR : 천이이전영역(Pre-Transition Region)

1. 서 론

일반적인 층류 경계층에서의 외부교란에너지는 매우 작지만, 터보기체처럼 자유유동 난류강도가 매우 큰 경우(1%이상의 난류강도)에는 레이놀즈수가 낮은 층류 경계층에서 외부교란에너지가 무시하지 못할 정도로 크게 나타난다.⁽¹⁾ 이 외부교란에너지는 점점 커져서 천이를 일으키는 원인이 되며 이러한 천이를 '자연 천이'와 구분하여 'bypass 천이'라고 한다.⁽²⁾

천이영역의 유동장을 계산하기 위한 난류모형으로는 와점성(eddy viscosity)에 간헐도(intermittency)의 개념을 도입한 Cebeci⁽³⁾의 혼합거리 모형이나 Rodi 등⁽⁴⁾의 1-방정식 모형이 있다. 한편 1991~1993년 동안 ERCOFTAC의 Special Interest Group에서는 2-방정식의 난류모형과 RSM(Reynolds Stress Model)모형으로 천이영역 유동장을 예측하기 위한 집중적인 연구가 이루어졌으며⁽⁵⁾ 결과를 요약하면 다음과 같다. 기존의 2-방정식 모형을 사용할 경우 천이의 시작점은 빨라지고 천이영역의 길이는 짧아지며 특히 초기조건에 매우 민감하였다. 또한 이들이 시험한 2-방정식 난류 모형 중 가장 좋은 성능을 보인 모형은 Launder와 Sharma⁽⁶⁾의 모형이었다. 그리고 RSM 모형을 사용할 경우 예측이 향상되긴 하지만 그다지 관심을 끌만큼은 되지 못하였다.⁽⁵⁾

이러한 2-방정식 난류모형의 예측값이 실험값과 많은 차이를 보이는 원인 중 가장 큰 요인은 모형 자체가 천이이전영역(Pre-Transition Region)에서의 유동장 특성을 고려할 수 없다는 것이다. 즉 천이이전영역에서의 속도 요동 성분은 실험으로도 쉽게 관찰될 정도로 큰 값을 갖는다.⁽⁷⁾ 이러한 이유로 천이이전영역을 '준-층류(pseudo-laminar)'라고 구분하기도 한다.⁽⁸⁾ 그러므로 난류 유동장의 특성을 고려한 기존의 난류모형으로는 천이이전영역에서의 유동 특성을 정확히 고려하지 못하기 때문에, 천이의 시작점은 물론이고 천이영역 또한 만족스러운 결과를 보이지 못

한다. 따라서 천이영역에서의 유동장을 정확히 예측하기 위해서는 천이이전영역에서의 유동장도 함께 고려해야 한다.

Young 등⁽⁹⁾은 1-방정식 와점성 모형에 TS(Tollmien-Schlichting)파의 길이 척도를 이용하였으나, 천이이전영역에서의 예측값은 많은 오차를 보였다. Savill⁽¹⁰⁾은 RSM 모형에 Cho와 Chung⁽¹¹⁾의 간헐도 방정식을 도입하여 천이 경계층을 계산하였으며, 이로부터 천이영역뿐만 아니라 천이이전영역에서도 보다 향상된 예측 결과를 얻었다. 한편 Mayle와 Schulz⁽¹²⁾는 처음으로 천이이전영역에서의 유동장을 고려한 모형을 제시하였다. 이들은 앞전(leading edge)에서의 자유유동 난류강도로 인한 압력의 요동(fluctuation)에 의해 외부난류에너지가 경계층내로 전달되는 메커니즘을 이용하여 모형을 전개하였다. 그러나 이 모형은 천이이전영역에서 운동에너지의 성장 메커니즘을 충분히 표현하지 못하였으며, 또한 1-방정식으로 되어 있어 확장성이 떨어지는 단점을 가지고 있다.

따라서 본 연구의 목적은 천이이전영역과 천이영역 그리고 난류영역을 포함하는 전체 천이 경계층 유동장을 계산하기 위한 난류 모형을 개발하는 것이다. 주요 내용으로는 먼저 천이이전영역에서의 유동 특성을 고려한 와점성 모형을 개발하는 것이며, 구체적인 방법은 천이이전영역에서의 운동량 전달을 지배하는 적절한 길이 척도를 와점성 모형에 도입하는 것이다. 또한 천이영역에서는 간헐도를 이용하여 천이이전영역과 난류영역을 물리적으로 매끄럽게 연결시켜주는 와점성 모형을 제안하는 것이다.

2. PTR $k-\epsilon$ 모형

2.1 PTR에서의 유동장 특징

평판 경계층 유동장에서는 앞전부터 천이의 시작점까지 유동의 특징을 크게 두 부분으로 나눌 수 있다. 첫째는 실험적 관찰을 통해서 앞전 근처에서 압력구배가 심하게 나타나고, 교란 또한 크게 나타나는 현상을 들 수 있다. 이 영향은 $Re_x \approx 2 \times 10^4$ 정도까지 미치지만 자유유동의 난류강도를 높이기 위해서 격자를 삽입할 경우, 효과는 현저히 낮아진다.⁽¹³⁾ 특히 이 영역에서는 점성에 의해 외부교란의 강도가 감소하게 된다. 이

러한 영역에서 자유유동장의 유동특성이 경계층 내부에 교란의 형태로 전파되는 현상을 리셉티비티(receptivity)라 한다. 둘째는 리셉티비티 이후에 앞전 근처의 압력구배 영향을 받고 경계층이 발달하는 영역이다. 여기서부터 외부교란의 크기가 성장하기 시작한다. 자유유동 난류강도가 클 때 외부교란이 성장하기 시작하는 위치는 선형안정성 이론으로 예측된 위치보다 빨리 나타난다. 이러한 경계층 영역을 천이이전영역(Pre-Transition Region, 이하 PTR)이라 정의한다.

Voke와 Yang⁽¹⁴⁾에 의하면, PTR에서의 외부교란의 성장 메커니즘은 다음과 같다. 리셉티비티에 의해 생성된 초기 외부교란이 레이놀즈 전단응력을 발달하게 하고, 그 전단응력에 의해서 다시 외부교란이 커지게 된다.

PTR에서의 계산 모형으로 Mayle과 Schulz⁽¹²⁾의 모형이 있다. 이들에 의하면 경계층내에서 교란이 성장하는 것은 앞전 근처의 압력구배 영향이 커 이를 고려하여 모형을 제시하였다. 즉, $\overline{u'^2}$ 방정식에서 $\overline{u'v'}$ 에 의한 생성항을 무시하고 압력항을 자유유동장의 유동특성의 함수로 표현하여 전개하였다. 그러나 경계층이 성장하면서 $\overline{u'^2}$ 이 발달되는 메커니즘의 요인은 레이놀즈 전단응력이다.⁽¹⁴⁾ 압력항은 앞전에서만 영향을 미치고, 경계층이 발달해감에 따라 레이놀즈 전단응력의 영향이 더 크게 나타난다. 따라서 발달하는 경계층에서 보다 정확한 메커니즘을 표현하기 위해서는 압력항 보다는 레이놀즈 전단응력을 모형화해야 한다.

2.2 PTR 레이놀즈 전단응력의 모형

PTR에서의 레이놀즈 전단응력을 난류모형에서 사용된 와점성을 이용하여 모형화하면,

$$-\overline{u'v'} = \nu_{PTR} \frac{\partial U}{\partial y} \quad (1)$$

이 된다. 여기서 $\nu_{PTR} = [V]_{PTR} [L]_{PTR}$ 이 되며, $[V]_{PTR}$ 과 $[L]_{PTR}$ 은 PTR에서의 속도 척도와 길이 척도를 나타낸다. PTR에서의 속도 척도는 \sqrt{k} 로 나타낼 수 있다. 길이 척도는 PTR에서 얻어진 실험값을 기존의 혼합거리 모형에 적용하여 구하였다.

$$-\overline{u'v'} = l_{mix}^2 \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| \frac{\partial U}{\partial y} \quad (2)$$

여기서,

$$l_{mix} = xy \cdot (1 - \exp(-y^+/A^+)) \quad (3)$$

이다. 위 식을 이용하여 계산한 결과 PTR에서의 길이 척도는 난류영역에서의 길이 척도와 같은 함수 형태로 표현되지만 감쇠거리는 서로 다르다. 이는 PTR에서의 레이놀즈 전단응력에 의한 운동량 전달은 난류영역에서의 아점성층(viscous sublayer)에서의 운동량 전달과 거의 비슷한 역할을 하고 있음을 의미한다. 식 (3)에 의하면 아점성층에서의 길이 척도는 y^2 으로 표현된다. 이를 PTR의 길이 척도로 정하고 식 (1)에서의 PTR 와점성을 모형화하면,

$$\begin{aligned} \nu_{PTR} &\propto \sqrt{k} \cdot xy \cdot \frac{y^+}{A^+} \\ &= C_{PTR} \frac{\nu}{u_\tau} \sqrt{k} y^{+2} \end{aligned} \quad (4)$$

가 된다. 그러므로 벽면 근처에서 $\sqrt{k} \sim y$ 가 되어 $\nu_{PTR} \sim y^3$ 을 만족하게 된다. 여기서 C_{PTR} 는 감쇠영역의 크기를 나타내는 상수이다. 감쇠영역의 크기는 앞전에서 발생한 유동장의 영향에 의한 것으로 볼 수 있으므로, Mayle과 Schulz⁽¹²⁾의 모형에서 사용된 상수 C_ω 와 마찬가지로 C_{PTR} 또한 앞전에서의 자유유동장 유동 특성의 함수로 표현되어야 한다.

2.3 PTR에서의 $k-\epsilon$ 방정식

PTR에서의 레이놀즈 전단응력의 와점성 모형을 이용하여 k 에 관한 방정식을 쓰면 다음과 같다.

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\nu + \frac{\nu_{PTR}}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right] + P_{PTR} - \epsilon \quad (5)$$

여기서 $P_{PTR} = \nu_{PTR} (\partial U / \partial y)^2$ 이고, σ_k 는 1.0이다.

PTR에서의 ϵ 방정식은 천이 영역으로의 확장을 위해서 난류 모형과 같은 형태의 방정식을 사용하였으며 아래와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \frac{D\epsilon}{Dt} &= \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\nu + \frac{\nu_{PTR}}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right] \\ &\quad + C_{\epsilon 1} f_{PTR} \frac{\epsilon}{k} P_{PTR} - C_{\epsilon 2} f_{PTR} \frac{\epsilon^2}{k} \end{aligned} \quad (6)$$

모형상수들은 기존의 난류 모형과 상사성을 이루기 위하여 $\sigma_\epsilon = 1.0$, $C_{\epsilon 1} = 1.44$, $C_{\epsilon 2} = 1.92$ 로

하였으며 이에 따른 감쇠함수 f_{PTR1} 과 f_{PTR2} 는 각각 $f_{PTR1} = 0.9$, $f_{PTR2} = 1 - \exp(-y^{+2})$ 이다.

3. 천이영역을 위한 $k-\epsilon$ 모형

3.1 천이영역에서 유동장의 특징

천이영역에서 유동장을 해석하는 방법은 많이 있지만, 본 연구에서는 계산모형의 개발과 연관된 해석방법으로 Volino와 Simon⁽¹⁵⁾의 Octant 해석과 Wang과 Zhou⁽¹⁶⁾의 스펙트럼(spectrum) 해석 방법을 사용하였다. Octant 해석은 Quadrant 해석을 확장한 것이다. 이 해석에 의하면 천이영역에서는 작은 척도의 와(eddy)가 아직 제대로 발달하지 않아서 난류 유동에서와 같은 혼합 메커니즘이 불완전하며, 동시에 큰 척도의 와가 함께 공존하고 있다는 것이다.⁽¹⁵⁾ 그리고 스펙트럼 해석을 통해서는 큰 에너지를 지닌 와가 낮은 주파수에서 높은 주파수로 이동함을 알 수 있다.⁽¹⁶⁾ 이는 난류의 특징인 다단(cascade)과정이 발달하고 있음을 나타내는 것이다. 이를 통해서 천이영역에서 계산모형을 개발하는데 필요로 하는 정보를 얻을 수 있다. 즉, 에너지를 지니고 있는 와를 표현하기 위해서는 적어도 2개의 길이 척도가 있어야 한다는 것이다. 본 연구에서는 PTR에서의 길이 척도와 난류의 길이 척도 2개를 사용하였다.

3.2 레이놀즈 전단응력의 모형

천이 유동에서처럼 간헐적인 유동의 경우 레이놀즈 전단응력은 다음과 같이 표현된다.

$$\overline{u'v'} = \gamma \overline{u'v'} + (1-\gamma) \overline{u'v'} + \gamma(1-\gamma)\Delta U\Delta V \quad (7)$$

여기서 γ 는 간헐도를 나타내고, $\overline{u'v'}$ 는 난류성분을, $\overline{u'v'}$ 는 비난류성분을 나타낸다.

$\Delta U = \overline{U} - \overline{U}$ 으로 '속도점프(velocity jump)'라 하며, 한 지점에서 시간에 따른 속도가 난류와 비난류로 간헐적으로 바뀔 때 발생하는 운동량의 이동성분을 나타낸다. 천이영역에서 속도 점프의 크기 $\Delta U\Delta V$ 는 $\overline{u'v'}$ 값에 비하여 매우 작다.⁽¹⁷⁾ 반면에, 속도 점프 $(\Delta U)^2$ 는 $\overline{u'^2}$ 에 비해 비교적 크기 때문에 천이영역에서의 유동 특성이 비등방성으로 나타난다.

간헐도의 분포를 사용하는 대부분의 모형^(3,4,9)

들에서는 γ 를 단지 유동방향의 성분만 고려하고 있다. 그러나 실제로 γ 는 전체 경계층에 영향을 미치므로 $\gamma = \gamma(x, y)$ 로 표현되어야 한다. 만약 천이영역에서 유동방향으로의 간헐도 분포처럼 수직방향의 분포 또한 일정한 상사성을 지니고 있다고 가정하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\gamma(x, y) = \gamma_x \cdot \gamma_y \quad (8)$$

여기서, γ_x 는 벽면 근처에서의 유동방향 간헐도 분포이며 γ_y 는 수직방향 분포를 무차원화한 것이다. 그리고 식 (8)을 식 (7)에 대입하여 전개하면 다음과 같다.

$$\overline{u'v'} \approx \gamma_x \{ \gamma_y \overline{u'v'} + (1-\gamma_y) \overline{u'v'} \} + (1-\gamma_x) \overline{u'v'} \quad (9)$$

천이영역에서의 레이놀즈 전단응력을 모형화하기 위해서는 식 (9)의 우변에 종괄호로 묶여진 두 항을 모형화해야 한다. $\gamma_x = 1$ 인 난류영역에서 이 항은 기존의 난류모형을 만족해야 한다. 그리고 천이 영역에서는 난류 반점(spot)에 의한 $\overline{u'v'}$ 의 혼합 영역이 매우 좁고 더구나 $\overline{u'v'}$ 에 의해서 감쇠효과도 나타나므로,⁽¹⁶⁾ 이를 하나의 수식으로 모형화하기 위해서는 혼합의 정도를 나타낼 수 있는 적절한 함수를 도입해야 한다. 이를 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\gamma_y \overline{u'v'} + (1-\gamma_y) \overline{u'v'} = f_{mix} \nu_T \frac{\partial U}{\partial y} \quad (10)$$

여기서, ν_T 는 난류영역에서의 와점성이며 f_{mix} 는 혼합수준 함수를 나타낸다. 이 함수는 PTR에서는 0이고 난류에서는 1이 되어야 한다. 이 함수의 변수로서 천이영역에서 일반적인 분포를 지니는 유동방향의 간헐도 분포를 사용하면 $f_{mix} = C_{mix} + (1.0 - C_{mix})\gamma_x^2$ 가 된다. 여기서, C_{mix} 는 상수로서 천이영역 초기에 ν_T 의 기여도를 나타내며 ν_T 에 사용될 감쇠함수에 따라 달라지게 된다. 이는 난류모형마다 사용되는 레이놀즈 함수가 서로 다르기 때문이다. Yang과 Shih⁽¹⁸⁾의 모형의 경우 C_{mix} 는 0.2이며 Nagano와 Tagawa⁽¹⁹⁾의 모형의 경우 0.25이다. 한편 식 (9)의 마지막 항은 식 (4)의 모형을 그대로 적용한다.

그러므로 천이영역에서의 레이놀즈 전단응력은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$-\overline{u'v'} = \nu_{TR} \frac{\partial U}{\partial y} \quad (11)$$

여기서,

$$\nu_{TR} = \gamma_x f_{mix} \nu_T + (1 - \gamma_x) \nu_{PTR} \quad (12)$$

이다. 식 (12)를 바탕으로 ν_{TR} 을 속도 척도와 길이 척도로 표현하면 $\nu_{TR} = [V]_{TR} [L]_{TR}$ 이 된다. 이 식에서 $[V]_{TR}$ 은 \sqrt{k} 로 PTR에서의 속도 척도와 일치하고, $[L]_{TR}$ 은 $f([L]_{PTR}, [L]_{\tau})$ 로 표현된다. 이는 Octant 해석의 결과와 일치한다. 한편 γ_x 는 천이영역에서 일정한 분포를 갖는데 다음과 같다.

$$\gamma_x = 1.0 - \exp(-\hat{n}\sigma(Re_x - Re_{xtr})^2) \quad (13)$$

여기서 $\hat{n}\sigma$ 는 난류 반점의 형성정도를 나타내며 Re_{xtr} 는 천이의 시작점에서의 레이놀즈 값이다. 또한 식 (13)에서 $Re_x < Re_{xtr}$ 이면 $\gamma_x = 0$ 이다. Re_{xtr} 는 실험식을 이용하여 구하게 되는데 본 연구에서 사용한 식은 Mayle⁽¹⁾의 식으로 다음과 같다.

$$\hat{n}\sigma = 1.5 \times 10^{-11} Tu^{7/4} \quad (14)$$

$$Re_{\theta} = 420 Tu^{-0.69} \quad (15)$$

위 식은 압력구배가 없을 때의 경우이고, Tu 와 Re_{θ} 는 천이가 시작하는 위치에서의 자유유동 난류강도와 운동량 두께 레이놀즈 값이다.

3.3 천이 $k-\epsilon$ 모형

3.2절에 제시된 모형을 이용하여 천이영역에서의 k 방정식을 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\nu + \frac{\nu_{TR}}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right] + P_k - \epsilon \quad (16)$$

여기서,

$$\begin{aligned} P_k &= -2 \overline{u'v'} S_{ij} \\ &= \nu_{TR} \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 - (\overline{u'^2} - \overline{v'^2}) \frac{\partial U}{\partial x} \end{aligned} \quad (17)$$

이다. 또한 $S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$ 로 표현되고 평균 전단율을 나타낸다. 천이영역에서는 $\overline{u'^2} \gg \overline{v'^2}$, $\overline{u'^2} \gg \overline{w'^2}$ 이므로 $\overline{u'^2} \approx 2k$ 이 되어,

$$\overline{u'^2} - \overline{v'^2} = C_{wv} k \quad (18)$$

이 된다. 여기서 C_{wv} 값은 난류영역에서 0.33을

만족해야 하므로 $C_{wv} = 2.0 - 1.67 \gamma_x^3$ 으로 한다.

일반적으로 천이영역에서의 소산을 발달은 스펙트럼 분석 결과에 의하면 난류 에너지의 발달보다 더 빠르다. 이 현상을 계산모형에 고려하기 위하여 ϵ 방정식에 사용되는 감쇠함수는 난류영역에서 사용하는 감쇠함수를 그대로 사용한다. 그러면 ϵ 방정식에서 천이영역은 와점성만으로 표현되고 모형상수는 일반 $k-\epsilon$ 모형의 상수를 사용한다. 따라서 천이영역에의 ϵ 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{D\epsilon}{Dt} &= \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\nu + \frac{\nu_{TR}}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right] \\ &+ C_{\epsilon 1} f_1 \frac{\epsilon}{k} P_{TR} - C_{\epsilon 2} f_2 \frac{\epsilon^2}{k} \end{aligned} \quad (19)$$

본 연구에서 사용한 난류모형은 Yang과 Shih⁽¹⁸⁾의 모형과 Nagano와 Tagawa⁽¹⁹⁾의 모형이다. Yang과 Shih의 모형은 DNS를 기본으로 하여 개발되었으며 본 연구에서 제시된 ϵ 의 계산방법과 동일한 모형이다. 한편 Nagano와 Tagawa의 모형은 공학적으로 많이 사용되는 모형이며 ϵ 의 계산방법은 위와 동일한 모형이다.

4. 결과 및 고찰

본 연구에서 제안한 천이 경계층 난류모형을 압력구배가 없는 평판의 경우에 대하여 적용하였다. 방정식의 해를 구하기 위해서 사용된 프로그램은 Wilcox의 포물선형(parabolic) 경계층 프로그램인 EDDYBL이다.⁽²⁰⁾ 계산의 시작은 천이이전영역인 앞전에서 10mm 떨어진 곳에서 시작하였으며 초기조건으로는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} k &= k_0 \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 \\ \epsilon &= \max \left\{ \epsilon_0; \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| \right\} \end{aligned}$$

여기서 k_0 와 ϵ_0 는 계산 시작점에서의 자유유동 난류운동에너지와 소산율이다.

인용한 실험자료는 Rollce-Royce⁽⁷⁾에서 수행된 것으로 T3A, T3B, T3AM으로 구분되어 있다. T3A는 $Tu = 3\%$ 이며, 자유유동장의 평균속도는 $U_\infty = 5.2m/s$ 이다. T3B는 $Tu = 6\%$ 로 T3A보다 다소 높으며, 자유유동장의 평균속도는 $U_\infty = 9.4m/s$ 이다. T3AM는 $Tu = 1\%$ 이고,

$U_\infty = 19.8m/s$ 이다. 여기서 Tu 는 경계층 시작점 ($x=0$)에서의 자유유동 난류강도이다.

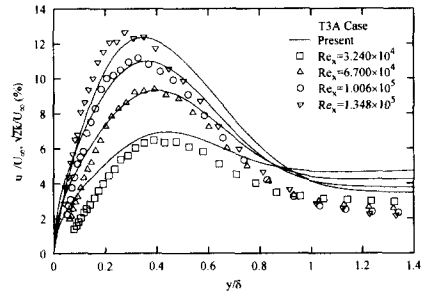
4.1 압력구배가 없는 PTR

식 (4)에 사용된 계수 C_{PTR} 은 실험조건에 따라 서로 다르다. T3A의 경우 C_{PTR} 은 3.0×10^{-4} 이고, T3B의 경우에는 6.0×10^{-4} 이며, T3AM은 3.0×10^{-5} 이다. 이 값들은 앞전 부근에서 자유유동장의 교란(난류강도)이 리셉티비티에 의하여 경계층내의 교란으로 변환되는 특징을 포함하고 있다. 즉, C_{PTR} 은 자유유동장의 유동정보를 포함하는 함수형태가 되어야 하는데, 그 함수에 사용된 변수와 형태에 대하여는 연구가 미진한 상태이다.

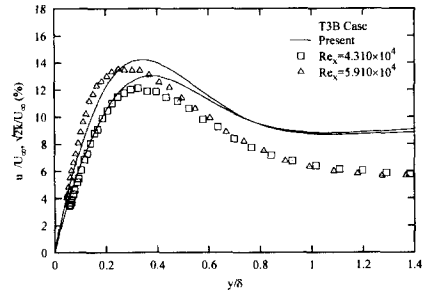
Fig. 1은 세 가지 경우에 대해 실험값과 계산값을 Re_x 와 u' 로 나타낸 것이다. 여기서 계산값에 대한 u' 로 $\sqrt{2k}$ 를 적용하였다. 왜냐하면 PTR에서는 $u' \gg v'$, $u' \gg w'$ 이므로, $k \approx u'^2/2$ 가 되기 때문이다. Fig. 1을 보면 모든 경우에서 u' 의 최대값과 그 위치 그리고 분포경향을 잘 예측하고 있다. Fig. 1의 (a)와 (c)의 경우 벽면 근처에서는 Re_x 값이 작을 때 u' 를 20%정도 과도하게 예측하고 있다. 이러한 이유는 v' 실험값을 분석해 보면 알 수 있는데, 경계층내의 벽면 근처 ($y/\delta \ll 0.1$)에서 v' 는 u' 의 30%이상이 되기 때문이다. 특히 벽면 근처에서는 2차원 유동이 아니라 줄무늬의 3차원 유동에 가깝기 때문에 v' 와 w' 의 값이 매우 크다. 만약 v' 와 w' 를 u' 의 1/2로 가정하면 $\sqrt{2k}$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \sqrt{2k} &= u' \sqrt{1 + (v'/u')^2 + (w'/u')^2} \\ &\approx \sqrt{1.5} u' \\ &\approx 1.2u' \end{aligned}$$

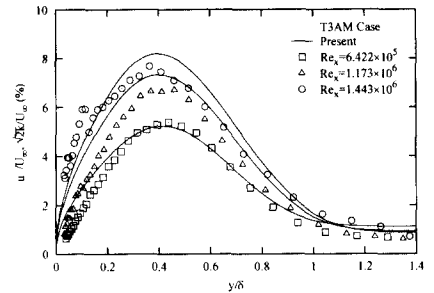
따라서 벽면 근처에서는 u' 의 계산값이 실험값보다 20% 크게 예측되어야 한다. 반면에 $y/\delta > 0.8$ 부근에서는 등방성 조건에 의하여 $\sqrt{2k} \approx \sqrt{3}u'$ 가 되므로 계산값 $\sqrt{2k}$ 이 실험값 u' 보다 약 70% 크게 나타난다. 한편 Re_x 가 큰 경우에는 벽면 근처에서 u' 를 비교적 정확히 예측하고 있는데, 이는 경계층이 발달하면서



(a)



(b)

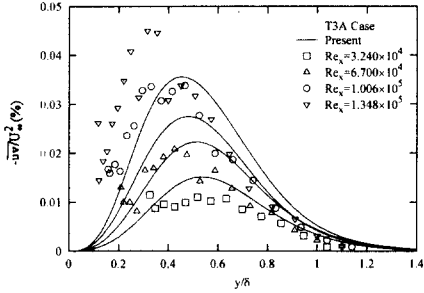


(c)

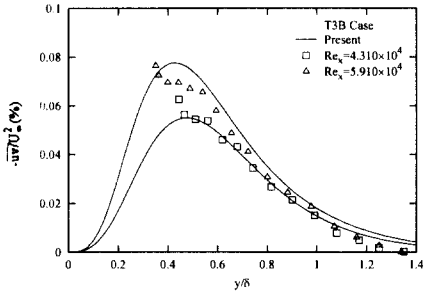
Fig. 1 Velocity fluctuation profiles in PTR; (a) at T3A, (b) at T3B, (c) at T3AM; Present($\sqrt{2k}/U_\infty$), Exp. (u'/U_∞)

u' 의 값이 매우 빠르게 성장하고 있기 때문이다.

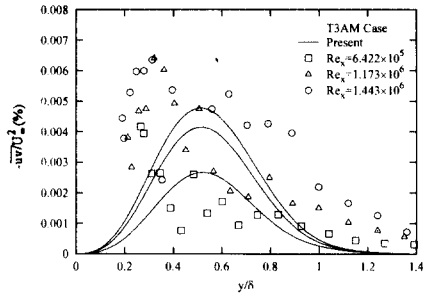
Fig. 2는 Fig. 1과 같이 Re_x 에 따른 PTR에서의 레이놀즈 전단응력을 나타낸 것이다. 일반적으로 PTR에서 레이놀즈 전단응력은 매우 작기 때문에 측정값의 정확도가 떨어지며 따라서 계산 결과와



(a)



(b)



(c)

Fig. 2 Reynolds shear stress in PTR; (a) at T3A, (b) at T3B, (c) at T3AM

실험값과의 정확한 비교를 하기가 어렵다. 그러므로 본 연구에서는 레이놀즈 전단응력의 최대값과 그 위치를 비교하였다. $y/\delta > 0.4$ 부근에서 Fig. 2(a)와 Fig. 2(b)의 경우에는 레이놀즈 전단응력의 최대값과 그 위치를 잘 예측하지만, Fig. 2(c)에서는 실험값과 약간의 차이를 보인다. 특히 Fig. 2(a)와 Fig. 2(c)의 $y/\delta < 0.4$ 영역에서 전단응력이 크게 타나나는데, 이 현상이 물리적 특성

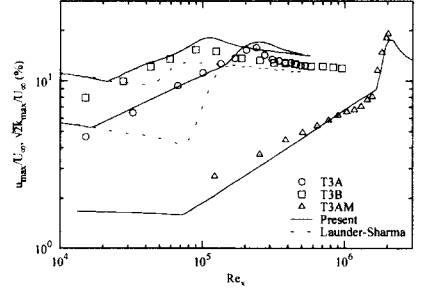


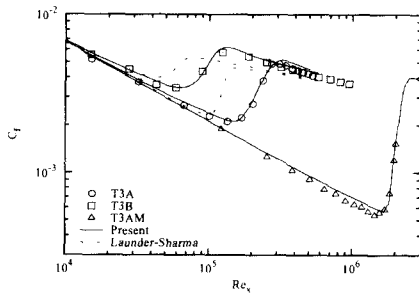
Fig. 3 Maximum velocity fluctuation growths; Present ($\sqrt{2k}/U_\infty$), Exp. (u'/U_∞)

때문인지 아니면 측정오차로 인해 기인한 것인지에 대하여서는 더 많은 연구가 필요하다. 전반적으로 Re_x 값이 증가함에 따라 전단응력의 최대값과 그 성장률은 실험값과 비교적 잘 일치하고 있다.

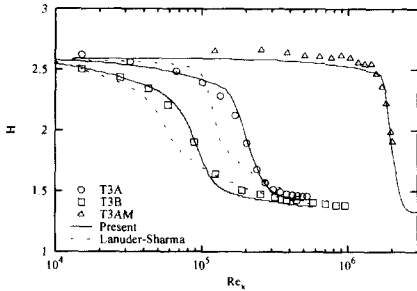
4.2 압력구배가 없는 천이영역

Fig. 3은 경계층 내에서의 u' 의 최대값을 Launder와 Sharma⁽⁶⁾의 모형과 비교하여 나타낸 것이다. 계산결과를 보면 PTR에서 u' 의 최대값이 Re_x 에 비례하는 현상을 잘 예측하고 있으며, 특히 천이영역에서 u' 의 값이 증가하였다가 감소하는 현상도 잘 예측하고 있다. 한편 T3AM의 경우 천이영역에서는 계산값이 실험값보다 작게 예측된다. 이러한 이유는 T3AM의 경우 T3A나 T3B의 경우보다 비등방성이 크기 때문에 나타나는 현상으로 사료된다.

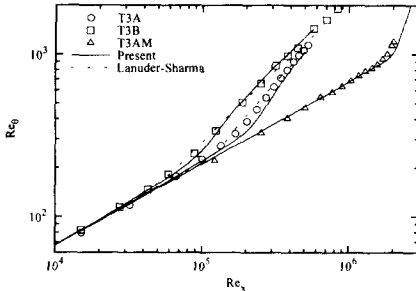
Fig. 4에서는 천이 경계층의 적분값 즉, 표면마찰계수, 형상계수 그리고 운동량 두께를 나타내었다. Fig. 4(a)는 표면마찰계수로 세 경우 모두 실험값을 잘 예측하였다. 또한 천이의 시작점은 실험식을 이용하였기 때문에 성능평가가 어렵지만 천이의 길이와 변화율은 실험값과 비슷한 결과를 보여준다. Fig. 4(b)는 형상계수를 나타낸 것으로 층류영역에서는 2.6이며 천이영역을 거처 난류영역에서는 1.4가 된다. T3AM의 경우 PTR에서 실험값보다 약 4%정도 작게 예측하였으며 천이영역에서는 급격히 감소함을 보였다. 그러나 T3A와 T3B의 경우는 PTR에서의 변화와 천이영역에서의 변화를 비교적 정확히 예측하고 있다.



(a) Skin friction coefficients



(b) Shape factors

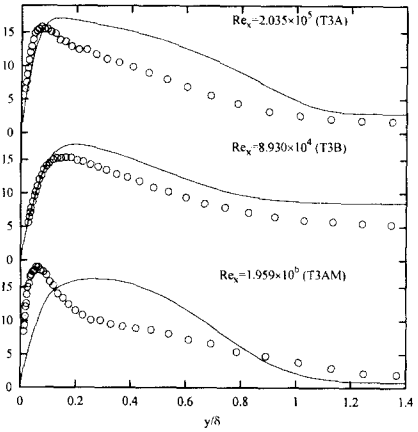


(c) Reynolds number based on momentum thickness

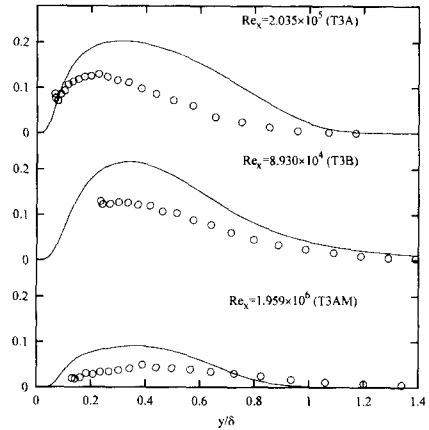
Fig. 4 Integral properties in transition region; (a) C_f , (b) H , (c) Re_θ

Fig. 4(c)에서 보면 운동량 두께 변화의 기울기는 천이가 시작된 이후에 바뀌는 현상이 나타나는데 이를 ‘subtransition’ 이라고 한다.⁽²¹⁾

Fig. 5는 천이영역에서 u' 와 레이놀즈 전단응력의 분포를 나타낸 것이다. Fig. 5(a)에서 T3A와 T3B의 경우 벽면 근처의 거동과 최대값의 위치를 잘 예측하고 있다. 그러나 최대값의 크기는



(a) Velocity fluctuation profiles



(b) Reynolds shear stresses

Fig. 5 Local properties profiles in transition region at maximum velocity fluctuation; (a) Present ($\sqrt{2k}/U_\infty$), Exp. (u'/U_∞) (b) $-\overline{u'v'}/U_\infty^2$

실험값(u')과 계산값($\sqrt{2k}$)이 서로 다르므로 직접 비교하기 어렵다. 한편 T3AM의 경우에는 벽면 근처에서의 거동과 최대값의 위치를 정확히 예측하지 못하였다. 이러한 이유는 Fig. 3에서 보듯이 u' 의 최대값을 제대로 예측하지 못하는 이유와 같으며 이는 u' 의 비등방성이 매우 크기 때문이다. Fig. 5(b)를 보면 레이놀즈 전단응력은

전반적으로 실험값보다 크게 예측되었다. 그러나 최대값의 위치는 실험값과 거의 일치하였다. 따라서 천이영역에서 레이놀즈 전단응력에 대한 보다 정확한 모형이 필요하다.

5. 결론

본 연구에서는 천이이전영역에서 혼합거리 개념을 이용하여 레이놀즈 전단응력을 모형화하였다. 천이이전영역에서 PTR $k-\epsilon$ 모형을 이용함으로써 기존의 2-방정식 난류모형을 사용할 때 발생하는 초기조건의 문제를 해결할 수 있게 되었다. 천이영역에서의 레이놀즈 전단응력을 모형화함에 있어서는 서로 다른 길이 척도 즉, PTR에서의 길이 척도와 난류영역에서의 길이 척도 2개를 사용하였으며 두 길이척도의 비중합수로써 일반적인 간헐도 분포를 이용하였다. 이 모형을 이용하여 천이 경계층에서의 실험값과 비교한 결과 적분 성분들 즉, 형상계수, 운동량 두께, 표면마찰계수를 비교적 정확히 예측하였고 경계층내의 난류강도(u')의 최대값과 그 위치 및 변화경향의 예측도 우수한 결과를 보였다. 반면에 천이영역에서의 레이놀즈 전단응력에 대한 예측은 PTR에서보다는 만족스럽지 못하였다.

보다 일반적인 천이 난류모형을 개발하기 위해서는 자유유동장의 난류강도가 천이이전영역내의 교란에 미치는 영향과 압력구배의 영향에 관한 활발한 연구가 요구된다.

후 기

본 연구는 한국과학재단의 특정연구(95-0200-1601-3)와 목적기초연구(98-0020-1201-3)지원과 과학기술부의 국가지정연구실 사업의 지원으로 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

(1) Mayle, R. E., 1991, "The Role of Laminar-Turbulent Transition in Gas Turbine Engines," *ASME J. Turbo.*, Vol. 113, pp. 509-537.
 (2) Morkovin, M. W., "Instability, Transition to Turbulence and Receptivity," *AGARD-AG-236*.
 (3) Cebeci, T. and Smith, A. M. O., 1974, *Analysis*

of Turbulent Boundary Layers, Academic press, Orlando, FL.
 (4) Rodi, W., Mansour, N. N. and Michelassi, V., 1993, "One-Equation Near-Wall Turbulence Modeling with The Aid of Direct Simulation Data," *ASME J. Fluids Eng.* Vol. 115, pp. 196-205.
 (5) Savill, A. M., 1995, "A Summary Report on the COST ERCOFTAC Transition SIG Project Evaluating Turbulence Models for Predicting Transition," *ERCOFTAC Bulletin*, Vol. 24, pp. 57-61.
 (6) Launder, B. E. and Shama, B. I., 1974, "Application of The Energy-Dissipation Model of Turbulence to The Calculation of Flow Near A Spining Disc," *Letters in Heat and Mass Transfer*, Vol. 1, pp. 131-138.
 (7) Rollce-Royce, 1993, transmittal by J. Coupland of data from Rollce-Royce Applied Science Laboratory.
 (8) Westin, K. J. A. and Henkes, R. A. W. M., 1997, "Application of Turbulence Models to Bypass Transition," *ASME J. Fluids Engng.*, Vol. 119, pp. 859-866.
 (9) Young, T. W., Warren, E. S., Harris, J. E., and Hassan, H. A., 1993, "New Approach for The Calculation of Transition Flows," *AIAA*, Vol. 31, pp. 629-636.
 (10) Savill, A. M., 1995, "The SLY RST Intermittency Model for Predicting Transition," *ERCOFTAC Bulletin*, Vol. 24, pp. 37-41.
 (11) Cho, J. R. and Chung, M. K, 1992, "A $k-\epsilon-\gamma$ Equation Turbulence Model," *J. Fluids Mech.*, Vol. 237, pp. 301-322.
 (12) Mayle, R. E. and Schulz A., 1997, "The Path to Predicting Bypass Transition," *ASME J. Turbo.*, Vol. 119, pp. 405-411.
 (13) Westin, K. J. A., Boiko, A. V., Klingmann, B. G. B., Kozlov, V. V., and Alfredsson, P. H., 1994, "Experiments in A Boundary Layer Subjected to Free Stream Turbulence. Part 1. Boundary Layer Structure and Receptivity," *J. Fluids Mech.*, Vol. 281, pp. 193-218.
 (14) Voke, P. R. and Yang, Z., 1995, "Numerical

- Study of Bypass Transition," *Phys. Fluids*, Vol. 7, No. 9, pp. 2256~2264.
- (15) Volino, R. J. and Simon, T. W., 1994, "An Application of Octant Analysis to Turbulent and Transitional Flow Data," *ASME J. Turbo.*, Vol. 116, pp. 752~758.
- (16) Wang, T. and Zhou, D., 1996, "Spectral Analysis of Boundary Layer Transition in A Heated on Flat Plate," *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 17, pp. 12~21.
- (17) Blair, M. F., 1992, "Boundary-Layer Transition in Accelerating Flows with Intense Freestream Turbulence; Part 2-The Zone of Intermittent Turbulence," *ASME J. Fluids Eng.*, Vol. 114, pp. 322~332.
- (18) Yang, Z. and Shih, T. H., 1993, "New Time Scale Based $k-\epsilon$ Model for Near-Wall Turbulence," *AIAA*, Vol. 31, No. 7, pp. 1191~1198.
- (19) Nagano, Y. and Tagawa, M., 1990, "An Improved $k-\epsilon$ Model for Boundary Layer Flows," *ASME, J. Fluids Eng.*, Vol. 102, pp. 33~39.
- (20) Wilcox, D. C., 1998, *Turbulence Modeling for CFD*, DCW Industries, Inc., California.
- (21) Narashima, R., 1985, "Subtransition in The Transition Zone," *IUTAM Symposium*, Novosibirsk, USSR, p. 141.