

수직 횡을 갖는 아래 평판 위에서 등속 운동을 하는 위 평판에 의한 유동

박 준 상*

(2000년 8월 10일 접수, 2001년 5월 8일 심사완료)

Flow Induced by the Uniform Motion of Top Plate over the Bottom Plate with Vertical Fin

Jun Sang Park

Key Words: Couette Flow(쿠에트 유동), One-Directional Flow(일방향 유동), Stokes Flow(스톡스 유동), Slow Viscous Flow(느린 점성 유동), Vertical Fin(수직횡)

Abstract

A theoretical analysis is conducted on the Stokes flow in a narrow channel. A vertical fin is mounted on the bottom plate and the flow is induced by uniformly sliding top plate. The governing harmonic equation was solved in the transformed ξ -plane, which is obtained by applying conformal mappings to the physical plane. By using well-known transformation technique, closed-form expressions for velocity and skin frictional stress on the top and bottom plates were obtained.

기호설명

- C_f : 마찰계수
- h : 판 높이
- w : 수평 종 방향 속도성분
- W : 등각변환 평면
- x : 수평 횡 방향 좌표
- y : 수직 방향 좌표
- z : 수평 종 방향 좌표
- Z : 등각변환 평면
- ξ : 등각변환 평면
- τ_{\perp} : 벽면 마찰 응력

1. 서론

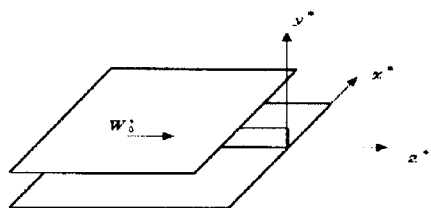
본 논문에서는 수직 횡을 갖는 아래쪽 평판과 매끄러운 위쪽의 평판 사이에서 발생하는 느린 점성 유동(Stokes flow) 문제를 다루고자 한다. (Fig. 1 참조) Fig. 1에서와 같은 두 평판 사이의 유동 문제는 라비린스(Labyrinth) 실링을 이용하는 회전축 문제나, 마이크로머시닝 구조물에서의 운동 혹은 열전달, 그리고 선형 모터의 왕복운동 등에서 흔히 만나기 쉬운 문제이다.⁽¹⁻⁵⁾ 이와 함께 이 문제는 밀링과 같은 공정으로 만든 줄무늬 홈에 윤활유를 공급하여 마찰감소 효과를 이용하는 윤활 문제와 밀접한 관련이 있다.⁽⁶⁾

본 논문에서는 두 평판 사이의 거리가 매우 작은 경우를 고려한다. 이 경우 시스템의 특성 레이놀즈(Reynolds) 수가 매우 작기 때문에 Navier-Stokes 방정식에서의 관성항을 무시한 느린 점성 유동, 즉 Stokes 유동에 대한 해석이 가능하다. 유동의 발생은 횡의 길이 방향 (z -축 방향)으로

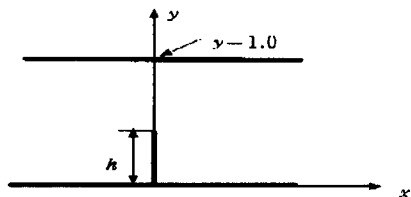
* 회원, 한라대학교 기계공학부
 E-mail : jspark@hit.halla.ac.kr
 TEL : (033)760-1219 FAX : (033)760-1211

위쪽 평판이 등속도 운동을 하는 경우를 생각했다.

이전의 관련 연구를 살펴보면, Taylor^(7,8)는 두께를 무시할 수 있을 정도의 매우 얇은 높이인 반무한대(Fig. 1에서 $h \rightarrow \infty$ 인 경우)인 주기적인 수직 흰 위를 평판이 지나는 경우에 대한 연구를 통해 흔히 물감을 칠할 때 일어나는 붓의 털 사이의 유동 모델인 paint brush model 에 대한 이론해를 제시했다. Taylor의 연구를 확장하여 Richardson⁽⁹⁾은 Schwarz-Christoffel mapping을 이용하여 역시 높이가 반무한대인 유한 두께의 판위를 평판이 지나는 경우에 대한 조사를 통해 평판에 걸리는 저항을 계산하고 이로부터 다공질 재질에 대한 경계조건을 추정하는 이론식을 제시했다. 본 연구에서는 아래, 위 평판 사이의 거리와 흰의 높이가 유한한 경우를 생각했기 때문에 Taylor와 Richardson의 연구를 보다 실제적인 모델로 확장한 측면이 있다. 이와 더불어 본 연구에서는 아래판 위에 단일 흰이 있는 경우를 생각하기 때문에 주기적인 반무한 흰을 생각한 Taylor와 Richardson의 이전 연구를 보완하는 측면도 있다.



(a)



(b)

Fig. 1 Flow layout (a) and coordinate system (b)

본 연구와 관련이 있는 또 다른 형태의 연구는 종방향 리브(longitudinal rib)를 이용한 난류 경계층에서의 저항 감소 연구이다. 종방향 리브가 경계층의 층류 저층에 설치되어 있는 경우, 횡방향 평균 속도의 가상 원점과 리브 정점 사이의 거리를 돌출 높이(protrusion height)로 정의했을 때, 이 돌출 높이가 층류저층(laminar sublayer)에서의 저항감소와 관련이 있다는 연구가 최근 많은 연구자들에 의해 행해졌다. 이 때 층류저층의 유동은 Stokes flow로 가정했고 종방향 리브를 갖는 벽 위의 유체는 무한 공간으로 가정했다. 본 논문에서 다루는 문제는 위 벽 없이 아래 벽만을 고려하는 경우이다.⁽¹⁰⁻¹²⁾

본 논문에서 다루는 문제는 그 자체로는 매우 간단한 일방향 유동이기 때문에 결과에 대한 정성적인 특성을 쉽게 추정할 수 있다. 그러나 미세구조물의 정밀한 설계를 위해서는 마찰 저항에 대한 정량적인 크기를 정확히 예측하는 것이 대단히 중요하다. 결과적으로 본 논문에서 제시할 유한 길이의 흰에 대한 이론해는(이전의 연구⁽⁷⁻⁹⁾에서 제시한 이론해는 반무한 길이의 흰, 즉, Fig. 1에서 $h \rightarrow \infty$ 인 경우에 대한 해이다.) 정확한 마찰력을 계산하기 위한 기준 값으로서의 중요성을 갖는다. 본 논문의 주된 목적을 다시 한번 강조하면 새로운 유동현상에 대한 해석이 아니라 물리적으로 기초를 이루는 간단한 유동현상에 대한 이론해를 제시하고, 이를 이용하여 마이크로머신 등과 같은 미세 구조물에서 발생하는 저항값을 정확히 예측하도록 하는데 목적이 있다. 나아가 여기서 제시할 이론해는 보다 복잡한 미세 유로 유동에서의 수치계산 값을 검증하기 위한 용도로도 사용될 수 있을 것이다.

2. 지배방정식

Fig. 1에서와 같이 흰을 가진 아래 평판과 매끄러운 위 평판을 생각하자. 동점성계수 ν^* 를 갖는 비압축성 유체가 판 사이를 채우고 있고, 위 평판이 z^* -축방향으로 W_0^* 의 속도로 등속운동하는 경우를 생각하자. 두 평판 사이의 거리 L^* 과 위 평판의 속도 W_0^* 로 길이와 속도를 무차원

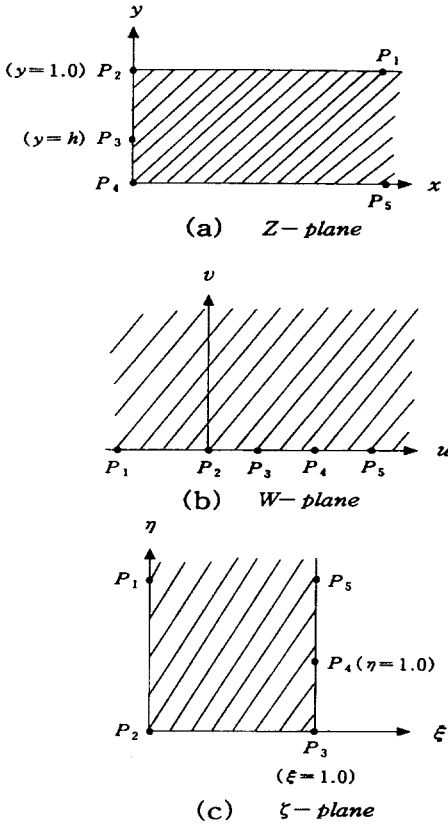


Fig. 2 Schematics of conformal transformation

화하면 지배방정식은 아래와 같은 단순 이차원 Laplace 방정식이 된다.⁽⁶⁾

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0 \quad (1)$$

여기서 상첨자 * 는 차원변수를 의미한다. 그리고 식 (1)의 관련 경계조건은

$$x=0 \text{ 일 때 } 0 < y < h \text{ 에서 } w=0 \quad (2)$$

$$h < y < 1 \text{ 에서 } \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

$$y=0 \text{ 일 때 } w=0 \quad (4)$$

$$y=1 \text{ 일 때 } w=1 \quad (5)$$

이다.

결과적으로 앞의 수학적 모델로부터 문제의 해

에 영향을 주는 변수는 원의 높이 h 가 된다는 것을 알 수 있다.

3. 해석

문제가 y 축에 대해 대칭성을 가지므로 Fig. 2(a)에서와 같이 $Z(\equiv x + iy)$ -평면에서의 반 무한 영역을 생각하자 [여기서, 반 무한 영역은 선분 $\overline{P_1 P_2}$, $\overline{P_2 P_3}$, $\overline{P_3 P_4}$ 와 $\overline{P_4 P_5}$ 로 둘러싸인 영역을 의미한다].

Schwarz-Christoffel 변환을 통해 Fig. 2에서와 같이 $Z(\equiv x + iy)$ -평면에서 $\zeta(\equiv \xi + i\eta)$ -평면으로의 변환을 고려하자.⁽¹³⁻¹⁴⁾ 변환의 중간단계로 $Z(\equiv x + iy)$ -평면에서 $W(\equiv u + iv)$ -평면으로 다음과 같은 Schwarz-Christoffel 변환을 생각하면 [Fig. 2(b)],

$$\frac{dZ}{dW} = \alpha (W - \gamma_1)^{-1/2} (W - \gamma_2)^{-1/2} \quad (6)$$

여기서, γ_i 는 Z -평면에서의 점 P_i 에 대응하는 W -평면에서의 점을 의미한다. 상수 γ_i 의 값을 $\gamma_1=0$ 와 $\gamma_2=\lambda$ 로 가정하면 식 (6)으로부터

$$Z = \alpha \int_0^W W^{-1/2} (W - \lambda)^{-1/2} dW + \beta \quad (7)$$

을 얻을 수 있다.

W -평면에서 ζ -평면으로의 변환[Fig. 2(c) 참조]은 다음의 식으로부터 가능하다.

$$W = \sin^2 \left(\frac{\pi \zeta}{2} \right) \quad (8)$$

식 (7)에서 미정 상수 α , β 와 λ 는 Z -평면의 세 점 $(0,1)$, $(0,h)$ 와 $(0,0)$ 가 각각 W -평면의 세 점 $(0,0)$, $(1,0)$ 와 $(\lambda,0)$ 로 변환된다는 조건을 적용시켜 얻을 수 있다. 위에 제시한 조건을 적용시키면 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\alpha = \frac{(1-h)}{\int_0^1 W^{-1/2} (\lambda - W)^{-1/2} dW} \quad (9)$$

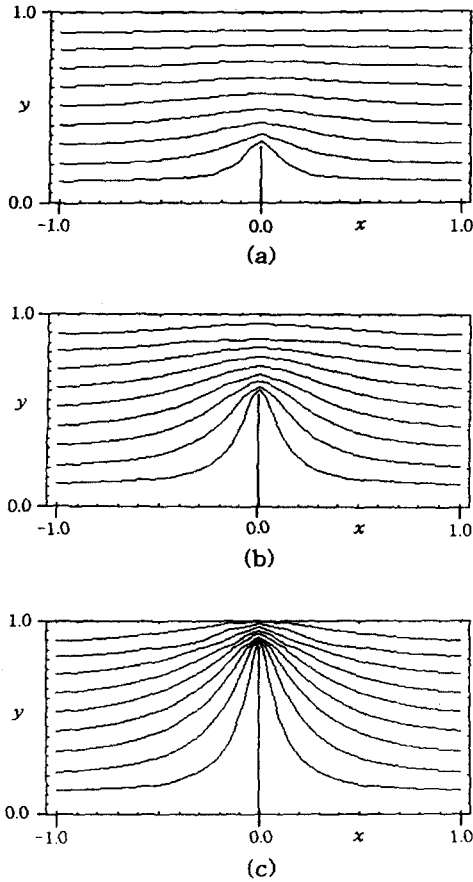


Fig. 3 Plots of iso-velocity w lines. The fin height h are : (a) 0.3; (b) 0.6; (c) 0.9. The value difference between side-by-side contours is 0.1

$$\beta = i \quad (\equiv \sqrt{-1}) \tag{10}$$

그리고

$$\int_1^\lambda W^{-1/2} (\lambda - W)^{-1/2} dW = \frac{h}{1-h} \int_0^1 W^{-1/2} (\lambda - W)^{-1/2} dW \tag{11}$$

결과적으로 식 (9)와 식 (11)에 기초하여, 먼저 적분방정식 (11)로부터 λ 를 구하고, 이 결과를 식 (9)에 대입하여 상수 α 를 구할 수 있다. 간

단한 수학적 조작을 통해 식 (11)로부터

$$\lambda = \frac{1}{\sin^2\left(\frac{\pi}{2}(1-h)\right)} \tag{12}$$

그리고 식 (9)로부터

$$\alpha = \frac{1}{\pi} \tag{13}$$

을 얻을 수 있다.

위의 결과를 종합하면 다음과 같은 Z -평면에서 ξ -평면으로의 변환식을 구할 수 있다.

$$Z = -i \int_0^\xi \frac{\cos\left(\frac{\pi W}{2}\right) \cdot dW}{\left(\cos^{-2}\left(\frac{\pi h}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{\pi W}{2}\right)\right)^{1/2}} + i \tag{14}$$

최종적으로 식 (14)를 적분하면, 변환식

$$\xi = \frac{2}{\pi} \sin^{-1}\left(\sqrt{\lambda} \cdot \sin \frac{\pi}{2}(1-iZ)\right) \tag{15}$$

을 얻는다.

식 (15)를 이용하면, 지배방정식 (1)의 해를 ξ -평면에서 구할 수 있다. 식 (15)가 등각변환 (conformal transformation) 임으로 ξ -평면에서 지배방정식 (1)은 여전히 다음과 같은 Laplace 방정식이 된다.⁽¹³⁾

$$\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} = 0 \tag{16}$$

그리고 관련 초기 및 경계조건은

$$\xi = 0 \text{ 에서 } w = 1 \tag{17}$$

$$\xi = 1 \text{ 에서 } w = 0 \tag{18}$$

$$\eta = 0 \text{ 에서 } \frac{\partial w}{\partial \eta} = 0 \tag{19}$$

이 된다.

경계조건 (17)-(19)를 만족하는 식 (16)의 해는

$$w(\xi, \eta) = 1 - \xi \quad (20)$$

이다.

결과적으로 Z -평면에서의 해는 식 (15)와 식 (20)로부터 완전히 주어진다. 식 (20)으로부터 등속선은

$$\xi = \text{constant} \quad (21)$$

임을 알 수 있기 때문에, 식 (15)를 이용하여 Z -평면에서의 등속선을 구하면

$$\frac{\cosh^2\left(\frac{\pi x}{2}\right) \cos^2\left(\frac{\pi y}{2}\right)}{C_1} - \frac{\sinh^2\left(\frac{\pi x}{2}\right) \sin^2\left(\frac{\pi y}{2}\right)}{1 - C_1} = \cos^2\left(\frac{\pi h}{2}\right) \quad (22)$$

이다. 여기서 C_1 [$\equiv \sin^2(\pi\xi/2)$]는 식 (21)에 의해 주어지는 ξ 값의 크기에 의해 결정되는 상수로 범위 $0 < C_1 < 1$ 의 값을 갖는다.

Fig. 3은 앞서 구한 식 (22)를 이용하여 그린 등속선을 보여주고 있다. 그림에서 볼 수 있듯이 등속선은 원의 정점 부근에 밀집해 있고, 원의 높이 h 가 클수록 밀집도가 높아지는 것을 볼 수 있다. 따라서 h 가 커질수록 원의 정점과 위 판 $x=0$ 근처에서는 속도기울기가 급격하게 되고 이로 인해 마찰이 커진다. 그리고 그림에서 알 수 있듯이 원에서 멀어지면 등속선은 수평으로 아래, 위 평판에 각각 평행하게 배치한다. 이것은 원의 영향이 미미한 영역, 즉, $x \gg 1$ 에서의 유동이 한쪽 평판이 등속운동을 하는 평행한 두 평판 사이의 유동이 된다는 점을 고려하면 당연한 결과이다.

앞서 구한 이론해를 이용하여 원에서 먼 영역의 해를 직접 구해 보자. 식 (22)에서 $x \rightarrow \infty$ 의 극한을 취하면 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\cos \frac{\pi(y-\xi)}{2} \cdot \cos \frac{\pi(y+\xi)}{2} = 0 \quad (23)$$

여기서 $0 \leq y \leq 1$ 와 $0 \leq \xi \leq 1$ 이다.

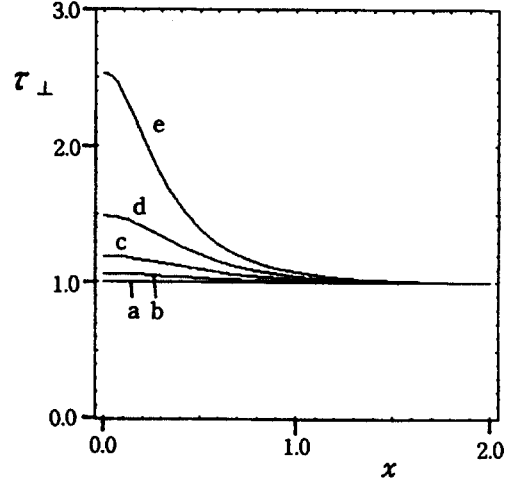


Fig. 4 Plots of skin frictional stress on the top wall. The heights h are : a 0.1; b 0.3; c 0.5; d 0.7; e 0.9

식 (23)이 영역 $0 \leq \xi \leq 1$ 에서 변하는 임의의 ξ 값에 대하여 항상 성립되려면

$$\cos \frac{\pi(y+\xi)}{2} = 0, \quad \text{즉, } y = 1 - \xi \quad (24)$$

의 관계식을 만족해야 한다. 식 (24)를 식 (20)에 대입하면 움직이는 위쪽 평판($y=1$)과 정지한 아래 평판($y=0$) 사이의 유동인 Couette 유동의 해 $w=y$ 가 구해진다. 이 결과는 앞서 구한 해석해 (22)에 대한 정당성을 보여주는 것이다.

이제 본 논문의 주된 관심사 중의 하나인 유동에 의해 발생하는 위 평판에서의 마찰응력을 앞서 구한 해석해를 이용하여 계산하면 아래와 같이 된다.

$$\tau_{\perp} = \left| \frac{\partial w}{\partial y} \right|_{at \ y=1} = \left(\left| \frac{\partial w}{\partial \xi} \right| \left| \frac{d\xi}{dZ} \right| \right)_{at \ \xi=0} = \left| \frac{\partial w}{\partial \xi} \right|_{at \ \xi=0} \cdot \left(\frac{\lambda + \sinh^2(\pi\eta/2)}{\cosh^2(\pi\eta/2)} \right)^{1/2} \quad (25)$$

여기서 λ 와 $\partial w / \partial \xi$ 는 각각 식 (12)와 식 (20)

으로부터 주어진다.

식 (25)로부터 알 수 있는 흥미로운 사실은 수직 환을 갖는 아래 판 위에서 위 판이 등속운동할 때, 위 판에서 발생하는 마찰효과가 평행판 사이의 Couette 유동에서 발생하는 현상과 매우 밀접하다는 것이다. 식 (25)의 우변에 나타나는 항, $\left. \frac{\partial w}{\partial \xi} \right|_{\xi=0}$ [이 항의 값은 식 (20)으로부터 1임을 알 수 있다.]는 거리 1만큼 떨어진 평행한 두 평판 사이에서 유체가 한쪽 평판의 등속운동에 의해 움직일 때 발생시키는 마찰응력의 크기를 의미한다. [이것은 Fig. 2(c) 와 앞서 해석한 변환영역 ξ -평면에서의 지배방정식 (16)-(19)로부터 쉽게 알 수 있다.] 따라서 수직 환의 효과는 식 (25)의 두 번째 인자

$$\left(\frac{\sinh^2(\pi\eta/2) + \lambda}{\cosh^2(\pi\eta/2)} \right)^{1/2}$$

에 의해 나타난다고 말할 수 있다. 이항을 앞으로 마찰계수 C_f 로 부르기로 하고, C_f 를 식 (15)를 이용하여 실제 물리적 평면인 Z -평면에서 다시 쓰면

$$C_f = \left(\frac{1 + \sinh^2(\pi x/2)}{\cos(\pi h/2) + \sinh^2(\pi x/2)} \right)^{1/2} \quad (26)$$

이 된다.

결론적으로 다음과 같은 마찰법칙(friction law)을 설명할 수 있다. 위 판의 등속운동에 의한 수직 환을 갖는 아래 판과 위 판 사이(판 사이의 거리 L)의 유동에서 발생하는 위 판에서의 마찰응력(τ_{\perp})은 수직 환이 없는 평행판 사이(판 사이의 거리 L)의 Stokes 유동에 의한 마찰응력($\tau_{//}$)와 앞서 정의한 마찰계수 (C_f)의 곱, 즉,

$$\tau_{\perp} = C_f \cdot \tau_{//} \quad (27)$$

로 나타낼 수 있다. 식 (27)의 의미를 분명히 하기 위해 다시 강조하면, 여기서 τ_{\perp} 는 아래판에 수직 환이 있는 경우의 마찰응력이고, $\tau_{//}$ 는 수직 환이 없는 평행판 사이의 유동인 Couette 유

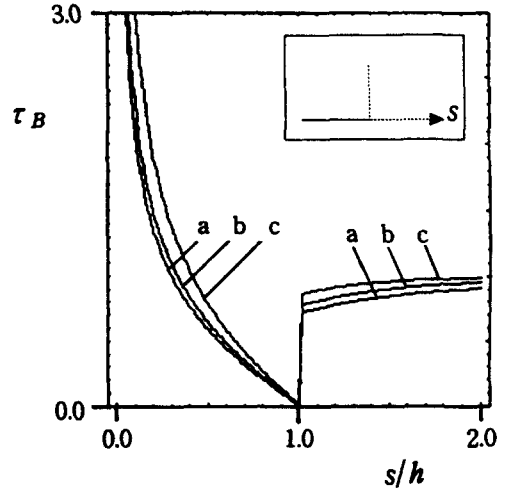


Fig. 5 Shear stress on the fin and bottom wall surface. The fin heights, h , are : a 0.2; b 0.5; c 0.8

동에서의 마찰응력을 의미한다. 그리고 앞서 언급했듯이 $L=1$ 이면 $\tau_{//} \equiv 1$ 이다.

식 (26)과 식 (27)로부터 위 평판에서의 마찰응력 τ_{\perp} 의 특성을 살펴보면, $x \rightarrow \infty$ 이면 식 (26)에서 $C_f \rightarrow 1$ 임을 알 수 있다. 따라서 식 (27)에 의해 $\tau_{\perp} \cong \tau_{//}$ 이 된다. 이것은 환에서 먼 영역의 유동이 두 평판사이의 Couette 유동이 된다는 Fig. 3의 내용과 앞서의 주장을 잘 뒷받침해주는 결과이다.

마찰응력에 대한 해석 결과로부터 확인할 수 있는 또 하나의 특성은 식 (26)에 극한 $x \rightarrow 0$ 과 $h \rightarrow 1$ 을 취하면 $C_f \rightarrow \infty$ 임을 알 수 있다. 결과적으로 $x \rightarrow 0, h \rightarrow 1$ 인 경우, 위 평판 $x=0$ 에서의 마찰응력이 $\tau_{\perp} \rightarrow \infty$ 이 된다. 이것은 환과 위 평판 사이의 틈새 간격이 0인 경우 마찰응력이 무한히 커진다는 것을 의미하고 일반 유동에 대한 물리적 상식과 일치하는 결과이다.

Fig. 4는 환의 높이 h 의 변화에 따른 위 평판에서의 마찰응력 τ_{\perp} 의 변화를 그린 것이다. 수직 환 부근($x=0$ 근처)에서는 환의 높이 h 가 클수록 τ_{\perp} 가 커지고, 환에서 먼 영역 $x \gg 1$ 에서는 h 에 관계없이 $\tau_{\perp} = 1$, 즉, $\tau_{\perp} = \tau_{//}$ 인 결과

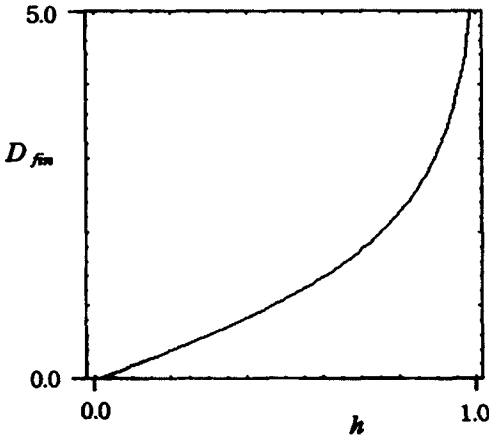


Fig. 6 Drag force by skin friction on the fin surface

를 보여주고 있다. 따라서 Fig. 4는 다시한번 앞서의 주장을 잘 확인시켜 준다.

앞서의 해석 결과를 이용하면 수직 환과 아래 판에 걸리는 마찰응력은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \tau_B &= \left| \frac{\partial w}{\partial n} \right|_{\text{at fin and lower plate}} \\ &= \left(\left| \frac{\partial w}{\partial \xi} \right| \left| \frac{d\xi}{dZ} \right| \right)_{\text{at } \xi=1} \\ &= \left| \frac{\lambda - \cosh^2(\pi\eta/2)}{\sinh^2(\pi\eta/2)} \right|^{1/2}_{\text{at } \xi=1} \end{aligned} \quad (28)$$

윗 식 (28)을 식 (15)를 이용하여 물리평면(Z-평면)에서의 변수로 표시하면, 마찰응력(τ_B)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

환 ($x=0, 0 \leq y \leq h$) 에서는

$$\tau_B = \left(\frac{\lambda - \lambda \cos^2(\pi y/2)}{\lambda \cos^2(\pi y/2) - 1} \right)^{1/2} \quad (29a)$$

이고, 아래판 ($y=0$) 에서는

$$\tau_B = \left(\frac{\lambda \cosh^2(\pi x/2) - \lambda}{\lambda \cosh^2(\pi x/2) - 1} \right)^{1/2} \quad (29b)$$

이다.

Fig. 5는 수직 환과 아래판을 따르는 마찰응력, τ_B 를 그린 것이다. 그림에서 영역 $0 \leq s/h \leq 1$ 에서의 값이 수직 환에 걸리는 마찰응력을 의미하고, 영역 $s/h \geq 1$ 에서의 값은 아래 수평판을 따르는 마찰응력을 나타낸다. 수직 환의 정점 근처 ($s/h \rightarrow 0$)에서의 마찰응력은 $\tau_B \rightarrow \infty$ 이고, 수직 환의 뿌리 근처 ($s/h \rightarrow 1$)에서의 마찰응력은 $\tau_B \rightarrow 0$ 이다. 그리고 수직 환의 뿌리 ($s/h = 1$)에서 수평판을 따라서는 마찰응력이 급속히 증가하다가 s/h 가 커짐에 따라 점근적으로 $\tau_B \rightarrow 1$ 의 값에 가까이 간다. 즉 환에서 먼 수평판에서의 마찰응력은 두 평행판에 의한 Couette 유동에서 발생하는 마찰응력에 접근한다.

환에 걸리는 총 마찰저항, D_{fin} 은 식 (29a)로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} D_{fin} &= 2 \int_0^h (\tau_B)_{x=0} dy \\ &= \frac{4}{\pi} \ln \frac{1 + \sin(\pi h/2)}{\cos(\pi h/2)} \end{aligned} \quad (30)$$

Fig. 6은 수직 환에 걸리는 총 마찰저항을 환의 높이 변화에 따라 보여주고 있다. 그림에서 알 수 있듯이 환의 높이가 $h \rightarrow 1$ 인 경우 $D_{fin} \rightarrow \infty$ 이고, $h \rightarrow 0$ 인 경우 $D_{fin} \rightarrow 0$ 이다. 이것은 환의 높이가 두 평행판의 간격과 같은 $h=1$ 에서는 위 판과 수직 환이 완전히 밀착하여 움직이기 때문에 환 정점 부근에서의 마찰력이 무한히 커지고, $h=0$ 에서는 환 자체가 없어지기 때문에 환에 걸리는 마찰력이 없어진다는 물리적인 사실을 잘 반영하는 결과이다. 그리고 $0 < h < 1$ 에서의 마찰력은 다소 복잡한 형태로 식 (30)과 Fig. 6에서처럼 마치 지수함수 스케일과 비슷하게 커진다.

4. 결 론

본 논문에서는 흰의 길이 방향으로 종방향 등속운동을 하는 위 평판에 의해 발생하는 수직 흰을 갖는 아래 평판과 매끄러운 위 평판 사이의 느린 점성유동에 대한 해를 등각변환 기법(conformal mapping technique)을 이용하여 구했다. 그리고 수직 흰과 아래판에서의 마찰응력에 대한 해석을 통해 이들 표면에서의 마찰응력에 대한 이론해를 제시했다.

해석해로부터 등속선에 대한 이론식을 외연적 형태(explicit form)로 구한 결과, 흰의 높이 h 가 커짐에 따라 흰 근처의 등속선은 위 평판 쪽으로 밀려 흰의 정점 부근에 밀집하고, 이로 인해 발생한 속도기울기 증가가 위 평판에서의 마찰 증가를 수반한다는 것을 보였다.

흰이 있는 경우 위 평판을 따르는 마찰응력 (τ_{\perp})은 흰이 없는 평행 판에서의 마찰응력 (τ_{\parallel})과 $\tau_{\perp} = C_f \cdot \tau_{\parallel}$ 의 관계를 갖는다.

본 논문에서 제시한 해석해는 흰을 갖는 미세 유로 유동에서 발생하는 마찰저항에 대한 정확한 이론값을 제공할 수 있고, 보다 복잡한 미세 구조물에서의 수치유동해석을 위한 기준값으로 역할을 할 것이다. 나아가 미세 유로에서 발생하는 유동저항에 대한 물리적 기초를 제공할 것으로 기대된다.

참고문헌

- (1) Schey, J.A., 1983, *Tribology in Metalworking Friction, Lubrication and Wear*, American Society for Metals, Metal Park, OH .
- (2) Patankar, S.V. and Murthy, J.Y., 1984, "Analysis of Heat Transfer from a Rotating Cylinder with Circumferential Fins," *Heat and Mass Transfer in Rotating Machinery*, Hemisphere Publishing Corp., pp. 155~166.
- (3) Tai, Y.C. and Muller, R.S., 1989, " IC-Processed Electrostatic Synchronous Micromotors," *Sensors and Actuators*, Vol. 20, pp. 49~56.
- (4) Kim, Y.I., Chun, W.C., Kim, J.T., Pak, B.C. and Baek, B.J., 1998, "Forced Air Cooling by Using Manifold Microchannel Heat Sinks," *KSME International Journal*, Vol. 12, No. 4, pp. 709~718.
- (5) 김내현, 조진표, 김정오, 1998, "핀이 가공된 수직 평판의 R-113 응축," *대한기계학회논문집 B* 제22권 제6호, pp. 750~756.
- (6) Wang, C.Y., 1994, "The Stokes Drag Due to the Sliding of a Smooth Plate over a Finned Plate," *Physics of Fluids*, Vol. 6, pp. 2248~2252.
- (7) Taylor, G.I., 1960, "Deposition of a Viscous Fluid on a Plane Surface," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 9, pp. 218~225.
- (8) Taylor, G.I., 1971, "A Model for the Boundary Condition of a Porous Material. Part 1," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 49, pp. 319~326.
- (9) Richardson, S., 1971, "A Model for the Boundary Condition of a Porous Material. Part 2," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 49, pp. 327~336.
- (10) Bechert, D.W. and Bartenwerfer, M., 1989, "The Viscous Flow on Surfaces with Longitudinal Ribs," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 206, pp. 105~129.
- (11) Luchini, P., Manzo, F. and Pozzi, A., 1991, "Resistance of a Grooved Surface to Parallel Flow and Cross-flow," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 228, pp. 87~109.
- (12) Pozrikidis, C., 1993, "Unsteady Viscous Flow over Irregular Boundaries," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 255, pp. 11~34.
- (13) Ahlfors, L.V., 1979, *Complex Analysis*, McGraw-Hill, Inc.
- (14) Currie, I.G., 1974, *Fundamental Mechanics of Fluids*, McGraw-Hill, Inc., pp. 120~122.