

## 헤름홀츠 공명장치를 이용한 해수교환형 방파제의 성능평가 Performance Evaluation of Seawater-Exchanging Breakwater Using Helmholtz Resonator

조 일 형\*  
Il-Hyoung Cho\*

**요 旨** : 본 논문에서는 음향 증폭장치로 널리 사용되고 있는 헤름홀츠 공명장치의 원리를 해수교환 방파제에 적용한 문제를 다뤘다. 입사파의 주파수와 공명구조물의 고유주파수가 일치되면, 공진현상으로 입사파는 공명구조물 내에서 크게 증폭된다. 공진현상으로 크게 증폭된 위치에너지는 외해로부터 들어온 공명구조물내의 깨끗한 해수를 도수로로 통하여 항만내로 공급한다. 공급된 해수는 항내의 오염된 해수를 희석·순환시켜 항내 수질개선에 도움을 준다. 선형포텐셜 이론을 가지고 공명구조물내의 파도응답을 정합점근전개법을 사용하여 해석하였다. 해석모델로 수학적 표현이 가능한 반원형 공명구조물을 채택하였다. 공명구조물이 1개가 있는 경우와 여러개가 일정한 간격을 가지고 배열된 경우를 함께 살펴보았다. 해석해의 타당성을 검증하기 위하여 2차원 수조에서 모형실험을 수행하였다. 도수로가 열린 상태와 닫힌 상태에서 공명구조물내의 파고분포와 도수로에서의 유속을 측정하였다.

**핵심용어** : 해수교환형 방파제, 헤름홀츠 공명장치, 공진, 정합점근전개법, 증폭비

**Abstract** □ In the present paper, Helmholtz resonator, which is widely used as a sound-amplification device, is applied to the development of seawater-exchanging breakwater. The incident waves can induce a large response in the resonator when incident wave frequency is close to one of natural modes of the resonator. Largely amplified potential energy due to the resonance supplies clean seawater into the harbor side throughout the channel. Flow supplied by the resonator circulates the seawater of harbor and helps to improve water quality. Within the framework of linear potential theory, matched asymptotic expansion method is employed to analyze the wave responses in a resonator. The semi-circular shape of the resonator has been chosen as an analytic model for mathematical simplicity. The wave responses of both single and arrays of Helmholtz resonator are investigated. To validate an analytic solution, model test is conducted at 2-dimensional wave tank. Wave heights in the resonator and velocity at the channel are measured for the state of valve-on and valve-off.

**Keywords** : seawater-exchanging breakwater, Helmholtz resonator, resonance, matched asymptotic expansion method, amplification factor

### 1. 서 론

종래의 방파제는 주로 파의 차단에만 중점을 두어 건설되어 왔다. 그러나 이렇게 조성된 해역은 잔잔하고 폐쇄적이라는 특성 때문에 해수순환체계가 방파제 건설전과는 근본적으로 다르게 바뀌어, 오늘날 심각한 환경 오염을 초래하고 있다. 제대로 처리되지 않은 도시 하수의 항내 유입이 지속되고 있으며, 유입된 유기물질은 항

내·외 해수교환의 부족으로 외해로 잘 희석·확산되지 못하고 누적되어 항내의 부영양화를 초래한다. 현재 국내 대부분의 항만과 어항은 수질이 극도로 악화되어, 해양 생태계의 악영향을 미칠 뿐 아니라 악취가 심하다. 따라서 항만계획 및 설계시에 항내·외 해수교환 촉진을 위한 신개념의 기술이 마련되지 않으면 안된다.

해수의 원활한 교환을 촉진시키기 위한 방법으로, 콘 크리트 구조물에 구멍들을 뚫어 제작하는 타공(perforated)

\*제주대학교 해양산업공학부(Department of Marine Industrial Engineering, Cheju National University, Ara 1, Cheju 690-756, Korea)

케이슨(caisson) 방파제가 있다. 입사파가 구멍이 뚫린 구조물을 만날 때 구멍을 통과하면서 박리(separation)현상이 발생하여 에너지가 감소된다. 이러한 현상으로 타공 케이슨 방파제는 반사파와 투과파의 에너지를 감소시키며, 해수는 구멍을 통하여 항내로 유입되어 항내 수질 개선에 도움을 준다. 그러나 구조물의 형태가 복잡하여 제작 및 설치비가 많이 든다는 단점을 가지고 있다. 이에 대안으로 수면에 상자형 구조물을 띄운 부유식 방파제가 있다. 그러나 부유식 방파제는 태풍시 높은 파도에 의하여 방파제가 손상을 입거나 방파제를 고정시키는 계류석이 끊어지는 문제점과 장파에서 파랑제어 효과가 떨어지는 취약점들을 지니고 있다. 기존의 해수교환 방식과는 다른 해수교환형 방파제로는 Lee(1994) 등이 개발한 원호수로형 해수교환형 방파제를 들 수 있다. 케이슨의 앞부분에 공진(resonance)을 유발하는 원호형상의 수로가 있고, 뒷부분에는 원호형 수로 1개당 파이프 형상의 도수로가 1개씩이 연결되어 있다. 항내의 해수유입은 파랑 내습시 해수가 원호형 수로내로 쳐올라가 생기는 도수로 양단의 수두차로 인해 유도된다. 원호수로형 해수교환방파제의 특징은 비교적 단파를 가지고 원호수로와 공진을 유발하여 항내로 해수를 공급한다는 점이다.

본 연구에서는 음향학에서 음파를 증폭하는데 주로 이용되고 있는 헬름홀츠 공명장치의 원리를 방파제에 적용하였다. 외해에서 발생한 입사파는 입구를 가진 공명구조물을 만나면 일부 에너지는 입구를 통하여 공명구조물 안으로 방사된다. 공명구조물 안으로 들어온 파의 주파수와 공명구조물의 고유주파수(natural frequency)들과 일치되면, 공명구조물 내부에서의 파는 크게 증폭된다. 특히 첫 번째 공진 모드에서의 증폭비(amplification factor)는 다른 공진 모드에서의 증폭비보다 월등히 크며, 공명구조물 내부에서의 수면은 일정하게 올라가거나 내려간다. 항내·외의 해수교환을 위하여 공명구조물 내부에 항내와 연결된 도수로를 만든다. 공진현상에 의해 크게 증폭된 파의 위치에너지는 도수로 양단의 수두차를 유발하고, 이로부터 공명구조물 내부의 해수는 도수로를 통하여 항내로 이동한다. 이와 같이 항만으로 유입된 유량은 항내 해수의 순환을 촉진시켜 수질개선에 큰 도움을 준다.

공명구조물내의 파도응답에 대한 해석은 기본적으로 Monkewitz and Nguyen-Vo(1985)가 사용한 정합점근전개법(matched asymptotic expansion method)을 이용하

였다. 이 방법은 유체영역을 여러 영역으로 나누어, 각각의 영역에서 경계치 문제를 독립적으로 풀고, 부족한 경계조건으로부터 생기는 미지수를 인접한 영역의 해와 정합(matching)시켜 구하는 근사해법이다. 대상 모형으로는 해석적으로 표현이 가능한 반원형 공명구조물을 채택하였고, 1개의 공명구조물이 놓여진 경우와 여러개의 공명구조물이 배열된 경우를 함께 살펴보았다. 해석해의 타당성을 검증하기 위하여, 2차원수조에서 체계적인 모형실험을 수행하였다. 모형실험은 도수로를 열었을 때와 닫았을 때의 2가지 경우에 대하여 수행하였으며, 공명구조물내의 3지점에서 증폭비를 측정하였고, 도수로를 열었을 때 도수로를 통과하는 흐름속도를 측정하였다.

## 2. 정합점근전개법

해석모델로 채택한 공명구조물은 반지름  $R$ 인 반원형

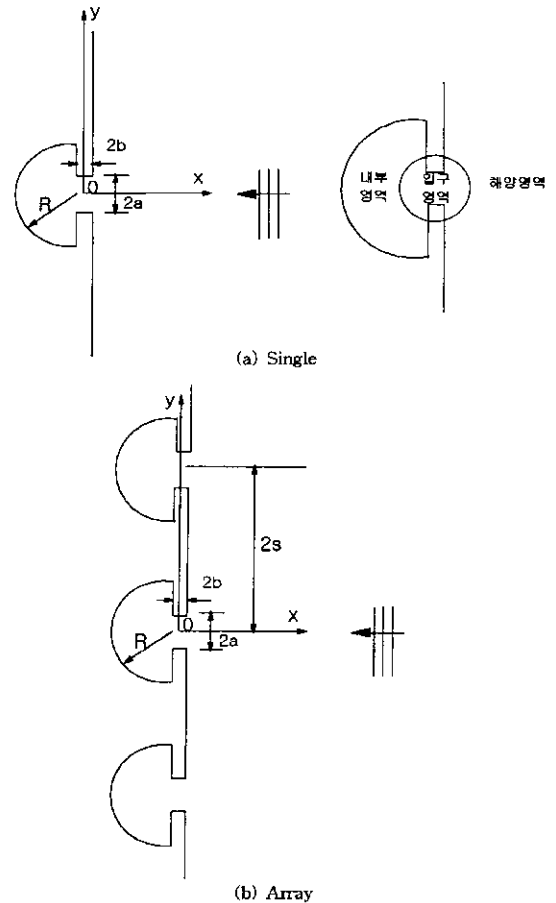


Fig. 1. Definition sketch of Helmholtz resonant structures.

형태로 입구의 폭과 길이는 각각  $2a$ ,  $2b$ 이다(Fig. 1a). 정합점근전개법을 사용하여 공명구조물내의 파도응답에 대한 근사해를 얻기 위하여 몇가지 가정들을 도입하였다. 수심은 일정하며, 공명구조물 입구의 폭과 길이는 입사파의 파장에 비해 아주 작다. 그리고 공명구조물에서 완전반사가 일어나며, 마찰과 박리에 따른 에너지 손실은 무시하였다. 선형포텐셜이론을 가정하여 속도포텐셜을 도입하고, 유동은 시간에 따라 조화운동을 한다고 가정하면, 속도포텐셜과 자유표면식은 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$\Phi(x, y, z, t) = Re \left\{ \phi(x, y) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} e^{-i\omega t} \right\} \quad (1)$$

$$\zeta(x, y, t) = Re \{ \eta(x, y) e^{i\omega t} \} \quad (2)$$

$$\eta(x, y) = \frac{i\omega}{g} \phi(x, y) \quad (3)$$

여기서  $(x, y)$ 는 정수면을 뜻하며,  $g$ 는 중력 가속도이다. 주파수  $\omega$ 는 아래와 같은 선형 분산식(dispersion relation)을 만족한다.

$$\omega^2 = gk \tanh kh \quad (4)$$

식 (1)을 3차원 Laplace 방정식에 대입하여 정리하면, 속도포텐셜( $\phi$ )과 자유표면식( $\eta$ )은 아래에 주어진 2차원 Helmholtz 방정식을 만족한다.

$$\begin{cases} \nabla^2 \phi + k^2 \phi = 0, \\ \nabla^2 \eta + k^2 \eta = 0 \end{cases} \quad (5)$$

정합점근전개법을 사용하여 공명구조물내의 파도응답을 구하기 위하여 유체영역을 해양영역과 입구영역 그리고 내부영역으로 나누고, 각 영역에서 경계치 문제를 독립적으로 풀고, 부족한 경계조건으로부터 생기는 미지수를 인접한 영역의 해와 정합시켜 구한다(Fig. 1a).

### 2.1 해양영역

공명구조물 입구로부터 멀리 떨어진 해양영역에 대한 전체 파계는 입사파와  $x=b$ 에 놓인 수직벽에 의한 반사파 그리고 공명구조물 입구로부터의 방사파(radiated wave)로 구성되어 있다. 방사파에 의한 해는 공명구조물 입구에 특이점(singular point)을 분포시켜 얻어진다. 해양영역에서의 특성길이인 입사파의 파장으로 모든 변수를 무차원시킨다.

$$(\hat{x}, \hat{y}, \hat{r}_o) = k(x, y, r_o) \quad (6)$$

윗첨자  $\wedge$ 는 무차원된 해양영역의 변수를 의미한다. 무차원된 변수를 사용하여 해양영역에서의 경계치 문제를 표현하면 식 (7)과 같다.

$$\begin{cases} \frac{1}{\hat{r}_o} \frac{\partial}{\partial \hat{r}_o} \left( \hat{r}_o \frac{\partial \hat{\eta}}{\partial \hat{r}_o} \right) + \frac{1}{\hat{r}_o^2} \frac{\partial^2 \hat{\eta}}{\partial \hat{\theta}_o^2} + k^2 \hat{\eta} = 0 \\ \frac{\partial \hat{\eta}}{\partial \hat{x}} = 0 \quad \hat{x} = \hat{b} \quad |\hat{y}| \geq \hat{a} \\ \text{radiation condition as } \hat{r}_o \rightarrow \infty \end{cases} \quad (7)$$

해양영역에서의 해는 입사파와 반사파 그리고 입구에서의 방사파의 합으로 아래와 같이 표현된다.

$$\hat{\eta} = \hat{\eta}^i + \hat{\eta}^r + \hat{\eta}^s \quad (8)$$

입사파의 진행방향이  $y$ 축에 수직이고 벽에서 완전반사가 일어난다고 가정하면, 입사파와 반사파의 합은 다음과 같다(Mei, 1983).

$$\hat{\eta}^i + \hat{\eta}^r = 2\hat{A} \cos[(\hat{x} - \hat{b})] \quad (9)$$

윗식에서  $\hat{A}$ 는 무차원된 입사파의 진폭을 나타낸다.

방사파의 영향은 공명구조물 입구에 특이점들을 분포시켜 구현되며, 그 해는 Bessel 함수로 아래와 같이 표현된다.

$$\hat{\eta}^s = \sum_{n=0}^{\infty} \hat{\eta}_n^s = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2} i \pi \hat{A}_n H_n^{(1)}(\hat{r}_o) \cos(n\theta_o) \quad (10)$$

여기서  $n=0, 1, 2, \dots$ 는 소오스(source), 다이폴(dipole), 쿼드라폴(quadrupole) 등 특이점들을 나타낸다. 본 연구에서는 입사파의 진행방향이  $y$ 축에 수직이며, 입구의 폭이 파장에 비하여 작기 때문에 최저차항(leading order)인 소오스( $n=0$ )만을 고려하였다.

$$\hat{\eta} = 2\hat{A} \cos(\hat{x} - \hat{b}) + \frac{i}{2} \pi \hat{A}_o H_o^{(1)}(\hat{r}_o) \quad (11)$$

여기서 미지수  $\hat{A}_o$ 는 공명구조물 입구를 통하여 해양영역으로 방사하는 유량으로 입구영역의 해와 정합하여 구해진다. 나중에 수행될 정합을 위하여,  $\hat{r}_o \rightarrow 0$  일 때  $\hat{\eta}$ 에 대한 근사식(asymptotic solution)을 구한 뒤 최저차항만을 취하면 다음과 같다.

$$\hat{\eta} \approx 2\hat{A} - \hat{A}_o \left[ \ln \frac{\hat{r}_o}{2} + \gamma - \frac{i\pi}{2} \right] + O(\hat{r}_o^2 \ln \hat{r}_o) \quad (12)$$

여기서  $\gamma=0.5772157$ 는 Euler 상수이다.

2.2 입구영역

2.1절과 같은 방법으로 입구영역에서의 특성길이를 입구의 반폭인  $a$ 로 잡고, 모든 길이관련 변수를  $a$ 로 무차원시키고, 무차원된 변수를 윗첨자  $\sim$ 로 표시한다.

$$(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{r}) = (x, y, r)/a \tag{13}$$

공명구조물 입구영역에 대하여 경계치 문제를 구성하면 아래와 같다.

$$\begin{cases} \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left( \tilde{r} \frac{\partial \tilde{\eta}}{\partial \tilde{r}} \right) + \frac{1}{\tilde{r}^2} \frac{\partial^2 \tilde{\eta}}{\partial \tilde{\theta}^2} + \varepsilon^2 \tilde{\eta} = 0 \\ \frac{\partial \tilde{\eta}}{\partial \tilde{n}} = 0 \quad \text{on rigid wall} \end{cases} \tag{14}$$

여기서 매개변수(expansion parameter)  $\varepsilon$ 은  $ka$ 를 나타내며, 이 값은 가정에 따르면 작은 양이다. 식 (14)에 주어진 지배방정식의 특성에 따라  $\tilde{\eta}$ 를  $\varepsilon^2$ 으로 급수 전개하면 다음과 같다.

$$\tilde{\eta} \approx \tilde{\eta}_0 + \varepsilon^2 \tilde{\eta}_1 + \dots \tag{15}$$

윗식을 경계치 문제 (14)에 대입하여 같은 차수끼리 묶어 정리하면, 아래의 결과를 얻는다.

$O(\varepsilon^0)$

$$\begin{cases} \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left( \tilde{r} \frac{\partial \tilde{\eta}_0}{\partial \tilde{r}} \right) + \frac{1}{\tilde{r}^2} \frac{\partial^2 \tilde{\eta}_0}{\partial \tilde{\theta}^2} = 0 \\ \frac{\partial \tilde{\eta}_0}{\partial \tilde{n}} = 0 \end{cases} \tag{16}$$

$O(\varepsilon^2)$

$$\begin{cases} \frac{1}{\tilde{r}} \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left( \tilde{r} \frac{\partial \tilde{\eta}_1}{\partial \tilde{r}} \right) + \frac{1}{\tilde{r}^2} \frac{\partial^2 \tilde{\eta}_1}{\partial \tilde{\theta}^2} = -\tilde{\eta}_0 \\ \frac{\partial \tilde{\eta}_1}{\partial \tilde{n}} = 0 \end{cases} \tag{17}$$

최저차항만을 고려하면, 식 (16)에 주어진 경계치 문제만 풀면 된다. 경계치 문제에 대한 해는 등각사상(conformal mapping)을 통하여 2차원 수로문제를 풀어서 구할 수 있다(Monkewitz and Nguyen-Vo, 1985). 자세한 유도과정은 생략하고 입구영역의 해를 해양영역과 내부영역으로 외부전개(outer expansion)한 식은 다음과 같다.

$$\tilde{\eta} \approx \tilde{A}_0 [\ln \tilde{r}_i + \beta] + \tilde{B}_0 \quad \text{as } \tilde{r}_i \rightarrow \infty \tag{18}$$

$$\tilde{\eta} \approx \tilde{A}_0 [\ln \tilde{r}_i + \beta] + \tilde{B}_0 \quad \text{as } \tilde{r}_i \rightarrow \infty \tag{19}$$

여기서

$$\begin{aligned} \beta &= \ln[Dk'^{1/2}] \\ D &= 2E - k^2 K \\ \tilde{b} &= -(K'k^2 - 2K' + 2E)/(2D) \\ k' &= (1 - k^2)^{1/2} \end{aligned}$$

이며,  $E, K$ 는 각각 Jacobi Elliptic 함수와 Complete Elliptic 적분이다.  $\tilde{b}(=b/a) \ll 1$ 인 경우와  $\tilde{b}(=b/a) \gg 1$ 인 경우에 대하여,  $D$ 와  $k$  그리고  $\beta$ 의 근사식을 구하면 다음과 같다(Monkewitz and Nguyen-Vo, 1985).

$$\begin{aligned} D &\approx 2 \left\{ 1 - \frac{k'^2}{4} + \frac{k'^4}{16} \left( \ln \frac{4}{k'} - \frac{5}{4} \right) + \dots \right\} \\ k &\approx 1 - 4 \left( \frac{\tilde{b}}{\pi} \right)^{1/2} + 8 \frac{\tilde{b}}{\pi} + \dots \\ \beta &= \ln 2 + \frac{\tilde{b}}{\pi} \left( 1 + \ln \frac{4\pi}{\tilde{b}} \right) + O(\tilde{b}^{3/2}) \quad \tilde{b} \ll 1 \end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned} D &\approx \frac{1}{2} \pi \left\{ 1 + \frac{1}{4} k^2 + \frac{1}{64} k^4 + \dots \right\} \\ k &\approx 4e^{-(\pi \tilde{b} + 2)} \{ 1 + 12e^{-2(\pi \tilde{b} + 2)} + \dots \} \\ \beta &= \frac{1}{2} \pi \tilde{b} + 1 + \ln \frac{1}{4} \pi - 2e^{-2(\pi \tilde{b} + 2)} + O(e^{-4(\pi \tilde{b} + 2)}) \quad \tilde{b} \gg 1 \end{aligned} \tag{21}$$

미지수  $\tilde{A}_0, \tilde{B}_0$ 는 해양영역의 해와 공명구조물 내부영역의 해와 정합하여 구한다.

2.3 내부영역

공명구조물 내부영역에서의 특성길이는 반지름  $R$ 이며,  $R$ 로 모든 길이관련 변수를 무차원 시키고 무차원된 변수를 윗첨자  $\bar{\cdot}$ 로 표시한다.

$$(\bar{x}, \bar{y}, \bar{r}_i) = (x, y, r_i)/R \tag{22}$$

내부영역에서의 경계치 문제는 다음과 같다.

$$\begin{cases} \frac{1}{\bar{r}_i} \frac{\partial}{\partial \bar{r}_i} \left( \bar{r}_i \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial \bar{r}_i} \right) + \frac{1}{\bar{r}_i^2} \frac{\partial^2 \bar{\eta}}{\partial \bar{\theta}_i^2} + \delta^2 \bar{\eta} = 0 \\ \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial \bar{\theta}_i} = 0 \quad \text{on } \bar{\theta}_i = 0, \pi \\ \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial \bar{r}_i} = 0 \quad \text{on } \bar{r}_i = \bar{R} \end{cases} \tag{23}$$

여기서 매개변수  $\delta$ 는  $kR$ 을 나타내며, 본 연구에서는

$kR = O(1)$ 로 가정하였다. 이때 Helmholtz 방정식과 경계 조건을 만족하는 해 중에서  $\theta$ 와 무관한 해는 다음과 같이 Bessel함수로 표현된다.

$$\begin{aligned} \bar{\eta} &= \bar{A}_o \{ J_o(\hat{r}_i) + \mu_o Y_o(\hat{r}_i) \} \\ \mu_o &= \frac{J'_o(kR)}{Y'_o(kR)} \end{aligned} \quad (24)$$

여기서  $J_o(kR) = \frac{dJ_o(kr)}{d(kr)} \Big|_{r=R}$ ,  $Y_o(kR) = \frac{dY_o(kr)}{d(kr)} \Big|_{r=R}$  이다.

나중에 수행할 정합을 위해  $\hat{r}_i \rightarrow 0$  로 내부전개(inner expansion)시키면 다음식으로 표현된다.

$$\bar{\eta} \approx \bar{A}_o \left\{ 1 + \frac{2\mu_o}{\pi} \left( \ln \frac{\hat{r}_i}{2} + \gamma \right) \right\} + O(\hat{r}_i^2 \ln \hat{r}_i) \quad (25)$$

### 2.4 정합 조건

해양영역에 대한 해와 입구영역에 대한 해를 정합하기 위하여 중간영역(intermediate region)을 도입하고, 중간영역에 대한 무차원 변수를 윗첨자 \*로 표시한다.

$$\begin{aligned} r_o^* &= \hat{r}/\varepsilon^\alpha, \quad 0 < \alpha < 1 \\ \hat{r} &= \varepsilon^\alpha r_o^*, \quad \tilde{r} = \varepsilon^{\alpha-1} r_o^* \end{aligned} \quad (26)$$

$r_o^* = O(1)$ 은 해양영역 변수에 대해  $\hat{r}_o \ll 1$  을, 입구영역 변수에 대해  $\tilde{r}_o \gg 1$  을 의미한다. 새로운 변수  $r_o^*$ 로 해양영역의 해 (12)와 입구영역의 해 (18)를 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\hat{\eta} \approx 2\hat{A} - \hat{A}_o \left[ \ln \varepsilon^\alpha r_o^* - \ln 2 + \gamma - \frac{i\pi}{2} \right] \quad (27)$$

$$\hat{\eta} \approx -\tilde{A}_o [\ln \varepsilon^{\alpha-1} r_o^* + \beta] + \tilde{B}_o \quad (28)$$

중간영역 ( $r_o^* = O(1)$ )에서 식 (27)과 식 (28)이 서로 같다는 정합조건으로부터 아래와 같은 관계식을 얻는다.

$$\begin{aligned} \hat{A}_o &= \tilde{A}_o \\ \tilde{B}_o &= 2\hat{A} + \tilde{A}_o \left[ \ln \frac{1}{\varepsilon} + \beta + \ln 2 - \gamma + \frac{i\pi}{2} \right] \end{aligned} \quad (29)$$

공명구조물 내부영역의 해와 입구영역의 해를 정합시키기 위하여 위와 비슷한 과정을 따른다.

$$\begin{aligned} r_i^* &= \hat{r}/\varepsilon^\alpha, \quad 0 < \alpha < 1 \\ \hat{r} &= \varepsilon^\alpha r_i^*, \quad \tilde{r} = \varepsilon^{\alpha-1} r_i^* \end{aligned} \quad (30)$$

여기서  $r_i^* = O(1)$ 은 공명구조물 내부영역의 해를 입구영역으로 내부 전개함과 동시에 공명구조물 입구영역의 해

를 공명구조물 내부영역으로 외부 전개함을 뜻한다. 두 영역의 해를 중간영역에 대한 변수로 바꿔 정리하면 다음과 같다.

$$\bar{\eta} \approx \bar{A}_o \left\{ 1 + \frac{2\mu_o}{\pi} \left( \ln \frac{\varepsilon^\alpha r_i^*}{2} + \gamma \right) \right\} \quad (31)$$

$$\bar{\eta} \approx \tilde{A}_o [\ln \varepsilon^{\alpha-1} r_i^* + \beta] + \tilde{B}_o \quad (32)$$

식 (31)과 식 (32)의 로그항과 상수항이 서로 같다는 정합조건으로부터 다음과 같은 관계식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{2\mu_o}{\pi} \bar{A}_o &= \tilde{A}_o \\ \bar{A}_o \left[ 1 + \frac{2\mu_o}{\pi} (\alpha \ln \varepsilon - \ln 2 + \gamma) \right] &= \tilde{A}_o [(\alpha - 1) \ln \varepsilon + \beta] + \tilde{B}_o \end{aligned} \quad (33)$$

식 (29), (33)으로부터 4개의 미지수를 구하여, 각 영역에서 유효한 완전한 해를 구한다.

공명구조물 내부영역에서의 미지수  $\bar{A}_o$ 을 구하면 다음과 같다.

$$\bar{A}_o = \frac{2\hat{A}}{\left\{ 1 - \frac{4\mu_o}{\pi} \left[ \ln \frac{1}{ka} + \beta + \ln 2 - \gamma + \frac{i\pi}{2} \right] \right\}} \quad (34)$$

식 (34)에서 구한 계수를 이용하여 공명구조물 내부의 해를 차원화시켜 정리하면 다음과 같다.

$$\bar{\eta} = \bar{A}_o \{ J_o(kr_i) + \mu_o (Y_o(kr_i)) \} \quad (35)$$

Fig. 1b와 같이 공명구조물이 일정한 간격  $2s$ 을 갖고  $y$ 축 방향으로 배열된 경우의 공명구조물 내부와 입구영역에서의 해는 전과 동일하며, 단 해양영역에서의 해 중 방사파 부분이 다음과 같이 바뀐다(Monkewitz, 1985).

$$\hat{\eta}^s = \frac{1}{2} i\pi \hat{A}_o \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_o^{(1)}[(4n^2 \hat{s}^2 + \hat{r}_o^2 - 4n\hat{s}\hat{r}_o \cos \theta_o)^{1/2}] \quad (36)$$

나중에 수행될 정합을 위하여  $\hat{r}_o \rightarrow 0$  일 때,  $\hat{\eta}$ 에 대한 근사식을 구한 뒤 최저차항을 취하면 다음과 같다.

$$\hat{\eta} \approx 2\hat{A} + \hat{A}_o \left[ -\ln \hat{r}_o + \ln \frac{\hat{s}}{\pi} + \Delta \left( \frac{\hat{s}}{\pi} \right) + \frac{i\pi}{2s} \right] + O(\hat{r}_o^2 \ln \hat{r}_o) \quad (37)$$

여기서

$$\Delta(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\sqrt{n^2 - z^2}} - \frac{1}{n} \right\} \quad 0 < \hat{s} < \pi$$

식 (37)에 주어진 해양영역의 해와 공명구조물 입구 영역의 해 (18)를 정합하고, 공명구조물 내부영역의 해 (25)와 입구영역의 해 (19)를 정합하여, 각 영역에서의 미지수들을 구한다. 공명구조물 내부영역의 해의 미지수는 다음과 같다.

$$\bar{A}_o = \frac{2\hat{A}}{\left\{ 1 - \frac{2\mu_o}{\pi} \left[ 2\ln \frac{1}{ka} + 2\beta + \ln \frac{2ks}{\pi} - \gamma + \Delta \left( \frac{ks}{\pi} \right) + \frac{i\pi}{2ks} \right] \right\}} \quad (38)$$

### 3. 모형실험

해석해의 타당성을 검증하고 실제로 공명구조물과 항만내를 도수로로 연결하였을 때, 해수교환의 정도를 조사하기 위하여 길이 20 m, 깊이 1 m, 폭 0.6 m인 2차원 수조에서 모형실험을 수행하였다. 수심은 60 cm로 고정시켰다. 해수교환형 방파제의 모형은 투명한 아크릴로 제작되었다. 공명구조물의 형상은 입구를 가진 반지름 18.8 cm인 반원형이며, 직경 5.4 cm인 원형 도수로를 통하여 항만내와 연결되었다. 원형 도수로의 위치는 정수면에서 10 cm 잠겨있다(Fig. 2). 공명구조물의 입구의 폭 (2a)과 길이(2b) 변화에 따른 공명구조물 내의 증폭비(1/|A|) 변화를 살펴보기 위하여 입구의 폭(6, 8, 10 cm)과 입구의 길이(1, 2 cm)를 바꿔가면서 총 6가지 경우에 대하여 모형실험을 수행하였다(Table 1).

먼저 공명구조물을 2차원 수조에서 제거한 후 주어진 조파기의 왕복 변위와 진동수에 대하여 입사파의 파고와 주기를 미리 측정하였다. 모형실험은 0.4 Hz에서 1.4 Hz사이에 모두 13개의 진동수에 대하여 수행되었다. 다

Table 1. Experimental condition

공명장치 반지름	18.8 cm
입구의 길이	1, 2 cm
입구의 폭	6, 8, 10 cm
수심	60 cm
도수로 직경	5.4 cm
파 진동수	0.4-1.4 Hz
파 기울기	0.02, 0.03, 0.04

음에 공명구조물을 수조내에 설치한 후 공명구조물내의 3지점에서 파고를 측정하였다. 이때 원형 도수로는 닫혀진 상태로 실험을 수행하였다. 첫번째와 두번째 실험으로부터 공명구조물 안에 정해진 위치에서 증폭비를 구했고, 이 결과를 해석해와 비교하였다. 실험에서 수행한 모델은 수조벽의 영향으로 Fig. 1b와 같은 여러개의 공명구조물을 배열한 모델과 같다. 해석하는 공명구조물 입구에서의 박리에 의한 에너지 손실을 고려하지 않았지만, 실험에서는 공명구조물 입구에서 박리가 발생하여 이에 따른 에너지 손실이 생겼다. 이러한 박리현상은 공진점에서의 증폭비를 감소시키고, 공진점을 저주파수 영역으로 이동시키는 특징을 가지고 있다(Üntüata and Mei, 1975).

해수교환효과를 살펴보기 위하여 원형 도수로를 연 상태로 두번째와 유사한 실험을 수행하였다. 이때 해수교환량을 측정하기 위하여 원형 도수로에 구멍을 뚫고 유속계를 삽입하였고, 도수로 끝단에 물감을 뿌려 해수교환량을 시각적으로 관찰하였다. 유속계는 전사식 유속계로 x-y방향의 유속을 한꺼번에 재는 계측장비로 본 실험에서는 x방향의 유속만을 측정하였다. 동시에 두번째 실험과 마찬가지로 공명구조물내 3지점에서의 파고를 측

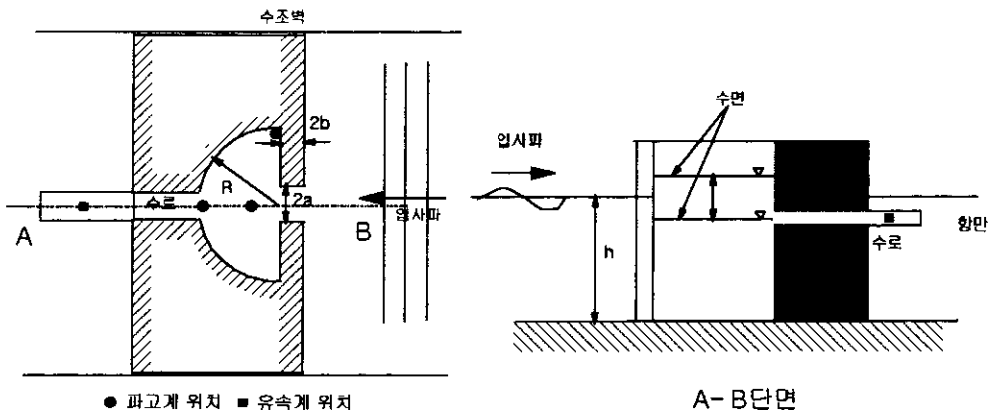


Fig. 2. Experimental set-up.

정하였다. 이로부터 원형 도수로 개폐에 따른 공명구조물 내의 증폭비를 서로 비교하였다.

#### 4. 계산결과 및 고찰

Fig. 3에는 공명구조물 1개가 있는 경우, 입구의 폭

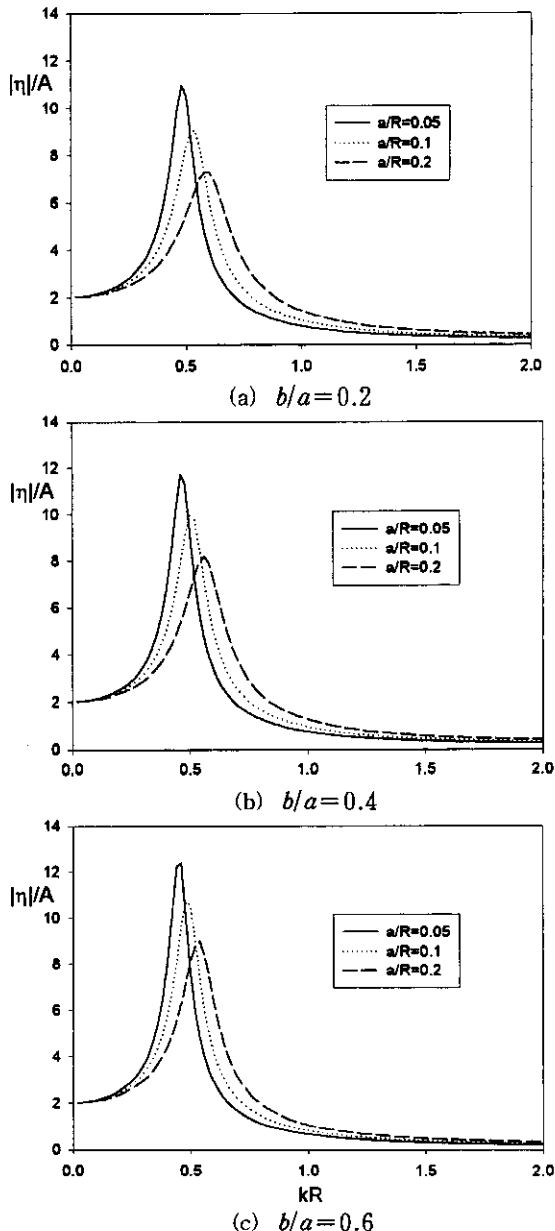


Fig. 3. Amplification factor in a semi-circle for single Helmholtz resonator.

과 반지름의 비( $a/R = 0.05, 0.1, 0.2$ )를 바꿔가면서 증폭비( $|\eta|/A$ )의 변화를 제시하였다.  $x$ 축은 입사파의 파장과 반지름의 비( $kR$ )로 잡았고,  $y$ 축은 증폭비( $|\eta|/A$ )이다. 이때 입구의 길이와 폭의 비( $b/a$ )는 0.2, 0.4, 0.6이다.  $a/R$ 의 값이 작아질수록 공진점의 위치가 저주파수 영역으로 이동하며, 공진점에서의 증폭비가 커짐과 동시에 공진폭이 줄어드는 것을 알 수 있었다. 특히 입구의 폭이 좁아질수록 증폭비가 커지는 현상은 실제 현상과는 다르며, Miles and Munk(1961)는 이를 항만모순(harbor paradox)이라 불렀다. 이러한 모순현상은 입구의 폭이 좁아지면 공명구조물 안으로 들어온 파의 에너지가 해양영역 쪽으로 잘 빠져가지 못하여 방사에 의한 에너지 감쇠효과가 줄어들기 때문에 생긴다. 그러나 실제에서는 방사감쇠(radiation damping)에 의한 에너지 손실뿐만 아니라 벽이나 바닥에서의 마찰이나 입구에서의 박리등에 의한 에너지 감쇠기구(damping mechanism)가 존재하므로, 항만모순 현상은 사라진다.  $b/a$ 가 커지면, 공진점에서의 증폭비가 증가하는 것을 볼 수 있다. 입구에서의 방파제 길이의 증가는 입구의 폭이 줄어드는 것과 같은 효과를 주며, 이러한 현상은 앞서 살펴보았던 방사에 의한 에너지 감쇠효과가 줄어들기 때문이다(Mei and Üntüata, 1978).

Fig. 4에는 공명구조물이 배열된 상태에서의 증폭비를 제시하였다. 공명구조물의 배열간격은  $2s$ 이며, 여기서는  $s/R=1.2$ 에 대하여 계산을 수행하였다. Fig. 3에서와 같이 입구의 폭이 좁아질수록 공진점에서의 증폭비는 커지며, 공진점이 왼쪽으로 이동하는 항만모순 현상을 볼 수 있다. Fig. 3과 전체적인 증폭비를 비교한다면, 공명구조물을 여러개 배열한 경우가 공명구조물이 1개 놓인 경우에 비하여 증폭비가 크게 감소하는 것을 볼 수 있다.  $b/a$  변화에 따른 증폭비 변화는 Fig. 3과 동일하다.

Fig. 5에는 여러개의 공명구조물이 배열된 상태에서 배열간격이 변할 때, 증폭비의 변화를 제시하였다. 4가지 배열간격( $s/R = 1.2, s/R = 1.4, s/R = 1.6, s/R = \infty$ )들에 대하여 계산을 수행하였다.  $s/R = \infty$ 는 공명구조물이 1개 놓인 문제와 동일하다.  $a/R$ 은 0.1로 고정시켰고,  $b/a$ 는 0.2, 0.4, 0.6으로 3가지 경우에 대하여 각각 살펴보았다. Fig. 4에서 공명구조물이 1개 놓인 경우가 여러개 배열된 경우 보다 증폭비가 크다는 것을 알았다. Fig. 5에서도  $s/R = \infty$ 에서 증폭비가 가장 큰 것을 볼 수 있다.  $s/R$ 이 작아질수록, 즉 배열간격이 가까워질수록, 공

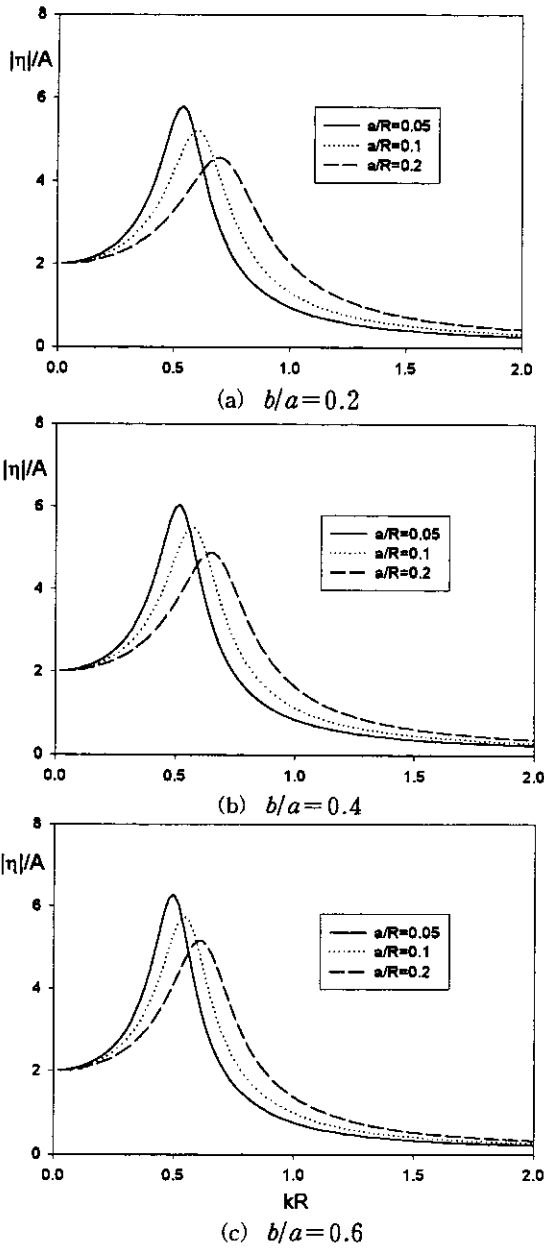


Fig. 4. Amplification factor in a semi-circle for arrays of Helmholtz resonator ( $s/R=1.2$ ).

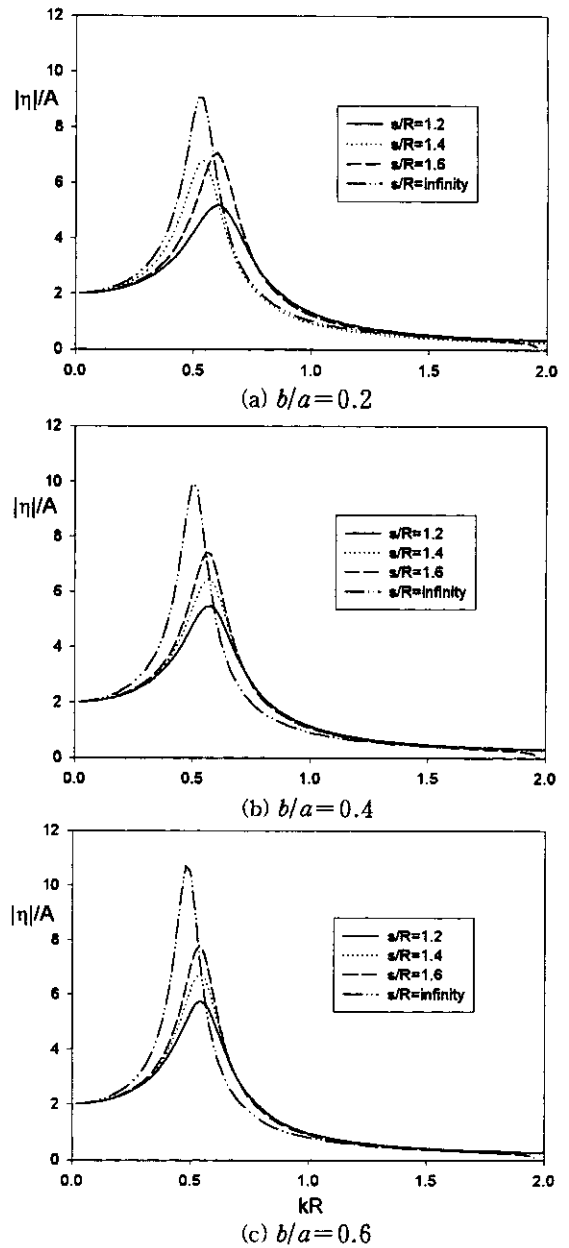


Fig. 5. Amplification factor in a semi-circle for arrays of Helmholtz resonator.

진점에서의 증폭비가 감소되는 것을 볼 수 있다.

Fig. 6에는 해석해의 타당성을 검증하기 위하여 경계 요소법(boundary element method)을 이용한 수치해와 비교한 결과를 제시하였다(Brebbia and Dominguez, 1989). 계산모델은 공명구조물이 1개 놓여 있는 경우이다. 해석해는 입사파의 파장에 비하여 입구의 폭과 길이가 작

다는 가정과 공명구조물의 반지름이 파장과 비슷한 크기를 갖는다는 가정을 토대로 얻은 근사해이다. 이러한 가정들에도 불구하고 해석해와 수치해는 거의 같은 결과를 주고 있다.

Fig. 7은 모형실험을 통해 얻은 실험결과와 해석해의 증폭비를 비교한 그림이다. 공명구조물 모형의 제원은 반



지름이 18.8 cm, 입구의 길이는 1 cm, 입구의 폭은 10 cm와 8 cm이다. 모형실험을 수행한 수조의 폭이 60 cm 이므로 계산에서의 공명구조물의 배열간격  $2s$ 는 60 cm

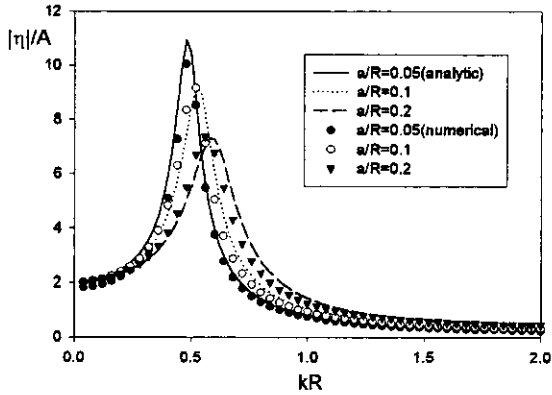
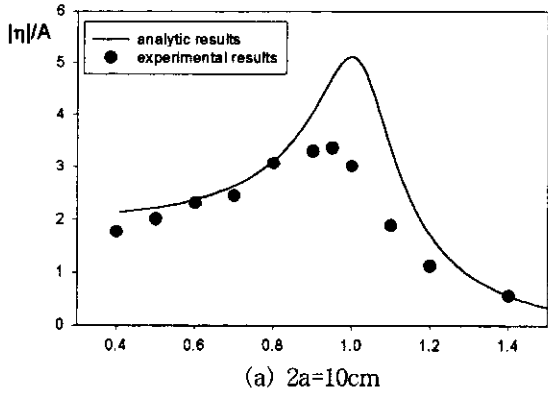
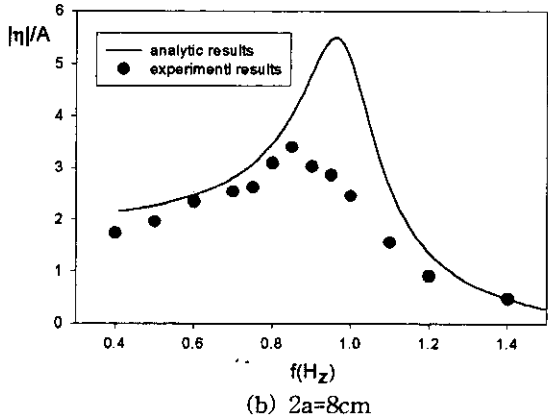


Fig. 6. Comparison of analytic and numerical results in a semi-circle for single Helmholtz resonator ( $a/R=0.1$ ).



(a)  $2a=10\text{cm}$

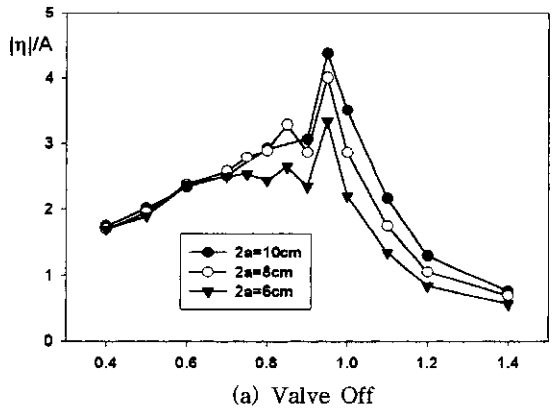


(b)  $2a=8\text{cm}$

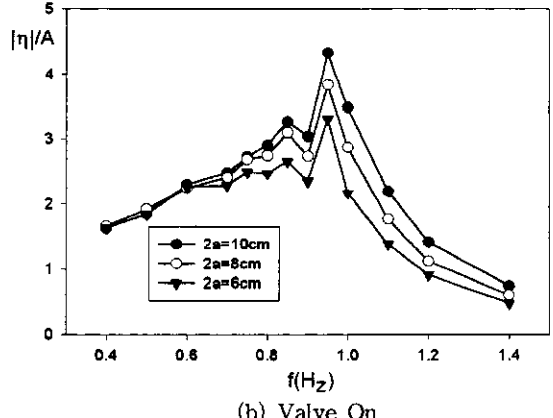
Fig. 7. Amplification factor at  $r_1 = R/2$ ,  $\theta_1 = \pi/2$  of a semi-circle resonator of  $R = 18.8$  cm,  $2b = 1$  cm,  $2s = 60$  cm : solid line : theory, ● : experiment.

이다. 수심은 60 cm로 고정시켰고, 도수로를 닫은 상태이다. 파고계의 위치는  $r_1 = R/2$ ,  $\theta_1 = \pi/2$ 이다. 해석하는 실험결과를 정성적으로 잘 따라가고 있음을 볼 수 있다. 입구의 폭 변화에 따른 증폭비를 서로 비교하면, 해석하는 입구의 폭이 줄어들면 공진점에서의 증폭비가 증가하는 항만모순 현상이 나타나지만, 실험결과는 공진점에서의 증폭비는 그다지 큰 변화가 없으며 공진주파수가 저주파수 영역으로 약간 이동하는 경향을 보여준다. 이는 해석해에서는 무시한 벽면에서의 마찰이나 입구에서의 박리에 의한 에너지 손실 효과가 실험결과에는 나타났기 때문이다.

Fig. 8은 도수로를 닫았을 때와 열었을 때의 증폭비의 실험결과를 입구의 폭을 바꿔가면서 비교하였다. 입구의 길이는 1 cm로 고정시켰다. 입구의 폭이 줄어들수록 공진점 주위에서의 증폭비는 줄어드는 것을 볼 수 있다. 이는 앞에서 언급하였듯이 해석해에서 나타나는 항만모순 현상이 실험결과에서는 사라짐을 의미한다. 도



(a) Valve Off



(b) Valve On

Fig. 8. Amplification factor at  $r_1 = R$ ,  $\theta_1 = \pi/2$  ( $R = 18.8$  cm,  $2b = 1$  cm).

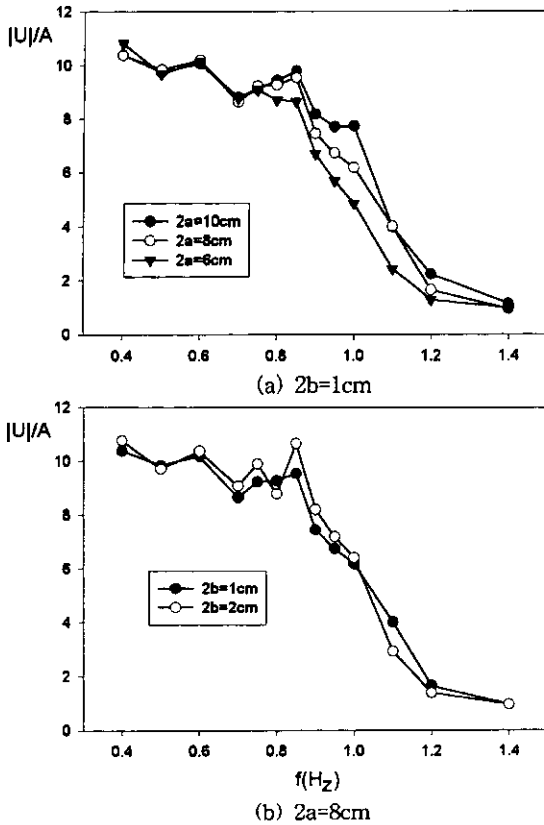


Fig. 9. Flow velocity at channel ( $R = 18.8$  cm).

수로를 닫은 상태와 연 상태를 비교하면, 도수로의 개폐가 증폭비에는 큰 영향을 주지 않음을 볼 수 있다.

Fig. 9는 도수로에 설치한 전자 유속계로부터 측정된 유속의 진폭을 입사파의 진폭으로 무차원한 값을 보여주고 있다. 주파수에 따른 유속의 변화는 증폭비의 특성과 밀접한 관련이 있으리라 예상하였지만, 실험결과는 그렇지 못하였다. 공명구조물내의 수면이 상승하면 항내로 유량이 공급되고, 수면이 내려가면 반대방향으로 역류하는 흐름이 생긴다. 즉, 도수로내의 유속은 양방향으로 왕복운동을 한다. 따라서 유속의 방향이 바뀌는 시점에서는 반대 방향의 유속을 이기면서 도수로 안에 흐름이 형성된다. 주기가 긴 영역에서는 유량이 항내로 빠져나가는 시간이 충분하므로 큰 문제가 안되지만, 주기가 너무 짧으면 유량이 충분히 빠져나가지 못한 상태에서 흐름의 방향이 바뀌므로 기대보다 유속이 감소된다. 이를 보완하기 위해서는 도수로에 일방향 밸브(one-way valve)를 설치하여 흐름이 한 방향으로 유도하거나, 도수로를 경사지게 설치하여 역류하는 흐름을 줄여

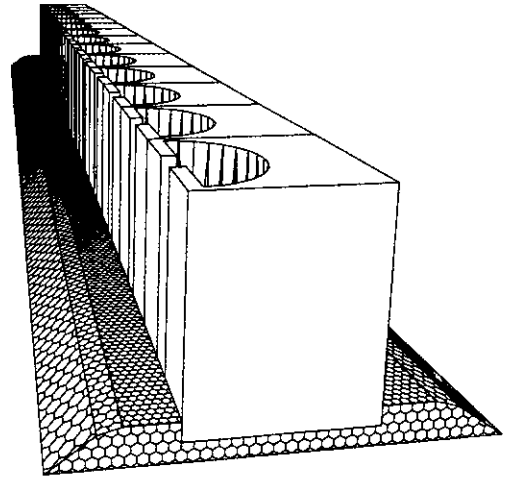


Fig. 10. Conceptual design of array of seawater-exchanging breakwater.

야 한다.

이무리 우수한 해수교환 방파제라도 시설물이 너무 커서 경제성이 없거나 시설물이 너무 작아 구조적으로 취약하다면 설치가 불가능하다. 따라서 실제 해역에서 빈번히 발생하는 주기 7초의 파에 대하여 공명구조물내에서 헤름홀츠 공진현상이 발생하도록 공명구조물의 형상을 설계하였다. 설계결과, 공명구조물의 반지름은 6 m, 입구의 폭은 60 cm, 입구의 길이는 24 cm로 구조적으로 안정된 치수를 주었다. 이 치수를 바탕으로 해수교환형 방파제의 개념도를 Fig. 10에 제시하였다.

### 5. 결 론

이상의 계산과 실험결과를 토대로 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다.

- 1) 정합점근전개법을 사용한 근사해는 경계요소법을 사용한 수치해와 서로 잘 일치하며, 입구의 폭이 좁을수록 공진점의 위치가 저주파수 영역으로 이동하며, 공진점에서의 증폭비가 커짐과 동시에 공진폭이 줄어드는 현상이 나타났다. 또한 입구의 길이와 폭의 비( $b/a$ )가 커지면, 공진점에서의 증폭비가 증가하는 것을 확인하였다.
- 2) 해석해는 모형실험 결과를 전 주파수에 걸쳐 정성적으로 잘 따라 가고 있음을 볼 수 있었다. 그러나 해석해에서 나타난 항만모순 현상이 실험결과에서는 사라짐을 확인하였다. 이는 해석해에서 무시되었던 마찰이나 입구에서의 박리에 의한 에너지 손실에 기인된다.

3) 본 해수교환 방파제의 특징은 공진현상으로 공명 구조물내의 파를 증폭시켜 증폭된 위치에너지를 외해의 해수를 항만내로 공급하는 것이다. 따라서 증폭비가 클 수록 해수교환량은 증가한다. 그러나 입구에서의 박리현상은 증폭비를 감소시키므로 가능한 한 박리가 발생하지 않도록 공명구조물의 입구의 형상을 설계하는 것이 필요하다.

4) 공명구조물내의 파가 일정한 주파수를 갖고 상하운동을 할 때, 도수로를 통과하는 유량도 같은 주파수를 갖고 왕복운동을 한다. 따라서 주기가 짧은 파에 대해서는 도수로 끝 주위의 해수만 교환이 이뤄져 해수교환량이 많지 않았다. 이를 해결하기 위하여 외해에서 항내쪽으로 유량을 공급할 수 있도록, 도수로 끝단에 일방향 밸브를 설치 할 필요가 있다.

### 감사의 글

본 연구는 2000년에 한국건설기술연구원이 지원하여 수행한 “친수성 항만공간 확보를 위한 해수교환형 방파제 설계기술 개발” 사업의 결과중 일부를 발췌하여 수록한 것임을 밝히며 연구비의 지원에 심심한 감사를 표합니다.

### 참고문헌

- 조일형, 1991. 항만내 파도응답과 계류선박의 운동해석, 서울대학교 박사학위논문.
- Brebbia, C.A. and Dominguez, J., 1989. *Boundary Elements An Introductory Course*, McGraw-Hill.
- Lee, D.S., Park, W.S. and Kobayashi, N., 1994. Circular channel breakwater to reduce wave overtopping and allow water exchange, *Proc. 24th Coastal Eng. Conf., ASCE*, pp. 1373-1387.
- Mei, C.C., 1983. *The Applied Dynamics of Ocean Surface Waves*, John Wiley and Sons.
- Mei, C.C. and Üntüata, Ü., 1978. Resonant scattering by a harbor with two coupled basin, *J. Eng. Math.*, **10**, 333-353.
- Miles, J. and Munk, W., 1961. Harbor paradox, *J. Waterways Harbors and Coastal Eng. ASCE*, **87**, pp. 111-130.
- Monkewitz, P.A. and Nguyen-Vo, N.-M., 1985. The response of Helmholtz resonators to external excitation Part 1. single resonators, *J. Fluid of Mech.*, **151**, 477-497.
- Monkewitz, P.A., 1985. The response of Helmholtz resonators to external excitation Part 2. arrays of slit resonators, *J. Fluid of Mech.*, **156**, 151-166.
- Üntüata, Ü. and Mei, C.C., 1975. Effects of entrance loss on harbor oscillations, *J. Waterways Harbors and Coastal Eng. ASCE*, **101**, 161-180.