

헬리컬기어 냉간압출금형의 파손해석

권혁홍*

Failure Analysis of Cold Extrusion Die for the Helical Gear

Hyuk-Hong Kwon*

Abstract

This paper suggests to predict the failure of helical gear extrusion die. The basic assumption that constitutes the framework for any combined stress failure theory is that failure is predicted to occur when the maximum value of stress becomes equal to or exceeds the value of the same modulus that produces failure in a simple uniaxial stress test using the same material. The stresses which were calculated to each critical points are applied maximum normal stress theory and distortion energy theory. The theoretical analysis and experimental results for Samanta process and New process dies were compared.

Key Words : Failure Analysis(파손해석), Cold Extrusion Die(냉간압출 금형), 최대수직응력이론(maximum normal stress theory), 비틀림에너지이론(distorsion energy theory)

1. 서론

소성가공에 의한 기어 성형법으로는 냉간압출, 정밀단조, 온간단조 및 분말야금법 등을 들 수 있으며, 이러한 가공법에는 후속되는 마무리 기계가공이 최소로 되게 하는 기어를 성형하기 위하여 금형기술 등의 많은 연구가 필요하다. 특히 최소의 마무리 가공을 요구하는 스피어기어와 헬리컬기어의 성형에는 냉간가공에 의한 압출이 많은 관심을 끌게 되었다.¹⁾ 냉간가공은 재결정온도 이하에서 칩을 발생시키지 않고 금속의 모양을 유용한 형상으로 변형시키는 가공법으로서 냉간가공에 사용되는 금형은 대단

히 큰 응력하의 가혹한 작업 조건에서 사용되므로 형파손이 많으며, 이에 따른 금형수명의 저하는 금형가격을 상승시켜 제품가격의 상승원인이 된다. 그리고 냉간가공으로 생산되는 제품의 정밀도는 금형의 정밀도에 의해 결정되며, 제작되는 기어의 정밀도 또한 금형의 정밀도에 전적으로 의존하게 된다. 따라서, 금형의 수명과 냉간가공된 기어가 요구하는 수준의 정밀도를 얻기 위해서는 컴퓨터에 의한 금형설계·제작(CAD/CAM)^{2,3)}이 필수적이다. 여기에 금형의 파손을 고려한 신뢰도 높은 금형설계가 기술적, 경제적 성공을 위해서는 아주 중요하다.

본 연구에서는 헬리컬기어 냉간압출금형을 이상화하여

* 대전대학교 기계설계공학과
(hkwon@road.daejin.ac.kr)

그것을 다축상태에서 조합응력을 받는 하나의 보(beam)로서 가정하고 이 형상에서 선정된 각 임계점들의 응력을 계산한다. 이를 Rankine의 최대수직응력이론과 Huber-Von Mises-Hencky의 비틀림에너지이론에 적용하여 금형의 파손을 예측하고자 한다. 따라서, 본 논문의 연구 내용은 금형형상이 기하학적으로 복잡하여 많은 변수들이 사용된다. 그 변수들의 계산시간이 많이 소모되므로 실제모양을 이상화시킨 모델을 다축응력상태에서 조합응력을 받는 보로 가정하였고 이의 응력들을 계산하여 파손이론에 적용하였다. 위의 이론해석결과를 분석하여 최적의 헬리컬기어 냉간압출금형을 개발하고자 한다.

2. 이론 해석

2.1 기본 가정과 모델링

다축응력상태에서 조합응력이 작용하는 금형의 파손(failure)에 대해 다음과 같은 기본적인 가정을 한다. "다축응력상태에서 조합응력을 받는 재료는 선정된 기계적인 계수(mechanical modulus)의 최대치와 동일한 재료로 단축응력시험(uniaxial stress test)을 하였을 때, 파손을 일으키는 계수값과 같거나 클 때 파손이 예측된다."⁽⁶⁾

그러므로, 금형의 기계적인 계수들을 얻기 위해 형상을 모델링하여 계산하여야 한다. 하지만, 이러한 계산도 냉간압출용 헬리컬기어의 금형과 같이 복잡한 형상일 경우 아주 복잡하고, 컴퓨터를 사용하더라도 많은 변수들과 많은 시간이 소모될 것이다. 따라서, 다음과 같은 가정들이 필요하다.

- (1) 단위벡터들과 면적을 간단히 구하기 위해서 해석하고자 하는 모든 면들은 평면이다.
- (2) 모멘트의 계산을 쉽게 하기 위해서는 수직하중들이 한 점에 집중된다.
- (3) 헬리컬 금형에서 반경방향으로의 재료운동은 무시한다.
- (4) 재료는 아래로 움직이고 금형의 치형 즉, 기어의 나선각을 따라 곡선운동을 한다.

본 논문에서는 직각좌표를 사용하여 헬리컬기어 압출금형 치형에 의해 원형에서 헬리컬 형상으로 비틀림 압출하는 사만타 공정의 금형과 내부에 서로 다른 나선각의 치형을 지닌 압출다이에서 먼저 평기어로 성형된 후 압출이 진행됨에 따라 헬리컬기어로 성형되는 새로운 공정의 금형을 대상으로 해석하였다. Fig. 1(a), (b)는 헬리컬기어 압

출금형의 치형을 그 모양에 따라 하나의 간단화된 모델로 이상화시켜 해석을 위해 사용된 매개변수들을 나타낸 것이고, Fig. 2(a), (b)는 치형 각 면에 작용하는 모든 하중들과 이들 하중에 의한 모멘트들을 정의하고 있다. 여기서, L은 치형의 왼쪽면이고, R은 오른쪽면, F는 앞면, T는 뒷면 그리고 E는 입구부분을 나타내며, 면적 L, R 그리고 F를 치형 전체로 확장하지 않은 이유는 일반적으로 금형의 치형은 압출공정 도중에 하중과 마모를 감소시키기 위해 바닥부에 여유를 주기 때문이다.

2.2 각 면의 단위벡터들과 면적들의 유도

2.2.1 사만타 공정의 금형

(1) 치형의 왼쪽면

Fig. 1(a)에서 금형치형의 왼쪽면은 두개의 직사각형과 두개의 삼각형으로 구성된다. 따라서, 이 면적에 대한 표현식은 이들 네개의 다각형의 합으로 표현된다.

$$A_l = \frac{l_l l_d + \frac{1}{2} l_c^2 \cos \delta \sin \delta + \frac{1}{2} l_c^2 \cos \gamma \sin \gamma}{\cos \theta} + \frac{l_c l_t \sin \gamma \cos \delta}{\cos \theta} \quad (1)$$

$$\text{여기서, } \tan \theta = \frac{Y_t}{X_t} \quad (2)$$

$$X_t (= l_d) = a + b \quad (3)$$

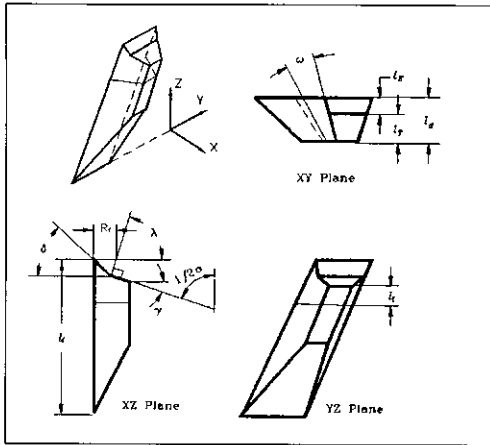
$$Y_t = \frac{1}{2} \cdot \left\{ \frac{\pi \cdot d}{N} - t_t - P_b + t_b \right\} \quad (4)$$

$$l_E = R_f \cdot \left\{ \sin \frac{a}{4} + \cos \frac{a}{4} \cdot \tan \left(\lambda - \frac{a}{4} \right) \right\} \quad (5)$$

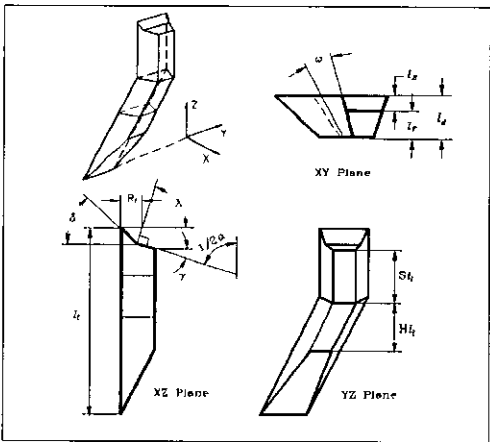
$$l_T = \frac{(l_d - l_E \cdot \cos \delta)}{\cos \gamma} \quad (6)$$

$$\gamma = \frac{(\pi - a)}{2} \quad (7)$$

모든 표면들에 대한 단위법선벡터들은 해석하고자 하는 평면내에서 평행하지 않는 두 벡터로서 결정된다. 즉, 평면내의 평행하지 않는 두 벡터의 외적(cross product)으로 구할 수 있다. 왼쪽 평면내에서 한 벡터는 YZ평면내에 있고 기어의 나선각과 동일한 크기의 각도로 Z축을 따라 존재하며, 또 다른 벡터는 금형의 잇뿌리로부터 시작하여 선단에 이르는 XY 평면에서 쉽게 정의된다. 따라서, 단위법



(a) Samanta process



(b) New process

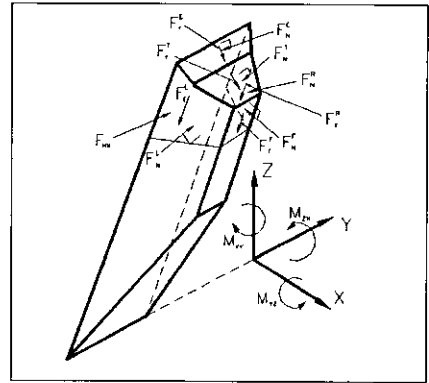
Fig. 1 Simplified model of gear extrusion die tooth and nomenclature used in stress analysis

선벡터는 식(10)과 같이 YZ평면내의 벡터 \vec{r}_{yz} 와 XY평면내의 벡터 \vec{r}_{xy} 에 의해 다음과 같이 표시된다.

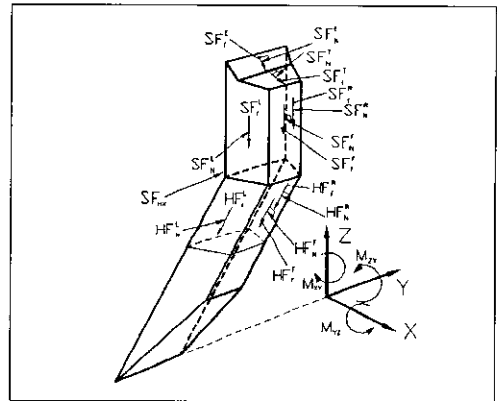
$$\vec{r}_{yz} = 0 \cdot \vec{i} + \sin \beta \cdot \vec{j} + \cos \beta \cdot \vec{k} \quad (8)$$

$$\vec{r}_{xy} = X_i \cdot \vec{i} + Y_j \cdot \vec{j} \quad (9)$$

$$\vec{U}_N^L = \frac{\vec{r}_{yz} \times \vec{r}_{xy}}{|\vec{r}_{yz} \times \vec{r}_{xy}|} \quad (10)$$



(a) Samanta process



(b) New process

Fig. 2 Free body diagram of a gear die tooth

소재의 바깥면 즉, 금형치형 왼쪽면의 정상 모서리에서는 X성분의 마찰은 최소치가 된다. X성분의 크기는 나선각에 따라서 증가 하지만 이 값은 Y와 Z성분에 비해서 아주 작으므로 여기서는 무시한다. 단위마찰벡터는 YZ평면과 평행을 이룬다. 따라서 다음 식과 같다.

$$\vec{U}_N^L = 0 \cdot \vec{i} - \sin \beta \cdot \vec{j} + \cos \beta \cdot \vec{k} \quad (11)$$

(2) 치형의 오른쪽면

금형치형의 오른쪽면에 대한 면적과 단위마찰벡터의 표현식들은 왼쪽면과 동일하지만, 단위법선벡터는 새로운 두 개의 벡터로서 다시 정의된다. YZ평면내에서의 \vec{r}_{yz} 는 왼쪽면의 벡터와 동일하고, XY평면내에서의 \vec{r}_{xy} 벡터는

왼쪽면 표현식 중 j 성분의 부호를 음으로 바꾸면 된다. 따라서, 오른쪽면의 단위법선벡터는 다음과 같다.

$$\vec{r}_{xy} = X_T \cdot \vec{i} - Y_T \cdot \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} \quad (12)$$

$$\vec{U}_N^R = \frac{\vec{r}_{xy} \times \vec{r}_{yz}}{|\vec{r}_{xy} \times \vec{r}_{yz}|} \quad (13)$$

(3) 치형의 앞면

금형치형의 앞면은 평행사변형이다. 그러므로, 그 면적은 다음과 같이 표현된다.

$$A_F = l_i(P_b - t_b) \cdot \cos\beta \quad (14)$$

단위법선벡터는 음의 X 방향이고, 단위마찰벡터는 왼쪽과 오른쪽면들에 대한 표현식들과 동일하다. 따라서, 다음식과 같다.

$$\vec{U}_N^F = -1 \cdot \vec{i} + 0 \cdot \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} \quad (15)$$

$$\vec{U}_f^F = 0 \cdot \vec{i} - \sin\beta \cdot \vec{j} - \cos\beta \cdot \vec{k} \quad (16)$$

(4) 치형의 정상면

Fig. 1(a)와 같이 금형의 치 정상면은 XY 평면에서 $\frac{\alpha}{2}$ 각도로써 이뤄진 사다리꼴이다. 그러므로, 이 면적은 다음과 같다.

$$A_T = l_T \cdot (l_T \cdot \tan\theta + P_b - t_b) \quad (17)$$

이 표면에 대한 단위법선벡터는 Fig. 1(a)로부터 쉽게 구할 수 있다.

$$\vec{U}_N^T = -\sin\gamma \cdot \vec{i} + 0 \cdot \vec{j} - \cos\gamma \cdot \vec{k} \quad (18)$$

이 표면에 대한 단위마찰벡터는 다소 정의하기가 어렵다. 가정한 바와 같이, 재료의 원운동은 전체적으로 음의 Y 방향이다. 이것은 잇수가 많은 기어에 대해서는 더욱 정확히 나타난다. 음의 Y 방향으로의 재료 이동량은 헬리컬의 리드 L 과 XZ 평면에서 금형치형의 수평과 정상면이 이루는 각 r 로서 계산할 수 있다. 즉, 소재의 단위이동거리인 ΔX_T , ΔY_T 는 음의 Z 방향에서의 재료 이동거리 ΔZ_T 에 의해서 각각 X 와 Y 방향으로 움직인다. 이들 값들은 다음과

같이 표현된다.

$$\Delta X_T = l_T \cdot \cos\gamma \quad (19)$$

$$\Delta Y_T = l_T \cdot \sin\gamma \cdot \tan\beta \quad (20)$$

$$\Delta Z_T = l_T \cdot \sin\gamma \quad (21)$$

단위마찰벡터는 다음과 같다.

$$\vec{U}_f^T = \frac{\vec{r}_f^T}{|r_f^T|} \quad (22)$$

여기서,

$$\vec{r}_f^T = \Delta X_T \cdot \vec{i} - \Delta Y_T \cdot \vec{j} - \Delta Z_T \cdot \vec{k} \quad (23)$$

(5) 금형의 입구부

금형의 입구부 면적과 단위벡터들은 금형치형의 정상부 면적과 단위벡터들의 표현식과 유사하다. 그러므로, 면적은 식(24)와 같이 표현되며, 단위법선벡터는 식(18)을 사용하여 XZ 평면에서 금형치형의 수평과 정상면 사이의 각도 γ 대신 XZ 평면에서 수평과 금형 입구부 사이의 각도 δ 를 대입함으로써 구할 수 있다. 또, 단위마찰벡터는 식(19)~(23)을 사용하고 γ 대신 δ , XZ 평면에서 정상면의 길이 l_T 대신 입구부의 길이 l_E 를 대입함으로써 구할 수 있다.

$$A_E = l_E(l_E \cdot \tan\theta + 2l_T \tan\theta + P_b - t_b) \quad (24)$$

(6) 소재와 편치, 맨드릴, 그리고 금형과의 마찰

헬리컬기어가 압출될 때, 소재는 밀리면서 금형을 따라 회전된다. 소재는 기계적으로 회전되지 않고 금형치형의 곡률을 따라 움직이게 된다. 그러므로, 금형치형들은 소재의 회전으로부터 발생하는 소재와 편치면, 맨드릴측면 그리고 금형측면들 사이의 마찰력을 극복할 수 있어야만 한다. 이 마찰력은 헬리컬기어용 압출금형에서 부가적으로 작용하는 하중들이다. 본 논문에서는 이들 마찰력이 음의 Y 방향으로 작용하고 모든 금형치형들에 대해서 동등하게 작용한다고 가정한다.

2.2.2 새로운 공정의 금형

사만타공정에서와 같이 헬리컬 부분만으로 기어를 성형할 때에는 금형치형은 큰 전단력을 받게 된다. 그러므로,

이 공정에서 금형치형의 모양을 사만타공정에서와 달리 스피어 부분과 헬리컬 부분을 공유하는 형태로 하여 금형 입구부의 큰 전단력을 견디어 낼 수 있도록 하였다.

따라서, 이 해석은 Fig. 1(b)처럼 금형의 치형모양을 스피어 부분과 헬리컬 부분으로 연결시킨 간단화된 자유물체도를 이용하고자 한다.

(1) 치형의 왼쪽면

Fig. 1(b)에서 금형치형의 왼쪽면은 평기어부와 헬리컬기어부로 나눌 수가 있다. 따라서, 헬리컬기어부는 전절과 같은 단위벡터들로서 표현되며, 평기어부의 면적과 헬리컬기어부의 면적은 다음과 같이 된다.

$$SA_L = A_L \tag{25}$$

$$HA_L = \frac{(Hl_1 \cdot l_d)}{\cos\theta} \tag{26}$$

또, 단위법선벡터는 헬리컬기어부와 같이 평면내에서 평행하지 않는 두 벡터의 외적에 의해 결정된다. YZ평면내의 벡터 \vec{Sr}_{yz} 와 XY평면내의 벡터 \vec{Sr}_{xy} 는 다음과 같이 된다.

$$\vec{Sr}_{yz} = 0 \cdot \vec{i} + 0 \cdot \vec{j} + 1 \cdot \vec{k} \tag{27}$$

$$\vec{Sr}_{xy} = X_1 \cdot \vec{i} + Y_1 \cdot \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} \tag{28}$$

$$\vec{SU}_N^L = \frac{\vec{Sr}_{yz} \times \vec{Sr}_{xy}}{|\vec{Sr}_{yz} \times \vec{Sr}_{xy}|} \tag{29}$$

$$\vec{Hr}_{yz} = 0 \cdot \vec{i} + \sin\beta \cdot \vec{j} + \cos\beta \cdot \vec{k} \tag{30}$$

$$\vec{Hr}_{xy} = X_1 \cdot \vec{i} + Y_1 \cdot \vec{j} \tag{31}$$

$$\vec{HU}_N^L = \frac{\vec{Hr}_{yz} \times \vec{Hr}_{xy}}{|\vec{Hr}_{yz} \times \vec{Hr}_{xy}|} \tag{32}$$

단위마찰벡터도 다음과 같이 된다.

$$\vec{SU}_N^L = 0 \cdot \vec{i} + 0 \cdot \vec{j} - 1 \cdot \vec{k} \tag{33}$$

$$\vec{HU}_N^L = 0 \cdot \vec{i} + \sin\beta \cdot \vec{j} - \cos\beta \cdot \vec{k} \tag{34}$$

(2) 치형의 오른쪽면

금형치형의 오른쪽면에 대한 면적과 단위마찰벡터의 표현식들은 왼쪽면과 동일하지만, 단위법선벡터는 새로운 두 개의 벡터로서 다시 정의된다. YZ평면내에서의 \vec{Sr}_{yz} 벡터는 왼쪽면의 벡터와 동일하고, XY평면내에서의 \vec{Sr}_{xy} 벡터는 왼쪽면 표현식 중 \vec{j} 성분의 부호를 음으로 바꾸면 된다. 따라서, 오른쪽면의 단위법선벡터는 다음과 같다.

$$\vec{Sr}_{xy} = X_1 \cdot \vec{i} - Y_1 \cdot \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} \tag{35}$$

$$\vec{SU}_N^R = \frac{\vec{Sr}_{xy} \times \vec{Sr}_{yz}}{|\vec{Sr}_{xy} \times \vec{Sr}_{yz}|} \tag{36}$$

$$\vec{HU}_N^R = \frac{\vec{Hr}_{xy} \times \vec{Hr}_{yz}}{|\vec{Hr}_{xy} \times \vec{Hr}_{yz}|} \tag{37}$$

(3) 치형의 앞면

금형치형의 앞면은 직사각형의 평기어부와 평행사변형의 헬리컬기어부로 된다. 면적은 다음과 같다.

$$SA_F = l_1 \cdot (P_b - t_b) \tag{38}$$

$$HA_F = A_F \tag{39}$$

단위법선벡터는 모두 음의 X방향이고, 단위 마찰벡터는 왼쪽과 오른쪽면들의 표현식과 동일하다.

$$\vec{SU}_N^F = -1 \cdot \vec{i} + 0 \cdot \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} \tag{40}$$

$$\vec{SU}_f^F = 0 \cdot \vec{i} + 0 \cdot \vec{j} - 1 \cdot \vec{k} \tag{41}$$

$$\vec{HU}_N^F = -1 \cdot \vec{i} + 0 \cdot \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} \tag{42}$$

$$\vec{HU}_f^F = 0 \cdot \vec{i} - \sin\beta \cdot \vec{j} - \cos\beta \cdot \vec{k} \tag{43}$$

(4) 치형의 정상면, 입구부

이 부분의 면적, 단위법선벡터 등은 모두 사만타 공정의 경우와 같은 식이 되지만, 단위마찰벡터는 재료의 원운동이 없으므로 Y방향으로의 운동도 없다. 그러므로, 식(23)에서 ΔY 의 항에 0을 대입하면 된다.

2.3 하중 표현식들의 유도

금형치형상의 하중들을 구하기 위해 각 면에 작용하는 면적과 단위벡터들은 앞에서 구하였다. 법선하중들은 그 면들의 면적과 금형상에 작용하는 최대압력으로서 구할

수 있다. 마찰계수는 금형, 재료 그리고 사용된 윤활제의 함수로서 나타낸다.

2.3.1 왼쪽, 오른쪽, 그리고 전면 금형치형 면들에 대한 하중식들

이들 면들은 변형영역에 있기 때문에, 이들 영역에서의 압력은 금형의 최대반경압력과 동일하다고 가정한다. 그러므로, 이들 면들의 법선하중들은 다음과 같다.

$$F_N(i) = P_r \cdot A(i) \cdot \vec{U}_N(i) \quad (44)$$

여기서,

$F_N(i)$: 표면 i 상에 작용하는 법선하중

P_r : 금형상에 작용하는 최대반경압력

$A(i)$: 표면 i 의 면적

$\vec{U}_N(i)$: 표면 i 에 대한 단위법선벡터

또, 이들 면들의 마찰력들은 다음과 같다.

$$F_r(i) = f \cdot P_r \cdot A(i) \cdot \vec{U}_f(i) \quad (45)$$

여기서,

$F_r(i)$: 표면 i 상에 작용하는 마찰력

f : 마찰계수

$\vec{U}_f(i)$: 표면 i 에 대한 단위마찰벡터

2.3.2 금형치형의 정상면과 입구부위에 대한 힘 표현식들

이들 면들은 변형영역내에 있지는 않지만 소재 재료가 막 변형하기 시작하는 영역내에 있기 때문에, 이들 표면들에 작용하는 압력은 힘의 평형방정식으로부터 구할 수 있으며, 이 압력을 식 (44), (45)에 대입하여 하중들을 계산하였다.

$$HP = \frac{(F_p - F_{Df})}{A} \quad (46)$$

여기서,

HP : 정상면과 입구부의 압력

F_p : 편치하중

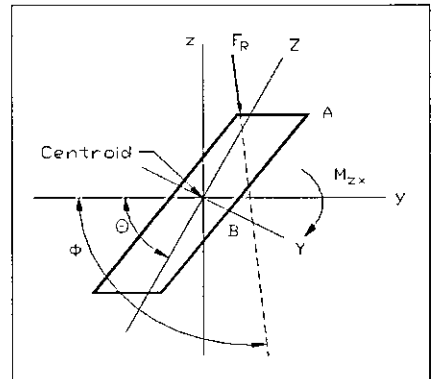
F_{Df} : 금형의 변형내의 마찰력

A : 금형치형의 면적

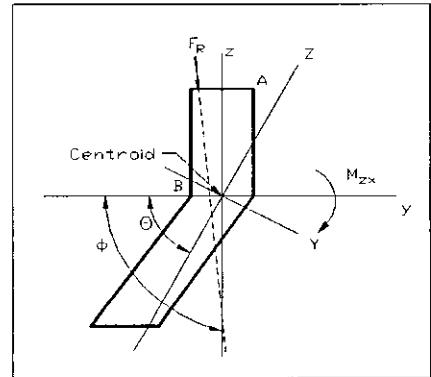
2.4 입계점 검증 및 합성 응력 상태

2.4.1 입계점 검증

어떠한 파손이론을 적용함에 있어서 입계점들은 3차원 응력상태에서 계산된 응력값들을 고려하여 가정한다. 이와 같은 입계점들은 금형치형을 YZ평면으로 나타내었을 때 확인할 수 있다. Fig. 3(a), (b)에 나타난 대로, 이 단면들은 각각 평행사변형과 직사각형에 평행사변형이 연결된 모양이다. 본 논문에서는 합성하중벡터와 중심축을 일반적인 경우에 대해 나타내었다



(a) Samanta process



(b) New process

Fig. 3 Unsymmetrical bending of a gear die tooth in the YZ plane (Y and Z are principal axes)

이들의 정확한 각도는 금형형상과 응력해석을 기준으로 해서 변할 것이지만, 본 논문에서는 일반적으로 금형치형

이 굽히거나 비틀기 쉬운 합력과 모멘트를 받는 형상으로 가정하였다.

Fig. 3(a)에서 최대인장력은 중심축으로부터 가장 멀리 떨어진 위치인 A점에서 발생되지만, 임계점 B의 위치는 결정하기가 매우 어렵다. 순수회전을 받는 직사각형 단면에서는 최대전단응력이 가장 긴 단면의 중간점에서 발생된다.⁽⁶⁾ 하지만, 모델 단면은 순수회전내에서 하중을 받는 것이 아니고 직사각형도 아니기 때문에, 횡단면의 전단력과 최대횡단전단응력을 결정하는 것은 상당히 어렵다.

본 논문에서는 임계점 B의 위치를 단면의 중립축과 장축의 교점으로 가정하였다.

Fig. 3(b)에서도 최대인장력은 중심축으로부터 가장 멀리 떨어진 위치인 A점에서 발생된다. 임계점 B의 위치는 전단응력이 최대가 되는 곳으로 평기어부와 헬리컬기어부가 만나는 지점이 될 것이다.

2.4.2 합력과 모멘트

각 면에 작용하는 힘들의 벡터합은 Fig. 3(a), (b)에 나타낸대로 합력 F_R 과 합성 모멘트 M_R 로 된다. 작용력의 위치는 치형의 앞면과 뒷면사이의 중간 (X방향), 치 중심선상 (Y방향), 치형 앞면의 정상과 바닥 사이의 중간(Z방향)으로 가정하였다.

2.4.3 굽힘의 중립축 결정

일반적으로 금형치형은 비대칭굽힘을 받고 있다. 비대칭굽힘에 대한 중립축의 각도는 다음의 식에서 구할 수 있다.⁽⁷⁾

$$\tan(a) = \frac{I_{YZ} - I_Y \cdot \cot(\Phi)}{I_Z - I_Y \cdot \cot(\Phi)} \quad (47)$$

$$\cot(\Phi) = \frac{M_{XY}}{M_{ZY}} \quad (48)$$

2.5 임계점들에 대한 파손이론들의 적용

파손해석에 적용되는 이론들은 복합된 파손이론들로 표현된다. 각 이론들은 재료형태에 따라서 그 적용되는 경우가 달라진다. 본 논문에서는 두 가지 이론에 적용하였다. 그것은 Rankine의 최대수직응력이론과 Huber-Von Mises-Hencky의 비틀림에너지이론이다.

최대수직응력이론은 게이지길이(gage length) 2 인치 이내에서 연신율(ductility) 5% 보다 적은 연성을 가지는 등방성 재료에 사용되고, 비틀림에너지 이론은 게이지길이

2인치내에서 5% 또는 그 이상의 연성을 가지는 등방성 재료에 대해 사용된다.

파손이론을 적용하기 위해 각 임계점에서의 주응력들을 계산하여야 한다. 주응력 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 는 3축응력상태에서 나타나는 응력의 3차 방정식을 계산함으로써 결정된다.

2.5.1 최대수직응력이론

최대수직응력이론은 다음의 식들과 같이 표현되며, 이 식들 중 어느 하나라도 만족하게 되면 파손이 일어난다.

$$\begin{aligned} \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 &\geq \sigma_f \\ \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3 &\geq \sigma_c \end{aligned} \quad (49)$$

여기서, σ_f 는 인장에서 단축 파손강도이고, σ_c 는 압축에서 단축 파손강도이다.

2.5.2 비틀림에너지이론

비틀림에너지이론의 표현식은 다음과 같다. 그리고, 이를 만족하면 파손이 일어난다.

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \geq +(\sigma_f^2) \quad (50)$$

여기서, σ_f :는 단축 파손강도이다.

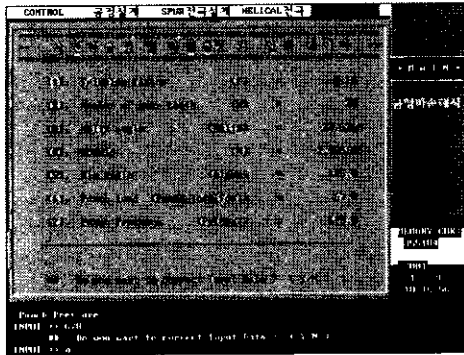
3. 결과 및 고찰

본 논문에서는 헬리컬기어 냉간압출금형의 파손을 이론적으로 해석하기 위해 실제 인벌류우트 곡선의 형상을 직선으로 가정한 이상화시킨 모델을 사용하였다. 이 자유물체도를 조합응력을 받는 보로서 가정하여 각 임계점에서의 응력들을 구하고, 이를 파손이론의 식들에 적용하여 파손을 예측하였다.

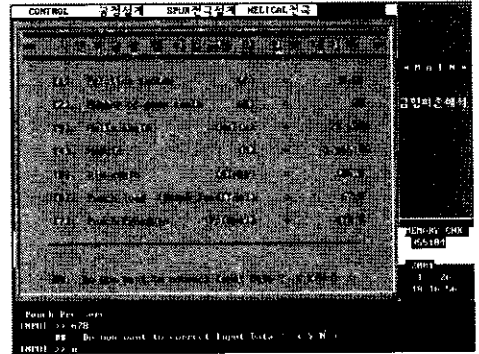
3.1 파손예측과 안전계수(safety factor)

Fig. 4과 Fig. 5는 사만타 공정의 금형과 새로운 공정의 금형들에 대한 이론적인 결과들이다.

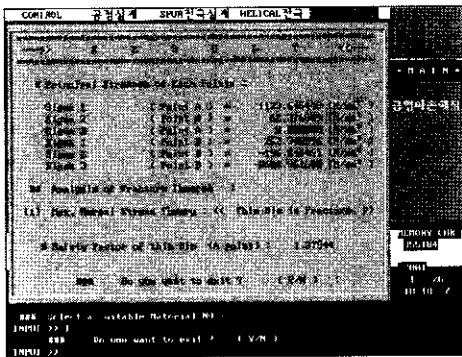
여기서, 최대수직응력이론에 의해 사만타 공정의 금형에서만 파손이 예측되었다. 또한, 금형의 안전도를 알아보기 위해 금형의 기준강도(열간금형공구강 STD61, Hrc 56인 경우의 항복강도 1550MPa)와 각 임계점에서 구한



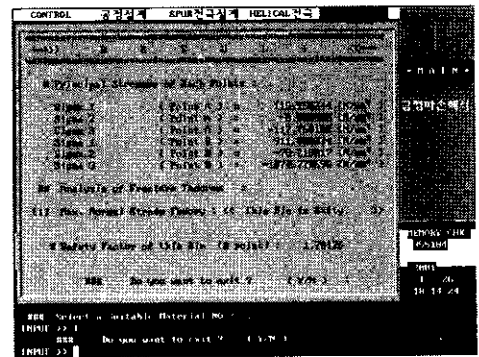
(a) input data



(a) input data



(b) output



(b) output

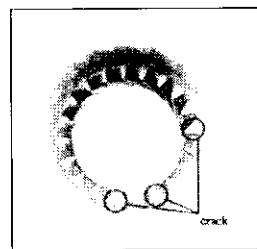
Fig. 4 Display of the program for Samanta process

Fig. 5 Display of the program for New process

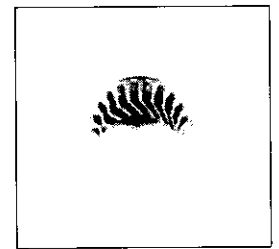
용력과의 비로서 금형의 안전계수(safety factor)를 산출하였다. 이 결과 사만타 공정의 금형은 안전계수가 1.37944이고, 새로운 공정의 금형은 안전계수가 1.70126로 나타났다. 그리고 비틀림에너지이론은 사만타공정인 경우는 0.9959이고, 신공정의 금형의 안전계수는 2.4622로서 최대수직응력이론과는 다소 차이가 발생함을 알 수 있다. 그러나 비틀림에너지이론에 대한 금형의 안전계수로서 두 공정의 각 임계점에서의 파손여부가 더욱 명확함을 알 수 있다. 이는 반복하중, 충격의 정도, 재료 강도의 불균일, 치수효과, 열처리 및 표면 다듬질 등의 영향을 고려할 때 사만타 공정의 금형은 안전계수가 낮아 위험하나 새로운 공정의 금형은 안전계수가 높아서 적당하다. 위의 결과는 Fig. 6의 실험결과에서 사만타공정 금형 다이입구 정상면의 세부부분에서 균열이 발생한 결과와 비교할 때 매우 만족스러운 결과이다.

모듈이 1.343291, 나선각(helix angle)이 23.626° 일

때, 마찰계수의 변화에 따라 사만타 공정의 금형과 새로운 공정의 금형들의 안전계수를 Fig. 7에 비교하였다. 두 유형의 금형 모두 마찰계수가 증가함에 따라 안전계수가 서서히 감소하며, 사만타공정의 금형이 새로운 공정의 금형



(a) Samanta process die



(b) New process die

Fig. 6 The photo of (a) crack on tooth face at die entrance of Samanta and (b) die dual structure shape of new process

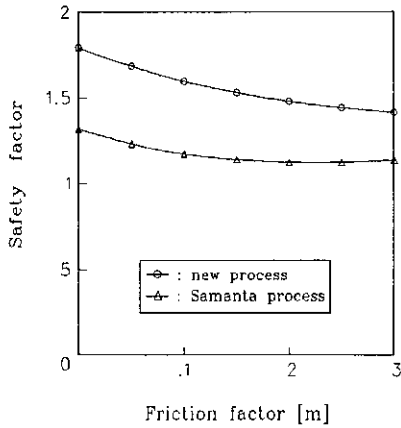


Fig. 7 Relationship between safety factor and friction factor for Samanta and new process

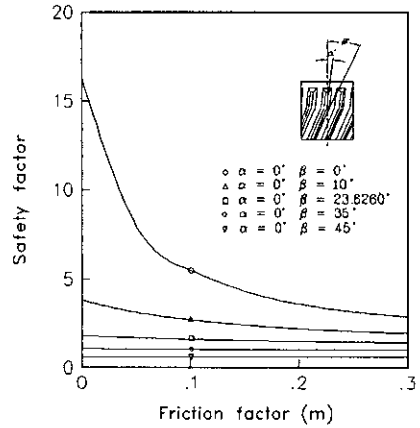


Fig. 9 Relationship between safety factor and friction factor for each helix angle at module, die angle

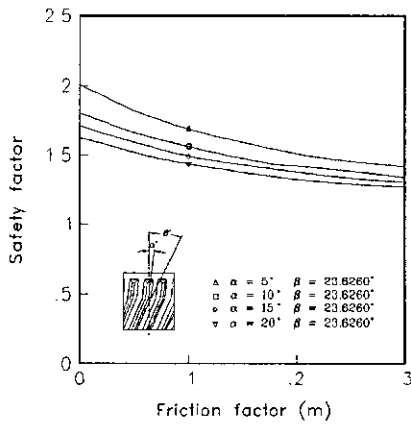


Fig. 8 Relationship between safety factor and friction factor for each helix angle at module and die angle

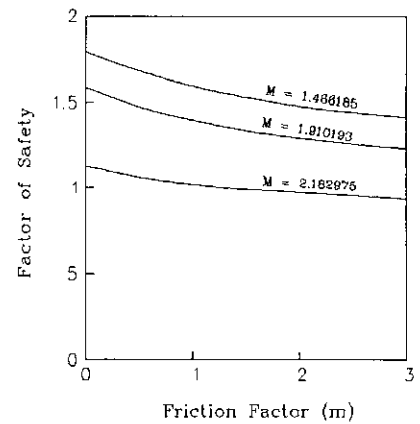


Fig. 10 Relationship between safety factor and friction factor for each module at new process

보다 상대적으로 낮은 안전계수로 계산되었다. 하지만, 새로운 공정의 금형도 안전계수가 비교적 낮은 값으로 나타났다. 이는 평기어부와 헬리컬기어부가 만나는 임계점 B에서의 전단응력이 상당히 크게 작용하기 때문이다.

Fig. 8은 모듈이 1.343291, 나선각이 23.626° 일 때, 새로운 공정의 금형에서 평기어부의 다이랜드를 0°~20° 사이의 각도에 따라 변화시키면서 각 마찰계수에 따른 안전계수를 계산한 결과이다. 이 결과 평기어부의 나선각이 증가함에 따라 0° 일 때 보다 안전계수가 높다. 이는 임계점 B에서의 전단응력이 각도가 증가함에 따라 서서히 줄어들기 때문이다.

Fig. 9는 평기어부는 0° 로서 그대로 두고 헬리컬기어부의 나선각을 0°~45° 까지 변화시켰을 때의 여러가지 마찰계수에 따른 안전계수치를 나타낸 결과이다. 나선각이 0° 일 때, 즉 금형이 스퍼기어일 때는 안전계수가 16.25로서 상당히 높게 나타났다. 이는 전단응력이 금형에 미치는 영향이 헬리컬기어일 때 보다 상대적으로 아주 작기 때문이다. 나선각의 각도를 계속 증가시키면 안전계수는 급격히 줄다가 35° 이상에서는 아주 낮아져 금형의 파손이 예상된다.

Fig. 10은 나선각 23.626° 에서 모듈 1.343291, 1.75, 2.0 일 때, 마찰계수의 변화에 따른 안전계수이다. 이 결과

모듈이 증가함에 따라 안전계수가 낮게 된다. 이는 모듈의 증가가 금형에 아주 큰 영향을 미친다는 것을 알게 되었다.

이상의 결과로 각 조건에 따른 금형의 안전성을 알 수 있었고, 사만타 공정의 금형보다 새로운 공정의 금형이 안전하다는 것을 알 수 있었다.

5. 결 론

본 논문에서는 헬리컬기어 압출금형의 파손을 실제모양을 이상화시킨 모델로 가정하여 이론적으로 해석하였다. 이상의 이론해석결과를 고찰하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 헬리컬기어 냉간압출금형의 파손을 예측하는 해석 방법을 제시하였다. 이 해석방법에 의한 결과는 실험결과와 잘 일치하였다.
- (2) 사만타 공정의 금형과 새로운 공정의 금형의 파손 해석 결과 새로운 공정의 금형이 사만타 공정의 금형보다 안전하였다.
- (3) 제시한 파손해석의 근사적 해석방법을 이용하여 최적의 헬리컬기어 압출금형을 제작할 수 있게 되었다.

후 기

본 연구는 '2000년 산학연 컨소시엄'사업으로 지원되었습니다. 본 연구를 위해 지원해주신 관계자 여러분께 감사드립니다.

참 고 문 헌

- (1) 권혁홍, 진황민, 김형섭, "Die Design on the Precision Cold Forging of Spur Gear", 한국공작기계학회 '98년도 추계학술대회 논문집, pp.242-247, 1998, 11
- (2) T. Fisher and C. Grosse, "Automation in Forming, Using CAD/CAM", Industrial & Production Engineering, pp60-63, 1984-4
- (3) D. Kuhlmann, P. S. Raghupathi and T. Altan, "Establishment of A CAD/CAM Process for the Production of Cold Forged Gears", Technical Report of R & D Center of Battelle, 1984
- (4) S. K. Samanta, "Helical Gear : A Novel Method of Manufacturing It", Proc. 4th North American Metalworking Reserch Conf., pp199-205, 1976
- (5) J. A. Collins, "Failure of Materials in Mechanical Design", John Wiley & Sons, New York, 1981
- (6) M. F. Spotts, "Design of Machine Elements", Fifth Edition, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1978
- (7) A. P. Boresi, O. M. Sidebottom, F. B. Seely, and J. O. Smith, "Advanced Mechanics of Materials", Third Edition, John Wiley & Sons, New York, 1978