

구조물의 에너지의 확률분포를 이용한 능동제어 알고리즘

Active Control Algorithm Using Probability Distribution of the Energy of Structure

황재승*
Hwang Jae Seung

이상현**
Lee, Sang Hyun

박지훈**
Park, Ji Hoon

민경원***
Min, Kyung Won

국문요약

구조물이 가지는 에너지의 확률밀도함수를 이용한 능동제어 알고리즘을 제안한다. 구조물의 에너지는 Rayleigh 확률분포를 가지는 것으로 가정된다. 이것은 에너지가 항상 양의 값을 가지고 최소에너지가 발생할 확률은 0이라는 조건을 Rayleigh 확률분포가 만족시킨다는 사실에 근거한다. 제어력의 크기는 가정된 확률밀도함수에 따라 구조물의 에너지가 설계자에 의해 설정된 에너지 임계값을 넘을 확률의 크기에 비례하도록 산정되며, 제어력의 방향은 Lyapunov 제어기 설계기법에 따라 결정된다. 제시된 알고리즘은 LQR 제어기와 비교하여 최대응답을 줄이는 효과를 가지며, 제어력의 임계를 고려할 수 있는 장점을 가진다. 또한 Lyapunov 제어기에서 발생할 수 있는 채터링(chattering)현상을 피할 수 있다.

주요어 : 능동제어, 에너지, Rayleigh 확률분포, Lyapunov 제어기

ABSTRACT

This paper presents active control algorithm using probability density function (PDF) of structure's energy. It is assumed that the energy of structure has Rayleigh probability distribution. This assumption is based on the facts that Rayleigh distribution satisfies the condition that energy should always be positive and the probability of minimum energy is zero. The magnitude of control force is determined by the probability that the energy of structure may exceed the specified energy limit, and the sign of control force is determined by Lyapunov controller design method. Proposed control algorithm can improve peak response under seismic excitation compared with LQR controller, and it can consider control force limit. Also, chattering effects which can occur in Lyapunov controller can be avoided.

Key words : active control, energy, Rayleigh probability distribution, Lyapunov controller

1. 서 론

구조물의 능동제어분야에서 구조물의 강인성능과 안정성을 보장하는 제어기 설계방법으로 LQR, H_2 , H_∞ 와 같은 제어알고리즘들이 개발되었으며, 실제 구조물에 적용되어 성공적으로 사용되고 있다.⁽¹⁾⁻⁽³⁾

상기 알고리즘들은 제어력의 형태가 구조물의 상태변수에 비례하는 형태를 가진다. 이는 구조물의 응답으로 이루어지는 상태변수가 큰 순간에 큰 제어력이 발생한다는 점에서 합리적인 설계방법이라 할 수 있다. 그러나, 상대적으로 큰 동하중에 의해 구조물이 가진되는 경우 제어알고리즘에 의해 요구되는 제어력이 제어장치가 만들어낼 수 있는 최대제어력의 임계를 초과한다면 초과하는 크기만큼의 제어력은 구현되지 못하는 제어력 포화현상이 발생한다. 그러나, 상기 알고리즘들은 제어기 설계시 최대제어력의 크기를 직접 고려할 수 없는 단점을 가진다. 또한, 상기 알고리즘들은 구조물의 정상상태(stationary)에서의 평균응답을 줄이는 데 목적을 두고 설계되었기 때문에, 지진응답과 같은 비정상상태(non-stationary)의 최대응답을 줄이는 데 한계를 가진다.⁽⁴⁾

이러한 문제점들을 해결하기 위해 제안된 알고리즘으로, 뱅뱅(bang-bang)제어, 슬라이딩 모드(sliding mode)제어 기법 등이 있다.⁽⁵⁾⁻⁽⁷⁾ 이 알고리즘들은 모두 Lyapunov 제어기법을 사용하여 제어기를 설계한다. Lyapunov 제어기법에 따라 설계된 제어력은 설정된 Lyapunov 함수의 크기를 줄이는 방향으로 제어력의 방향을 결정하며, 제어력 임계에 의해 제어력 포화현상이 발생하는 경우에도 구조물을 항상 안정하게 한다. 특히, 가장 빠른 시간에 Lyapunov 함수를 줄이기 위해 사용하는 뱅뱅제어는 LQR 제어기법과 비교할 때, 응답의 최대치를 크게 줄이는 효과를 가진다. 그러나, 상태변수의 크기와 상관없이 항상 최대 제어력이 발생하기 때문에 상태변수의 크기가 작은 경우에는 채터링(chattering) 현상이 발생하며, 이를 해결하기 위해 수정 뱅뱅 제어이론이 개발되었다.⁽⁸⁾ 본 논문에서는 제어력의 포화현상 및 채터링 현상을 해결하고, 비정상상태의 구조물 응답의 최대치를 줄이기 위한 방법으로 구조물의 에너지의 확률분포를 이용한 제어알고리즘을 제안한다. 구조물의 에너지가 확률분포를 이룬다는 가정을 세운 것은 제한된 센서의 수, 구조물 모델링의 불확실성, 하중의 불확실성, 그리고 잡음의 존재 등의 이유로 현재 구조물의 에너지를 완전히 안다는 것이 실제적으로 불가능하기 때문이다. 구조물의 에너지의 확률밀도함수는 Rayleigh 확률분포⁽⁹⁾로 가정하였으며, 제어력의 크기는 구조물의 에너지 임계 값을 설정하고 구조물의 현재 에너지

* 현대건설기술연구소, 연구원(대표저자 : jshwang@hdec.co.kr)

** 서울대학교 건축학과, 박사과정

*** 인천대학교 건축공학과, 부교수

본 논문에 대한 토의를 2001년 4월 30일까지 학회로 보내 주시면 그 결과를 게재하겠습니다.

가 설정된 임계에너지를 초과할 확률에 비례하도록 설정하였다. 확률은 0에서 1까지의 값을 가지며, 그에 따라 제어력은 0에서 최대제어력 사이의 범위의 크기를 가짐으로써, 최대제어력의 크기임계를 고려할 수 있다. 제어력의 방향은 Lyapunov 제어기 설계에 따라 결정되며, Lyapunov 함수는 구조물의 에너지로 설정하였다.

제시된 알고리즘의 유효성을 증명하기 위해서, 단자유도 시스템에 대한 지진해석, 자유진동해석, 10층 전단건물에 대한 지진해석을 수행하였다. 지진하중은 El Centro 하중을 사용하였으며 제어장치는 능동질량감쇠기(AMD, active mass damper)를 사용하였다. AMD의 무게는 건물전체 중량의 5%로 가정하였다

2. 제어알고리즘

2.1 Rayleigh 확률분포

본 논문에서는 구조물의 에너지가 Rayleigh 확률분포를 가진다고 가정하였다. 이러한 가정은 에너지가 항상 양의 값을 가지고 최소에너지가 발생할 확률은 0이라는 조건을 Rayleigh 확률 분포가 만족시킨다는 사실에 근거한다. 확률변수가 에너지인 경우, Rayleigh 확률밀도함수는 다음 식 (1)과 같다.

$$p(r) = a(r - E_{min}) \exp[-b(r - E_{min})^2/2] \tag{1}$$

여기서, r 은 에너지, E_{min} 은 에너지의 최소값을 나타낸다. a, b 는 확률밀도함수의 정의를 만족시키는 다음 조건으로부터 얻어지는 변수들이다.

$$\int_{E_{min}}^{\infty} p(r) dr = 1 \tag{2}$$

$$\int_{E_{min}}^{\infty} rp(r) dr = \bar{E} \tag{3}$$

여기서, \bar{E} 는 에너지의 평균값을 나타낸다. 위의 두 가지 조건으로부터 얻어지는 a, b 값은 다음과 같다.

$$a = \frac{\pi}{2(\bar{E} - E_{min})^2} \tag{4}$$

$$b = \frac{\pi}{2(\bar{E} - E_{min})^2} \tag{5}$$

위의 a, b 값을 식 (1)에 대입하여 에너지의 확률밀도함수를 구하면 다음과 같다.

$$p(r) = \frac{\pi(r - E_{min})}{2(\bar{E} - E_{min})^2} \exp\left[-\frac{\pi(r - E_{min})^2}{4(\bar{E} - E_{min})^2}\right] \tag{6}$$

다음 그림 1은 $E_{min} = 0.5, \bar{E} = 2$ 인 경우 위 식 (6)에 따른 에너지의 확률밀도 함수이다.

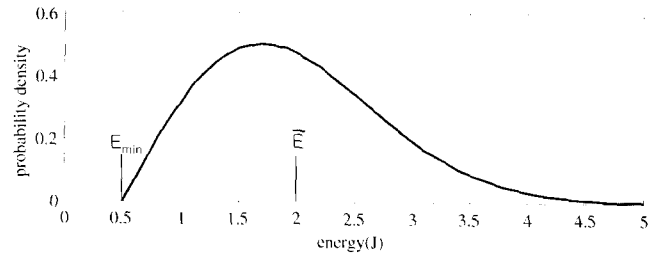


그림 1 Rayleigh 확률분포

2.2 구조물의 상태방정식

지진하중을 받는 질량, 감쇠, 강성시스템의 상태운동방정식은 다음과 같다.

$$\dot{z} = Az + Bu + H\ddot{x}_g \quad z = [x \dot{x}]^T \tag{7}$$

여기서, $x, \dot{x}, u, \ddot{x}_g$ 는 각각 구조물의 변위, 속도, 제어력, 지반가속도를 나타내며, 행렬 A, B, H 는 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}D \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}E \end{bmatrix} \tag{8}$$

여기서, M, C, K, D, E 는 각각 질량, 점성, 강성, 제어기의 위치, 지진의 영향을 나타내는 행렬이다.

2.3 구조물의 에너지의 평균값, 최소값

식 (6)의 확률밀도함수를 구하기 위해서는 현재 구조물의 에너지의 최소값과 평균값을 알아야 한다. 구조물의 에너지를 위치에너지와 운동에너지의 합으로 정의할 때, 다음과 같다.

$$E = \frac{1}{2} z^T Q z \tag{9}$$

여기서, $Q = \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix}$

구조물의 에너지를 정확히 구하기 위해서는 모든 상태변수에 대한 정보가 필요하다. 그러나, 실제적으로 상태변수를 측정하기 위한 측정장치의 수는 제한되어 있으며, 측정된 정보로부터 현재 상태변수를 추정하는 과정이 필요하다. 본 논문에서는 정적관측기를 사용하여 제한된 측정 정보인 시스템의 출력으로부터 구조물의 상태변수를 추정한다. 정적관측기는 상태변수가 Gaussian 분포를 이루고, 측정 잡음이 아주 작은 조건에서 최적의 관측기로 설계될 수 있다.⁽¹⁰⁾

상태변수와 출력의 관계는 다음과 같다.

$$y = C_2 z \tag{10}$$

여기서, C_2 는 센서의 위치를 나타내는 행렬이며, y 는 출력변수이다.

출력에 행렬 P 를 곱하여, 상태변수를 추정하는 식은 다음과 같다.

$$\bar{z} = Py \tag{11}$$

여기서, \bar{z} 는 추정된 상태변수를 나타낸다.

추정된 상태변수와 상태변수의 차이로 정의되는 오차 e 와 최소로 할 목적함수 J 는 다음과 같다.

$$e = z - \bar{z} \tag{12}$$

$$J = \text{trace}\{E[ee^T]\} \tag{13}$$

여기서, $E[\cdot]$ 는 평균값을 나타내는 함수이다.

식 (13)의 목적함수를 최소화 하는 이득행렬 P 는 다음과 같다.

$$P = SC_2[C_2SC_2^T]^{-1} \tag{14}$$

여기서, S 는 상태변수의 공분산을 나타내는 행렬이며, 다음 Lyapunov 방정식을 풀어서 얻을 수 있다.

$$AS + SA^T + Q_2 = 0 \tag{15}$$

여기서, Q_2 는 외부하중의 공분산 행렬을 나타낸다.

위 식 (11)로부터 얻어지는 \bar{z} 는 구조물의 상태변수의 일부를 아는 조건에서 얻어지는 조건부 평균값이라 할 수 있다. 따라서, 에너지의 평균값은 다음과 같다.

$$\bar{E} = \frac{1}{2} \bar{z}^T Q_2 \bar{z} \tag{16}$$

E_{\min} 은 측정된 상태변수만이 실제 상태변수와 일치한다는 제한조건을 설정하고, 측정하지 않은 상태변수의 값은 구조물의 에너지를 최소로 만드는 값으로 설정하여 얻을 수 있다. 발생 가능한 최소에너지를 구하는 과정은 다음과 같다.

상태변수 z 를 측정된 변수 $z_1 (= y)$ 과 측정하지 않은 변수 z_2 로 분리하여 에너지에 대한 식을 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} [z_1^T \ z_2^T] \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{2} (z_1^T q_{11} z_1 + z_2^T q_{21} z_1 + z_1^T q_{12} z_2 + z_2^T q_{22} z_2) \end{aligned} \tag{17}$$

에너지를 최소화하는 z_2 의 값 $z_{2\min}$ 은 z_1 의 값을 위 식에 대입한 후 이를 z_2 에 대해 미분하는 과정을 통해 구한다. 에너지의 z_2 에 대한 미분식은 다음과 같다.

$$\frac{dE}{dz_2} = \frac{1}{2} q_{21} z_1 + \frac{1}{2} q_{12}^T z_1 + q_{22} z_2 \tag{18}$$

위 식이 0일 때, $z_{2\min}$ 의 값은 다음과 같다.

$$z_{2\min} = -\frac{1}{2} q_{22}^{-1} [q_{21} + q_{12}^T] z_1 \tag{19}$$

따라서, 에너지의 최소값은 다음과 같다.

$$E_{\min} = \frac{1}{2} [z_1^T \ z_{2\min}^T] \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_{2\min} \end{bmatrix} \tag{20}$$

2.4 제어력의 크기

제어력의 크기는 구조물의 에너지가 설정된 임계에너지 E_c 를 초과할 확률의 크기 ρ 에 비례하도록 산정한다. ρ 와 제어력의 크기는 다음과 같다.

$$\rho = \begin{cases} \int_{E_c}^{\infty} f(r) dr = \exp\left\{-\frac{\pi(E_c - E_{\min})}{4(\bar{E} - E_{\min})}\right\} & ; E_c \geq E_{\min} \\ 1 & ; E_c < E_{\min} \end{cases} \tag{21}$$

$$|u| = \rho u_{\max} \tag{22}$$

여기서, u_{\max} 는 제어장치가 만들 수 있는 제어력의 최대값이다.

식 (21)로부터, \bar{E} 와 E_{\min} 의 차이 값과 E_c 의 값이 ρ 를 결정하는 중요한 파라미터임을 알 수 있다. \bar{E} 와 E_{\min} 의 차이가 클수록 확률분포곡선의 변화는 완만해지며, 작을수록 변화는 \bar{E} 을 기준으로 급격해진다. \bar{E} 와 E_{\min} 의 차이가 작아지는 것은, 측정되는 상태변수의 수가 증가하여 현재 구조물의 에너지 E 를 정확하게 산정하는 것을 의미한다. 만일 전 상태변수를 측정하여 E 를 정확히 아는 경우, \bar{E} 값과 E_{\min} 값은 E 와 동일해지고, E 가 확률분포를 이룬다는 개념은 존재할 수 없다. 이 경우, 위 식 (21)에 따른 ρ 값은 \bar{E} 가 E_c 보다 큰 경우는 1, 작은 경우는 0이 되며, 제어력은 땀땀제어와 동일하게 산정된다. 그러나, 실제적으로 전 상태변수가 측정 가능한 경우에도 측정잡음 및 구조물의 강성행렬 및 질량행렬의 불확실성 등의 이유로 실제로 정확히 현재의 E 값을 알기는 불가능하다. 따라서, 다음 식과 같이 \bar{E} 와 E_{\min} 의 차이 α 의 임계 값 α_{\min} 을 설정하여 확률분포곡선을 정의한다.

$$\alpha = \bar{E} - E_{\min} \geq \alpha_{\min} \tag{23}$$

여기서, α 는 \bar{E} 와 E_{\min} 의 차이를 나타내며, α_{\min} 은 α 의 하한 값이다. 또한, \bar{E} 가 α_{\min} 보다 작은 것은 구조물의 에너지가 오차임계 이내로 작은 것을 의미하므로, 이 경우는 제어력을 0으로 설정한다. 즉, α_{\min} 값은 구조물의 에너지의 불확실성을 가정하여 확률분포 곡선을 정의하고, 제어력이 필요하지 않은 구간을 결정하는 두 가지 역할을 수행한다.

최종적으로 제어력의 크기는 다음과 같다.

$$|u| = \begin{cases} \rho u_{\max} & ; \text{if } \bar{E} \geq \alpha_{\min} \\ 0 & ; \text{if } \bar{E} < \alpha_{\min} \end{cases} \tag{24}$$

여기서, ρ 는 다음과 같다.

$$\rho = \begin{cases} \exp\left\{-\frac{\pi(E_c - E_{\min})}{4(E - E_{\min})}\right\} & ; \text{if } E_c \geq E_{\min}, \bar{E} - E_{\min} \geq \alpha_{\min} \\ \exp\left\{-\frac{\pi(E_c - E_{\min})}{4\alpha_{\min}}\right\} & ; \text{if } E_c \geq E_{\min}, \bar{E} - E_{\min} < \alpha_{\min} \\ 1 & ; \text{if } E_c < E_{\min} \end{cases} \quad (25)$$

입계에너지 E_c 의 설정식 (21)에서, E_c 가 \bar{E} 인 경우 확률 ρ 는 약 0.4559의 값을 가지고, E_{\min} 보다 작은 경우는 1의 값을 가진다. 이것은 정상상태의 평균에너지 \bar{E} 값을 E_c 로 설정하면, 정상상태에서 평균적으로 최대제어력의 0.4559배의 제어력을 발생시키게 되며, 정상상태의 최소에너지보다 $E_{st\min}$ 작게 설정하는 경우 뱅뱅제어가 됨을 의미한다. 이로부터, 제어기의 성능을 최대한 활용하기 위해서는 E_c 값이 작게 설정되어야 함을 알 수 있다. 제어기 설계자의 제어목적 및 작용하는 하중에 따라 E_c 를 다음과 같이 비제어시 정상상태의 평균에너지 \bar{E}_{st} 와 최소에너지 $E_{st\min}$ 의 함수로 설정한다.

$$E_c = fac\{\beta\bar{E}_{st} + (1 - \beta)E_{st\min}\} \quad (26)$$

위 식 (26)에서 β 값이 -1보다 작아 질수록 많은 구간에서 뱅뱅제어가 되는 경향을 보인다. fac 은 제어시 예상되는 제어효율을 나타낸다.

2.5 제어력의 방향

제어력의 방향은 Lyapunov 제어기 설계 개념에 근거하여 설정한다. Lyapunov 제어기는 Lyapunov 함수를 설정하고, 이 함수의 시간에 대한 변화율이 음수가 되도록 설정하는 제어기법이다. 본 논문에서는 구조물의 에너지 E 를 Lyapunov 함수로 설정하였다. E 의 시간에 대한 변화율은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= z^T Q \dot{z} = z^T Q (Az + Bu + H\dot{x}_g) \\ &= -\dot{x}^T C \dot{x}^T + \dot{x}^T Du + \dot{x}^T E \dot{x}_g \end{aligned} \quad (27)$$

위 식 (27)로부터 감쇠 C 는 항상 E 를 감소시킴을 알 수 있다. 지진하중을 고려하지 않는 경우, E 를 감소시키는 제어력 u 의 방향은 다음과 같다.

$$\text{sgn}(u^T) = -\text{sgn}(\dot{x}^T D) = -\text{sgn}(\lambda) \quad (28)$$

여기서, $\text{sgn}(\cdot)$ 은 입력의 부호를 나타내는 함수이다. 즉, 양의 값인 경우 1, 음의 값인 경우 -1, 0인 경우 0을 출력한다. λ 는 r 벡터로 i 번째 요소는 λ_i 이다. 제어력의 크기 및 방향을 고려한 i 번째 제어력 u_i 는 다음과 같다.

$$u_i = -\text{sgn}(\lambda_i)\rho u_{\max} \quad (29)$$

3. 수치해석

제안한 알고리즘의 유효성을 증명하기 위해, 단자유도 시스템과 다자유도 시스템에 대한 수치해석을 수행하였다. 센서가 설치된 층의 속도와 변위는 함께 구할 수 있는 것으로 가정하였다. 이는 센서 중 가장 많이 사용하는 가속도계를 지반 및 i 층에 설치하는 경우, 적분과정을 통해 i 층의 지반에 대한 상대변위 및 상대속도를 구할 수 있는 사실에 근거하였다. 실제 적용시 수치적분과정에서 발생할 수 있는 저주파수 성분에 의한 오차는 high-pass filter를 사용하여 어느 정도 제거할 수 있으며, 이로 인해 발생하는 시간지연 현상은, 본 논문에서는 제어력을 산정하기 위해 상태변수를 직접적으로 이용하지 않고, 구조물의 에너지의 형태로 표현하여 제어력을 산정하기 때문에 제어효과 및 안정성에 큰 문제가 발생하지 않을 것으로 판단된다.

3.1 단자유도 시스템의 자유진동해석

단자유도 시스템의 자유진동의 경우, 질량중심에 설치된 하나의 센서만으로도 상태변수를 측정할 수 있다. 따라서, 측정된 상태변수로부터 구조물의 에너지를 정확히 알 수 있으며, 에너지의 확률분포 개념은 성립할 수 없다. 이 경우, 식 (21)에 따라 제어력을 산정하면, 측정된 에너지가 평균에너지인 동시에 최소에너지가 되며, 이 측정된 에너지가 E_c 보다 큰 구간에서는 $\rho=1$ 인 뱅뱅제어가 되며 E_c 보다 작은 경우는 $\rho=0$ 으로 제어력은 0이 된다. 그러나, 전술한 바와 같이 구조물의 모델링의 불확실성을 고려하여 α_{\min} 을 설정함으로써 확률분포 곡선을 가정하고, 식 (25)에 따라 제어력을 산정하여 해석을 수행하였다.

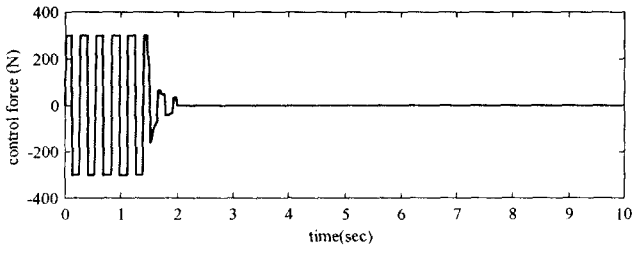
해석에 사용한 구조물의 질량, 강성, 그리고 감쇠비는 각각 24.3kg, 12.4kN/m, 2%이다. 설계 파라미터들은 다음과 같다.

$E_c = 104J$, $u_c = 300N$, $\alpha_{\min} = 34.7J$. 여기서, E_c 값은 $\beta=0.15$ 일 때의 값이고, α_{\min} 은 비제어시 평균에너지의 5%로 설정하였다. 초기조건은 변위=1m, 속도=0m/s이다.

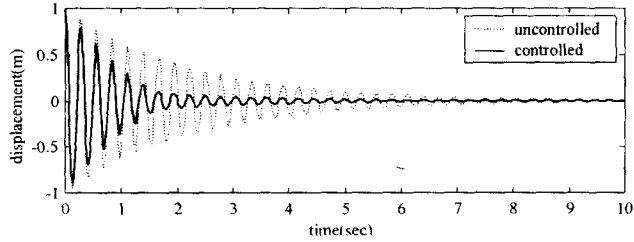
그림 2(b), 2(c)는 각각 변위, 가속도에 대한 그림이며, 제어가 구조물의 감쇠를 크게 증가시킴을 알 수 있다. 2(a)의 제어력에 대한 그림으로부터, E_c 값이 현재 구조물의 최소에너지보다 작은 구간에서는 뱅뱅제어, 구조물의 에너지가 α_{\min} 값 이하인 구간에서는 제어력이 0이 됨을 알 수 있다. 그 사이 구간은 확률분포에 따라 ρ 값이 0과 1사이의 값을 가지게 되어 제어력은 최대제어력과 0의 사이 값을 가진다.

3.2 단자유도시스템의 지진해석

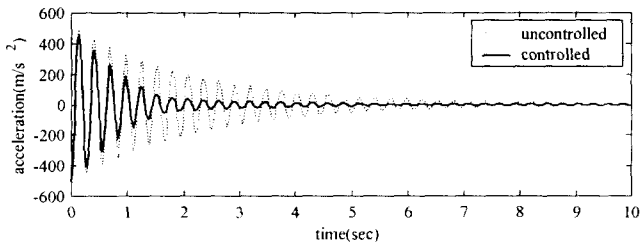
구조물의 사양은 자유진동해석의 경우와 같으며, 지진하중으로는 1/5 El Centro 지반가속도(1940, NS)를 사용하였다. 설계 파라미터들은 다음과 같다. $E_c = 0.005J$, $u_c = 5N$, $\alpha_{\min} = 8.5 \times 10^{-4}J$. 여기서, E_c 값은 식 (26)에서 fac , β 를 각각 0.3, -1로 설정하여 계산된 값이다. α_{\min} 은 비제어시 평균 에너지값의 5%로 설정하였다.



(a) 제어력

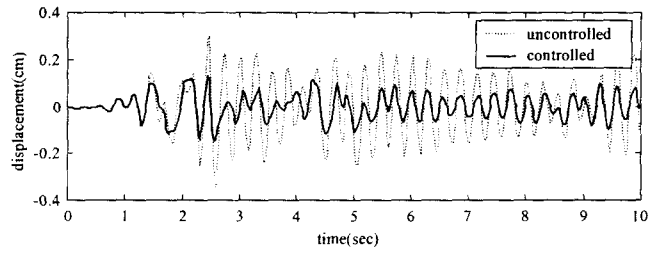


(b) 변위

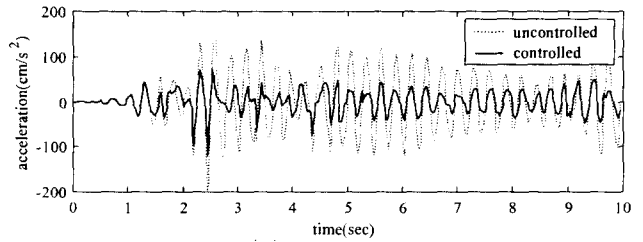


(c) 가속도

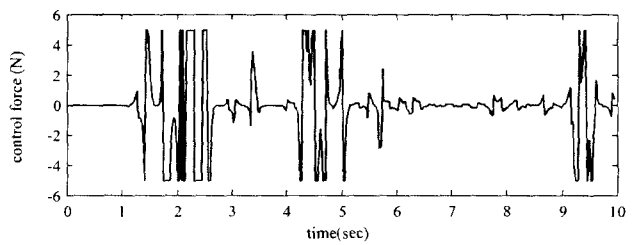
그림 2 단자유도 시스템 자유진동



(a) 변위



(b) 절대가속도



(c) 제어력

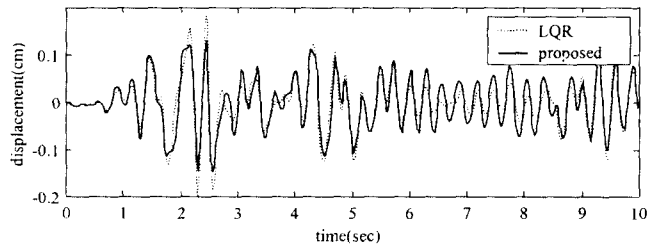
그림 3 단자유도 시스템 지진해석

그림 3(a), 3(b)는 각각 지반에 대한 상대변위 및 절대가속도에 대한 그림으로, 제안한 제어논리에 따라 제어한 경우와 제어하지 않은 경우의 응답에 대한 비교를 나타낸다. 제어시 최대응답과 비제어시 최대응답의 비는 약 0.5로 응답이 절반 가까이 줄어들었음을 알 수 있다. 그림 3(c)는 제어력을 나타내며, 응답이 작은 구간에서 채터링 현상이 발생하지 않고, 응답이 큰 구간에서는 뱅뱅제어가 되는 것을 보여준다.

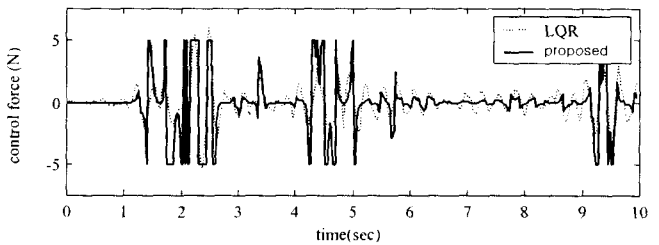
그림 4는 LQR제어와 제안한 알고리즘에 의한 제어시, 각각 변위와 제어력에 대해 비교한 그림이다. LQR제어시 사용한 가중치는 다음과 같다.

$Q_{ii} = [12400 \ 0]$, $R = 0.001$. 가중치는 LQR 제어의 최대 제어력이 제안한 알고리즘의 최대 제어력 $u_c = 5N$ 과 유사한 값이 나오도록 조정된 값이다.

해석결과, 제안식에 의한 경우와 LQR을 비교할 때, 표 1에서와 같이 제안식에 따른 제어가 작은 최대제어력을 가지고도 응답의 최대값을 LQR보다 모두 작게 줄임을 보여준다. LQR에 의한 제어력이 현재 구조물의 상태변수에 선형으로 비례하는 형태이므로, 지진하중과 같이 급격한 하중의 변화에 민감하게 반응하지 못하는 반면, 제안식에 의한 제어력은 상태변수의 변화에 민감하므로 지진하중에 적절히 대응할 수 있다. 전체적으로 구조물의 응답이 큰 구간에서는 제안식에 의한 제어력의 크기가 크고, 응답이 작은 구간에서는 LQR에 의한 제어력의 크기가 큰 경향을 보인다.



(a) 변위



(b) 제어력

그림 4 LQR 제어와의 비교

표 1 단자유도 시스템 지진해석

최대응답	비제어	제안식	LQR
제어력(N)	0	5	6.17
변위(cm)	34.67	14.72	20.01
속도(cm/s)	7.84	3.67	4.83
절대가속도(cm/s ²)	200.43	119.15	149.09

3.3 다자유도 시스템 지진해석

표 2의 사양을 가지는 10층 전단건물에 대해 지진해석을 수행하였다. 설계 파라미터들은 다음과 같다. $E_c = 0.046J$, $u_c = 5N$, $\alpha_{min} = 0.0595J$. 여기서, E_c 값은 식 (26)에서 fac , β 를 각각 0.5, -1로 설정하여 계산된 값이다. α_{min} 은 비제어 시 평균 에너지값 1.1905J의 5%로 설정하였다. 센서는 지반과 10층에 설치하였으며, 제어기는 10층에 설치하였다.

그림 5(a), 5(b), 5(c)는 각각 지반에 대한 상대변위, 상대속도, 절대가속도에 대한 그림으로, 제안한 제어알고리즘에 따라 제어한 경우와 제어하지 않은 경우의 응답에 대한 비교를 나타낸다. 변위와 속도의 경우 최대응답을 크게 줄임알 수 있다. 절대가속도의 경우, 변위와 속도의 제어효율과 비교할 때, 제어효율이 감소됨을 보여주나, 그림 5(e), 5(f)에서 기존 LQR제어와 비교하면 LQR 제어보다 제어성능이 우수함을 알 수 있다. 그림 5(d)는 LQR에 의한 제어력과 제안식에 의한 제어력을 비교한 그림으로, 제어력의 방향은 거의 일치하는 경향을 보인다. 제어력의 크기는 단자유도 시스템

표 2 10 층 전단건물 사양

특성	값
층 질량 (kg)	모든 층 24.3
층 강성(kN/m)	$k_1=12.4, k_2=6.8, k_3=5.9, k_4=5.6, k_5=k_6=k_7=5.5, k_8=4.3, k_9=3.3, k_{10}=2.3$
모드감쇠비	모든 모드 2%
1차모드주기	2.62초

의 경우와 유사하게 구조물의 응답이 큰 구간에서는 제안식에 의한 제어력의 크기가 크고, 응답이 작은 구간에서는 LQR에 의한 제어력의 크기가 큰 경향을 보인다. 최대제어력은 LQR 보다 작으며, 전체적인 제어력의 절대값의 평균값은 LQR보다 크다. 표 3은 해석결과를 정리한 것으로, LQR과 비교할 때 제안식에 의한 제어가 작은 최대제어력을 가지고도 제어효율이 우수함을 알 수 있다.

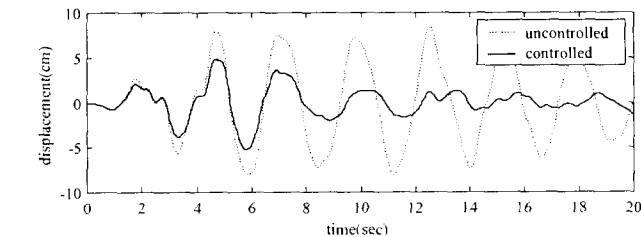
3.4 센서의 수, β , α_{min}

3.4.1 센서의 수

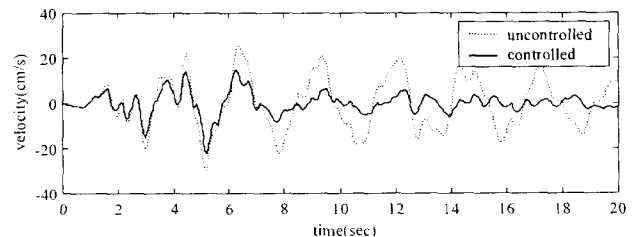
그림 6은 센서를 각각 2개(지반, 10층), 4개(지반, 3층, 7층, 10층), 11개(전층) 설치한 경우, 에너지의 평균값의 평균값, 최소값의 평균값에 따른 식 (2)의 Rayleigh 확률분포곡선을 나타낸다. 센서의 수가 증가할수록 에너지 분포의 표준편차가 줄어들고, 에너지의 평균값과 최소값이 모두 증가하는 경향을 보여준다. 그림 7은 센서의 수에 따른 제어력의 변화를 보여준다. 세가지 경우 에너지의 임계값 E_c 를 동일하게 산

표 3 10 층 전단건물 해석 비교

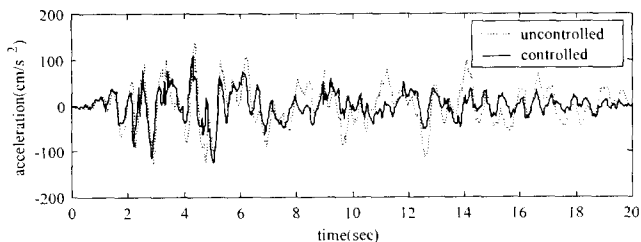
최대응답	비제어	제안식	LQR
제어력(N)	0	5.	6.56
변위(cm)	8.47	5.27	6.00
속도(cm/s)	29.3	22.4	23.7
절대가속도(cm/s ²)	138.7	124.7	131.7



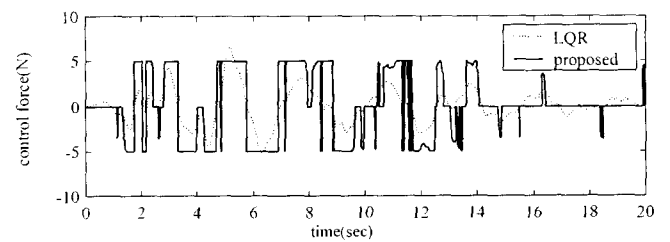
(a) 변위



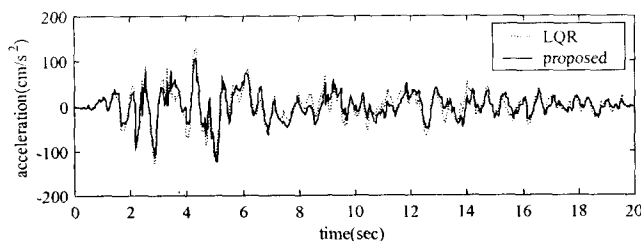
(b) 속도



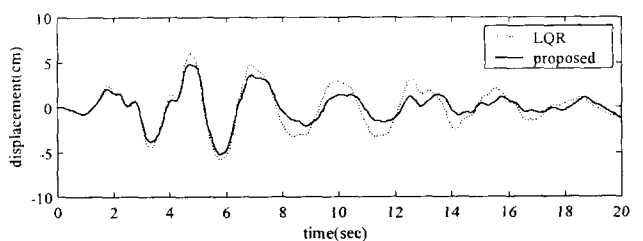
(c) 절대가속도



(d) 제어력



(e) LQR과의 절대가속도 비교



(f) LQR과의 변위 비교

그림 5 10층 전단건물 지진해석

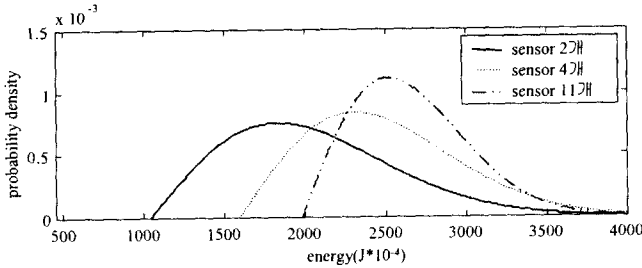


그림 6 센서의 수에 따른 확률분포의 변화

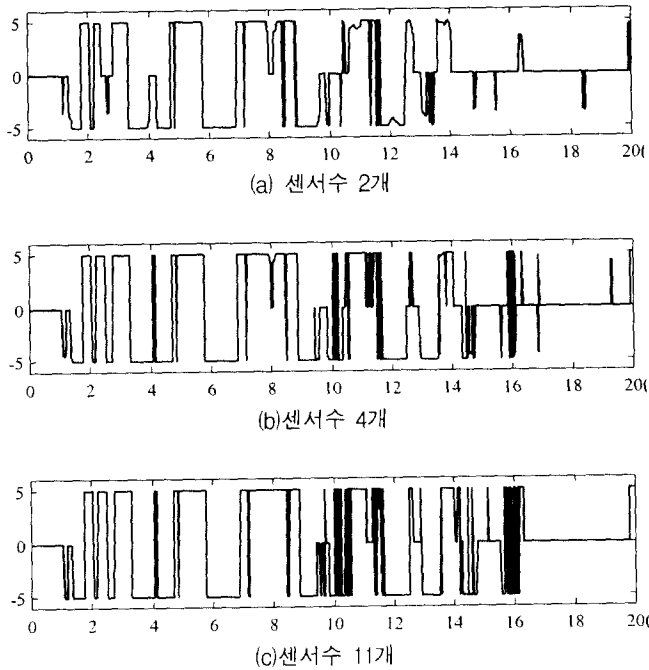


그림 7 센서의 수에 따른 제어력 변화

정하면, 센서의 수가 증가할수록 제어력의 최대값이 발현되는 시간이 증가하고, 제어력이 0과 최대값 사이에서 급격히 변하는 경향을 보인다. 이러한 급격한 변화는 현재 구조물의 에너지가 임계 에너지를 초과할 확률의 크기에 비례하도록 제어력의 크기를 산정했기 때문에 발생한다. 이것은 센서의 수가 증가함에 따라 제어력이 꼭 요구되는 시점 및 크기를 정확히 아는 것을 의미한다. 제어력의 급격한 변화를 막기 위해서는 센서의 수가 증가할수록 임계에너지의 값도 증가시키는 것이 필요하다.

3.4.2 β 값의 설정

설정된 E_c 값에 제어력은 민감하며, E_c 는 설계자가 설정한 β 값에 따라 결정되므로 β 값을 적절하게 설정하는 것이 중요하다. 식 (26)에서 β 값이 작아질수록 E_c 값이 작아지고, E_c 값을 넘을 확률에 비례하는 제어력의 크기는 커짐을 알 수 있다. 그림 8은 β 값에 따른 제어력의 변화를 나타낸다. β 가 작아질수록, 제어력 크기는 에너지의 증가에 민감하며, 특히 에너지의 크기가 작은 곳에서도 제어력의 형태를 뱅뱅 제어와 같게 만드는 역할을 하여, 제어효율이 좋아진다. 그러나, β 가 너무 작아 E_c 값이 0이 나오는 경우는 뱅뱅제어와 완전히 똑같게 되고 채터링 효과가 발생할 수 있으므로

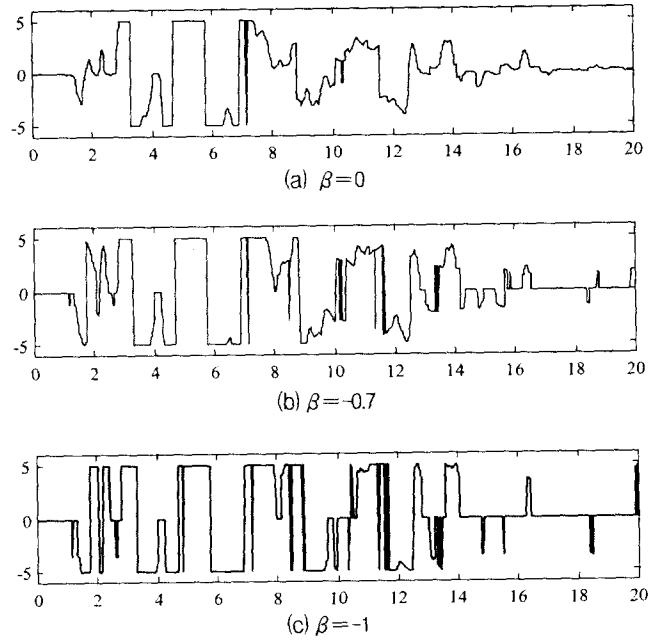


그림 8 β 에 따른 제어력 변화

이를 고려하여 β 를 설정해야 한다.

3.4.3 α_{min} 값의 설정

전술한 바와 같이, α_{min} 값은 구조물의 에너지의 불확실성의 크기를 가정하여 확률분포 곡선을 정의하고, 제어력이 필요하지 않은 구간을 결정하는 두 가지 역할을 수행한다. α_{min} 값이 커질수록 확률분포의 표준편차가 증가하여 제어력의 변화는 완만하게 되고, 제어력이 주어지지 않는 구간의 크기가 증가한다. 구조물의 불확실성이 커서 제어기에 대한 신뢰성이 떨어지는 경우, α_{min} 값을 크게 설정하여 제어력의 영향력을 감소시킬 수 있다. 그림 9는 α_{min} 값이 각각 비제어시 평균에너지 1.1905J의 1%, 5%, 10%인 경우의 제어력 변화를 보여준다.

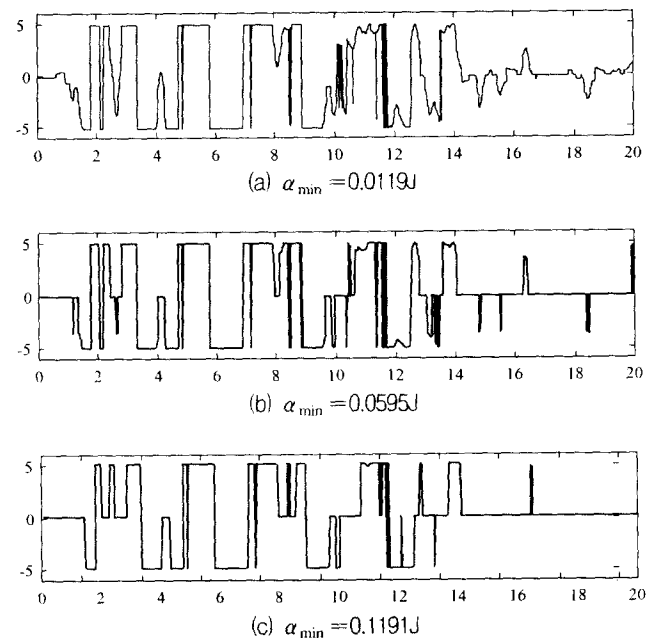


그림 9 α_{min} 에 따른 제어력 변화

4. 결 론

본 연구에서는 구조물의 에너지의 확률분포를 이용한 능동제어알고리즘을 제안하였으며, 단자유도시스템의 자유진동해석 및 지진해석, 10층 전단건물에 대한 지진해석을 수행하여 제안한 알고리즘의 유효성을 살펴보았다. 제안한 제어 알고리즘에 의하여, 제어력의 포화현상을 제어기 설계에 고려할 수 있고, 뱅뱅제어의 채터링 현상을 방지할 수 있다. 제어력의 크기는 현재 구조물의 에너지가 설계자에 의해 설정된 에너지의 임계값을 초과할 확률에 비례하도록 설정되기 때문에 최대제어력을 초과할 수 없으며, 또한 에너지의 크기가 일정 크기 이하로 작아질 때 제어력의 크기도 작아지게 되어, 채터링 현상을 방지할 수 있다. 제어력의 방향은 Lyapunov 제어기 설계방법에 따라 설정하였다.

구조물의 응답에 선형적으로 비례하는 제어력의 형태를 가지는 기존의 LQR알고리즘과 비교할 때, 제안한 알고리즘은 최대 제어력이 작은 조건에서 지진응답과 같은 비정상상태응답의 최대값을 줄이는 효과를 가진다.

센서의 수, E_c , β , α_{\min} 등의 설계변수들이 제어력에 미치는 영향에 대하여 각각 검토하였으며, 구조물에 따라 이들 설계변수를 적절히 선택하는 것이 필요하다.

감사의 글

본 연구는 한국 과학재단 특정기초연구 과제(과제번호: 1999-1-310-001-3)의 일환으로 수행되었으며, 과학재단의 연구비 지원에 대해서 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. "Special issue: structural control: past, present, and future," *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 123, No. 9, 1997, pp. 175.
2. Burl, J. B., *Linear Optimal Control: H_2 and H_∞ Methods*, Addison-Wesley, 1999, pp. 400.
3. 주석준, "건물구조물의 지진응답의 강인제어에 대한 실험적 연구", 박사학위논문, 서울대학교, 2000, pp. 162.
4. Soong, T. T., *Active Structural Control: Theory and Practice*, Longman Scientific & Technical, 1990, pp. 194.
5. Burghes D. N., *Introduction to Control Theory, Including Optimal Control*, John Wiley & Sons, 1980, pp. 245
6. Yang, J. N., Wu, J. C., Agrawal, A. K., and Li, Z., "Sliding mode control for seismic-excited linear and nonlinear civil engineering structures," *Technical Report*, NCEER-94-0017, 1994, pp. 76.
7. Mongkol, J., Bhatia, B. K., and Fujino, Y., "On linear-saturation control of buildings," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 25, 1996, pp. 1353-1371.
8. Wu, Z. and Soong, T. T., "Modified bang-bang control law for structural control implementation," *J. Eng. Mech.*, ASCE, Vol. 122, 1996, pp. 771-777.
9. Newland, D. E., *An Introduction to Random Vibrations, Spectral & Wavelet Analysis*, Longman Scientific & Technical, 1993, pp. 477.
10. 황재승, "건축구조물의 능동제어에 관한 실험적 연구", 박사학위논문, 서울대학교, 1998, pp. 204.