

## 균열개폐구 거동을 고려한 피로균열전파 해석 모델의 개발: 균열 개폐구 거동의 모형화

김창욱\*, 노인식\*\*, 반현호\*\*\*, 신병천\*\*\*\*

Development of Analytical Simulation Model for Fatigue Crack Propagation: Crack Closure Behavior Modeling

C. W. Kim\*, I. S. Nho\*\* H. H. Van\*\*\* and B. C. Shin\*\*\*\*

### 요약

Paris가 피로균열전파에 파괴역학의 개념을 도입한 이후, Paris 법칙에 의하여 피로균열성장 문제를 다루어 왔으나, Elber가 제안한 유효응력강도계수가 균열 전파 실험과 잘 일치하는 것이 밝혀진 이후 많은 연구자들이 유효응력비인 개구비를 정확히 추정하기 위한 연구를 계속하여 왔다. 본 연구는 변동하중 하의 피로균열전파 거동을 해석함에 있어서 균열의 개폐구 거동을 고려한 해석적 수치 모델을 개발하여, 선체구조 설계나 선박검사 시에 활용 가능한 정밀한 균열전파 추정 방법을 제안하고자 한다.

\*Keywords : fatigue(피로), fracture mechanics(파괴역학), variable loads(변동하중), crack closure(균열폐구)

### Abstract

After the concept of fracture mechanics was applied to fatigue crack propagation by Paris, Paris' law is widely used to predict fatigue crack growth behavior. Since Elber proposed the effective stress intensity factor(SIF) and showed a good agreement with experimental results using the proposed SIF, emphasis in crack propagation studies has been placed on measuring the effective stress range ratio. This paper proposes a numerical model to simulate the crack closure and propagation behaviour under various loading spectrum. The validity of the proposed model is checked by comparing with the Toyosada numerical solutions on the crack propagation behaviour. Important insights developed are summarized.

---

접수일자: 2001년 3월 30일, 승인일자: 2001년 7월 19일

\*정회원, 한국선급 선체기술부 화물선팀장 (E-mail: cwkim@krs.co.kr)

\*\*정회원, 충남대학교 선박해양공학과 부교수 (E-mail: isnho@cnu.ac.kr)

\*\*\*정회원, 한국선급 선체기술부 특수선팀 (E-mail: hhvan@krs.co.kr)

\*\*\*\*정회원, 한국기계연구원 구조시스템연구부장 (E-mail: bcschin@mailgw.kimm.re.kr)

## 1. 서언

Paris(1957)가 불안정파괴를 대상으로 발전되어온 파괴역학이 피로균열의 진전 현상에도 적용할 수 있음을 지적하고, 피로균열 안정성장역에서 Paris 법칙이 성립함(Paris/Erdogan 1963)을 보인 아래, 선형파괴역학을 이용한 피로균열전파 연구가 폭넓게 수행되어져 왔다.

이후 Elber(1971)가 인장 외력 하에서도 균열이 폐구하는 현상을 실험적으로 관찰하고 균열면에 잔류하는 소성변형으로 인하여 균열폐구가 일어남을 보고하였다. 이를 계기로 하중이력의 영향을 받는 피로균열의 개구변위가 그렇지 않은 경우의 균열 개구변위보다 작음을 설명할 수 있게 되었으며, 이어서 균열개구비를 정확히 추정하기 위한 실험적, 이론적 연구가 활발하게 수행되어져 왔다. 이들 실험적인 연구들 대부분이 양인 응력비의 범위에서 제한적으로 적용 가능한 식(Paris/Erdogan 1963)(Elber 1971)이거나, Klesnil 등([4]이나 太田 등[5]의 제안 식처럼 음의 응력비도 제한적으로 고려되었지만 식 형태가 여러 파라미터의 함수로 표현되어 복잡하고 사용이 불편한 경우가 많다. 이들 중 Katoh 등(1983)의 결과는 광범위한 응력비에 걸쳐 적용할 수 있는 개구비 식을 응력비만의 함수로 주고 있어 실용적으로 매우 유용하다.

균열개폐구현상을 이론적으로 다룬 연구는 유한요소법을 사용한 방법과 Dugdale의 Strip Yield Model(1960)을 이용한 방법으로 대별될 수 있는데, Newman(1976), 白鳥 등(1977) 및 向井 등(1982)의 연구는 전자에 속하고, 후자에 속하는 연구로는 Newman(1981)과 이를 발전시킨 豊貞 등(1982)의 연구가 있다.

한편, 변동하중 하에서는 하한계 이하의 영역에서도 균열전파가 확인(菊川眞 1981)되므로 과연 하한계 응력강도계수가 진정한 재료정수인가에 대하여는 논란의 여지가 있다. 90년대 들어 豊貞 등(1992)(1994)은 Newman의 모델을 보완한 그들의 초기 모델(豐貞 1982)을 더욱 발전시키고, 피로균열 선단 부분의 응력-변형율 관계에서 소성

히스테리시스가 형성되어야 비로소 피로균열이 성장한다는 가정을 세워 여러 가지 적용 연구를 수행하여 보고하고 있다.

이 모델은 다양한 응력비 상태 및 과대파소하중의 영향 등을 정성적으로 잘 추정하고 있고, 정량적으로도 실험결과와 좋은 일치를 보이고 있을 뿐만 아니라 변동응력 하에서 하한계가 소멸(豐貞 1992)(ISSC 1997)되는 현상을 잘 설명하고 있다.

본 연구에서는 소성역을 고려한 Dugdale Model을 기초로 하여 균열개폐구 거동을 고려할 수 있는 균열전파 시뮬레이션 모델의 정식화(김창욱 2001)에 관하여 보고한다. 이를 이용하여 제1보에서는 일정진폭하중 하에서의 균열전파거동을 해석하고 실험결과와 비교하여 유효성을 검증하였다.

## 2. 균열 개폐구를 고려한 피로 균열 전파 모델

### 2.1 균열 개폐구모델의 정식화

Fig.1에 나타낸 바와 같이 무 균열 상태에서 단위하중의 외력이 작용할 때, 균열선상에 작용하는 응력분포를  $s(x)$ 로 하면, 크기가  $P$ 인 외하중이 작용한 경우의 응력분포는  $Ps(x)$ 로 된다.

이제 Fig.1의 부재에 길이  $a$ 인 균열이 존재하고, Fig.2와 같이 그 균열 면의 임의 위치  $x$ 에 집중하중  $p$ 가 작용하는 경우의 응력강도계수  $K_1$ 은 식(1)과 같이 표현될 수 있다.

$$K_1 = ph(x, a) \quad (1)$$

이 된다. 여기서,  $h(x, a)$ 는 길이  $a$ 인 균열의 위치  $x$ 에 단위하중 작용 시의  $K$ 값을 의미한다. 따라서, 외하중  $P$ 가 작용할 때 SIF  $K_2$ 는 식(1) 및 중첩원리로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$K_2 = P \int_0^a s(x) h(x, a) dx \quad (2)$$

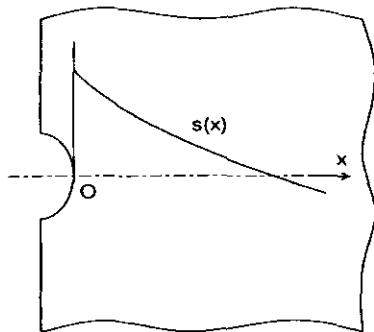


Fig.1 Stress distribution along fictitious crack under unit external load

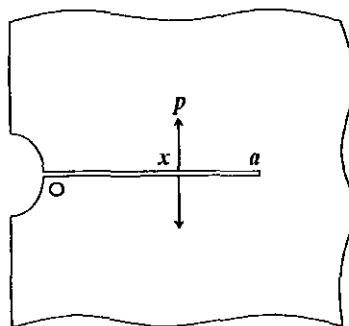


Fig.2 Crack subjected to concentrated force on crack surface

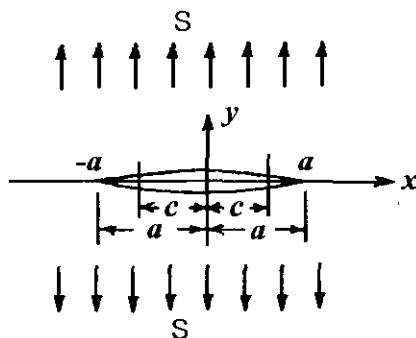


Fig.3 Crack in an infinite plate under uniform tension loading

한편 Fig.3에 나타낸 실제 균열길이  $c$ 와 가상 균열(소성역) 선단위치까지의 거리  $a$ 와의 관계는 Dugdale 모델의 조건식인 다음 식으로부터 구할 수 있다.

$$P \int_0^a s(x) h(x, a) dx - \sigma_Y \int_c^a h(x, a) dx = 0 \quad (3)$$

여기서 균열진전 및 외하중으로 인하여 소성역 선단이 성장하는 경우에는 그때의 소성역 선단으로 최신화하여 고려한다. 이렇게 현 시점까지의 하중이력 중 가장 크게 성장한 소성역 선단을 이후  $a^*$ 로 나타내기로 한다. 무한판의 경우 식(3)으로부터  $c$ 와  $a$ 의 관계식은 다음과 같이 된다.

$$\left. \begin{aligned} a_m &= c_m / \cos \left( \frac{\pi S_{\max}}{2\sigma_Y} \right) \\ a^* &= \max(a_m) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

여기서,

$a_m$ : 하중이력이 없을 때의  $c_m$ 에 대응하는 소성역 선단

$c_m$ :  $m$  번째 사이클의 반 균열길이

$S_{\max}$ :  $c_m$  시의 부하하중

$a^*$ :  $m$  번째까지의 소성역 선단 중 최대치

$\sigma_Y$ : 재료의 항복점

豐貞等(1982)은 Newman(1981)의 유한판 내의 관통균열에 대한 개구변위식 등을 무한판에 대하여 수정하여 사용하고 있다. 본 연구에서도 비교 목적으로 무한판 내에 존재하는 관통균열에 대하여 고려한다.

무한판 내의 관통균열에서는 Fig. 3에 보인 바와 같이 소성역을 포함한 가상균열길이  $2a$ 에 균일 외응력  $S$ 가 작용하는 경우의 개구변위  $V(x)$ 는 식(5)로 주어지고.

$$V(x) = \frac{2S}{E} \sqrt{a^2 - x^2} \quad (5)$$

여기서,  $E' = \begin{cases} E & (\text{평면응력}) \\ E/(1-\nu^2) & (\text{평면변형율}) \end{cases}$

Fig.4에 보인 바와 같이, 부분적으로 균열 면에 분리력(splitting force)  $\sigma_i$ 가 작용하는 경우

의 개구변위  $V(x)$ 는 다음과 같이 유도된다  
(Newman 1981)(豊貞 1982).

$$\begin{aligned} V(x) = & \frac{2\sigma_i}{\pi E} \left\{ (b_i - x) \cosh^{-1} \left| \frac{a^2 - b_i x}{a(b_i - x)} \right| \right. \\ & + (b_i + x) \cosh^{-1} \left| \frac{a^2 + b_i x}{a(b_i + x)} \right| \\ & - (b_{i+1} - x) \cosh^{-1} \left| \frac{a^2 - b_{i+1} \cdot x}{a(b_{i+1} - x)} \right| \\ & - (b_{i+1} + x) \cosh^{-1} \left| \frac{a^2 + b_{i+1} \cdot x}{a(b_{i+1} + x)} \right| \\ & \left. + 2\sqrt{a^2 - x^2} \left( \sin^{-1} \frac{b_i}{a} - \sin^{-1} \frac{b_{i+1}}{a} \right) \right\} \end{aligned} \quad (6)$$

한편, Dugdale Model에서는 소성역으로 된 구간  $[c, a^*]$ 에서도 개구변위  $V_i$ 가 주어지므로, 실제보다 큰 균열개구변위를 주게 된다.

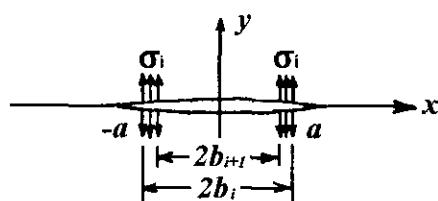


Fig.4 Crack in an infinite plate under partial splitting forces

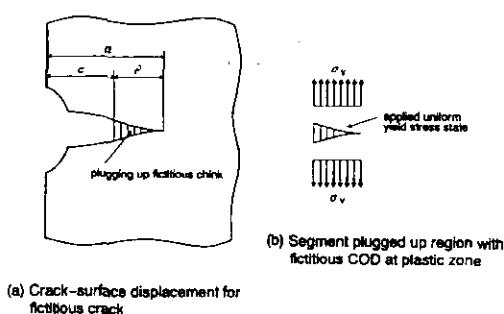


Fig.5 Illustration of crack-surface displacement for fictitious crack by Dugdale model and approximation of actual state of COD

이를 고려하기 위하여 Fig.5에 보인 바와 같이, Dugdale Model 소성역에서의 가상개구변위와 같게 되도록, 항복점 크기의 균일응력이 작용하는 일군의 봉 요소를 삽입시킨다.

이와 같이  $[c, a^*]$ 에 봉 요소를 매워 넣는 것 이 보다 실제에 가까운 모델이 된다. 이 봉 요소들은 그 후의 제하과정에서는 제하 탄성응력 상태가 된다.

그리고, 반복하중으로 발생된 균열면(wake zone) 및 균열선단 전방의 소성역 내에 n개의 봉 요소를 배치하고, 봉 번호를 소성역 선단으로부터 1, 2, 3, ..., i, ..., n로 부여한다. Fig.3 및 Fig.4를 중첩시킨 경우에 대한 개구변위  $V(x)$ 는 식(5), (6)로부터 다음과 같이 유도된다.

$$V(x) = S \cdot f(x) - \sum_{i=1}^n \sigma_i \cdot g(b_i, x) \quad (7)$$

여기서,  $f(x)$  및  $g(b_i, x)$ 는 식(5) 및 식(6)에 있어서 단위하중(즉,  $S=1$ ,  $\sigma_i=1$ )이 작용할 때의 균열개구변위이다. 따라서 Fig.6에 나타낸 것과 같이 균열이 완전히 개구하고, 또한 과거에 생긴 소성역보다 식(3)으로 얻어진  $a$ 가 전방으로 성장한 경우에는  $a^*=a$ 로 되며, 식(5) 및 (6)과 중첩원리로부터 각 봉요소 위치에서의 개구변위는 다음 식(8)과 같다.

$$\begin{aligned} V_j &= S_{\max} \sum_{i=1}^n s_i H(x_j, x_i, a^*) - \sigma_Y \sum_{i=1}^m H(x_j, x_i, a^*) \\ &= S \cdot f(x_j) - \sigma_Y \sum_{i=1}^m g(b_i, x_j) \quad (j = 1, n) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서,

$$x_j = (b_j + b_{j+1})/2$$

$$V_j : x = x_j \text{에서의 개구변위}$$

$$S_{\max}, S : \text{최대하중}$$

$$s_i : s(x) \text{의 이산화 응력}$$

$$H(x_j, x_i, a) : x_i \text{에 단위 하중 작용 시의 } x_j \text{에 서의 균열개구변위}$$

$$m : \text{균열선단 봉번호}$$

$$n : \text{전체 봉번호 수}$$

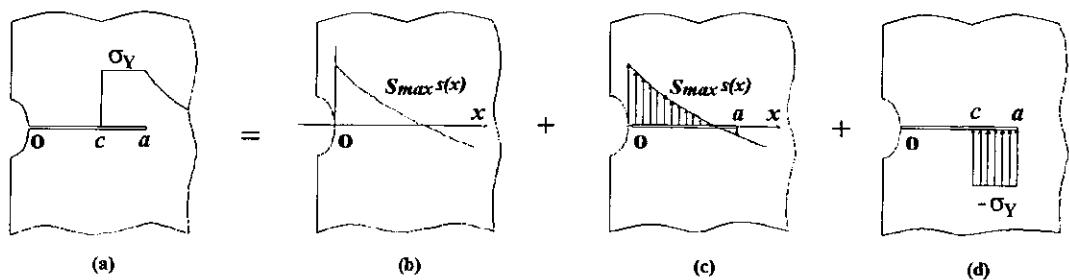


Fig. 6 Superposition Principle for opening crack  
(based on Dugdale model)

이렇게 하면 각 봉요소에 대하여 Dugdale 모델의 조건을 만족시키며, 또한 wake zone은 물론 소성역에서도 변위연속 및 평형조건을 만족하는 연립방정식이 얻어진다.  $x$  방향으로의 구속을 무시하고 소성역 부분에 있는 봉 요소를 생각하면, 이 봉 요소의 응력이 해방된 후의 봉 길이(이후 계이지 길이라 한다)  $L_j$ 는 식(9)가 된다.

$$L_j = \frac{1}{1 + \sigma_j/E} V_j \quad (9)$$

구간  $[0, c]$ 도 이상균열이 아닌 피로균열로 생긴 것으로 생각하면, 이 구간에는 상기와 같이 하여 균열 내에 인장잔류변형을 갖는 봉요소가 잔류하게 되므로, 제하과정에서는 균열전방에 압축소성역이 형성된다.

여기에서는 과거 하중이력의 영향을 고려하기 위하여 제하과정에 있어서도,  $a^*$  보다 전방에까지 압축소성역이 생기는 경우와 같은 매우 과대한 압축하중이 작용하지 않는 한, Newman(1981)의 주장에 따라 가상균열선단  $a^*$ 는 일정하다고 가정한다. 제하과정에 있어서도 식(8)과 마찬가지로 중첩원리가 성립하고, 최소하중 시에는 균열개구변위가 다음 식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} V_j &= S_{\min} \sum_{i=1}^n s_i H(x_j, x_i, a^*) - \sum_{i=1}^n \sigma_i H(x_j, x_i, a^*) \\ &= S \cdot f(x_j) - \sum_{i=1}^n \sigma_i g(b_i, x_j) \quad (j = 1, n) \end{aligned} \quad (10)$$

여기서,  $\sigma_i$ 는  $i$  번째 봉요소에 작용하는 응력을 나타낸다. 탄성역에 있는 봉요소의 개이지 길이는, 식(9)로부터 구한 직전 최대하중시의 개이지 길이  $L_j$ 와 변함이 없으므로, 균열폐구역 및 소성역내의 제하 탄성영역에서는, 최소하중시의  $x_j$  위치에서의 개구변위  $V_j$ 가 다음 식으로 유도된다.

$$V_j = (1 + \sigma_j/E) L_j \quad (11)$$

따라서 이 영역에서는 식(10)과 식(11)를 등치한 다음 식이 성립한다.

$$\begin{aligned} &(1 + \sigma_j/E) L_j \\ &= S_{\min} \sum_{i=1}^n s_i H(x_j, x_i, a^*) - \sum_{i=1}^n \sigma_i H(x_j, x_i, a^*) \\ &= S \cdot f(x_j) - \sum_{i=1}^n \sigma_i g(b_i, x_j) \quad (j = 1, n) \end{aligned} \quad (12)$$

이때 재료는 Dugdale 모델과의 일관성 및 실제 거동에 가깝게 완전탄소성체로 가정하며, 따라서 압축소성역에서는  $\sigma_i = -\sigma_Y$ , 접촉하고 있지 않는 균열개구부에서는  $\sigma_i = 0$ 로 된다.

식(12)을  $\sigma_i$ 에 대하여 풀고, 식(7)의  $f(x)$  및  $g(b_i, x)$ 를 이용하여 무한판에 대하여 풀어서 정리하면, 다음 식(13)이 유도된다.

$$\left| \begin{array}{l} \sigma_1 = \frac{\left\{ S \cdot f(x_1) - \sum_{i=2}^n \sigma_i \cdot g(b_i, x_1) - L_1 \right\}}{\left\{ g(b_1, x_1) + \frac{L_1}{E} \right\}} \\ \vdots \\ \sigma_j = \frac{\left\{ S \cdot f(x_j) - \sum_{i=j+1}^n \sigma_i \cdot g(b_i, x_j) - L_j \right\}}{\left\{ g(b_j, x_j) + \frac{L_j}{E} \right\}} \quad (13) \\ \vdots \\ \sigma_n = \frac{\left\{ S \cdot f(x_n) - \sum_{i=1}^{n-1} \sigma_i \cdot g(b_i, x_n) - L_n \right\}}{\left\{ g(b_n, x_n) + \frac{L_n}{E} \right\}} \end{array} \right.$$

식(13)의 각 식은 각 봉 요소에 관한 평형방정식이 되며, 이 식을 풀기 위해서는 계산과정 중 항상 피로균열의 진전으로 인한 wake zone 및 가상균열구역에서 제한조건의 만족여부를 검토하여야 하므로 일반적인 직접 역 행렬을 구하는 연립방정식의 해법으로는 곤란하다. 그래서 반복법의 일종인 Gauss-Seidel 법을 사용하여 매 반복계산마다 제한조건을 부과하여 수렴시킴으로써 풀 수 있다. 이 수렴계산과정에서 다음과 같이 치환하면,

$$\begin{aligned} \cdot x_j < c : \quad \sigma_j > 0 & \text{이면 } \sigma_j = 0 \\ \sigma_j < -\sigma_Y & \text{이면 } \sigma_j = -\sigma_Y \\ \cdot c < x_j < a^* : \quad \sigma_j > \sigma_Y & \text{이면 } \sigma_j = \sigma_Y \\ \sigma_j < -\sigma_Y & \text{이면 } \sigma_j = -\sigma_Y \end{aligned}$$

균열선단 전방부분의 소성역과 wake zone의 개폐거동의 상호작용을 고려할 수 있다. 얻어진 해  $\sigma_j$ 를 식(10)에 대입함으로써 최소하중 시의 균열개구변위를 구할 수 있다.

본 연구에서는 제하 과정에서 균열 증분을 고려 한다. 새롭게 균열이 성장한  $\Delta c$  구간 이외의 영역에서 압축항복하고 있는 위치의 봉요소 게이지 길이는 식(13)의 수렴계산에 의하여 얻어지는 응력  $\sigma_j$ 를 식(11)에 대입하므로써 구하여지는 최소하중시의 개구변위  $V_j$ 를 이용하여

$$L_j = \frac{1}{1 - \sigma_Y/E} V_j \quad (14)$$

로 주어진다.

이 상태로부터 부하과정에 들어간다. 다음 사이클의 최대 하중시에, 식(3)(무한판의 경우는 식(4))에 의한 소성역선단  $a$ 가  $a^*$  보다 큰 경우 가상균열역의 전방에서는 과거에 소성변형을 받지 않았으므로, 식(3)이 그대로 성립한다. 다만 이 경우  $c$ 는  $c + \Delta c$ 로 변화한다. 즉 식(3)의  $P$ 에 다음의 최대하중을,  $c$ 에  $c + \Delta c$ 를 대입하고, 얻어진  $a$ 가  $a^*$  보다 큰 경우에는, 새롭게 얻어진  $a$ 를  $a^*$ 로 변경함으로써 최대하중시의 균열개구변위  $V_j$ 는 식(8)으로 구하여 진다.

한편 새롭게 식(3)으로 얻은  $a$ 가  $a^*$  보다 작아지는 경우에는, 식(8)은 성립하지 않게 된다. 이렇게 전력의 영향역내에 인장소성역이 생긴 경우, 최소하중 시의 식(10)에서  $S_{\min}$  대신에  $S_{\max}$ 을 대입한 식이 성립하며, 식(13)과 유사하게 연립방정식을 구성할 수 있다.

이 연립방정식도 제한조건을 갖는 Gauss-Seidel법을 이용하여 응력분포  $\sigma_i$ 를 구할 수 있다. 인장소성역으로 된 영역은  $\sigma_i = \sigma_Y$  가 되며, 이로부터 소성역 선단이 구하여 진다. 따라서 최대하중시의  $x = x_j$  위치에서의  $V_j$ 는 구해놓은  $\sigma_i$ 를 이용하여 다음 식으로 주어진다.

$$\begin{aligned} V_j &= S_{\max} \sum_{i=1}^n s_i H(x_j, x_i, a^*) - \sum_{i=1}^n \sigma_i H(x_j, x_i, a^*) \\ &= S \cdot f(x_j) - \sum_{i=1}^n \sigma_i g(b_i, x_j) \quad (j = 1, n) \end{aligned} \quad (15)$$

그리고 이 경우에도  $\sigma_i = \sigma_Y$ 로 되어 있는 요소에 대하여는, 게이지 길이  $L_j$ 는 인장소성역에서의 식(9)로 주어지고, 변경된 게이지 길이로 변화한다. 이렇게 취급하면, 하중이력이 존재하지 않는 경우에 대하여 구한 식(3)으로 구하여진  $a$ 가  $a^*$ 로 되면, 실제 균열길이  $c$ 가 이 위치까지 전진한 후에야 균열이 전 소성 영향역을 빠져나가기 시작하게 된다.

## 2.2 유효한 균열전파 응력의 계산

이하에서는 무한판 관통균열의 경우에 대하여 균열진전에 유효한 응력을 계산하는 방법을 설명한다.

### (1) Newman(1981)의 개구응력

균열면이 접촉없이 완전히 열리는 외부 작용응력  $S_o$ 은  $S_{min}$  시의 접촉응력으로부터 계산된다. 면접촉이 없게 하기 위하여, 작용응력증분 ( $S_o - S_{min}$ )으로 인한 응력강도계수를 접촉응력으로 인한 응력강도계수와 같게 둔다.

• 접촉응력 하의 유한판 관통균열의 응력강도계수

$$K_1 = \frac{2\sigma}{\pi} [\sin^{-1} B_2 - \sin^{-1} B_1] \sqrt{\pi a \sec \frac{\pi a}{W}} \quad (16-1)$$

$$\text{여기서, } B_k = \frac{\sin \left( \frac{\pi b_k}{W} \right)}{\sin \left( \frac{\pi c}{W} \right)} \quad \text{for } k = 1 \text{ or } 2$$

• ( $S_o - S_{min}$ )의 균일 외응력이 작용하는 유한판 관통균열의 응력강도계수

$$K_2 = (S_o - S_{min}) \sqrt{\pi a \sec \frac{\pi a}{W}} \quad (16-2)$$

위 두 식을 등치하여  $S_o$ 에 대하여 푼 다음, Fig.3 및 4의 기호를 사용하여 무한판 관통균열의 wake zone에 작용하는 응력을 고려하면,

$$S_o = S_{min} - \sum_{j=m+1}^n \frac{2\sigma_j}{\pi} \left[ \sin^{-1} \frac{b_j}{a} - \sin^{-1} \frac{b_{j+1}}{a} \right] \quad (17)$$

이 식으로부터 알 수 있듯이 Newman의 개구응력의 산정에는 균열전방 소성역의 응력 분포는 무시하고, wake zone 내의 봉요소 응력만이 고려되어 있음을 알 수 있다. 작용응력 레벨이  $S_o$

에 달하였을 때, 균열선단의 응력  $\sigma_i$ 는 압축에서 인장까지 변한다.

### (2) 豊貞등(1982)의 소성 개구응력

豊貞등은 Newman의 개구응력은 Elber의 제안에 기초한 wake zone에서의 접촉만을 없애 하기 위한 외응력으로 이 상태에서 균열선단에서는 불가역적인 소성일이 발생하지 않고, 따라서 균열선단의 미소 봉요소가 탄성역에 있는 한, 균열선단에서는 히스테리시스 루프를 그리지 않고, 소성스트레인의 축적은 없으므로 피로균열의 전파는 생기지 않는다고 주장하고 있다. 물리적으로 균열전파는 소성일의 결과로 생기는 것이므로 이러한 주장은 타당하다고 생각된다. 그들은 이 히스테리시스 루프를 그리기 시작하는 응력을 재인장소성역 발생하중 즉, RPG (Re-tensile Plastic zone Generating) 하중으로 부르고, 피로균열전파의 유효응력범위는 ( $S_{max} - S_{RPG}$ )로 표현하고 있다. 외부하중이 이렇게 정의된 RPG 하중보다 크게 되는 경우, 균열은 완전히 개구할 뿐만 아니라 균열선단은 소성항복하게 된다. 반대로, RPG 하중보다 작게되는 경우에는 균열진전은 일어나지 않게 된다.

RPG 하중  $S_{RPG}$ 는, 위에서 언급한 대로 최소 하중  $S_{min}$ 으로부터 부하시커가는 과정에서 균열폐구역에 작용하고 있는 응력이 해방되어, 균열선단에 인장소성역이 생기기 시작하는 시점의 하중이다. 인장소성역이 형성되기 시작하는 한계에서 균열선단 봉요소의 계이지 길이는

$$l = L_m \left( 1 + \frac{\sigma_Y}{E} \right) \quad (18)$$

이 되며, 따라서 식(13)과 마찬가지로, 다음의 연립방정식이 얻어지고, Gauss-Seidel 법으로 해를 구할 수 있으며, 식 중의 아래첨자  $k$  및  $k+1$ 은 반복계산 스텝을 나타낸다.

- $j \neq m$  인 요소

$$\begin{aligned} [\sigma_i]_{k+1} = & \{ [S_{RPG} \cdot f(x_j) - \sigma_m \cdot g(b_m, x_j)] \\ & - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq m}}^{j-1} [\sigma_i]_{k+1} \cdot g(b_i, x_j) \\ & - \sum_{\substack{i=j+1 \\ i \neq m}}^n [\sigma_i]_k \cdot g(b_i, x_j) - L_i \} / \left\{ g(b_j, x_j) + \frac{L_i}{E} \right\} \end{aligned} \quad (19-1)$$

•  $j = m$  인 요소

$$[S_{RPG}]_{k+1} = \frac{\left\{ I + \sigma_m \cdot g(b_m, x_m) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq m}}^n [\sigma_i]_{k+1} \cdot g(b_i, x_m) \right\}}{f(x_m)} \quad (19-2)$$

### (3) 탄성 개구응력

균열선단의 봉요소의 응력을 0(zero)으로 하기 위한 외응력을 생각하면, 이 응력은 위에서 언급한 소성개구응력을 구하는 과정과 유사하게 구할 수 있다. Newman의 개구응력이 균열전방 소성역의 응력 재분포를 고려하지 않아 꽤 낮은 값을 주는데 반하여, 이 응력은 소성개구응력보다 약간 작은 값을 준다. 실제로 Elber가 문헌(1971)에서 제안한 개구비 식이 실험결과와 잘 일치하는 점으로 보아, 개념상 Elber의 개구응력은 Newman에 의한 정의보다 균열선단의 봉 요소의 응력을 0(zero)으로 하기 위한 외응력으로 생각하는 것이 타당하다고 사료된다.

### 3. 계산결과 및 고찰

이하에서는 豊貞 등(1982)의 계산조건과 동일한 조건 하에서 계산을 수행하여 그 결과를 상호 비교함으로써 본 연구에서 개발된 해석기법의 타당성을 검토하였다. 봉요소 배열, 해의 수렴성 및 계산 흐름도 등은 문헌(Paris 1957)에 상술하였다.

Fig. 7에 계산에 사용된 균열모델, 하중이력 및 재료정수를 나타내었다. Fig. 8 ~Fig. 9는 豊貞 등(1981)의 논문에 실린 결과에 대응하는 계산결

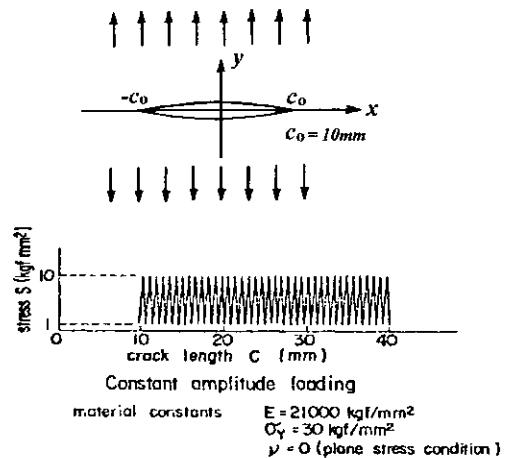


Fig.7 Loading histories as a function of crack length

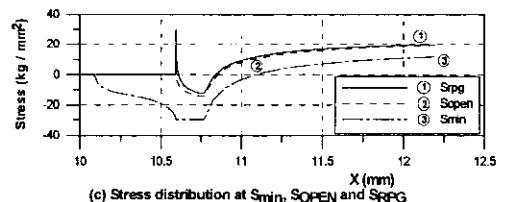
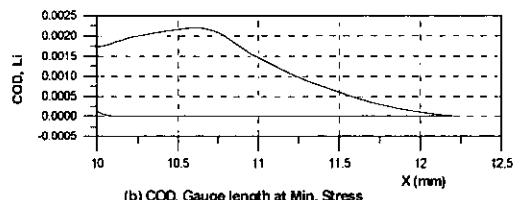
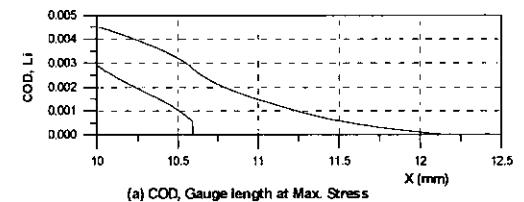


Fig.8 Crack Behavior 1( $c=10.59\text{mm}$ )  
(Initial Stage)

과를 도시한 것인데, 그의 논문에서 보인 최대하중 시의 개구변위 및 최소하중시의 응력분포와 같은 결과를 주고 있다.

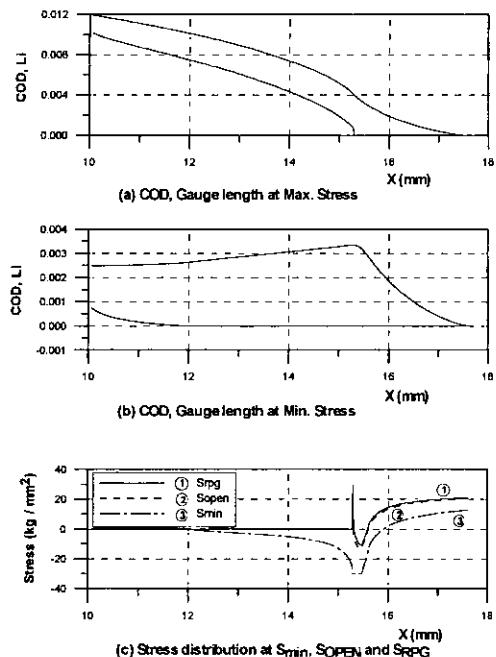


Fig. 9 Crack Behavior 2( $c=15.29\text{mm}$ )  
(Stable Growth Stage)

그의 논문에는 최소하중 시의 개구변위 및 개이지 길이에 대한 결과는 도시되어 있지 않은데, 여기에서는 wake zone에서의 폐구상황을 보기 위하여 도시하였다. 계산에 사용된 균열증분 크기  $\Delta c$ 는 최대인장소성역의 0.25%로 하였는데, 이 값의 선택 및 wake zone에서의 봉 요소의 폭을 어떻게 배열하는가에 따라 해의 수렴성 및 2.2절에서 언급한 Newman의 개구응력( $S_{Newman}$ ), 豊貞등의 소성개구응력( $S_{RPG}$ ) 및 탄성개구응력( $S_{OPEN}$ ) 값에 큰 차이를 보이므로 이에 대한 파라미트릭 연구가 필요하다고 생각된다.

각 그림의 응력분포에는 최소하중시의 응력분포는 물론  $S_{RPG}$  및  $S_{OPEN}$ 에 대응하는 응력분포도 도시하였는데, 당연히  $S_{RPG}$  상태에서 균열선단 요소는 인장항복응력 크기의 응력을 받고 있고,  $S_{OPEN}$  상태에서는 0(zero)의 응력을 받고 있음을 알 수 있으며, 이를 제외하고는 두 상태의 큰 차이는 보이지 않는다.

Fig.8은 초기균열( $c=10\text{ mm}$ )보다 약간 진전

한 상태의 것으로, (a) 및 (b)는 각각 최대하중 및 최소하중시의 COD 및 개이지 길이를, (c)에는 최소 하중 시,  $S_{OPEN}$  및  $S_{RPG}$ 에서의 응력분포를 나타낸 것이다. Fig.8(b)의 결과를 보면 초기단계에서는 최소응력인 인장응력 상태에서도 개구하고 있는 균열면 부분이 존재함을 알 수 있다.

Fig.9는 통상 균열전파수명의 계산대상인 안정 성장역(Stage II)에 대한 것이며, 초기단계인 Fig.8과 비교하면 wake zone에서의 응력분포곡선의 기울기 변화가 감지되며, 최소하중상태에서의 개구량이 커지고 있음을 알 수 있다.

이상과 같이 개발된 피로균열전파 모델은 일정 하중하의 균열전파거동을 정성적 및 정량적으로 잘 표현하고 있는 것으로 생각된다.

이제 2.2절에서 언급한 Newman의 개구응력( $S_{Newman}$ ), 豊貞등의 소성개구응력( $S_{RPG}$ ) 및 탄성개구응력( $S_{OPEN}$ ) 값을 구한 결과를 균열길이의 함수로서 Fig.10에 나타내었다. 일정진폭 하중하에서의 결과인 Fig.10을 보면  $S_{RPG}$  및  $S_{open}$ 은 초기의 균열전파영역에서는 급격히 커지고, 최대치를 나타낸 후 서서히 저하하여 일정치를 유지하고 있다. 급격한 상승을 보이는 피로균열전파 초기에서는 초기결합길이  $c_0$ 가 꽤 작아  $\Delta K$  값이  $\Delta K_u$  이하로 되는 경우에도, 균열진전에 유효한 응력강도계수범위가 커지므로 豊貞 등[12]의 설명처럼 피로균열이 전파할 수 있음을 설명하고 있다.

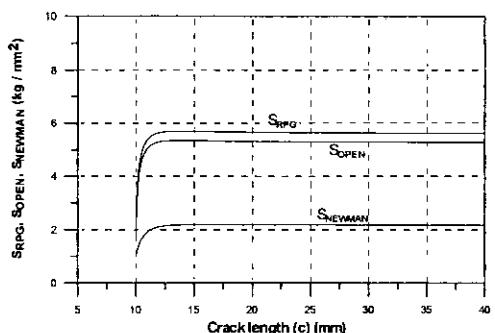


Fig. 10 Comparison of various effective stresses (uniform load)

#### 4. 결론

이상의 연구 결과로부터 얻은 결론을 요약하면 다음과 같다.

(1) 개발된 균열전파 모델은 일정진폭 하에서 개구변위, 케이지 길이 및 응력분포 상태를 정성 및 정량적으로 잘 표현하고 있다.

(2) 균열전파 초기에서는 각 연구자들이 제안한 유효응력 값들이 모두 전파에 따라 급증하여 일정한 값으로 되는 경향을 보이지만, Newman의 개구응력은 소성역에서의 응력분포를 고려하지 않고 있어, 훨씬 낮은 값에 머문다.

향후 일정진폭 도중에 과대하중을 작용시킨 경우, 다양한 응력비에 대한 검증 및 균열진전 유효응력에 기초한 균열성장 수명계산 등을 수행한 결과를 보고할 예정이다.

#### 참 고 문 현

- 김창욱, "균열전파해석에 의한 피로수명 평가에 관한 연구", 충남대학교 박사학위논문, 2001.2
- D.S. Dugdale, "Yielding in Steel Sheets Containing Slits", Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol 8, pp. 100-104, 1960.
- ISSC, Report of Committee III.2 "Fatigue and Fracture", ISSC'97 in Trondheim, 1997.
- J.C.Newman, "A finite-element analysis of fatigue crack closure", ASTM STP-590, 1976.
- J.C.Newman, "A crack closure model for predicting fatigue-crack growth under aircraft spectrum loading", NASA Tech. Memo. 81941, 1981.
- M.Klesnil, et al., "Effect of Stress Cycle Asymmetry on Fatigue Crack Growth", Mater. Sci. Eng. 9, 1972.
- P.C.Paris, Boeing Co. Document, No.17867 Addendum N, 1957.
- P.C.Paris and F.Erdogan, "Critical Analysis of Crack Propagation Law", Trans.ASME, Ser.D, 85-4, 1963.
- W.Elber, "The Significance of Fatigue Crack Closure", ASTM STP-486, 1971.
- 豊貞雅宏, "部分片振領域における疲労亀裂傳播速度について", 日本造船學會論文集, 第133号, 6月 1973.
- 白鳥正樹, 他2名, "疲労亀裂の傳ばと開閉挙動の解析", 日本機械學會論文集, Vol.43, No.374, 1977.
- 菊川真, 他2名, "低K領域における疲労き裂進展挙動と進展速度の評價法", 日本機械學會論文集A編, 47卷, 417号, 1981.
- 向井喜彦, 他1名, "き裂先端近傍の變形挙動に関する解析的検討", 日本溶接學會誌, Vol.51, No.10, 1982.
- 豊貞雅宏, 他2名, "き裂開閉口を考慮した疲労き裂傳播モデル", 日本造船學會論文集, Vol. 152, 1982.
- 加藤昭彦, 他2名, "廣範囲の應力比條件下での疲労亀裂傳播速度式の検討", 日本造船學會論文集, 第153号, 1983.
- 豊貞雅宏, 他3名, "任意應力場における疲労き裂傳播シミュレーション", 日本西部造船會報, Vol.83, 1992
- 豊貞雅宏, 他5名, "極低き裂傳播速度領域における疲労き裂傳播則について", 日本造船學會論文集, Vol.172, 1992.
- 豊貞雅宏, 他1名, "RPG荷重のシミュレーション", 日本造船學會論文集, Vol.176, 1994.



〈 김 창 익 〉 〈 노 인 식 〉 〈 신 병 천 〉