

제어곡면 수정에 의한 기하오차 보정

고태조*, 박상신*, 김희술*

Compensation of Geometric Error by the Correction of Control Surface

Tae Jo Ko*, Sang-Shin Park*, Hee Sool Kim*

ABSTRACT

Accuracy of a machined part is determined by the relative motion between the cutting tool and the workpiece. One of the important factors which affects the relative motion is the geometric errors of a machine tool. In this study, firstly, geometric errors are measured by laser interferometer, and the positioning error of each control point selected uniformly on the control surface of CAD model can be estimated from the form shaping model and geometric error data base. Where a form shaping function is derived from the link of homogeneous transformation matrix. Secondly, control points are shifted to the estimated amount of positioning errors. A new control surface is modeled with NURBS (Non Uniform Rational B-Spline) surface approximation to the shifted control points. By generating tool paths to the redesigned control surface, we reduce the machining error quite.

Key Words : Machine Tool(공작기계), Machining Error(가공오차), Geometric Error(기하오차), Control Surface(제어곡면), Form Shaping Function(형상생성함수), Surface Approximation(표면근사)

1. 서론

공작기계의 가공정밀도에 영향을 미치는 오차 요인은 여러 가지가 있지만 일반적으로 기계구조에 의한 오차와 가공공정에 의해 발생하는 오차로 나눌 수 있다. 기계구조에 의한 오차에는 공작기계 운동요소의 기하학적 오차, 발열에 의한 온도상승이 기인하는 이송계 또는 구조물의 변형, 정적 또는 동적 질삭하중으로 인한 구조물의 변형 등이 있

다. 반면, 가공공정에 의해 발생하는 오차는 공구의 휨, 공구 마모, 채터진동 등이 원인이 된다. 이러한 오차들은 복합적으로 공작물의 가공에 영향을 미쳐서 가공물의 정밀도를 저하시키는 원인이 된다. 따라서 이러한 오차요인들이 가공에 얼마만큼의 영향을 미치는지를 파악하고, 이를 보상함으로써 가공의 정밀도를 향상시킬 수 있다. 공작기계를 이용하여 가공할 때 발생하는 오차를 줄이기 위한 연구는 크게 나누어 오차를 모델링하는 것과 구성된 오차

* 영남대학교 기계공학부

모델로부터 예측된 오차를 보상하는 방법적인 문제로 나눌 수가 있다.

전자의 연구로서는 공작기계의 정적오차 및 기하학적 오차의 예측에 대한 모델링이 대표적이다.⁽¹⁻³⁾ 또한, 가공할 때 절삭력으로 인한 공구의 휨에 의해 발생하는 오차에 대한 모델링⁽⁴⁻⁶⁾, 그리고 열 변형에 의한 오차 모델링⁽⁷⁻⁸⁾ 등의 연구가 발표되었다.

후자로서는 전자의 기법 등으로 모델링하는 것과 동시에 보정을 하는 방법까지 포함하여 보정결과를 제시하고 있다. 대표적인 연구로서는 Ni 등과 같이 기하오차 및 열 그리고 절삭력에 기인한 오차를 예측한 후 그 오차를 디지털 입출력장치(DIO)를 통해서 PLC(Programmable Logic Controller)에 보내고, PLC에서 공칭위치를 수정한 후 CNC(Computer Numerical Controller)에 전달시키면 CNC는 각축의 원점을 이동시켜서 제어를 하는 방법이다⁽⁹⁾. 두번째 방법은 DNC(Direct Numerical Controller)를 통하여 CNC 프로그래밍의 G 코드 값을 변경시키는 방법이다.⁽¹⁰⁾ 또한, CNC의 제어 주파수와 동일한 주기로 PC와 CNC를 인터페이스하여 직접 CNC 내부의 위치 지령값을 변경시키는 방법도 제안되고 있다.⁽¹¹⁾ 이러한 연구는 DNC를 통한 위치 보정 시점이 일정하지 않아 실시간 보정이 어렵거나, 제어주기만큼 빠른 속도로 위치 보정을 해야 하는 동적오차 보정시스템 등에서는 어려울 뿐 아니라 하드웨어를 새로이 구성하여야 한다.

이와 같은 제어 기법에 비하여 소프트웨어적으로 가공오차를 제어할 수 있는 방법은 On-line제어 보다는 Off-line제어 측면에서 주목할만하다.⁽⁴⁾ 이러한 방법은 먼저 오차모델을 통하여 특정 제어점에 대해 오차를 예측한 후 제어점을 오차량만큼 이동시킨다. 그리고는 이동된 각 제어점을 이용하여 CAD 모델을 새로이 만들고, 만들어진 CAD모델로부터 공구경로를 구하여 가공하게 된다. 이렇게 하면 소프트웨어적으로 Off-line으로 가공오차를 보상할 수가 있다.

이런 관점에서 본 연구에서는 오차를 예측하고 소프트웨어적으로 보상하는 방법에 대해 기술한다. 즉, 먼저 공작기계 및 가공시스템에서 오차의 가장 중요한 요소인 기하오차를 측정하고, 동시에 형상생성함수를 이용하여 가공오차를 예측할 수 있는 모델을 만든다. 만들어진 모델로부터 제어곡면상의 특정 점에 대해 오차를 예측한 후, 오차량 만

큼 제어점들을 반대 방향으로 이동시킨다. 그리고는 NURBS 곡면으로 제어점 군을 근사화시켜서 새로운 제어곡면을 만든다. 만들어진 제어곡면으로 NC 가공경로를 생성한 후 불 엔드밀 가공을 통해 보상전과 보상후의 정밀도를 비교해봄으로써 본 연구에서 제안하는 보상기법의 타당성을 보이고자 한다.

2. 공작기계의 가공오차 예측

2.1 형상생성함수

공작기계의 기하오차에 의한 가공오차 예측을 위한 모델은 D.N Reshetov⁽¹²⁾에 의해서 제안된 공작기계의 형상생성운동을 수학적으로 모델링할 수 있는 형상생성함수를 이용한다. 형상생성함수는 스펀들 유니트, 베드, 테이블, 칼럼 등과 같은 여러 가지 구성요소의 연쇄구조를 가진 공작기계에서 공작물에 대한 공구의 궤적이 각 구성요소간의 상대운동의 중첩으로 형성된다는 개념을 기초로 한 것이며, 이를 이용하면 공작기계의 운동특성과 가공형상과의 관계를 수학적으로 해석할 수 있다.⁽¹³⁾ 각 구성요소의 운동을 인접한 좌표계간의 상대운동의 중첩으로 생각하고 공작기계의 구성요소를 강체로 가정하면 강체의 운동은 6자유도이기 때문에, 상대운동 k 는 1에서 6까지의 숫자로 표시할 수 있다. 이 숫자를 공작기계의 구성요소의 연쇄순으로 나열한 것을 좌표코드 k 로 정의하며 식(1)과 같다. 각각의 운동에 대한 k 값인 동차좌표변환 행렬은 Table 1과 같다.

$$k = k_1 k_2 k_3 \cdots k_l \quad (1)$$

이 연쇄에 있어서 각 구성요소간의 상대운동에 대응하는 동차좌표변환 행렬을 순차적으로 곱함으로써 공구와 공작물의 상대운동 즉, 형상생성함수 r 은 식 (2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$r = A_{0,l} r_l \quad (2)$$

여기서, $A_{0,l} = \sum_{i=1}^l A_{i-1,i}$ 이고, i 는 공작물에서 공구까지 붙여진 좌표계 번호, l 은 링크의 수, j 는 운동특성, 그리고 r_l 은 공구의 형상벡터이다.

Table 1 Matrices of generalized displacement⁽¹²⁾

Motion	Axis	Relative motion k	Homogeneous translation matrix A
Translational along axis	X	1	$A^1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
	Y	2	$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
	Z	3	$A^3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
Rotational around axis	X	4	$A^4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
	Y	5	$A^5 = \begin{bmatrix} \cos \psi & 0 & \sin \psi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \psi & 0 & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
	Z	6	$A^6 = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

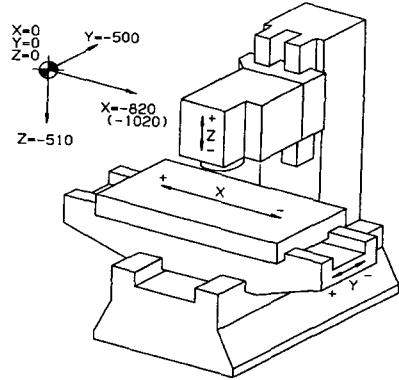


Fig. 1 Structure of 3-axis machining

같이 두 개의 직각도 성분을 고려하여야 한다. 즉, Z축이 기준축이면 X와 Z, 그리고 Y와 Z에 관한 직각도를 고려하면 된다. 만약 직각도 오차가 작다고 가정하면, 식 (5)와 같이 직각도에 대한 근사 오차식을 구할 수가 있다.

2.2 공작기계에 대한 기하오차 모델

Fig. 1과 같이 X, Y, 그리고 Z축을 갖는 공작기계 상에서 축을 따라서 요소들이 운동을 한다면 공작기계의 오차는 3개의 병진오차성분($\delta_x, \delta_y, \delta_z$)과 3개의 회전 오차 성분($\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$) 그리고 직각도 오차 성분으로 각각 나타낼 수가 있다. 이 경우 형상생성은 식 (2)로부터 식 (3)과 같이 쓸 수가 있다.

$$r = A^1(x)A^2(y)A^3(z) r_l \quad (3)$$

만약 3축이 각각 병진과 회전오차성분을 갖고 있으며, 회전각이 작다고 가정을 하고 1차 오차만을 고려한다면 다음 식 (4)와 같은 오차행렬을 만들 수가 있다.

$$E_n = \begin{bmatrix} 0 & -\epsilon_{zn} & \epsilon_{yn} & \delta_{xn} \\ \epsilon_{zn} & 0 & -\epsilon_{xn} & \delta_{yn} \\ -\epsilon_{yn} & \epsilon_{xn} & 0 & \delta_{zn} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서 n 은 각 축의 운동을 나타내는 인덱스 기호이다. 만약 3축 공작기계를 생각한다면 Fig. 2와

$$E_{xz} = \begin{bmatrix} 1 & -\epsilon_{z(xz)} & \epsilon_{y(xz)} & 0 \\ \epsilon_{z(xz)} & 0 & 0 & 0 \\ -\epsilon_{y(xz)} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

비슷하게 Y, Z축에 대한 직각도 오차도 식 (5)와 같이 구할 수가 있으며, 상세한 것은 참고문헌 (14)에 잘 나타나 있다.

따라서 식 (4)와 (5)를 더하면 X축의 오차행렬을 식 (6)과 같이 구할 수가 있다.

$$E = E_x + E_{xz} \quad (6)$$

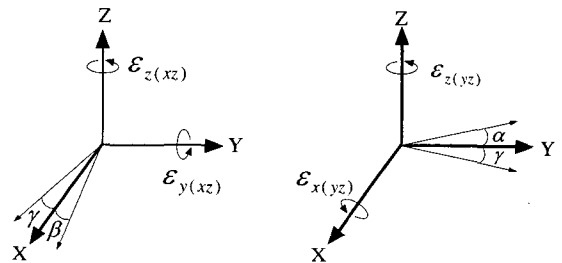


Fig. 2 Decomposition of squareness error

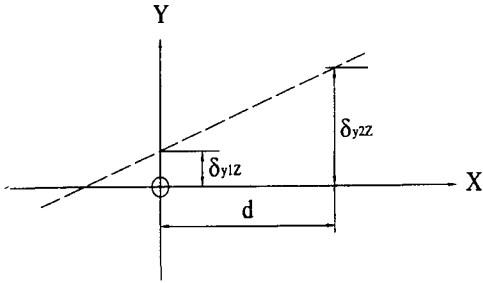


Fig. 3 Identification of roll error of Z-axis

최종적으로 X축의 운동으로 일어나는 공작기계의 오차는 식 (7)과 같다.

$$\Delta r = Er \quad (7)$$

다른 축의 운동과 관련한 오차도 동일하게 구하면 된다.

이상과 같이 기하오차 성분으로부터 오차를 구하게 되면 이 오차는 보정을 위해 사용하게 된다. 이를 위해서 먼저 공작기계의 기하오차성분을 측정하여 데이터 베이스를 구축하여야 하는데, 본 연구에서는 레이저 간섭계(ML10, Renishaw)를 이용하여 각각의 성분을 측정하였다. 3축 머시닝센터(ACE V45, Daewoo)에 대해 21개 성분의 오차항을 측정하였는데, 이 중에서 롤 오차는 측정이 불가능함으로 직각도로부터 다음과 같이 간접적으로 계산하는 방법을 이용하였다.

$$\gamma_z = (\delta_{y1z} - \delta_{y2z})/d \quad (8)$$

여기서 δ_{y1z} , δ_{y2z} 는 Fig. 3과 같이 Z축을 따라서 두 개의 직각도 성분이며, d 는 그 점사이의 거리이다. 비슷하게 X와 Y축의 롤 오차도 구할 수가 있다. Fig. 4는 X축에 대한 병진 및 회전오차의 측정 예를 나타내고 있으며, Table 2는 직각도 오차를 나타낸다. 전체 측정 범위에서 최대 위치오차는 X축이 $-17.05\mu\text{m}$, Y축이 $-19.04\mu\text{m}$, Z축은 $17.64\mu\text{m}$ 였고, 최대 회전오차는 피치오차로서 X, Y, Z축 각각 $11.52\mu\text{m}/\text{mm}$, $-205.52\mu\text{m}/\text{mm}$, $39.48\mu\text{m}/\text{mm}$ 였다.

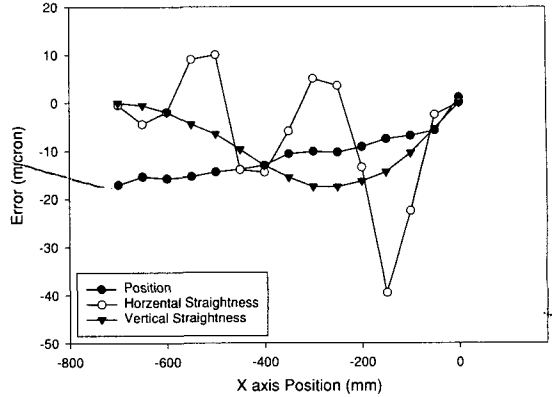


Fig. 4(a) Translational error of X-axis

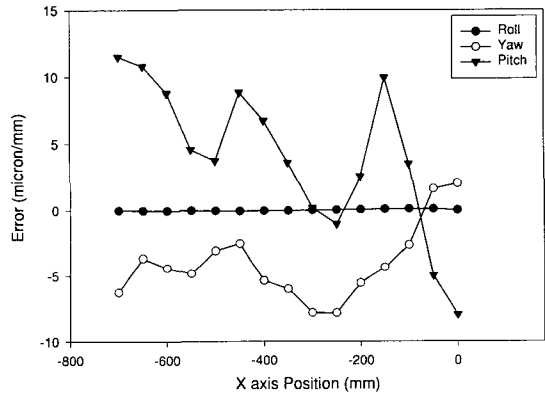


Fig. 4(b) Rotational error

Table 2 Squareness error

	Error factor	Error Value
Between XZ axis	$\epsilon_{y(xz)}$	$-0.0166\mu\text{m}/\text{mm}$
	$\epsilon_{z(xz)}$	$0.1333\mu\text{m}/\text{mm}$
Between YZ axis	$\epsilon_{x(yz)}$	$-0.0100\mu\text{m}/\text{mm}$
	$\epsilon_{z(yz)}$	$0.0333\mu\text{m}/\text{mm}$

측정은 전진과 후퇴동작에 대해 각각 5번을 측정하고, 산술평균한 값을 취하였다. 이러한 측정 값을 이용하여 X, Y, 그리고 Z방향에 대한 오차성분인 δ_x , δ_y 그리고 δ_z 를 각각 구할 수가 있다.

3. 제어곡면 수정에 의한 가공오차 보상법

Fig. 5와 같이 볼 엔드밀링 작업에 있어서 공구의 경로는 제어곡면에 대해 만들어진다. 물론 정상적의 경우는 제어곡면이 설계곡면과 일치하게 된다. 이때 가공을 하게 되면 기하오차에 의해서 점 P 에서는 가공오차 e 만큼 오차를 갖는 가공면이 얻어지게 된다. 따라서 점 P 에서 공구의 경로를 이동시키게 되면 가공오차를 줄일 수가 있다.

즉, Fig. 6에서와 같이 선택된 제어점 P_0 에서 가공오차를 평가한 후 가공오차량 Δd_n 만큼 법선방향으로 식 (9)와 같이 이동시켜서 새로운 제어점 P_1 을 형성시킨다. 여기서 N 은 표면의 법선벡터이다.

$$P_1 = P_0 - \Delta d_n \cdot N \quad (9)$$

이러한 새로운 제어점 군은 곡면 모델러에 의해 모델링될 수가 있다. 새로이 제어곡면이 모델링되면 이 곡면에 대한 가공경로가 만들어지는데, Fig. 6과 같이 원래 제어곡면의 경우 절삭깊이가 d_{n0} 에서 수정된 제어곡면을 이용하여 가공시에는 절삭깊이가 d_{n1} 으로 가공을 하게 된다. 따라서 오차는 e_0

에서 e_1 으로 줄게 된다. 이상적인 경우는 예측되어지는 e_1 의 값이 어떤 공차범위내에 들 때까지 반복하여 오차예측과 보정을 실시하여야 하지만 이동시키는 Δd_n 의 크기가 가공물의 치수에 비하여 상대적으로 매우 작기 때문에 큰 영향은 없다. 따라서 본 연구에서는 한차례의 예측만으로 보정을 실시하는 것으로 한다.

4. 가공오차보정

오차보정 실험을 위하여 먼저 Fig. 7과 같은 형태의 공작물을 모델링하였다. 모델링된 공작물의 크기는 X, Y, Z 방향으로 각각 $130mm, 60mm, 15mm$ 이다. 모델링 곡면에 대해 정상 볼 엔드밀링을 하는

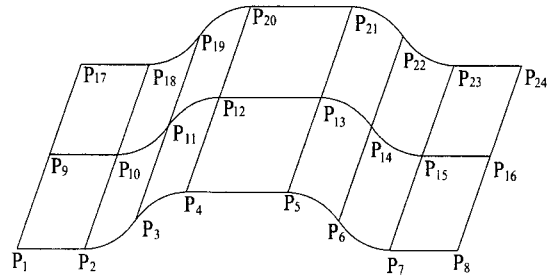


Fig. 7 Workpiece model

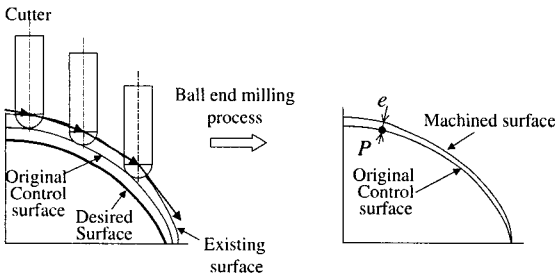


Fig. 5 Control surface and resulting machined surface

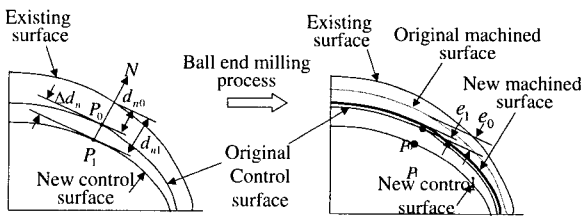


Fig. 6 Machining error compensation using control surface strategy

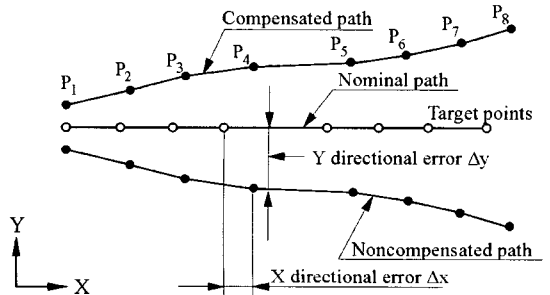
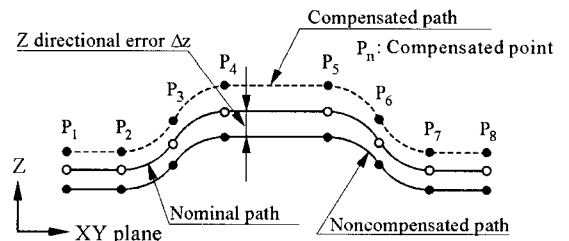


Fig. 8 Compensation concept of the model

것으로 가정을 하였다. 따라서 이 경우는 설계곡면이 제어곡면이 된다. 이 제어곡면에 대해 위치오차를 예측할 위치인 24개의 제어점을 먼저 선택하였다. 이 제어점에 대해 식 (3)과 (7) 그리고 기하오차 데이터 베이스를 이용하여 가공오차를 예측해낸다. 따라서 예측된 오차량에 대해 X, Y, Z 각 방향에 대해 반대 방향으로 오차량을 이동시키면 새로운 제어곡면상의 제어점이 된다. Fig. 8은 본 모델에 대하여 오차량만큼 반대방향으로 보정을 하는 개념을 나타내고 있다.

한편 Table 3은 각각의 제어점에 대해 예측한 가공오차를 나타낸다. 이 오차량만큼 각 축의 방향으로 제어점을 반대로 이동시켜서 모델링을 수행한다. 본 연구에서는 NURBS를 이용한 근사 곡면을 모델링하였다.⁽¹⁵⁾ Fig. 9는 오차량만큼 제어점을 이동시킨 후 곡면을 근사하였을 때의 새로운 제어곡면을 나타내고 있다.

새로 모델링된 제어곡면에 대하여 가공경로를 만들고 가공을 실시하였다. 가공은 기하오차를 측정했던 동일한 장비에서 실시되었으며, 보정 전과 보정 후의 가공경로 각각에 대해 가공을 했다. 가공된 시편은 3차원 측정기로 옮겨져서 실온과 온

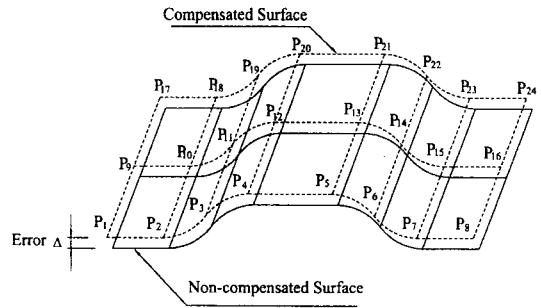


Fig. 9 Remodeled control surface

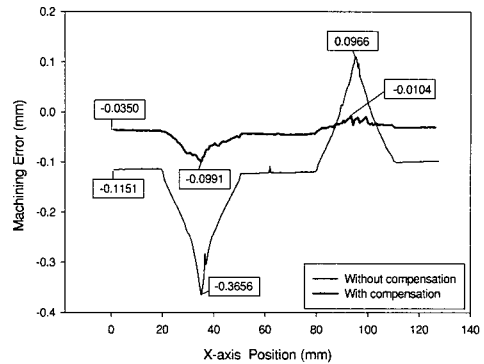


Fig. 10 Machining errors with and without compensation

Table 3 Estimated machining errors at each control point

Point	Error value (mm)		
	Δx	Δy	Δz
P ₁	-0.03666	-0.16189	-0.06809
P ₂	-0.03615	-0.16128	-0.06911
P ₃	-0.03549	-0.16727	-0.07174
P ₄	-0.03495	-0.17342	-0.07433
P ₅	-0.03407	-0.17706	-0.07654
P ₆	-0.03369	-0.17495	-0.07633
P ₇	-0.03344	-0.17298	-0.07604
P ₈	-0.03298	-0.16808	-0.07558
P ₉	-0.03889	-0.16544	-0.06743
P ₁₀	-0.03839	-0.16438	-0.06845
P ₁₁	-0.03773	-0.17101	-0.07108
P ₁₂	-0.03719	-0.17735	-0.07367
P ₁₃	-0.03631	-0.18099	-0.07588
P ₁₄	-0.03593	-0.17869	-0.07567
P ₁₅	-0.03568	-0.17653	-0.07538
P ₁₆	-0.03527	-0.17162	-0.07492
P ₁₇	-0.04006	-0.17029	-0.06691
P ₁₈	-0.03956	-0.16967	-0.06793
P ₁₉	-0.03890	-0.17611	-0.07056
P ₂₀	-0.03836	-0.18269	-0.07315
P ₂₁	-0.03748	-0.18633	-0.07536
P ₂₂	-0.03710	-0.18379	-0.07515
P ₂₃	-0.03685	-0.18137	-0.07486
P ₂₄	-0.03644	-0.17647	-0.07440

도 평형을 이룬 후 측정을 하였다. 가공조건으로는 황삭을 하고, 가공여유 0.3 mm를 남겨둔 상태에서 중삭을 했다. 정삭은 직경 10 mm의 두날 볼 엔드밀 공구로써 주축 회전수 1,200 rpm, 이송 속도 80 mm/min, Pick 이송 0.35 mm, 가공 허용공차 1 μm로 가공을 하였다. Fig. 10은 모델에 대해 보정을 했을 때와 하지 않았을 때 가공한 시편의 측정결과이다. 그림에서 보는 바와 같이 보상 전 가공오차가 약 -0.36mm ~ 0.1mm이던 것이 보상 후 -0.1 ~ -0.03mm로 감소함으로써 상당히 많은 오차가 줄고 있음을 알 수가 있으며, 추가적인 오차는 공구의 힘이나 공작기계의 발열보상 등으로 보다 개선된 결과를 얻을 수가 있을 것이다.

5. 결론

본 연구에서는 가공오차를 줄이기 위해 소프

트웨어적으로 오차를 보정하는 방법을 제안했다. 각 축방향에 대한 공작기계의 오차는 형상창성함수와 공작기계의 기하오차 데이터를 이용하여 예측이 가능하였다. 이 값으로 제어곡면상의 특정 제어점에 대한 가공오차를 평가할 수가 있었으며, 가공오차만큼 이동시킨 새로운 제어점에 대해 새로운 제어곡면을 모델링해낼 수가 있었다. 이 곡면을 이용하여 가공한 결과 상당히 많은 오차를 줄일 수가 있었다. 따라서, 특정 제어점에 대해 오차를 미리 예측하고, 오차량만큼 이동시켜서 가공을 위한 새로운 제어곡면을 생성하는 기법은 소프트웨어적으로 기하오차를 보정하는데 있어서 유용한 도구이다.

참고문헌

1. P. M. Ferreira, C. R. Liu, "An Analytical Quadratic Model for the Geometric Error of a Machining Center," *Journal of Manufacturing System*, Vol. 5, No. 1, pp. 51-63, 1986.
2. V. S. B. Kiridena, P. M. Ferreira, "Kinematic Modeling of Quasi-static Errors of Three-axis Machining Centers," *Int. J. Mach. Tools Manufact.*, Vol. 34, No. 1, pp. 85-100, 1994.
3. J. Mou, C. R. Liu, "A Methodology for Machine Tools Error Correction using Reference Parts," *Int. J. Computer Integrated Manufacturing*, Vol. 8, No. 1, pp. 64-77, 1995.
4. E. M. Lim, C. H. Menq, "Error Compensation for Sculptured Surface Productions by the Application of Control-Surface Strategy Using Predicted Machining Errors," *ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol. 119, pp. 402-409, 1997.
5. T. I. Seo, M. W. Cho, "Tool Trajectory Generation Based on Tool Deflection Effects in Flat-End Milling Process(I)," *KSME International Journal*, Vol. 13, No. 10, pp. 738-751, 1999.
6. M. Y. Yang, J. G. Choi, "A Tool Deflection Compensation System for End Milling Accuracy Improvement," *ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol. 120, pp. 222-229, 1998.
7. Y. Wang, G. Zhang, K. S. Moon, J. W. Sutherland, "Compensation for the Thermal Error of a Multi-axis Machining Center," *J. of Materials Processing Technology*, Vol. 75, pp. 45-53, 1998.
8. S. Fraser, M. H. Attia, M. O. M. Osman, "Modelling, Identification and Control of Thermal Deformation of Machine Tool Structures, Part 3: Real-Time Estimation of Heat Sources," *J. of Manufacturing Science and Engineering*, Vol. 121, pp. 501-508, 1999.
9. J. C. Liang, H. F. Li, J. X. Yuan, J. Ni, "A Comprehensive Error Compensation System for Correcting Geometric, Thermal, and Cutting Force-Induced Errors," *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, Vol. 13, pp. 708-712, 1997.
10. V. S. B. Kiridena, P. M. Ferreira, "Computational Approaches to Compensating Quasi-static Errors of Three-Axis machining Centers," *Int. J. Mach. Tools Manufact.*, Vol. 34, No. 1, pp. 127-145, 1994.
11. 정재일, 김종원, 남원우, 이상조, "CNC 공작기 계용 온라인 실시간 위치오차 보정 시스템의 개발," *한국정밀공학회지*, 제 6권, 제 10호, pp. 45-52, 1999.
12. D. N. Reshetov, V. T. Portman, *Accuracy of Machine Tools*, NewYork, ASME Press, 1988.
13. R. Harumoto, I. Inasaki, "Error Analysis of Machine Tools Using Form Shaping Function," *JSPE*, Vol. 59, No. 6, pp. 915-920, 1993.
14. J. H. Cho, M. W. Cho, K. Kim, "Volumetric Error Analysis of a Multi-axis Machine Tool Machining a Sculptured Surface Workpiece," *Int. J. Prod. Res*, Vol. 32, No. 2, pp. 345-363, 1994.
15. 이현직, 고태조, 김희술, "점 데이터의 Rational B-spline 근사를 통한 역공학," *한국정밀공학회지*, Vol. 16, No. 5, pp. 160-168, 1999.