

막구조물의 준공평형형상해석 및 최적재단도 결정

Determination of the Actual Equilibrium Shape Finding and Optimum Cutting Pattern for Membrane Structures

이 장 북* 권 태 진**
Lee, Jang-Bog Kwun, Taek-Jin

Abstract

In general, the cutting pattern of the membrane structures is determined by dividing the complicated curved 3-D surface into several 2-D plane strip by using flattening technique. In this procedure, however, some discrepancies are occurred between actual stresses of equilibrated state and designed uniform stresses because the material properties are not considered. These deviations can cause the critical structural problems, wrinkling or overstress, and thus a optimization process should be considered.

In this paper, a new analytical method for determining an optimum cutting pattern considering material properties is presented. Here, iterative procedure is introduced to decrease the errors caused in numerical process. The optimization method proposed can diminish the deviations occurred by material properties and numerical errors, simultaneously. As a results, it is shown that the final stress distributions for the HP shell model are sufficiently near to design stress distributions, and it can be concluded that this method can be used to obtain the optimized cutting pattern of membrane structures.

키워드 : 막구조, 준공평형형상, 최적재단도

Keywords : Membrane Structure, Actual Equilibrium Shape, Optimum Cutting Pattern

1. 서 론

막 구조물은 면내장력 만으로 구조물이 형성되기 때문에 초기형상을 만들기 위해 초기응력(이하 설계 응력)을 가정하여 등장력 곡면(최소곡면)을 구하는 방법이 주로 사용된다. 이때 얻어진 곡면은 막구조물의 역학적 이상곡면이 되지만, 대부분의 3차원 등장력곡면 형상은 전개 불가능 곡면이므로 시공을 위해 몇 개의 2차원 평면 재단도로 분할하여야 한다. 재단도는 설계과정에 따라 초기재단도, 수정재단도, 근사재단도, 최적재단도로 분류 할 수 있다.

초기재단도는 단순히 3차원 등장력 곡면을 2차원

전개도로 만든 것이고 수정재단도는 초기재단도가 평면 무응력 상태에 있으므로 가정된 설계응력의 도입을 위해 신율을 고려하여 길이를 줄인 재단도를 의미한다. 근사재단도는 많은 수정재단도 중에서 제작의 편의상 재료실험에 근거하여 일률적으로 길이의 1~3%를 줄인 재단도이다.^{2,3)} 이상과 같은 과정을 통하여 만들어진 근사재단도를 서로 용착하고 경계에 설치하면 3차원 막구조물이 완성된다. 그러나 일률적으로 길이를 보정한 근사재단도는 막재료의 직교이방성에 관한 특성이 완전히 고려되지 않은 상태이므로 시공 후 주름(wrinkling) 또는 과대응력 발생등 여러 가지 예상하지 못한 구조적 문제를 일으킬 수 있다. 그러므로 이론적인 해석방법을 통해 실제 지어진 막구조물의 응력을 평가하여 설계응력 값에 근접한 응력을 갖도록 재단도를 만드는 것은

* 정희원 · 삼성물산(주) 건설부문 선임연구원, 공학박사

** 정희원 · 성균관대학교 건축공학과 교수, 공학박사

구조 안정상 중요한 문제가 된다. 본 논문에서는 이러한 재단도를 「최적재단도」라 정의한다.^{1,2)}

기존의 최적재단도에 관한 연구는 2가지 방법으로 진행되어 왔다.

- (1) 초기재단도의 2차원 좌표계와 준공평형 상태의 3차원 좌표계가 독립된 좌표계이므로 일정한 제한조건을 주고 두 좌표계 사이의 관계에 관한 증분방정식을 유도함으로써 최적재단도와 준공평형 형상을 동시에 찾아가는 방법
- (2) 초기형상해석을 기준으로 근사재단도를 구하여 준공평형 형상해석을 수행하여 준공응력을 평가한 후 설계응력과 차이를 최적화 기법으로 재단도의 초기변위 값을 조절하여 재단도를 구하는 방법.

방법(1)에 관해 최초로 Phelan과 Haber는 준공평형 상태의 응력해석과 초기평형 형상해석은 재단도를 결정하는 해석에서 출발한다고 분석하고 통합설계법 (Integrated Design Procedure)의 방법을 제기하였다. 재단도를 결정하는 해석 방법으로는 설계자가 지정하는 막응력 분포와 실제로 형성되는 막응력 분포차의 제공함을 최소화하는 최적화 방법을 제안하였다.⁴⁾ 이러한 이론은 Yagi에 의해 재단도와 초기평형 형상해석을 동시에 하는 방법으로 발전하게 되었으나 많은 제한조건을 사용하여야 하므로 케이블과 막을 이용한 다양한 형태의 막구조물에 관한 적용은 아직 이루어 지고 있지 않다.⁵⁾

해석(2)의 방법은 쓰보타(坪田張二)에 의해 근사재단도를 내·외부 요소로 나누어 초기평형 형상의 응력분포에 근접한 재단도 해석을 수행함으로써 최초로 최적재단도의 이론적 평가방법이 확립되었다.⁶⁾

방법(2)는 방법(1)과 다르게 재단도를 표현하는 2차원 좌표계와 곡면을 표현하는 3차원 좌표계를 서로 독립된 좌표계로 이용함으로써 물리적 의미를 이해하기는 편리하지만 경계부 절점과 내·외부 절점을 분리함으로써 계산 과정이 복잡해지게 된다.

본 논문에서는 기본적으로 해석과정은 방법(2)를 이용하지만 계산과정을 단순화하기 위해 새로운 가

정을 도입하여 내·외부 절점을 분리시키지 않는 방법을 제안하였다. 최적재단도를 구하기 위한 첫 번째 과정으로 근사 또는 수정재단도를 이용하여 「준공평형형상해석」을 수행하는 것이다. 준공평형형상해석은 2차원 좌표계에 있는 재단도를 사용하여 기하학적 비선형을 고려한 3차원 평형형상과 준공응력을 구하는 해석이다. 두 번째 과정은 준공응력을 평가한 후 가정된 설계응력 비교하여 발생한 응력차이 만큼 재단도의 초기변위 값을 수정하는 것이다. 이와 같은 과정들은 설계응력에 근접된 최적의 준공응력을 갖는 재단도, 즉 최적재단도를 구할 때까지 반복하게 되며 전체적인 해석과정을 「수정재단도해석」이라 정의한다.

몇개의 해석모델로 하여 최적재단도를 사용한 준공응력 분포와 근사재단도를 이용한 막응력을 비교함으로써 재단도의 정밀도가 실제 막구조물에 미치는 영향을 검토하였다.

2. 최적 재단도 해석

2.1 준공평형 형상해석

막 구조물의 준공평형 형상해석은 2차원 재단도로부터 초기형상 해석시 구한 3차원 공간상 기지의 좌표로 변환하는 해석이므로 기존 형상해석 과정과 비교하면 역 해석 문제로 정의될 수 있다.

본 논문에서는 논문의 목적상 초기재단도해석 결과는 미리 주어진 것으로 하며 준공평형형상해석을 위한 기본 가정을 살펴보면 다음과 같다.

- (1) 막요소는 직교 이방성 평면응력 요소으로써 휨이나 압축력에 저항하지 못하며 선형탄성체이다.
- (2) 2차원 평면 재단도 상의 막요소는 3차원 공간의 막 요소와 1대1 대응 관계에 있다.
- (3) 2차원 초기재단도의 막요소는 무응력 상태이다.

위와 같은 기본 가정을 갖는 막의 비선형 문제는 미소변형도-대회전의 문제로 정의 할 수 있으며 기하학적 비선형 해석을 해야 한다. 이에 대한 변형도-

변위관계식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \{\epsilon\} &= \{\epsilon'\} + \{\epsilon''\} \\ &= [B_0]\{d_u\} + [B_L]\{d_u\} \end{aligned} \quad (1)$$

- $\{\epsilon'\}$: 선형변형도 성분의 6×1벡터
- $\{\epsilon''\}$: 비선형 성분을 포함한 6×1벡터
- $\{d_u\}$: 국소좌표계에서의 절점변위 벡터
- $[B_0]$: 선형 변형도-변위 계수매트릭스
- $[B_L]$: 비선형 변형도-변위에 계수매트릭스

(1) 식에서 가상일의 원리를 이용하면 (2)식과 같은 전체 좌표계에서의 증분에 관한 평형방정식을 얻을 수 있다.

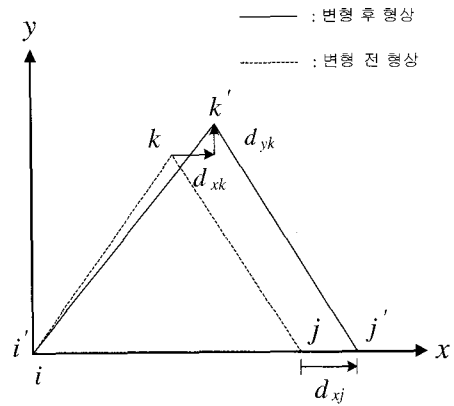
$$\begin{aligned} \{dF\} &= [T]^T [k_i] [T] \{dD\} + [dT]^T \{f\} \\ &= [k_E] \{dD\} + [k_G] \{dD\} \end{aligned} \quad (2)$$

- $[k_E]$: 탄성강성매트릭스
- $[T]$: 변위변환매트릭스
- $\{f\}$: 각절점에서의 등가절점력 벡터
- $[k_G]$: 기하강성매트릭스
- $\{dD\}$: 전체 좌표계에서의 절점변위

식(2)에서 $[dT]$ 는 변위변환매트릭스가 변위의 증속함수 이기 때문에 존재하는 항으로써 절점변위 증분에 의한 요소력 $\{f\}$ 의 방향 변화를 고려한 기하강성 매트릭스이다.⁷⁾

준공평형형상해석에서 입력자료로 사용되는 초기재단도의 막응력은 기본가정(3)과 같이 무응력 상태에 있으므로 해석을 위한 초기강성의 확보를 위해 설계응력에 대응하는 초기변형도 또는 초기변위가 필요하게 된다.

초기강성의 확보는 재단도 제작시 신율보정에 따라 줄어든 길이와 기지의 3차원 경계부의 변위 차이에 의해 결정 될 수 있다. 이러한 관계를 국소좌표계에서 삼각형요소를 사용하여 표현하면 <그림 1>과 같다.



<그림 1> 국소좌표계에서 막요소 변형

준공평형형상해석에 필요한 초기변위를 구하기 위해 <그림 1>과 같이 변위벡터를 $\{d\} = \{d_{xj}, d_{xk}, d_{yk}\}^T$ 라 정의하면 (3)식과 같은 선형변형도-변위 관계식을 구할 수 있다.

$$\{\epsilon^0\} = [C] \{d\} \quad (3)$$

여기에서,

$$[C] = \frac{1}{2S} \begin{bmatrix} y_k - y_i & y_i - y_j & 0 \\ 0 & 0 & x_j - x_i \\ x_i - x_k & x_j - x_i & y_i - y_j \end{bmatrix}$$

S : 삼각형 막요소의 면적

설계응력에 대응하는 초기변위를 포함한 변형도는 (4)식과 같이 구할 수 있다.

$$\{\epsilon\} = \{\epsilon^0\} + \{\epsilon'\} + \{\epsilon''\} \quad (4)$$

(4)식과 (2)식의 전체 좌표계에 관한 평형방정식을 이용하여 준공평형 형상해석을 수행한다. 그러므로 최적재단도를 구하는 것은 수정재단도의 초기변위 값을 결정하는 문제로 생각 할 수 있다.

2.2 최적재단도

준공응력이 설계응력에 근접되도록 하기 위한 최적화 기법에 관해 수식적 개념을 살펴보면 다음과 같이 표현 할 수 있다.

제어변수 x : 2차원 평면재단도의 절점좌표 값

$$\text{목적함수 } P = \Sigma \frac{1}{2} (\sigma_D - \sigma_R)^T (\sigma_D - \sigma_R) \quad (5)$$

Σ : 삼각형 막요소에서 응력의 총합

σ_D : 초기형상해석시 가정한 설계응력

σ_R : 재단도의 조합에 의한 3차원 형상의 준공응력

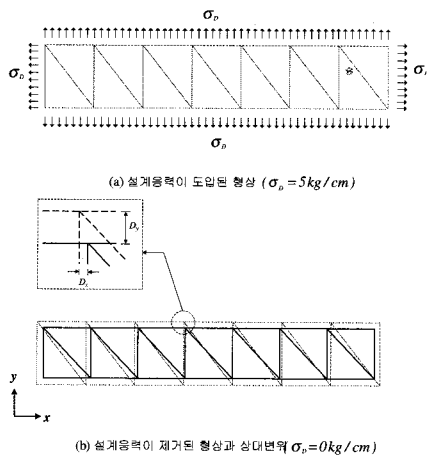
$$\text{제약조건 } G(X, \sigma_R) = 0 \quad (5)$$

X : 준공평형형상의 3차원 절점좌표 값

G : 준공평형형상의 3차원 평형방정식

여기서, 최적화 문제의 해답을 결정하려면 목적함수 및 제약조건을 전부 제어변수 x 를 사용하여 표시해야 한다. 그러나 제약조건 G 는 준공평형형상해석에서 구해지는 것으로서 미지변수 X 에 관한 복잡한 연립방정식이고 또한, 목적함수 P 에 포함된 σ_R 값은 미지변수 X 에 의해 결정되는 변수이기 때문에 모든 것을 제어변수 x 만을 사용하여 표현하기 위해서는 많은 어려움이 있으며 새로운 가정을 해야 한다.⁶⁾

따라서 본 연구에서는 좌표계를 분리한 후 준공평형 형상해석에서 사용한 가정(3)과 다르게 <그림 2>와 같이 「초기재단도의 막응력은 무응력이 아니라 설계응력이 도입되어 있다」는 가정을 도입하고 초기재단도의 절점변위가 Z 방향으로 변하지 않는 것으로 가정하여 수정재단도해석을 이용해 초기변위 값을 구하게 된다.



<그림 2> 설계응력에 따른 재단도의 형상변화

수정재단도해석에 관한 수식적 표현을 살펴보면 (6)식과 같이 표현 할 수 있다.

$$\text{재단도의 초기응력 } (\sigma_0) = \text{설계응력 } (\sigma_D)$$

$$\text{제약조건 } G'(x, \sigma_R) = 0 \quad (6)$$

x : 2차원 수정재단도의 절점좌표 값

G' : 2차원 수정재단도의 평형방정식

식(6)은 수정재단도가 이미 주어진 설계응력과 같은 초기응력을 받는 상태이기 때문에 (2)식에 적용시 임의의 경계부를 고정으로 하면 제어변수 x 만으로 초기응력값이 영(0)이 되는 수정재단도해석이 가능하다. 따라서 초기응력 값에 대응하는 초기변위 또는 초기변형도를 결정할 수 있게 된다. 수정재단도 해석을 통해 초기변위를 구한 값과 기지의 3차원 경계의 변위 차이를 이용하여 준공평형 형상해석을 수행한다.

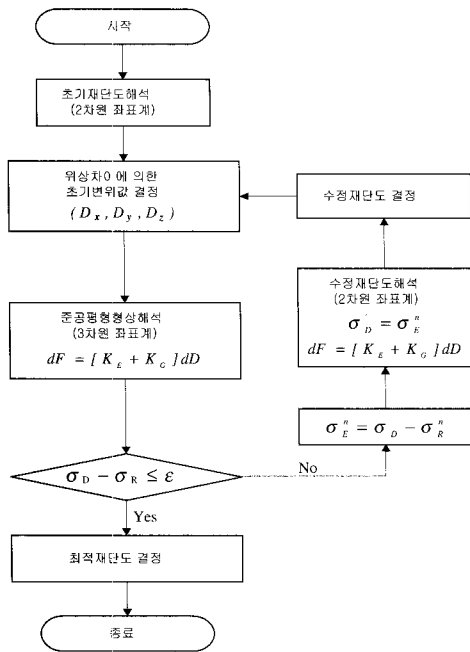
그러나 식(6)을 적용해 구한 수정재단도의 초기변위 값을 이용하여 준공평형형상해석을 수행할 경우 두 가지 원인에 의해 준공응력의 오차가 발생하게 된다.

- ① 초기재단도해석시 수치해석 오차
- ② 수정재단도해석시 Z 방향에 관한 기하강성 K_G 를 고려하지 않아 발생하는 오차.

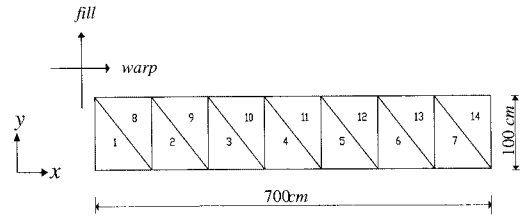
오차를 수식적으로 표현하면 식(7)과 같다.

$$\sigma_E = \sigma_D - \sigma_R \quad (7)$$

따라서, 식(7)에서 발생하는 오차 σ_E 를 다시 (6)식의 초기응력으로 적용하여 초기변위 값을 다시 구하게 된다. 이러한 과정은 일정한 수렴범위에 이를 때까지 반복적으로 수행한다. 전체적인 해석과정은 <그림 3>과 같다.



<그림 3> 수정재단도 해석과정



<그림 5> A-형태 해석모델의 부재번호

해석시 사용한 막재료 정수는 <표 1>과 같고 설계응력은 x, y방향 모두 $\sigma_x, \sigma_y = 5\text{kg/cm}$ 를 사용하였다.

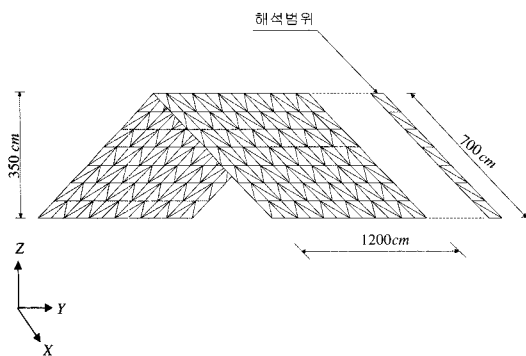
<표 1> 해석에 사용한 막재료 정수

Thickness	$t = 0.08\text{cm}$
Young's Modulus	fill : $E_x \cdot t = 658\text{ kg/cm}$
	warp : $E_y \cdot t = 218\text{ kg/cm}$
Shear Modulus	$G_{xy} \cdot t = 57\text{ kg/cm}$
Poisson's Ratio	$\nu_{xy} = 0.87$
	$\nu_{yx} = 0.29$

3. 수치해석 예

3.1 A-형태

A-형태 해석 예는 평면상 전개가능 곡면이므로 2차원 평면좌표계에 있는 초기재단도를 회전변환하여 3차원 공간에 준공평형형상을 만들 수 있는 모델이다. 이와 같은 모델을 선택한 이유는 본 논문에서 제안한 수정재단도해석의 타당성을 증명하고 이론에 의해 수치해석 오차가 준공응력에 미치는 영향을 판단하기 위함이다. 해석 예의 전체적인 개요는 <그림 4> <그림 5>와 같다.



<그림 4> A-형태 해석모델의 개요

초기재단도에서 횡사방향으로 길이의 2%를 줄인 근사재단도를 이용하여 준공평형형상해석을 수행한 결과와 수정재단도해석을 통해 구한 최적재단도를 이용한 결과를 <표 2>에 나타내었다.

<표 2> 근사 및 최적재단도 준공응력 비교 (단위 : kg/cm)

요소 번호	x-방향 (σ_x)		y-방향 (σ_y)	
	근사재단도	최적재단도	근사재단도	최적재단도
1	5.212	5.032	5.951	5.009
2	5.204	4.941	5.949	4.971
3	5.212	5.066	5.954	5.032
4	5.204	5.053	5.949	5.024
5	5.212	5.037	5.951	4.999
6	5.204	5.031	5.949	4.999
7	5.212	5.050	5.951	5.014
8	5.212	4.949	5.951	4.973
9	5.204	5.146	5.949	5.055
10	5.212	5.060	5.951	5.026
11	5.204	5.029	5.949	4.997
12	5.212	5.039	5.951	5.002
13	5.204	5.041	5.949	5.012
14	5.212	5.027	5.951	4.987
σ_{AV}	1.042	1.007	1.254	1.001
σ_{DE}	0.209	0.059	0.650	0.022
σ_{AD}	0.042	0.007	0.190	0.001

그리고 형상해석에서 가정한 설계응력과 준공응력의 분포차이를 비교하기 위해 식(8)과 같은 응력 계수를 정의하였다.

$$\begin{aligned} \sigma_{xAV} &= \frac{\sum \sigma_{Rx}}{\sum \sigma_{Dx}}, \quad \sigma_{yAV} = \frac{\sum \sigma_{Ry}}{\sum \sigma_{Dy}} \\ \sigma_{xDE} &= \sqrt{\frac{\sum (\sigma_{Rx} - \sigma_{Dx})^2}{n}}, \quad \sigma_{yDE} = \sqrt{\frac{\sum (\sigma_{Ry} - \sigma_{Dy})^2}{n}} \\ \sigma_{xAD} &= \frac{\sum |\sigma_{Dx} - \sigma_{Rx}|}{\sum \sigma_{Dx}}, \quad \sigma_{yAD} = \frac{\sum |\sigma_{Dy} - \sigma_{Ry}|}{\sum \sigma_{Dy}} \end{aligned} \quad (8)$$

- $\sigma_{xAV}, \sigma_{yAV}$: x, y축 막응력 평균계수
- $\sigma_{xDE}, \sigma_{yDE}$: x, y축 막응력 편차계수
- $\sigma_{xAD}, \sigma_{yAD}$: x, y축 막응력 평균편차계수
- σ_R : 준공평형형상해석 후 도입된 준공응력
- σ_D : 형상해석시 가정한 설계응력
- n : 삼각형 막요소 개수

그리고 최적화를 과정을 통해 얻을 수 있는 준공응력의 오차범위를 식 (8)에 정의한 계수들을 이용하여 식 (9)와 같이 설정하였다. 이러한 것은 막구조물에 외력이 가해지지 않는 상태에서 설계응력의 범위가 막재 파단강도의 4~6%가 일반적이고 전개불가능한 곡면을 평면에 전개할 때 계산 오차를 고려하면 공학적으로 허용 범위라 할 수 있다.^{1,6)}

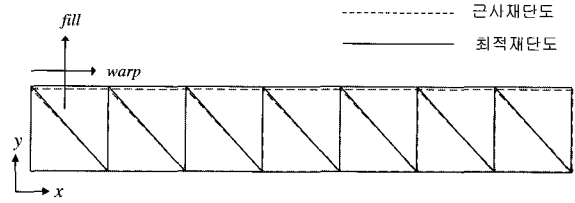
$$\begin{aligned} 0.8 < \sigma_{xAV}, \sigma_{yAV} < 1.2 \\ 0.0 < \sigma_{xDE}, \sigma_{yDE} < 0.8 \\ 0.0 < \sigma_{xAD}, \sigma_{yAD} < 0.2 \end{aligned} \quad (9)$$

식 (9)의 조건 외에 추가적인 조건으로는 준공응력 최대값이 막재의 장기 허용응력 이하이고 준공응력 최소값이 영(0)이상이어야 한다. 즉, 주름현상을 방지하기 위해 압축응력이 발생하지 않는 것도 오차의 평가기준으로 한다.

<그림 6>에 근사재단도와 최적재단도에 관한 평면형상을 나타내었다.

근사재단도 사용시 준공응력 분포가 설계응력보

다 크게 나타나 상대적으로 초기변위 값이 줄어들어 최적재단도의 크기가 약간 크게 나타났다.



<그림 6> A-형태 근사 및 최적재단도 평면

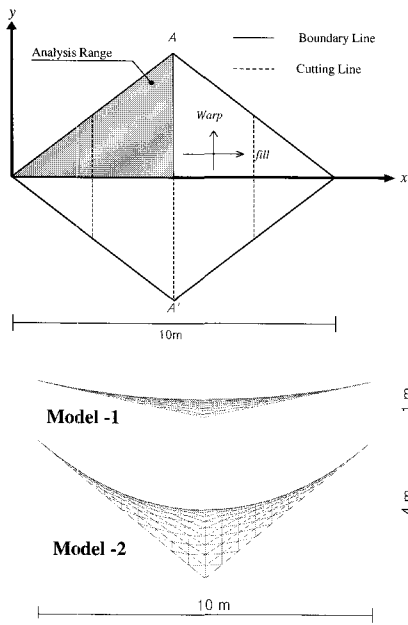
이상의 결과를 정리하면 다음과 같이 요약할 수 있다.

- ① 3차원 공간을 형성하는 구조물 중에서 A-형태와 같이 회전에 의해 전개가능한 곡면은 제안된 수정재단도 형상해석을 통해 정밀도가 높은 최적재단도를 얻을 수 있다.
- ② 근사재단도를 사용한 결과보다 이론적으로 초기변위를 구한 최적재단도를 사용하는 것이 설계응력에 근접한 준공응력을 나타낸다.

3.2 HP-형태

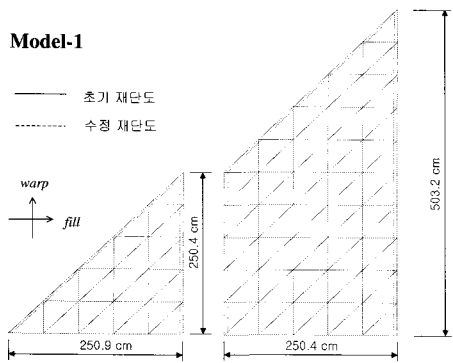
수치해석 예제로써 문헌(6)을 참조하여 <그림 7>과 같이 4변이 고정된 HP형태의 구조물에 관해 2가지 모델을 선정하였다. 막구조물의 곡률에 따른 실제응력의 변화를 살펴보기 위해 대각선 길이와 중간점 높이의 비를 평균곡률 계수로 정의한 후 모델-1은 0.05, 모델-2는 0.2가 되도록 하였다.

막 구조물의 응력 평가를 위해 형상해석에서 설계응력은 X,Y방향에 동일하게 5kg/cm 가정하였으며, 대칭구조물이므로 전체의 1/4에 관해 해석을 하였다. 또한, 각 방향으로 10등분 한 후 막재폭(3m)을 고려하여 재단도를 2조각(strip)으로 나누고 평면삼각형 요소를 사용하여 수정재단도해석을 수행하였다. 해석시 사용한 막재의 재료정수는 <표 1>에서 x, y방향만 다르게 사용하였다.

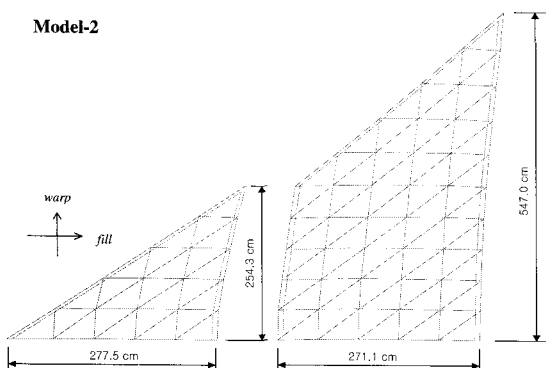


〈그림 7〉 해석 모델의 평면 및 단면(A-A')

전체 구조물의 1/4해석 범위에 있는 초기재단도와 근사재단도 결과를 <그림 8>과 <그림 9>에 나타내었다.

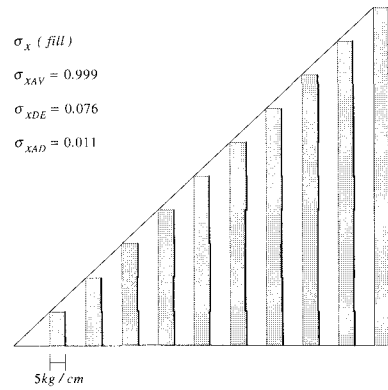


〈그림 8〉 1/4 평면재단도 해석결과(Model-1)

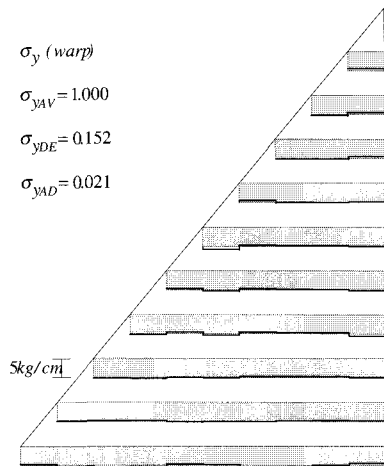


〈그림 9〉 1/4 평면재단도 해석결과(Model-2)

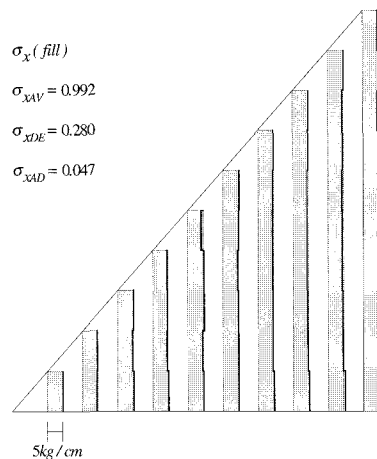
최적재단도를 사용하여 준공평형형상해석을 수행한 후 준공응력 분포를 그림 10-13에 나타 내었다. 근사재단도를 사용한 경우에 관해서는 <표 3>에 최적재단도 사용 결과와 비교하여 나타내었다.



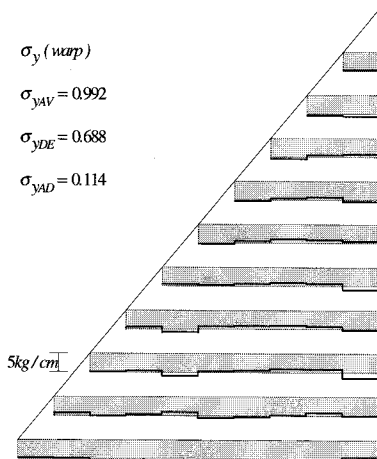
〈그림 10〉 모델-1의 준공응력분포 (x방향)



〈그림 11〉 모델-1의 준공응력분포 (y방향)



〈그림 12〉 모델-2의 준공응력분포 (x방향)



<그림 13> 모델-2의 준공응력분포 (y방향)

<표 3> 재단도에 따른 해석 결과의 비교 (단위: kg/cm)

분 류	근사재단도	최적재단도	
모델1	σ_{xAV}	1.184	0.999
	σ_{yAV}	1.041	1.000
	σ_{xDE}	0.968	0.076
	σ_{yDE}	0.575	0.152
	σ_{xAD}	0.186	0.011
	σ_{yAD}	0.072	0.021
모델2	σ_{xAV}	1.145	0.992
	σ_{yAV}	1.070	0.992
	σ_{xDE}	0.991	0.280
	σ_{yDE}	1.796	0.688
	σ_{xAD}	0.161	0.047
	σ_{yAD}	0.231	0.113

막응력 평균계수는 1에 가까울수록 준공시 전체 구조물에 도입된 실제응력의 총량이 형상해석시 가정한 설계응력의 전체량과 비슷하다는 것을 의미하고 편차계수들은 영(0)에 가까울수록 실제응력 분포가 설계응력(5kg/cm)에 가까이 분포되어 있다는 것을 의미한다. <표 3>에서 준공응력에 관한 결과를 살펴보면 최적재단도를 사용할 경우 근사재단도를 사용한 경우보다 실제응력에 가까이 분포되어 있음을 알 수 있다.

최대 및 최소값에 대한 응력값은 <표 4>에 정리하여 나타내었다.

<표 4> 재단도에 따른 최대·최소 준공 막응력(σ_R)

단위: kg/cm

Model	방향	근사재단도				최적재단도			
		최대	오차 (%)	최소	오차 (%)	최대	오차 (%)	최소	오차 (%)
모델1	fill	7.33	46.64	4.70	-6.16	5.23	4.60	4.71	-5.88
	warp	7.33	50.56	2.73	-45.36	5.62	12.38	4.68	-6.40
모델2	fill	7.79	55.80	3.56	-28.88	5.71	14.20	4.43	-11.48
	warp	12.57	151.40	1.07	-78.66	6.73	34.60	3.84	-23.20

<표 4>에서 오차는 설계응력 5 kg/cm에 대한 상대 오차를 백분율로 표시한 것으로써 다음 식과 같다.

$$\text{상대오차(\%)} = \frac{\sigma_R - 5}{5} \times 100 \quad (10)$$

해석 결과 근사재단도의 경우 설계응력 오차 범위는 -78.66%~151.40% 까지 발생하였으나, 최적재단도를 사용할 경우에는 -23.20%~34.60%로써 상대 오차가 최소 값에서 55%, 최대 값에서 116% 정도 감소함을 알 수 있다. 또한, 횡사방향에 비해 강성 값이 큰 종사방향(warp)의 응력이 면적변화에 크게 변형하고 평균곡률이 큰 모델-2가 모델-1에 비해 곡률에 따른 응력의 변화가 큰 것을 알 수 있다.

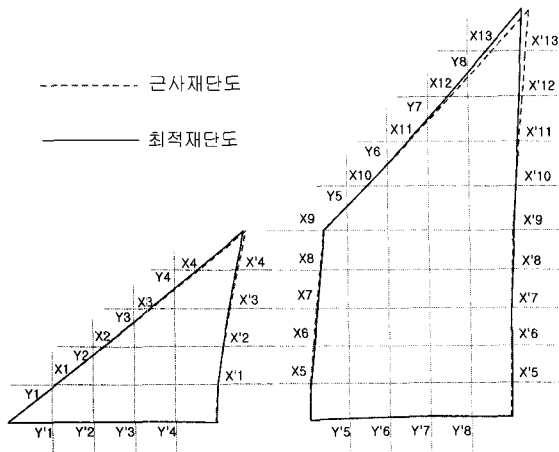
본 논문에서 제시한 방법으로 구한 준공응력 결과의 검증을 위해 참고문헌(6)과 비교하여 <표 5>에 나타내었다.

<표 5> 최적재단도를 이용한 준공 막응력 비교(kg/cm)
b : 평균응력1, 평균편차응력 영(0)

분 류		본 논문		참고문헌(6)	
		해석 값 (a)	오차(%) (a-b)×100	해석 값 (a)	오차(%) (a-b)×100
모델-1	σ_{xAV}	0.999	-0.1	1.010	1.0
	σ_{yAV}	1.000	0.0	1.010	1.0
	σ_{xAD}	0.011	1.1	0.010	1.0
	σ_{yAD}	0.021	2.1	0.020	2.0
모델-2	σ_{xAV}	0.992	-0.8	1.080	8.0
	σ_{yAV}	0.992	-0.8	1.100	10.0
	σ_{xAD}	0.047	4.7	0.100	10.0
	σ_{yAD}	0.113	11.3	0.200	20.0

평균곡률이 0.05인 Model-1에서는 참고문헌과 평균응력 값이나 평균편차응력 값의 차이가 거의 없다. 그러나 평균곡률이 0.2인 Model-2에서는 X, Y축에 관한 평균응력 오차가 -0.8%로 참고문헌의 X축 8%, Y축 10%보다 약간 적게 나타났다. 그리고 평균편차응력의 결과도 본 논문의 결과가 약 2배 정도의 좋은 결과로 나타났다. 이러한 원인은 수치해석에 따른 오차와 초기재단도를 구하는 방법에 따른 오차로 판단된다. 그러나 전체적인 응력분포의 결과는 비교적 잘 일치한다고 할 수 있다.

<그림 14>에는 Model-2에 관한 근사재단도와 최적재단도의 평면도를 나타내었다.



<그림 14> 근사재단도와 최적재단도의 평면도

4. 결 론

지금까지 막구조물에 관한 준공평형형상해석과 최적재단도 해석에 관한 이론적 근거를 제시하고 해석 예를 통해 막재료의 직교이방성 특성을 고려하여 가정된 설계응력과 시공후 도입되는 실제응력의 차이가 최소화 되도록 하였다. 또한 막구조물의 준공평형형상해석 기법과 최적재단도를 구하기 위한 수정재단도해석을 새롭게 제안하였고 이것에 대한 이론전개 및 수치해석 방법을 제안하였다. 그리고 해석예를 통해 최적재단도와 근사재단도의 준공응력을 비교하여 이론의 타당성을 검증하였다.

본 논문의 결과를 요약하면 다음과 같이 정리할 수 있다.

- ① 최적재단도를 구하기 위해 3차원 좌표계의 준공평형형상과 2차원 좌표계의 재단도를 독립된 좌표계로 정의하고 초기재단도에서 가정된 응력을 제거하여 초기변위 값을 구하는 새로운 방법을 제안하였다. 이러한 방법은 기존의 방법에 비해 간단히 최적재단도를 결정할 수 있는 장점이 있다.
- ② 초기재단도에서 횡사(fill)방향으로 길이의 2%를 보정 한 근사재단도를 사용하는 것은 가정된 설계응력과 준공응력과의 편차가 심하므로 구조적 문제가 발생할 수도 있다. 이에 비해 재료특성을 고려한 최적재단도를 이용하면 구조적으로 발생할 수 있는 주름이나 과대응력의 발생에 관한 위험을 줄일 수 있다.

추후 연구과제로써 수치해석과 시공적 관점에서 다양한 막재의 재료상수를 구하기 위한 실험과 시공시 막구조물에 사용되는 케이블과 막의 슬립(slip) 현상에 관한 이론적 연구가 이루어져야 보다 안전한 막구조물의 건설이 가능할 것으로 판단된다.

참 고 문 헌

- 1) 이장복, "막재료특성을 고려한 막구조의 최적 재단도 결정에 관한 연구", 성균관대학교 대학원 박사논문, 2000
- 2) 서삼열, "막구조물의 형상탐색 및 최적재단도 해석기법에 관한 연구", 한국전산구조공학회 논문집, 제12권, 제3호, 1999, pp. 457-464.
- 3) Tabarrok, B. and Qin, Z., "Form Finding and Cutting Pattern Generation for Fabric Tension Structures," Microcomputers in Civil Engineering 8, Elsevier Science Pub. Ltd, 1993, pp. 377-384.
- 4) Barnes, M. R., "Form-Finding and Analysis of Prestressed Nets and Membranes," Computers & Structures, Vol. 30, 1988, pp. 685-695.
- 5) Yagi, T. and Ohmori, H., "A New Approach for Cutting Pattern Analysis of Membrane Structures," Proceedings of the IASS-LAS98

- Conference, Australia Sydney, Vol. 2, 1998, pp. 895-847
- 6) 坪田張二, 膜構造の竣工釣り合状態と最適裁斷圖の決定法, 京都大學 博士學位論文, 1991.
- 7) 서삼열, "막구조물의 반복적 최적 형상탐색 해석에 관한 연구", 성균관대학교 대학원 박사논문, 1991
- 8) 이장복, "공기막 구조물의 형상탐색 해석에 관한 연구", 성균관대학교 대학원 석사논문, 1993.
- 9) Moncrieff, E. and Topping, B.H.V., "Computer Methods for The Generation of Membrane Cutting Patterns," *Computers & Structures*, Vol. 37, No. 4, 1990, pp. 441-450.
- 10) Ishii, K., "Structural Design of Cable-reinforced Membrane Structure," *Proceedings of IASS Symposium on Shell and Spatial Structures Engineering*, Rio de Janeiro, Brazil, 1983, pp. 56-75.
- 11) Kudoh, K., "An Analysis of Cutting Pattern and the Fabrication of Membrane Panels for the Membrane Structure," *Shells, Membrane and Space Frames*, *Proceedings IASS Symposium*, Osaka, Vol. 2, 1986, pp. 127-132.
- 12) 이장복, 김재열, 하창우, 권택진, "막 구조물의 재단도 해석 및 준공평형 형상해석에 관한 연구," *대한건축학회논문집 구조계*, 16권 7호 통권 141, 2000, 7, pp. 9-16