

# 이산 웨이브릿 변환을 이용한 탄성과 주시결정

김진후 · 이상화

동아대학교 토목해양공학부

## 요 약

이산 웨이브릿 변환은 탄성과 신호를 분석하고 파의 성분을 구분하는 도구로 사용이 가능하다. 이산 웨이브릿 변환은 푸리에 변환에 비해 신호의 변화 시점을 인식할 수 있는 장점을 지닌다. 본 연구에서는 탄성과 신호에 이산 웨이브릿 변환을 적용하여 초동과 S파 등 파의 구성 성분을 인지하고 주시를 결정하는 방법을 제시하였다. 정확한 지층 속도의 결정은 정확한 주시 결정에서 비롯되며, 이는 탄성과 속도분석, 굴절법 탐사, 탄성과 토모그래피, 다운홀 탐사, 크로스홀 탐사, 음파 검층 등 탄성과를 활용하는 각종 지구물리탐사 분야에 있어서 해석에 대한 신뢰도를 크게 증진시킬 수 있다. 잡음이 있는 경우와 없는 경우의 인공합성 탄성과 신호에 대한 P 파와 S 파의 주시 결정을 시도한 결과, 잡음이 많은 탄성과 신호에도 본 알고리즘이 적용 가능함을 확인할 수 있었다. 잡음이 많이 포함된 현장 자료에서도 초동을 정확하게 결정할 수 있었다.

**주요어:** 이산 웨이브릿 변환, 탄성과, 초동, 주시, P 파, S 파

**Jin Hoo Kim and Sang Wha Lee, 2001, Picking of Arrival Times in Seismic Traces Using Discrete Wavelet Transform. Journal of the Korean Geophysical Society, v. 4, n. 2, p. 113-120**

**ABSTRACT:** The discrete wavelet transform(DWT) has potential as a tool for supplying discriminatory attributes with which to distinguish seismic events. The wavelet transform has the great advantage over the Fourier transform in being able to localize changes. In this study, a discrete wavelet transform is applied to seismic traces for identifying seismic events and picking of arrival times for first breaks and S-wave arrivals. The precise determination of arrival times can greatly improve the quality of a number of geophysical studies, such as velocity analysis, refraction seismic survey, seismic tomography, down-hole and cross-hole survey, and sonic logging, etc. provide precise determination of seismic velocities. Tests for picking of P- and S-wave arrival times with the wavelet transform method is conducted with synthetic seismic traces which have or do not have noises. The results show that this picking algorithm can be successfully applied to noisy traces. The first arrival can be precisely determined with the field data, too.

**Key words:** Discrete Wavelet Transform(DWT), Seismic Waves, First Arrival, travel time, P-wave, S-wave

(Jin Hoo Kim and Sang Wha Lee, College of Civil and Ocean Engineering, Dong-A University, 840 Hadan 2-dong, Saha-gu, Busan, E-mai: jkim@daunet.donga.ac.kr)

## 1. 서 론

탄성과탐사 자료를 정확하게 해석하기 위해서는 수신되는 파열(wavetrain)로부터 종파, 횡파 또는 표면파 등 파의 구성 요소를 구분하고, 각 파의 도달시간을 정확하게 측정하는 것이 필요하다. 굴절법 탐사나 다운-홀, 크로스-홀, 주시 토모그래피, 속도검층 등에서는 탄성과의 초동을 정확

하게 인지하여야 하는데, 특히 잡음이 많은 탄성과 신호에서 초동을 정확하게 결정하는 것은 쉽지 않다. 탄성과의 초동이나, 초동 이후 수신되는 각종 파의 도달시간을 판단하기 위한 알고리즘은 크게 탄성과 신호의 onset 시간을 발췌하는 방법(Allen, 1982; Coughlin, 1996)과 인접한 수신기에 수신된 2개 이상의 트레이스의 일관성을 이용하는 방법으로 대별된다. 후자에 속하는 알고리즘

에는 상호상관계수에 의한 방법, 셴블런스에 의한 방법, 합산과 공분산에 의한 방법, 3차 이중일관성(third-order bicoherence)에 의한 방법 등(Kimball and Marzetta, 1984; Yung and Ikelle, 1997; Zamorouev, 1999)이 있으며, 최근의 연구는 이들 알고리즘을 이용하여 다양한 잡음 환경 하에서 자동 또는 반자동으로 초동이나 기타 파의 주시를 정확하게 발췌하고자 하는 것에 초점을 두고 있다.

본 연구에서는 잡음이 심한 탄성과 파열에서 파의 구성 요소를 구분하고 초동 및 기타 파의 주시를 onset 판독 방법으로 결정하기 위하여 탄성과 기록에 대한 이산 웨이브릿 변환(Discrete Wavelet Transform: DWT)을 적용하였다. 이산 웨이브릿 변환은 푸리에 변환에 상대되는 개념으로 비정상파(non-stationary wave)에 적합한 분석방법으로 알려져 있으며, 1990년대 이후부터 탄성과 신호분석과 탄성과 단면 해석에 적용되기 시작했다(Chakraborty and Okaya, 1994). 특히 이산 웨이브릿 변환은 탄성과 신호에 포함되어 있는 잡음 제거에도 적용이 가능하며(Deighan and Watts, 1997a), 1차원 또는 2차원 이산 웨이브릿 변환을 통하여 표면파를 효과적으로 제거할 수도 있다(Deighan and Watts, 1997b; Nguyen and Mars, 1999). 본 논문에서는 우선 잡음이 없는 인공합성파형에 대하여 이산 웨이브릿 변환을 통한

파의 구분과 주시 결정 방법을 보였으며, 잡음이 있는 경우에도 적용이 가능함을 제시하였다. 잡음이 심한 현장 취득 자료를 변환시켜 분석한 결과, 이 파열이 P 파와 지연되어 수신되는 파 등 2개의 파로 구성되어 있음을 알 수 있었으며, 아울러 초동과 지연 파의 주시를 결정할 수 있었다.

## 2. 이산 웨이브릿 변환

이산 웨이브릿 변환의 기본 원리는 Fig. 1과 같이 입력신호가 고주파 통과필터와 저주파 통과필터를 거쳐 2개의 계수로 분리되는 과정으로 볼 수 있다(Vetterli, 1992). 이와 같은 필터링 방법은 1차원 입력신호에 대해 1차원의 1단계 웨이브릿 변환을 수행한다. 고주파 통과필터를 거쳐 출력된 계수를 상세계수(detail coefficients; cD)라 하고, 저주파 통과필터를 거쳐 출력된 계수를 근사계수(approximation coefficients; cA)라 칭한다. 상세계수와 근사계수의 개수는 downsampling을 통하여 각각 입력신호 개수의 1/2로 줄일 수 있다. 1차원의 다단계 변환은 Fig. 2의 3단계 변환 예에서와 같이 바로 이전 단계에서 얻은 근사계수에 대하여 웨이브릿 변환을 반복적으로 수행함으로써 얻을 수 있다(Mallat, 1989). 길이  $N = 2^n$  이고, 샘플링 간격이  $\Delta t$  인 1차원 벡터 입력신호  $s$ 가 있을 때, 1단계 웨이브릿 변환은 이 신호를

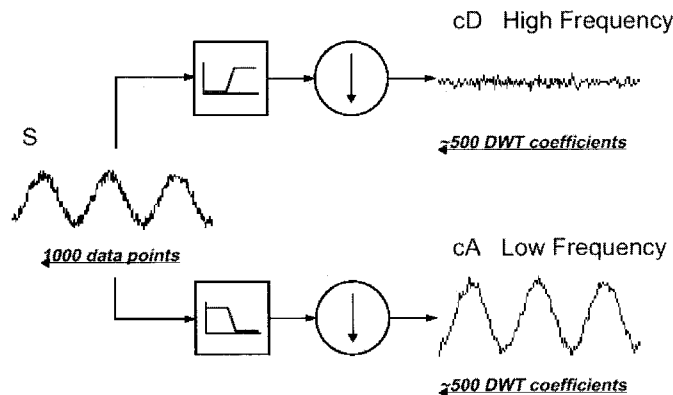


Fig. 1. The principle of digital wavelet transform. After applying high-pass and low-pass filters and downsampling by 2, detail and approximation coefficients can be obtained, respectively.

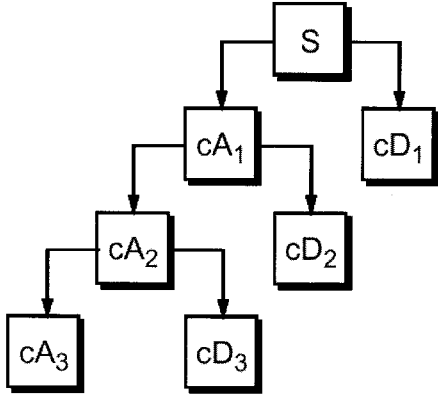


Fig. 2. The schematic diagram of multi-level wavelet decomposition.

길이가  $N/2$  인  $cA_1$  과  $cD_1$  의 두 계수 벡터로 분리하며, 이 때 샘플링 간격은  $2\Delta t$  가 된다. 이와 같은 웨이브릿 변환을 길이  $N/2$  인  $cA_1$  에 대해 다시 적용하면 길이가  $N/4$  이고 샘플링 간격이  $4\Delta t$  인  $cA_2$  와  $cD_2$  의 두 계수 벡터를 얻을 수 있다. 이와 같은 변환과정은  $n$  단계까지 반복이 가능하며, 이때  $cA_n$  과  $cD_n$  은 길이 1 인 벡터이고, 입력신호  $s$  는  $cD_1, cD_2, \dots, cD_n$  과  $cA_n$  으로 분해(decomposition)된다.

이는 마치 푸리에 변환이 신호를 주기가 다른 sinusoidal 함수로 분해하는 과정과 마찬가지로, 웨이브릿 변환에서는 길이가 한정된 웨이브릿 함수를 사용함으로써 시간 지연에 따른 웨이브릿 계수를 구할 수 있다는 점이다. 웨이브릿 변환을 푸리에 변환과 수식으로 비교하면

푸리에 변환:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \quad (1)$$

웨이브릿 변환:

$$C(a, b) = \int_R f(t) \frac{1}{\sqrt{a}} \overline{\Psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt \quad (2)$$

와 같다. 식(2)에서  $\Psi$  는 웨이브릿 함수를 나타내며,  $a$  는 스케일을,  $b$  는 시간 지연을 나타낸다. 이산 웨이브릿 변환에서 스케일  $a$  는 변환

단계  $n$  과  $a = 2^n$  의 관계를 갖는다.

이산 웨이브릿 변환에 사용되는 고주파 및 저주파 통과필터는 직교성을 갖기 때문에 역변환 (inverse transform)도 잘 정의되어 있다(Nguyen and Mars, 1999). 이산 웨이브릿 역변환은 웨이브릿 변환에 사용된 두 필터의 quadrature mirror 필터를 사용하여 Fig. 1의 역으로 수행되며, 이를 통하여 각 단계에서의 합성 과정을 만들 수 있다. 역변환이 하위단계에서 1 단계까지 반복적으로 수행되면 결국 입력신호  $s$  를 얻을 수 있으며, 역변환에서는 downsampling 대신에 upsampling이 수행된다.

결국, 이산 웨이브릿 변환과 역변환은 저주파 통과필터와 고주파 통과필터로 표현되는 웨이브릿 함수를 사용하여 각 단계별로 입력신호를 시간과 스케일에 따라 분해하고 재구성하는 과정으로 볼 수 있다.

### 3. 초동 및 주시 결정

이산 웨이브릿 변환을 통하여 탄성과 신호의 초동 및 주시를 결정하기 위하여 Fig. 3(a)와 같은 db1 웨이브릿 함수(Daunechies, 1992)를 사용하였다. db1 함수는 다른 웨이브릿 함수들과는 달리 계단함수의 형태를 보이기 때문에 탄성과 신호에서 onset 시각을 보다 정밀하게 발췌할 수 있는 장점이 있으며, 함수의 주기가  $\Delta t$  와 같아 주시 판독을  $\Delta t/2$  까지 할 수 있어 변환 단계에 따른 샘플링 간격의 증가를 1/2로 줄일 수 있는 장점이 있다. Fig. 3(b)는 db1과 같은 계열의 db4 함수를 보여준다. 이 함수는 충격에 의해 발생하는 탄성과 신호원과 유사한 과정을 보이는데 onset이 매우 부드러운 주시결정에는 부적합한 것으로 판단된다.

만일 0.1 msec의 샘플링 간격으로 취득한 탄성과 신호가 있을 때 3단계의 웨이브릿 변환을 수행하여  $cD_3$  를 구하고 이를 역변환하여 신호를 재구성하면 샘플링 간격은 취득 당시 샘플링 간격의  $2^n$  ( $n=3$ ) 배인 0.8 msec가 된다. 이는 결국 주시 결정을 0.8 msec단위로 밖에는 할 수 없는 결과를 초래하여 주시 결정에 있어서 큰 오차

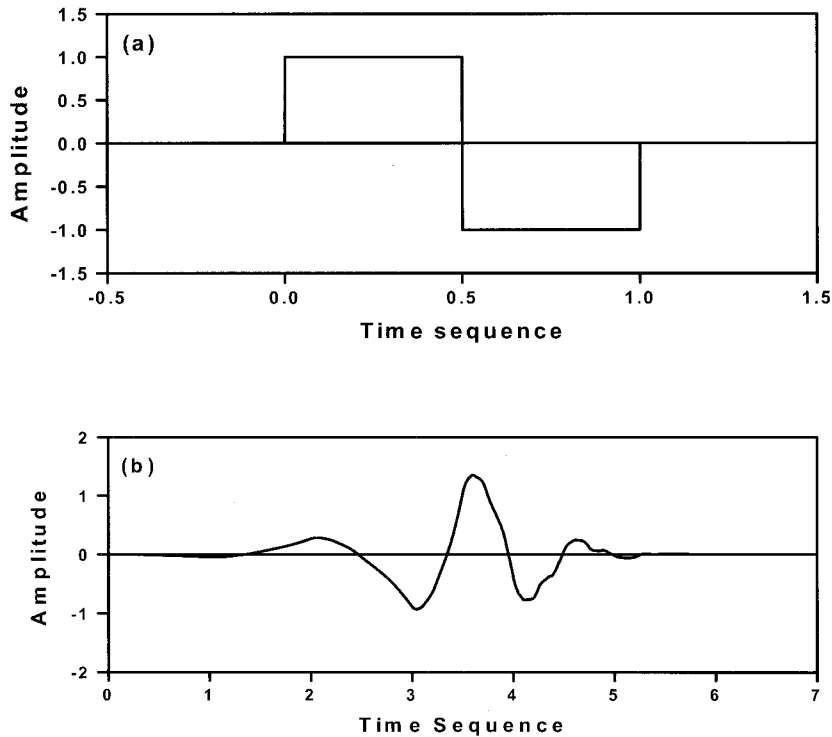


Fig. 3. Examples of Daubechies wavelet function. (a) db1 wavelet, (b) db4 wavelet.

를 보이게 되는데 db1 을 이용하면 취득 당시 샘플링 간격의  $2^{n-1}$  ( $n=3$ ) 배인 0.4 msec 단위로 주시 결정이 가능하다.

주시는 주위 잡음보다 진폭이 큰 계단함수가 시작되는 onset 시각을 판독하여 결정한다. 하나의 파열 안에 P 파와 S 파 등 2 개 이상의 파형 성분이 있는 경우에도 각각의 onset 시각을 판독함으로써 각 신호의 주시를 결정할 수 있으며, 아울러 하나의 입력신호가 몇 개의 파형 성분으로 구성되어 있는지도 파악이 가능하다.

#### 4. 결과 및 토의

##### 4.1. Synthetic Seismogram의 주시결정

완전파형 음파검층기록에서 P 파와 S 파의 주시를 결정하기 위해 인공합성 완전파형 음파기록(황과 이, 1999) 중 일부를 발췌하여 사용하였다.

Fig. 4는 인공합성 완전파형의 일부로서 두 수신기 Rx1과 Rx2사의 거리는 0.5 m이다. 이 그림에서 신호의 진폭은 P 파와 S 파의 분간이 용이하도록 증폭시켰다. 직접 picking 방법으로 구한 주시를 파원과 수신기 사이의 거리에 따라 도시하여 직선의 기울기를 이용하면 탄성파의 속도를 결정할 수 있는데, 5 개의 수신자료를 이용하여 구한 P파 속도( $V_p$ )와 S파 속도( $V_s$ )는 각각 모델 입력치와 같은  $V_p=4,000m/sec$ ,  $V_s=2,300m/sec$ 이다. P파와 S파의 주시는 샘플런스 방법 등 트레이스의 일관성을 이용하는 방법으로도 구할 수 있다.

Fig. 4의 Rx1에 수신된 인공합성 완전파형을 이산 웨이브릿 변환시킨 후 단계 3의 상세계수( $cD_3$ )를 이용하여 합성하면 Fig. 5와 같다. 그림에서 P파와 S파의 주시는 각각 0.38 msec, 0.68 msec로 결정할 수 있었다. 마찬가지로, Rx2에 수

신된 인공합성 완전파형에 대한 이산 웨이브릿 변환에 의한 P 파와 S 파의 주시는 Fig. 6 에서 보는 바와 같이 각각 0.49 msec, 0.94 msec로 결정할 수 있었다. 이들 주시로부터 계산한 P파와 S

파 속도는 각각 4,545 m/sec, 1,923 m/sec로 이론치와는 다소 차이를 보이고 있다. 이와 같은 차이는 이산 웨이브릿 변환에서는 이론치 계산의 경우와 달리 Rx1과 Rx2 등 2개의 트레이스만 사

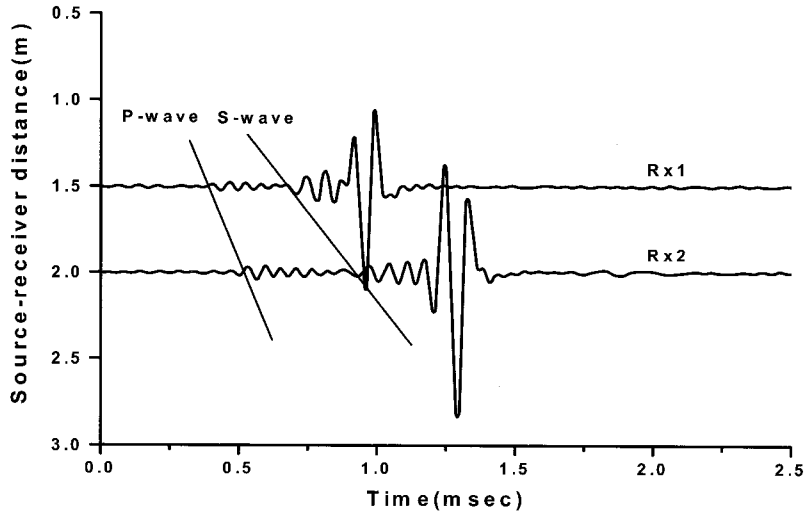


Fig. 4. Synthetic seismogram for full-waveform sonic log(after Whang and Lee, 1999).

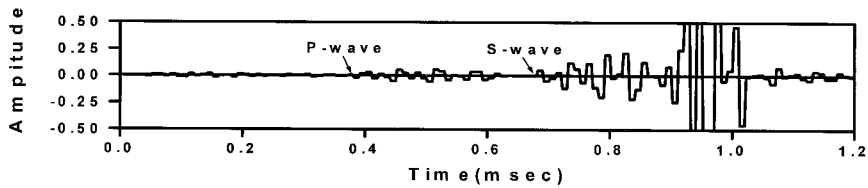


Fig. 5. Reconstruction of Rx1 trace with level 3 detail coefficients( $cD_3$ ) obtained from DWT.

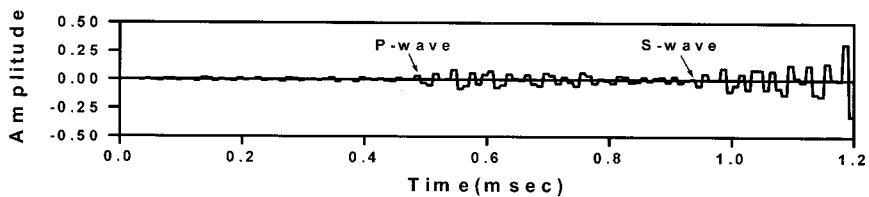


Fig. 6. Reconstruction of Rx2 trace with level 3 detail coefficients( $cD_3$ ) obtained from DWT.

용하여 기울기를 계산했으며, 이산 웨이브릿 변환의 단계가 증가할수록 샘플링 간격이  $2^{n-1}$ 으로 증가하여 주시결정에 대한 정밀도가 그만큼 떨어지기 때문이다. 따라서 정밀한 주시결정을 위해서는 가능한 한 낮은 단계의 상세계수를 사용하는 것이 바람직하나, 너무 낮은 단계의 상세계수는 신호보다는 잡음을 주로 나타내어 주시결정을 할 수 없게 되는 단점이 있다.

**4.2. 잡음이 포함된 Synthetic Seismogram의 주시결정**

잡음이 이산 웨이브릿 변환을 이용한 P파와 S파의 주시 결정에 어떠한 영향을 미치는가를 알아보기 위하여 Fig. 4의 인공합성 완전파형에 무작위 잡음을 포함시켰다. Fig. 7은 Rx1 수신자료에 무작위 잡음이 포함된 파열을 보여주고 있으며, Fig. 8은 이를 이산 웨이브릿 변환시킨 후 레벨 3의 상세계수( $cD_3$ )를 이용하여 합성한 결과이다. 그림에서 P파와 S파의 주시는 각각 0.40 msec, 0.68 msec로 결정할 수 있는데, 이는 잡음이 포함되지 않은 경우의 주시인 0.38 msec, 0.68 msec와 같거나 거의 비슷한 값을 보인다. 따라서

비록 잡음이 포함된 파형일지라도  $cD_1$ ,  $cD_2$  등 낮은 단계에서 나타나는 고주파의 잡음을 제거하면 주시를 비교적 정확하게 결정할 수 있을 것으로 판단된다.

**4.3. 현장 취득자료의 주시결정**

잡음이 많이 포함된 현장취득자료에 대하여 이산 웨이브릿 변환을 이용한 각 구성파의 주시 결정을 시도하였다. Fig. 9(a)는 신호원과 45 m 떨어진 곳에서 수신한 다운홀 파열을 보여준다. 지질은 물로 포화된 점토질 및 실트질 퇴적층이며, 퇴적층의 두께는 60 m 이상이다. 신호원으로는 공포탄을 이용하였으며, 하이드로폰을 사용하여 수신하였다.

Fig. 9(b)는 수신 파열을 이산 웨이브릿 변환시킨 후 역시 상세계수  $cD_3$ 를 이용하여 합성한 결과이다. 그림에서 P파의 주시는 32 msec로 판단되며, 이 때  $V_p = 1,400$  m/sec이다. 이는 탐사 지역이 상부 1~2 m를 제외하고는 물로 포화되어 있기 때문에 지층의 예상 평균속도와 잘 일치하고 있다고 판단된다. 주시 59 msec에 P파와는 별개로 P'이라고 표시한 파형 요소가 시작되는

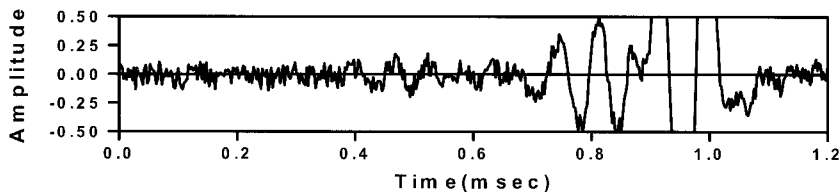


Fig. 7. Synthetic seismogram for full-waveform sonic log received at Rx1(Fig. 4) with random noise added.

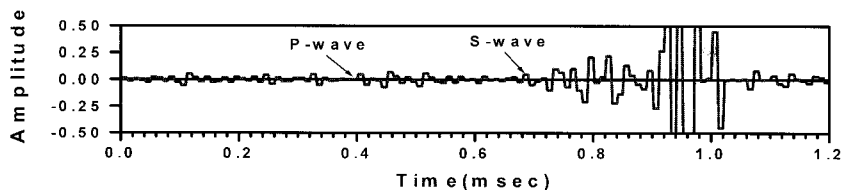


Fig. 8. Reconstruction of synthetic noisy sonic log received at Rx1(Fig. 7) with level 3 detail coefficients ( $cD_3$ ) obtained from DWT.

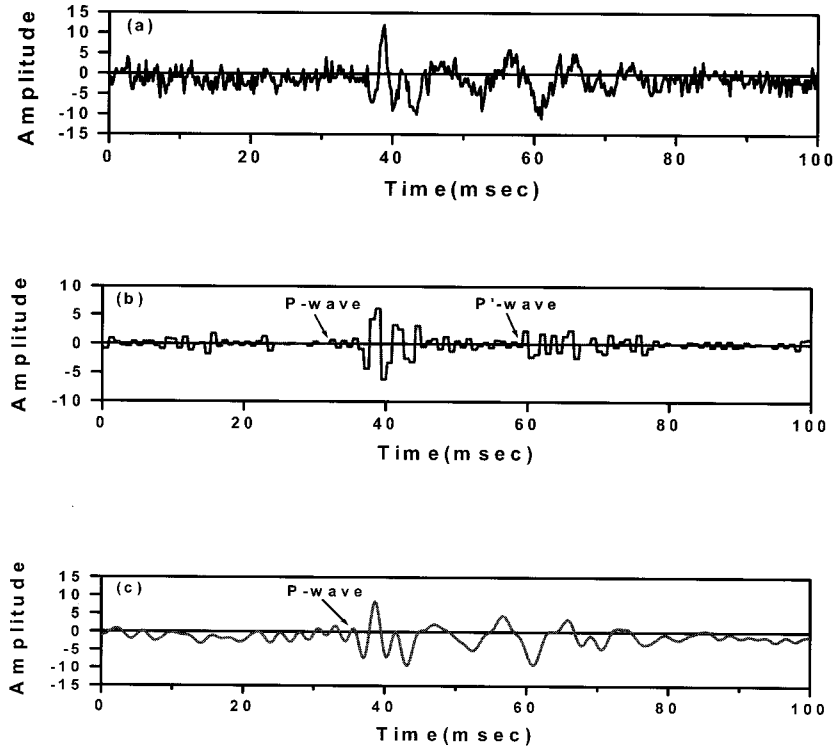


Fig. 9. (a) Field data obtained from a down-hole seismic survey. The hole to receiver distance is 45 m. (b) Reconstruction of wave train with level 3 detail coefficients ( $cD_3$ ) obtained from DWT of trace shown in (a). (c) The wave train obtained with applying 400Hz low-pass filter.

데, 직접파보다 진폭이 작고, 주변의 S파보다는 속도가 빠른 점 등을 고려할 때, 이 파는 다른 굴절경로를 통해서 전파해 온 파거나 심부 지층에서의 반사파일 가능성이 매우 큰 것으로 판단된다.

Fig. 9(c)는 수신 파형에 400 Hz 저주파 통과 필터를 적용한 결과로 잡음이 많이 포함된 원시 자료에서 직접 picking 방법으로 주시를 결정할 때 자주 사용된다. 이 경우 주시는 그림에서 보듯이 36 msec로 판단할 가능성이 높으며, 이 때  $V_p = 1,250$  m/sec로 다소 낮게 결정된다. 또한 Fig. 8(c)에서는 Fig. 8(b)에서와 같이 지연되어 수신되는 P'파의 성분을 찾아보기 힘들다.

### 5. 결론

탄성파탐사의 파열로부터 종파, 횡파 또는 직

접파, 반사파 등 파의 구성 성분을 구분하고, 각 파의 주시를 정확하게 측정하기 위해 탄성파 기록에 대한 이산 웨이브릿 변환을 시도하였다. 이산 웨이브릿 변환을 통해 얻은 각 단계별 합성 파형을 분석함으로써 초동이나 각종 파의 주시를 결정할 수 있었다. 본 연구에서 얻은 결과를 요약하면 다음과 같다.

1. Onset을 보다 명확하게 분간하기 위해서는 db1 웨이브릿 함수를 사용하는 것이 가장 적합하였다. 그 이유는 db-1 함수가 계단함수 형태이기 때문에 다른 함수들에 비해 onset이 가장 뚜렷하게 나타나며, 샘플링 간격 증가에 따른 주시 결정 오차를 최소화 할 수 있기 때문이다.

2. 비록 잡음이 많이 내포된 파열이라 할지라도 이산 웨이브릿 변환을 통해 주시를 발체할 수 있었다. 그러나 변환 단계( $n$ )가 높아질수록 저주

파 성분이 강하고, 샘플링 간격이  $2^{n-1}$  배로 증가하여 정밀한 주시발체가 어려워진다. 반면, 변환 단계가 낮을 경우에는 샘플링 간격 증가에 따른 정밀도 저하는 줄일 수 있으나 고주파 성분이 강해 신호와 잡음의 구분이 어려워지는 단점이 있다. 신호와 잡음의 구분이 가능하고 샘플링 간격 증가를 최소화하기 위해서는 단계 3의 상세계수 ( $cD_3$ )를 사용하는 것이 적절할 것으로 판단된다.

3. 이산 웨이브릿 변환을 통해 얻은 파열 분석을 통하여 초동 또는 직접파의 주시뿐만 아니라, S 파 또는 다른 굴절경로나 지층반사를 통해 수신되는 파의 성분을 구분할 수 있었다. 이는 탄성파 기록에서 S 파 식별이나 반사파 단면 해석에도 적용이 가능함을 제시한다.

4. Semblance 방법이나 bicoherence 방법 등 상관계수를 이용하는 방법이 최소한 2 개의 트레이스를 필요로 하는데 비해 이산 웨이브릿 변환 방법은 1 개의 파열만으로 주시 결정이 가능한 장점을 지닌다.

### 참고문헌

황세호, 이상규, 1999, 물리검층에 의한 파쇄대 인식과 동적지반상수의 산출, 건설현장에 필요한 물리탐사 기술 심포지움, 한국지구물리탐사학회 1999년도 제2회 학술발표회, 한국지구물리탐사학회, pp.156-175  
 Allen, R., 1982, Automatic phase picker: Their present use and future prospects, *bull. Seism. Soc. America*, Vol. 72, No. 6, pp.225-242.  
 Chakraborty, A. and Okaya, D., 1994, Application of the wavelet transform to seismic data, 64th Ann.

Internat. Mtg: Soc. of Expl. Geophys., pp.725-728.  
 Deighan, A. and Watts, D. R., 1997(a), Filtering of seismic data in 1-D using a wavelet packet transform, 67th Ann. Internat. Mtg: Soc. of Expl. Geophys., pp. 1322-1325.  
 Deighan, A. and Watts, D. R., 1997(b), Ground roll suppression using the wavelet transform, *Geophysics*, Vol. 62, pp.1896-1904.  
 Coughlin, J. P., 1996, A first-break algorithm for digitally acquired transient signals, *Computers and Geosciences*, Vol. 22, No. 2, pp.181-192.  
 Daunechies I., 1992, Ten lectures on wavelets, Society for Ind. and Appl. Math., Philadelphia, 357p.  
 Kimball, C. V. and Marzetta, T. L., 1984, Semblance processing of borehole acoustic array data, *Geophysics*, Vol. 49, No. 3, pp.274-281.  
 Mallat, S., 1989, A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation, *IEEE Trans. on Patt. Anal. and Mach. Intell.*, Vol 11, No. 7, pp.674-693.  
 Nguyen, M. Q. and Mars, J., 1999, Filtering surface waves using 2-D discrete wavelet transform, 69th Ann. Internat. Mtg: Soc. of Expl. Geophys., 1228-1230.  
 Vetterli, M., 1992, Wavelets and filter banks: theory and design, *IEEE Trans. Sig. Proc.*, Vol. 40, No. 2, pp. 207-223.  
 Yung, S. K. and Ikelle, L. T., 1997, An example of seismic time picking by third-order bicoherence, *Geophysics*, Vol. 62, No. 6, pp.1947-1951.  
 Zamorouev, A., 1999, Automatic picking of seismic events, 69th Ann. Internat. Mtg: Soc. of Expl. Geophys., pp. 1158-1161.

---

2001년 10월 11일 원고접수  
 2001년 12월 20일 원고채택