

Hybrid 구조물의 비선형 불안정 거동에 관한 연구(I)

-초기형상 불완전에 의한 정적 면내비틀림 좌굴 특성-

A Study on the Nonlinear Instability Behavior of Hybrid Structures(I)

- Characteristic of Static In-Plane Torsional Buckling by Initial Shape Imperfection-

김 승 덕¹⁾ · 손 수 덕²⁾ · 김 형 석²⁾ · 강 문 명³⁾

Kim, Seung Deog · Shon, Su Deok · Kim, Hyung Seok · Kang, Moon Myung

요 약 : 연속체 쉘을 이산화한 구조시스템은 돔형 구조물을 만들기 위해 많이 이용되고 있으며, 이러한 구조물은 하중 레벨이 어느 임계값에 도달하면 구조물의 형상에 따라 뒹좌굴(snap-through) 또는 분기좌굴(bifurcation)에 의한 불안정 현상이 일어난다. 케이블 돔의 구조거동 특성은 초기장력 및 외력에 따라 비선형성이 강하게 나타나며 또한 초기조건에 매우 민감하게 반응한다. 본 연구에서는 케이블 돔의 불안정 문제를 파악하기 위해 Geiger 모델을 대상으로 하여 초기 장력도입에 의한 형상결정 문제를 다루고, 이를 이용하여 완전형상 및 초기형상 불완전을 도입하여 외력에 의한 불안정현상을 규명한다.

ABSTRACT : The structural system that discretized continuous shells is frequently used to make dome-type structures and these structures show the unstable phenomena by snap-through or bifurcation when a load level reaches certain critical value. The characteristic structural behaviour of a cable dome shows a strong nonlinearity and very sensitive according to the initial imperfection. In this study, the shape finding problem by applying initial tension stress is investigated and using this the unstable phenomena of perfectly shaped and initially imperfed shape model by external forces are examined to grasp the unstable behavior of cable dome using the Geiger-type model.

핵 심 용 어 : 복합구조물, 케이블 돔, 분기좌굴, 비선형, 초기형상 불완전

KEYWORDS : Hybrid Structure, Cable Dome, Bifurcation, Nonlinear, Initial Imperfection

1) 정회원, 세명대학교 건축공학과 조교수

2) 경북대학교 건축공학과 박사과정

3) 정회원, 경북대학교 건축공학과 교수

본 논문에 대한 토의를 2002년 4월 30일까지 학회로 보내 주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

1. 서론

대공간 구조물은 인류가 태동한 후, 보다 넓고 풍요로운 공간 속에서의 삶을 추구하면서 지속적으로 요구되어 왔다. 시대의 변천에 따라 대공간 구조물은 경제적, 기술적 요인에 의해 계속적으로 변화 발전해 왔고, 현재의 기술수준은 span 300m를 극복하고 있다. 이러한 추세와 함께 대공간 구조물의 건설은 세계적으로 급속히 늘어나고 있으며, 붕괴 사고 또한 늘고 있다.

보다 안전하고 경제적인 구조물을 구축하기 위해서는 사고 및 붕괴의 원인이 정확히 규명되어야 한다. 따라서 설계과정에서 예상하지 못한 사고를 예방하기 위해서는 대공간 구조물의 붕괴 메커니즘에 대한 정확한 파악이 필요하다.

구조불안정 문제는 크게 뿔좌굴(snap-through)과 분기좌굴(bifurcation)로 나누어 생각할 수 있다. 뿔좌굴은 구조물의 평형경로 상에서 극한점(limit point)이 존재하고, 이 극한점에 도달하면 새로운 평형점으로 점프하는 현상이며, 주로 대칭변형모드에 의해 일어난다. 분기좌굴은 구조물의 평형경로상의 어느 한 점에서 그때까지의 변형을 주도하던 주 변형모드가 새로운 독립 변형모드와 만나 연성작용(coupling)을 일으키며 2개 이상의 평형경로로 나누어지는 불안정 현상이다. 이때 평형경로가 나누어지는 점을 분기점이라 하고, 좌굴 후 평형경로의 접선방향을 대표하는 변형모드, 즉 분기점에서의 좌굴모드에 따라 하중모드와 좌굴모드가 직교하는 대칭분기점, 직교하지 않는 비대칭 분기점으로 나누어진다. 또한 분기후 평형경로의 상태에 따라 안정 분기점, 불안정 분기점으로 분류된다. 안정분기점은 초기불완전에 대하여 덜 민감하나, 불안정 분기점인 경우에는 초기불완전량의 증가에 따라 좌굴내력이 급격히 저하되며, 변위의 점프 또는 급격한 내하능력의 감소 등 매우 민감한 반응을 보인다.

이들 불안정문제들은 모두 기하학적 비선형문제가 된다. 이러한 구조거동의 비선형적 특성을 파

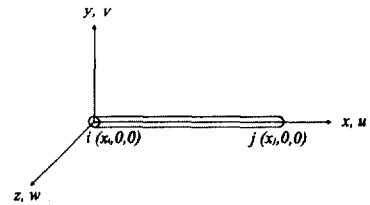
악하기 위하여 많은 연구자들이 대공간 구조물의 비선형 문제를 다루고 있으며, 다양한 연구결과들을 보고하고 있다. ^{(1)~(18)}

본 연구에서는 쉘형 구조물을 압축재와 인장재를 연속적으로 이용하여 경량화한 hybrid 구조물인 케이블 돔 구조물을 중심으로 정적 및 동적 불안정 현상을 연구한다. 우선 본고에서는 동적불안정을 파악하기 위한 기준을 마련하기 위해 정적 불안정해석을 수행한다.

케이블 돔의 구조거동 특성은 초기장력 및 외력에 따라 비선형성이 강하게 나타나므로 초기장력 도입에 의해 형상을 결정하고, 외력에 의한 불안정 현상을 파악한다.

2. 비선형 강성방정식

국부 좌표계에서 입체 케이블 요소의 요소 좌표계를 그림 1에서와 같이 정의한다.



$$\begin{cases} x, y, z : \text{요소 좌표계} \\ u, v, w : \text{요소내 변위} \end{cases}$$

그림 1. 케이블 요소의 요소 좌표계

요소 좌표계에서 절점의 변위 및 하중은 각각 식 (1), (2)와 같이 나타낸다.

$$\mathbf{d}_x = \begin{Bmatrix} d_{xi} \\ d_{xj} \end{Bmatrix}, \mathbf{d}_y = \begin{Bmatrix} d_{yi} \\ d_{yj} \end{Bmatrix}, \mathbf{d}_z = \begin{Bmatrix} d_{zi} \\ d_{zj} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$\mathbf{f}_x = \begin{Bmatrix} f_{xi} \\ f_{xj} \end{Bmatrix}, \mathbf{f}_y = \begin{Bmatrix} f_{yi} \\ f_{yj} \end{Bmatrix}, \mathbf{f}_z = \begin{Bmatrix} f_{zi} \\ f_{zj} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

입체 케이블 요소에서 한 요소가 갖는 절점을 2개로 두고 요소내 변위를 식 (3)과 같이 Lagrangian 보간함수 N_i 와 N_j 를 이용하여 x 에 관한 1차 식으로 가정한다.

$$\begin{aligned} u(x) &= N_i d_{xi} + N_j d_{xj} \\ v(x) &= N_i d_{yi} + N_j d_{yj} \\ w(x) &= N_i d_{zi} + N_j d_{zj} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서,

$$N_i = 1 - \xi, N_j = \xi, \xi = \frac{x - x_i}{x_j - x_i}$$

입체 케이블 요소의 변형률-변위 관계식을 Bernoulli-Euler 가정에 근거하여 기하학적 비선형을 나타내는 2차항까지를 포함한 식 (4)로 나타낼 수 있다.

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right\} \quad (4)$$

식 (3)을 식 (4)에 대입하고 변형률을 절점변위로 표현하면 식 (5)와 같다.

$$\epsilon_x = \mathbf{A}_1 \mathbf{d} + \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \mathbf{B}^T \mathbf{B} \mathbf{d} \quad (5)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_1 &= [N_{i,x} \ 0 \ 0 \ N_{j,x} \ 0 \ 0] \\ \mathbf{d} &= [d_{xi} \ d_{yi} \ d_{zi} \ d_{xj} \ d_{yj} \ d_{zj}]^T \\ \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} N_{i,x} & 0 & 0 & N_{j,x} & 0 & 0 \\ 0 & N_{i,x} & 0 & 0 & N_{j,x} & 0 \\ 0 & 0 & N_{i,x} & 0 & 0 & N_{j,x} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

중분구간에서의 응력-변형률 관계식은 식 (7)과 같다.

$$\sigma_x = E \epsilon_x \quad (7)$$

여기서, E 는 입체 케이블 요소의 탄성계수이다. 외력과 물체력(body force)을 받는 구조가 평형상태에 있을 때 여기에 임의의 가상변위를 추가하여 가상변위에 의해 발생한 일(δW)과 가상변위로 인해 구조체 내에 저장된 내부 변형에너지(δU)의 합이 0이 된다는 것이 가상일의 기본 원리이고, 식 (8)과 같이 표현할 수 있다.

$$\delta U = \delta W \quad (8)$$

식 (8)의 δU 와 δW 를 구하면 식 (9)와 같다.

$$\int_V \sigma_x \delta \epsilon_x dV = \mathbf{f}^T \delta \mathbf{d} \quad (9)$$

현재의 상태를 초기상태로 가정하고, 현상태에서의 증분에 관한 가상일의 원리를 적용하면 식 (10)과 같다.

$$\int_V [(\sigma_x^{(0)} + \sigma_x) \delta \epsilon_x] dV = (\mathbf{f}^{(0)} + \mathbf{f})^T \delta \mathbf{d} \quad (10)$$

식 (5)으로부터 $\delta \epsilon_x$ 를 구하면 식 (11)과 같다.

$$\begin{aligned} \delta \epsilon_x &= \mathbf{A}_1 \delta \mathbf{d} + \mathbf{d}^T \mathbf{B}^T \mathbf{B} \delta \mathbf{d} \\ &= (\mathbf{A}_1 + \mathbf{d}^T \mathbf{B}^T \mathbf{B}) \delta \mathbf{d} \end{aligned} \quad (11)$$

식 (11)을 식 (10)에 대입하고, 적분영역 dV 를 일정단면적 A 와 일정길이 l 로 치환하면 식 (12)와 같다.

$$\begin{aligned} A l [(\sigma_x^{(0)} + \sigma_x) (\mathbf{A}_1 + \mathbf{d}^T \mathbf{B}^T \mathbf{B})] \delta \mathbf{d} \\ = (\mathbf{f}^{(0)} + \mathbf{f})^T \delta \mathbf{d} \end{aligned} \quad (12)$$

식 (12)에서 $\delta \mathbf{d}$ 는 임의의 가상변위이므로 위 식이 성립되려면 등식 양변의 $\delta \mathbf{d}$ 의 앞부분이 같아야 한다. 즉,

$$Al [(\sigma_x^{(0)} + \sigma_x)(\mathbf{A}_1 + \mathbf{d}^T \mathbf{B}^T \mathbf{B})] = (\mathbf{f}^{(0)} + \mathbf{f})^T \quad (13)$$

식 (5)를 식 (7)에 대입하면, 식 (14)와 같다.

$$\begin{aligned} \sigma_x = E \varepsilon_x &= E \left(\mathbf{A}_1 \mathbf{d} + \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \mathbf{B}^T \mathbf{B} \mathbf{d} \right) \\ &= E \mathbf{A}_1 \mathbf{d} + \frac{1}{2} E \mathbf{d}^T \mathbf{B}^T \mathbf{B} \mathbf{d} \end{aligned} \quad (14)$$

식 (14)를 식 (13)에 대입하면, 식 (15)와 같다.

$$\begin{aligned} (\mathbf{f}^{(0)} + \mathbf{f})^T &= Al \left\{ (\sigma_x^{(0)} + E \mathbf{A}_1 \mathbf{d} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} E \mathbf{d}^T \mathbf{B}^T \mathbf{B} \mathbf{d}) (\mathbf{A}_1 + \mathbf{d}^T \mathbf{B}^T \mathbf{B}) \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

식 (15)에서 \mathbf{d} 에 관한 2차항 이상을 소거하고, 양변행렬에 전치를 취하면 식 (16)과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{f}^{(0)} + \mathbf{f} &= Al (\mathbf{A}_1^T \sigma_x^{(0)}) \\ &\quad + Al (\sigma_x^{(0)} \mathbf{B}^T \mathbf{B}) \mathbf{d} \\ &\quad + Al E (\mathbf{A}_1^T \mathbf{A}_1) \mathbf{d} + \text{고차항} \end{aligned} \quad (16)$$

식 (16)에서 \mathbf{d} 에 관한 고차항의 소거로 인하여 생기는 불평형력(residual force)을 식 (17)과 같이 정의한다.

$$\mathbf{r} = Al \mathbf{A}_1^T \sigma_x^{(0)} - \mathbf{f}^{(0)} \quad (17)$$

식 (17)을 식 (16)에 대입하면, 식 (18)과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{f} - \mathbf{r} &= Al E (\mathbf{A}_1^T \mathbf{A}_1) \mathbf{d} \\ &\quad + Al (\sigma_x^{(0)} \mathbf{B}^T \mathbf{B}) \mathbf{d} \\ &= (\mathbf{k}_E + \mathbf{k}_G) \mathbf{d} \end{aligned} \quad (18)$$

여기서,

$$\mathbf{k}_E = Al E (\mathbf{A}_1^T \mathbf{A}_1) : \text{요소의 탄성 강성행렬}$$

$$\mathbf{k}_G = Al (\sigma_x^{(0)} \mathbf{B}^T \mathbf{B}) : \text{요소의 기하 강성행렬}$$

절점하중벡터, 불평형력벡터, 절점변위벡터를 변환 매트릭스 \mathbf{T} 를 이용하여 전체좌표계에서의 값으로 변환하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{f} = \mathbf{T} \mathbf{F}, \quad \mathbf{r} = \mathbf{T} \mathbf{R}, \quad \mathbf{d} = \mathbf{T} \mathbf{D} \quad (19)$$

식 (19)를 식 (18)에 대입하면 식 (20)과 같다.

$$\mathbf{T} (\mathbf{F} - \mathbf{R}) = [\mathbf{k}_E + \mathbf{k}_G] \mathbf{T} \mathbf{D} \quad (20)$$

따라서, 전체좌표계에서의 증분구간에 관한 강성매트릭스는 다음과 같이 구해진다.

$$\mathbf{F} - \mathbf{R} = [\mathbf{K}_E + \mathbf{K}_G] \mathbf{D} \quad (21)$$

여기서,

$$\mathbf{K}_E = \mathbf{T}^T \mathbf{k}_E \mathbf{T} : \text{전체 좌표계에서의 탄성 강성 매트릭스}$$

$$\mathbf{K}_G = \mathbf{T}^T \mathbf{k}_G \mathbf{T} : \text{전체 좌표계에서의 기하 강성 매트릭스}$$

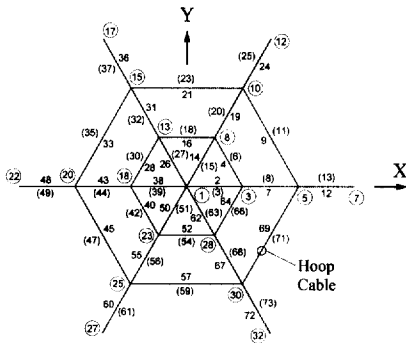
3. 정적 비선형 불안정해석

Hybrid 구조물의 정적 불안정 현상을 파악하기 위한 해석모델로 Geiger형 케이블 돔을 선택한다. Geiger 모델은 우수한 구조 성능을 가지고

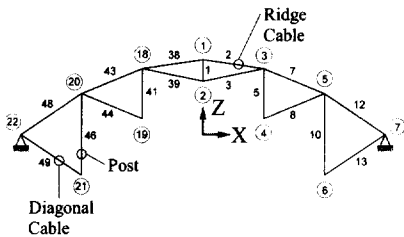
있지만, 약간의 문제점을 가지고 있다. 구조물이 경량이고 유연하므로, 면내비틀림으로 인한 붕괴의 위험성이 있다. 이러한 현상을 규명하기 위해 그림 2와 같은 간단한 Geiger형 케이블 돔을 해석 대상으로 한다.⁽¹³⁾

해석 모델의 절점 및 요소번호를 그림 2에서 나타낸다. 원으로 둘러싸인 것은 절점번호이고, 그렇지 않은 것은 요소번호이다. 요소번호는 상현과 하현부재를 각각 나타내기 위해 하현부재는 괄호를 이용하였다. 각 절점의 좌표를 표 1에 나타낸다. 여기서 모델의 형상이 축대칭 모델임을 고려하여 한 개의 strip만을 나타내었다. 또 각 부재의 물성치로는, cable 과 post 모두 영계수 $E = 1.6 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$, 밀도 $\rho = 7.85 \times 10^{-3} \text{ kgf/cm}^3$ 이고, 단면적은 표 2에서와 같다.

경계조건은 외곽의 절점들, 즉 7, 12, 17, 22, 27, 32 등 6개 절점을 고정시키고, 나머지 절점은 자유로 한다.



(a) 평면도



(b) 단면도

그림 2. 해석모델

하중조건은 그림 3과 같이 모델의 상부절점 전체에 $-Z$ 방향으로 동일한 하중이 작용하는 전체 축대칭하중 모델로 가정하였다.

케이블 돔 구조물은 초기 불안정 구조물이므로 구조물의 안정화를 위해 초기장력을 도입하여야 한다. 초기장력은 형상해석을 수행하여 얻어지는 평형상태에서의 값으로 그림 4에 나타낸다.

비선형해석의 정적 해석방법으로는, 2장에서 얻은 접선강성방정식을 이용하여 step by step으로 해석을 수행하여 임계하중을 찾는다. 본 연구에서는 1번 절점을 $-Z$ 방향으로 0.01cm씩 변위를 증분시켜 각 step에서의 하중계수를 구하는 변위증분법을 이용한다.

정적 불안정해석에서 분기좌굴(bifurcation)을 파악하기 위해서는 초기형상 불완전(initial imperfection)을 도입하여야 한다. 초기형상 불완전은 접선강성행렬의 초기증분에 대한 고유치 해석을 수행하여 얻어지는 1차 고유벡터를 선택하여 이를 초기형상

표 1. 절점좌표 (단위:cm)

절점번호	1	2	3	4	5	6	7
X 좌표	0.0	0.0	20.0	20.0	40.0	40.0	60.0
Z 좌표	21.0	15.0	18.5	4.50	11.5	-11.5	0.0

표 2. 부재의 단면적 (단위:cm²)

부재번호	1	2	3	4	5	6	7
단면적	1.00	0.01	0.01	0.01	1.00	0.02	0.02
부재번호	8	9	10	11	12	13	
단면적	0.02	0.01	1.00	0.04	0.04	0.04	

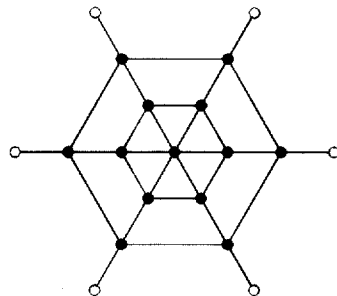


그림 3. 하중모드

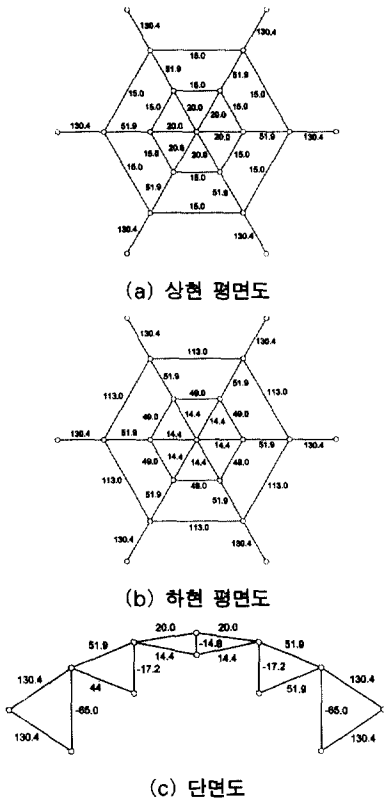


그림 4. 초기장력 (단위: kgf)

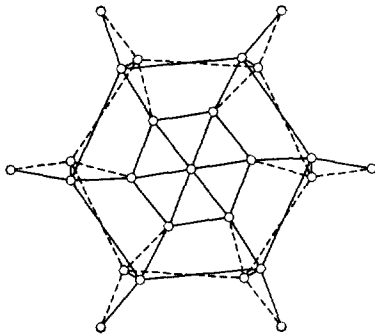


그림 5. 초기형상불완전 모드

불완전 모드로 한다. 이를 나타내면 그림 5와 같다. 여기서 실선은 상부부채를, 점선은 하부부채를 나타낸다.

정적 불안정해석에서 분기좌굴(bifurcation)을 파악하기 위해서는 초기형상 불완전(initial imperfection)을 도입하여야 한다. 초기형상 불완전은 접선강성

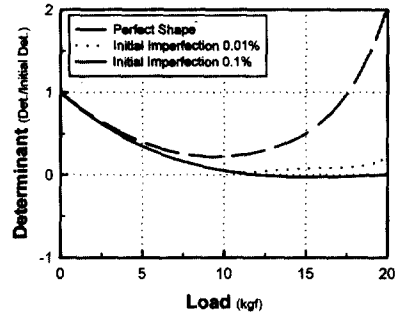
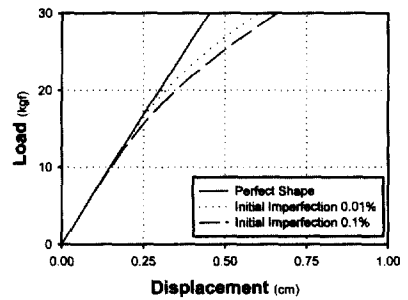
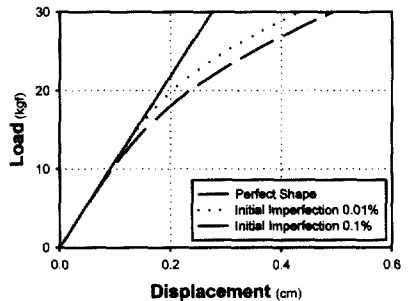


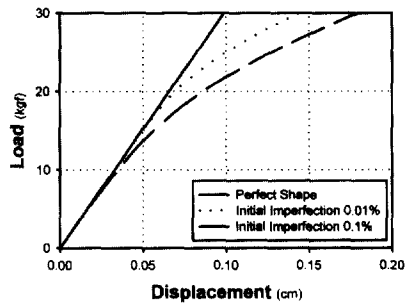
그림 6. 하중증가에 따른 감성변화



(a) Node-1, Z 방향

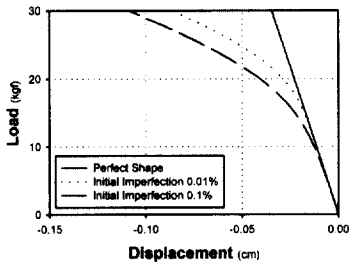


(b) Node-3, Z 방향

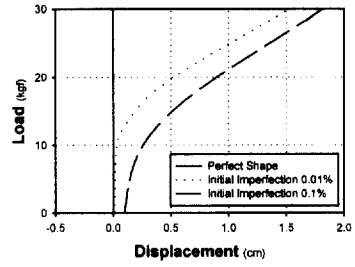


(c) Node-5, Z 방향

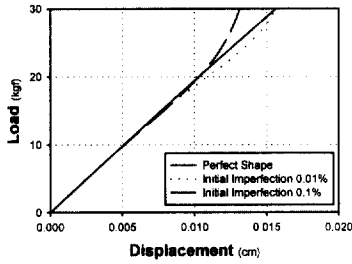
그림 7. 수직 방향 변위-하중 곡선



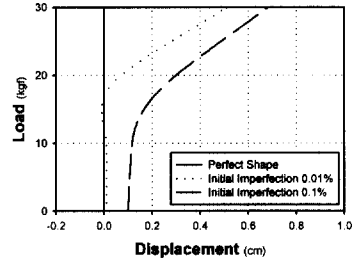
(a) Node-3, X 방향



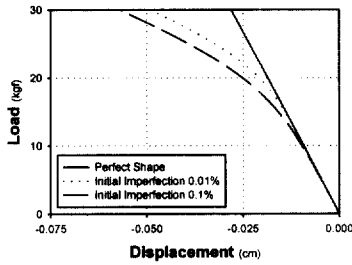
(b) Node-3, Y 방향



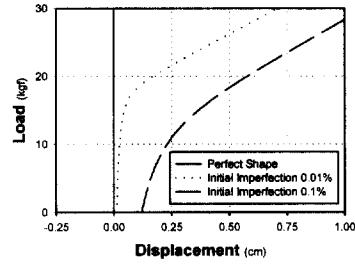
(c) Node-4, X 방향



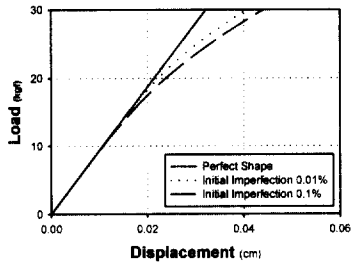
(d) Node-4, Y 방향



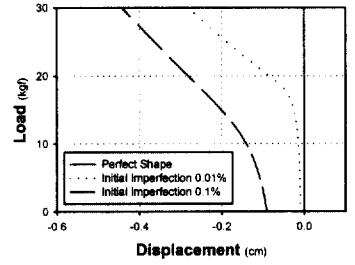
(e) Node-5, X 방향



(f) Node-5, Y 방향



(g) Node-6, X 방향



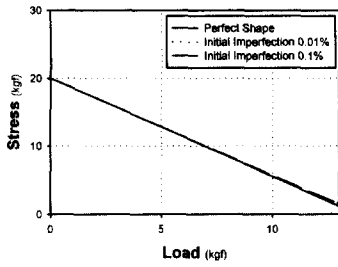
(h) Node-6, Y 방향

그림 8. 수평 방향 변위-하중 곡선

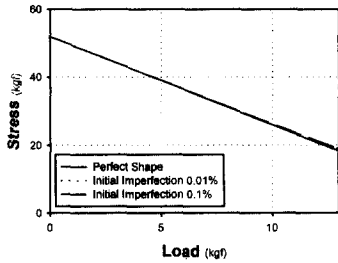
행렬의 초기증분에 대한 고유치 해석을 수행하여 얻어지는 1차 고유벡터를 선택하여 이를 초기형상 불완전 모드로 한다. 이를 나타내면 그림 5와 같다. 여기서 실선은 상부부재를, 점선은 하부부재를 나타낸다.

본 연구에서는 해석 모델의 span을 기준으로 하여, span의 0.01% 및 0.1%를 초기형상 불완전량으로 도입하고, 이들 결과를 완전형상 모델의 결과와 비교한다.

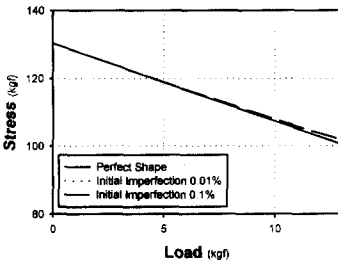
정적 임계하중을 구하기 위해 점선 강성매트릭



(a) Element 2



(b) Element 7

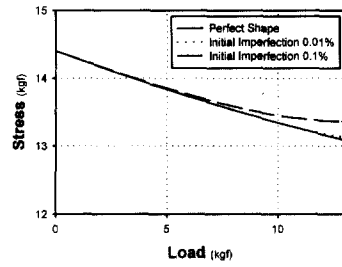


(c) Element 12

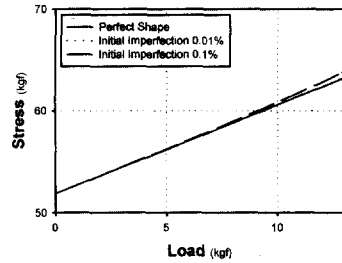
그림 9. 상현 케이블의 장력의 변화

스의 행렬식을 각 증분 구간에서 구해본다. 완전 형상인 경우와 0.01%, 0.1%의 초기형상 불완전을 도입하였을 경우로 나누어 행렬식을 구하면 그림 6과 같다. 행렬식 값이 0을 나타내는 점은 절점당 11.9kgf(총하중은 154.7kgf)이고 이 값이 정적 분기좌굴하중이다.

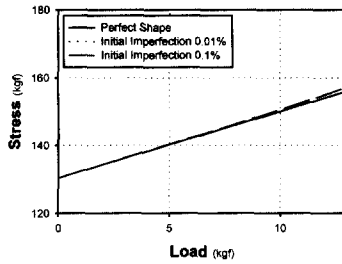
초기형상 불완전을 도입한 경우는 행렬식 값이 0을 향해 접근하다 0 근방에서 되돌아가는 것을 알 수 있고, 초기불완전량이 클수록 이러한 현상은 뚜렷이 나타나고 있다. 이는 완전형상 모델에서는 평형 궤도에서 불안정 점이 나타나더라도 피할 수 없으므로 0점을 통과하게 되고, 초기형상 불완전을 도입하면 불안정 점 부근에서 새로운 직교좌굴모드의 출현과 함께 변형모드가 변하



(a) Element 3



(b) Element 8



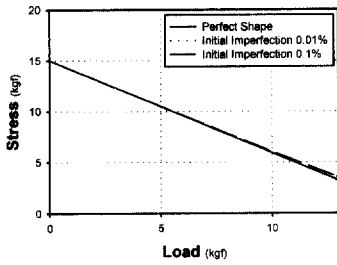
(c) Element 13

그림 10. 하현 케이블의 장력의 변화

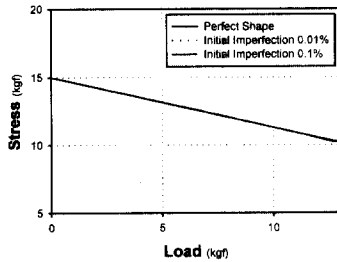
게 되므로 점차 강성이 안정화해 갈 수 있기 때문이다. 또 초기형상 불완전량이 클수록 강성의 안정화가 빠르게 진행됨을 알 수 있다.

따라서 본 연구에서 선택한 Geiger형 케이블 돔의 불안정 현상은 평형궤도의 분기현상(bifurcation)에 의해 일어남을 알 수 있다.

다음은 해석모델의 정적 해석결과를 고찰한다. 돔 상부 절점인 #1, #3, #5의 Z 방향 수직변위를 하중변화에 따라 나타내면 그림 7과 같다. 하중의 증가에 따라 수직 변위도 점차 증가하는 것을 나타내고, 초기불완전량을 도입한 경우는 임계하중 부근에서 평형 궤도가 바뀌는 것을 알 수 있다. 또 불완전량이 클수록 평형궤도도 급격히 바뀌며 softening 현상을 나타내는 것을 알 수 있다.



(a) Element 4

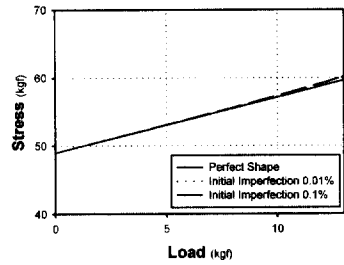


(b) Element 9

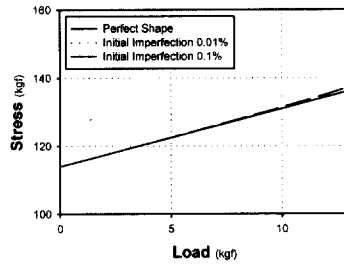
그림 11. 상부 링 케이블의 장력의 변화

절점 #3, #4, #5, #6의 X 및 Y 방향의 수평 변위를 그림 8에 나타낸다. 절점 #3과 #4의 X 방향 변위는 서로 반대 방향으로 진행하고 있고, Y 방향 변위는 같은 방향으로 진행함을 알 수 있다. 즉 mast #5의 상부는 돛의 중심축 방향으로 기울고, 하부는 바깥 방향으로 기울고 있다. 절점 #5와 #6의 X 방향 변위도 서로 반대 방향으로 진행하고 있으며, Y 방향 변위는 절점 #3과 #4의 경우와는 달리 서로 반대 방향으로 진행함을 나타낸다. 즉 mast #10의 상부 및 하부는 hoop 방향으로 서로 반대로 회전하고 있으며, 이로 인해 먼내비틀림을 발생시킴을 알 수 있다. 또 임계 하중이 11.9kgf임을 고려하면, 내부 링(mast #5)이 먼저 비틀리며 좌굴을 시작한 후 외부 링(mast #10)이 비틀어지는 것을 알 수 있다.

다음은 케이블의 장력변화를 알아본다. 하중변화에 따라 상현 케이블인 #2, #7, #12 요소의 장력을 그림 9에, 하현 케이블인 #3, #8, #13 요소의 장력을 그림 10에 각각 나타낸다. 상현 케이블은 모두 -측으로 변화하고 있는 것을 알



(a) Element 6



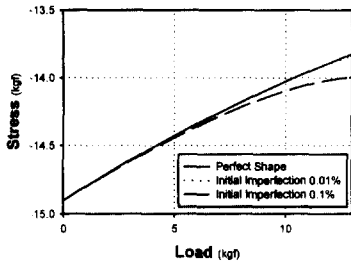
(b) Element 11

그림 12. 하부 링 케이블의 장력의 변화

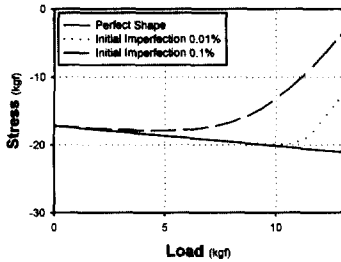
수 있다. 그러나 하현 케이블은 요소 #3만 -측이고 나머지는 +측으로 변화함을 알 수 있다. 이는 절점 #3의 수직 방향 변위가 상대적으로 절점 #1의 수직변위보다 크기 때문이다.

상부 링 케이블인 #4, #9 요소의 장력변화를 그림 11에, 하부 링 케이블인 #6, #11 요소의 장력변화를 그림 12에 각각 나타낸다. 상부 링 케이블은 -측으로, 하부 링 케이블은 +측으로 변화하고 있으며, 이는 상부 링은 수축하고 하부 링은 늘어나는 것을 의미하며, 그림 8에서 각 절점의 X 방향 변위를 고찰하여도 이러한 현상을 이해할 수 있다.

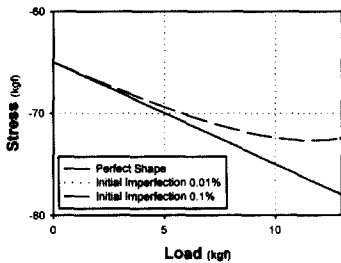
끝으로 mast의 장력변화를 그림 13에 나타낸다. 축대칭 중심축인 mast #1은 +측으로, 나머지는 -측으로 변화함을 알 수 있다. 압축력을 받는 mast #1이 +측으로 변화하는 것은 절점 #3의 수직변위가 상대적으로 절점 #1 보다 크기 때문에 하현 케이블 요소 #3의 장력이 줄어들고, 따라서 mast #1의 압축력이 빠지는 것으로 판단된다. 또 초기형상 불완전을 도입한 경우, mast



(a) Element 1



(b) Element 5



(c) Element 10

그림 13. Mast의 내력변화

#5 및 #10의 장력이 임계점을 지나면서 급격히 +축으로 변화하며, 특히 이러한 현상이 mast #5에서 더욱 뚜렷이 나타나는 것을 알 수 있다. 이는 임계하중 점 부근에서 새로운 직교좌굴모드의 출현과 함께 구조물 전체가 면내비틀림에 의해 급격히 불안정 상태로 변화하면서 mast 내부의 압축력이 빠져나감을 의미한다.

이상을 정리하면, 본 연구에서 선택한 Geiger 모델의 분기현상은 케이블 돔의 면내비틀림에 의해 발생함을 알 수 있다. 즉, 하중이 증가하면서 구조물 전체적으로 내부링이 먼저 비틀리며 좌굴을 시작한 후 외부링이 비틀어지는 면내 비틀림에 의한 불안정 현상이 발생함을 알 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 케이블 돔(Cable dome) 구조물중 최근 많이 이용되고 있는 Geiger 모델에 대해 초기장력 도입에 의해 형상을 결정하고, 외력에 의한 불안정 현상을 중심으로 연구하였다. 특히 쉘형 구조물의 구조불안정 거동이 초기조건에 매우 민감하게 반응하므로 초기형상 불완전에 의한 영향도 알아보았다. 본 연구에서 얻은 결과는 다음과 같다.

- (1) 완전형상 모델에서는 평형궤도 상에서 불안정 점을 찾을 수 없지만, 초기형상 불완전을 도입하면 불안정 점 부근에서 새로운 직교좌굴모드의 출현과 함께 변형모드가 변하게 되어 평형궤도가 바뀐다.
- (2) 초기형상 불완전량이 클수록 평형궤도도 급격히 바뀌며, softening 현상을 나타낸다.
- (3) 임계하중에 가까이 가면 Geiger 모델은 면내비틀림에 의해 불안정 현상이 발생하고, 이는 평형궤도의 분기를 나타내는 분기좌굴(bifurcation)이다.

감사의 글

본 연구는 초대형 구조시스템 연구센터(STRESS)의 지원에 의해 수행되었으며 이에 깊은 감사를 드립니다.

참고 문헌

1. Suhara, J., "Snapping of shallow spherical shells under static and dynamic loadings," ASRL TR 76-4, Aeroelastic and Structures Research Laboratory, Cambridge, Mass., June 1960.
2. Gjelsvik, A., and Bodner, S. R., "The energy criterion and snap buckling of arches," J. Eng. Mech. Div., ASCE, Vol.88, No.EM5, October, 1962, pp.87-134.

3. Hsu, C. S., "On dynamic stability of elastic bodies with prescribed initial conditions." *Int. J. Engng Sci.*, Vol.4, No.1, 1966, pp.1-21
4. Hangai, Y. and Kawamata, S., "Nonlinear analysis of space frames and snap-through buckling of reticulated shell structures." *Proceedings of the Pacific Symposium-Part II On Tension Structures and Space Frames*, Tokyo and Kyoto, 17-23, October 1971, pp. 9-4.
5. Belytschko, T., Schwer, L. and Klein, M. J., "Large displacement, transient analysis of space frames." *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 11, 1977, pp. 65-84.
6. Holzer, S. M., "Static and dynamic stability of reticulated shells," *Stability of Structures under Static and Dynamic Loads*, *Proceedings of an International Colloquium*, Washington, D.C., May 1977, ASCE Publications, pp. 27-39.
7. Batoz, Jean-Louis and Dhatt, G., "Incremental displacement algorithms for nonlinear problems." *Internat. J. Numerical Meths.* Vol. 14, 1979, pp. 1262-1267.
8. Waszczyszyn, Z., "Numerical problems of nonlinear stability analysis of elastic structures." *Computers & Structures*, Vol. 17 No. 1, 1983, pp. 13-24.
9. Pecknold, D. A., Ghaboussi, J. and Healey, T. J., "Snap-through and bifurcation in a simple structure." *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 111, No. 7, July, 1985, pp. 909-922.
10. See, T. and McConnel, R. E., "Large displacement elastic buckling of space structure." *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 111, No. 7, May, 1986, pp. 1052-1069.
11. Kani, I. M. and McConnel, R. E., "Collapse of shallow lattice domes." *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 113, No. 8, 1987, pp. 1806-1819.
12. Kim, S. D., Tanami, T. and Hangai, Y., "Direct and indirect snapping behaviors of shallow truss models," *Bull. ERS*, No. 23, 1990, pp. 73-86
13. 林曉光, 複合케이블構造의構造安定解析, 修士學位論文, 東京大學, 1990.
14. 金勝德, 偏平構造物の動的安定に関する研究, 博士學位論文, 東京大學, 1990.
15. Zienkiewicz, O. C. and Talyor, R. L., *The finite element method*, Forth Edition, Vol. 2, McGraw-Hill, 1991, pp. 211-223.
16. Kouhia, R. and Mikkola, M., "Tracing the equilibrium path beyond simple critical points." *Inter. Journal of structural engineering*, Vol. 118, 1992, pp. 1578-1596.
17. 김승덕, "기하학적 비선형을 고려한 얇은 타원 포물곡면셸의 동적 불안정 현상," *대한건축학회 논문집*, 제 10권 6호, 1994, pp. 121-132.
18. Kounadis, A. N. and Kratzig, W. B., *Nonlinear Stability of Structures*, Springer-Verlag, 1995.

(접수일자 : 2001년 4월 2일)