

Tunnelling Technology

탄소성 매질 내 지하공동 해석시 매개변수들의 상호관계에 대한 이해



김택곤

(주)바우컨설턴트 지반터널부 차장, 공학박사



김상환

(주)바우컨설턴트 지반터널부 상무, 공학박사

1. 개요

지반공학 분야에서는 선형탄성, 완전항복 모델로서 Mohr-Coulomb 항복파괴기준을 많이 사용하고 있다. 이는 Mohr-Coulomb 파괴기준이 제한된 몇 개의 해석매개변수(예를 들어, 탄성계수, 점착력, 내부마찰각 등)를 이용하기 때문에 그 사용성이 간편하다는데 그 이유가 있다.

매개변수 연구(parametric study)는 지반공학분야 중 지하구조물 해석 및 설계에 일상적으로 이루어지고 있는 부분이다. 이는 터널이나 비축기지 같은 지하구조물의 특성상 지반정수 선정의 불확실성(uncertainties)이라든가 변화무쌍한(changeable) 지질조건, 터널굴착시 상재하중의 변화 등이 존재하는 것이 그 이유라 할 수 있다. 현재 매개변수 연구방법으로는 이론해(closed-solution)나 수치해석 등이 일반적으로 사용되고 있다. 다양한 수치해석적 접근방법은 Pande 등(1990)에 의해 발전되었으며, Hoek-Brown 파괴 조건 상에서 암반의 지반반응곡선(ground response curve, GRC) 이론해는 Brown 등

(1983)에 의해 제시되었다. 그 후 여러 이론해들이 Detournay(1983, 1986), Detournay & Fairhurst(1987), Kovari(1986) 등에 의해 꾸준히 발표되어 왔다.

이론해는 제시된 문제에 대하여 수학적으로 엄밀한 신뢰를 가지고 무차원 변수로 나타낼 수 있다는 장점이 있다. 그렇기 때문에 사용이 간편하고 여러 매개변수들의 상호관계를 명백하고 뚜렷하게 연속적으로 파악할 수 있다. 하지만 기압조건이 정수압 이라든지, 터널 형상이 원형이나 타원형 같은 단지 몇 개의 한정된 단순 조건문제에만 이론해가 존재한다는 한계가 있다.

반면에 수치해는 임의의 형상이나 응력 및 경계조건 등에 따라 다양한 세련된 문제를 해결할 수 있다. 그렇지만 매개변수 해석을 할 때, 이론해와 달리 변수에 따라 수학적으로 연속적인 해답을 얻을 수가 없기 때문에 불연속적으로 여러 번 해석해야 하는 노고가 따른다. 그렇다 보니 수치해석에만 몰두하게 되면 이론해의 기본원리나 장점인 심오한 해석모델 매개변수들의 기본적인 상호관계나 효과를 간과한 채 수치적으로 얻어지는 다양한 결과들을 분석하는데 많은 시간이 소요되게 마련이다.

이러한 점을 극복하기 위해서는 차원해석(dimensional analysis) 개념을 도입할 수 있다(Goertler, 1975). 차원해석이란 관련 있는 매개변수들의 조합을 통해 계산하는 노력을 줄여나가는 하나의 방법이다. 본 강좌에서는 변환된 차원해석을 소개하는데, 이것이 제한적이며 상투적인 것일 수도 있다. 그러나 실제로 구성방정식을 상세하게 이해하고 있다면, 수치해석의 힘에 의존하는 것만이 분명 현명하지는 못하다.

본 강좌에서는 수치해석과 이론해에 근거를 둔 해석 사이에 다리를 놓고자 한다. 그렇다고 해서 새로운 해석해를 찾으려는 것은 아니고, 탄소성 해를 수치적으로 구하는 것에 초점을 맞추려고 하는 것도 아니다. 다만 특수한 형상, 초기, 경계조건 없이 탄소성 구성방정식을 간단하게 분석, 변환(재공식화) 함으로써 일반적인 해의 뚜렷한 특성을 찾고자 한다.

구체적으로 말하면 기본 이론접근을 가지고 문제를 접근해 나갈 경우, 한 번의 수치해석에서 얻은 결과를 가지고 변환된 차원해석을 수행할 수가 있으며, 이를 바탕으로 이론해의 장점인 해답의 연속적인 경향을 얻을 수 있는 기법을 소개하려는 것이다. 이 기법을 사용하면 그래프 상의 한 개의 해답점(point)을 얻기 위해 많은 시간을 들여 매개변수를 바꾸어가면서 수행하는 수치해석을 어느 정도 지양할 수 있다. 이제 지배방정식의 변환에 대한 기본이론을 설명하고, 2가지 해석예제(지반반응곡선, 쌍굴터널)에 대해 제시하고자 한다.

2. 기본 이론

지반반응곡선(GRC)의 계산에서 필요한 평균초기응력 σ_0 와 지보압 σ_s 는 다음과 같이 변환될 수 있다. (Detournay 1983 ; Kovari 1985)

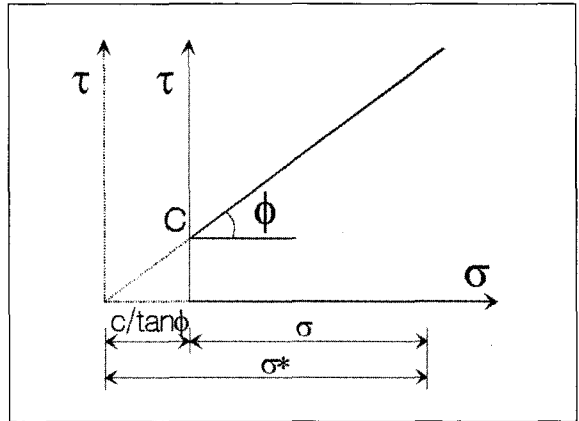


그림 1. 변환된 수직응력의 개념도

$$\sigma_s^* = \sigma_s + \frac{c}{\tan \phi} \quad (1)$$

$$\sigma_0^* = \sigma_0 + \frac{c}{\tan \phi} \quad (2)$$

여기서,

c : 점착력 ϕ : 내부마찰각

그림 1은 이 변환에 대한 내용을 그림으로 나타낸 것이다. 일반적인 지반반응곡선 식에서는 지보압, 점착력, 평균초기응력이 서로 독립적으로 표현되지 않지만 식 (1)과 (2)에서는 독립적으로 나타난다.

한편, 점착력이 없는 재료를 위해 계산된 변형은 점착성 재료의 변형으로 쉽게 변환될 수 있다(Kovari 1986). 점착력과 등방응력의 상호관계는 Caquot(1934)에 의해 처음으로 알려졌다. 그러나, Caquot의 이론은 오로지 한 계평형상태의 응력장에 관심을 가졌으며 변형과 점착력에 대한 것은 아니었다.

이미 앞서 언급한 바와 같이 Mohr-Coulomb 항복기준 탄소성 문제의 해에 대해 논하고자 한다. 지하공동의 탄소성 해석은 9개의 미분방정식, 미지수, 변형장 시스템에 의해 지배받는다. 이러한 방정식 시스템은 미지의 함수를 소규모의 재료 매개변수로 치환하여 변환될 수 있

탄소성 매질 내 지하공동 해석시 매개변수들의 상호관계에 대한 이해

다. 물론 탄성계수와 점착력은 이 새로운 시스템에서 외부로 드러나지 않는다. 변환에 대한 문제는 일부 특정 경계조건문제들을 가지는 이론해와 흡사하다. 다만 차이가 있다면, 여기서의 '변환'이란 지배방정식(governing equation) 수준에서 이루어지기 때문에 모델 형상이나 초기, 경계조건에 대해 어떠한 가정도 필요치 않다는 점이다.

2.1 표준 지배방정식

초기, 경계조건 문제는 6개의 변수와 이와 맞물린 응력-변형률 관계로 정의된다.

응력분석은 평형방정식에 의해

$$\sigma_{ki} = \rho b_i \quad (3)$$

이며, 적합조건은 다음과 같다.

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (\alpha_i u_j + \alpha_j u_i) \quad (4)$$

응력-변형률 조건은

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (5)$$

이다. 여기서 σ_i , ρ , b_i , ε_{ij} , u_k 는 각각 응력텐서, 밀도, 물체력 벡터, 변형률텐서, 변위텐서를 나타낸다.

항복함수를 f 라 할 때 탄성영역은 항복함수 내부 영역이므로 $f(\sigma_{ij}) < 0$ 이며, 응력-변형률 텐서 D_{ijkl} 은 일정한 상태이다.

$$D_{ijkl} = E C_{ijkl} \quad (6)$$

여기서

$$C_{ijkl} = \frac{\nu \delta_{ij} \delta_{kl}}{(1+\nu)(1-2\nu)} + \frac{\delta_{ik} \delta_{jl}}{1+\nu} \quad (7)$$

ν , E , δ_{ij} 는 포아송비, 탄성계수, 크로벡 델타를 나타낸다.

항복면($f=0$)상에서 재하상태(unloading, 즉 $d\sigma_{ij} / d\sigma_{ij} < 0$)인 경우에 D_{ijkl} 은 식 (6)과 같다.

반면 재하상태(loading, 즉 $d\sigma_{ij} / d\sigma_{ij} = 0$)일 때는 소성영역이므로 다음과 같다.

$$D_{ijkl} = E P_{ijkl} \quad (8)$$

여기서

$$P_{ijkl} = C_{ijkl} - \frac{C_{ijmn} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{pq}} C_{pqrst}}{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{pq}} C_{pqrs} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{rs}}} \quad (9)$$

이며, $g(\sigma_{ij})$ 는 소성포텐셜함수(Zienkiewicz 1971)이다. Mohr-Coulomb 항복포락선을 지닌 재료의 항복함수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f = \sigma_{max} - \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \sigma_{min} - \frac{2c \cos \phi}{1 - \sin \phi} \quad (10)$$

여기서 σ_{max} 와 σ_{min} 은 각각 최대 최소주응력을 나타낸다. 정규화의 타당성을 가정한다면 소성포텐셜함수 g 는 상관유동법칙(associated flow rule, $g = \phi$)을 따르는 항복함수 f 와 유사하다. 비상관유동법칙(non-associated flow rule, $g \neq \phi$)의 소성포텐셜함수는 항복함수로부터 얻을 수 있지만, 마찰각 ϕ 대신에 또 다른 재료상수 ψ 를 필요로 한다. ($0 \leq \psi \leq \phi$) 그러므로 소성포텐셜은 다음과 같다.

$$g = \sigma_{max} - \frac{1 + \sin \psi}{1 - \sin \psi} \sigma_{min} \quad (11)$$

탄소성 매질 내 지하공동 해석시 매개변수들의 상호관계에 대한 이해

식 (3)~(5)와 (6)~(11)는 임의 초기 경계조건에 대해 하나의 시스템을 구성하고 있으며, 일반적인 초기 조건은 다음과 같다

$$\sigma_{ij}^i(x, 0) = \sigma_{ij}^i(x) \quad (12)$$

σ_{ij}^i 는 초기응력장을 나타내며, 정의에 의해 $u_k(x, 0) = 0$ 과 $\varepsilon_{ij}(x, 0) = 0$ 가 된다. 대체로 일반 경계는 k번째 방향에서 고정되는 것으로 가정한다($u_k(x, t) = 0$). 반면에 traction t_k 는 나머지 부분에 대해 아래처럼 규정된다.

$$n_j(x) \sigma_{kj}(x, t) = t_k(x, t) \quad (13)$$

여기서 n_j 는 경계에 수직이며, 외곽방향을 향하는 단위 벡터이다.

2.2 지배방정식의 변환

지배방정식의 변환을 위해 새로운 벡터 u_k^* 와 응력텐서 σ_{ij}^* 를 도입하였다.(Kovari, 1993)

$$u_k^* = E u_k \quad (14)$$

$$\sigma_{ij}^* = \sigma_{ij} + \delta_{ij} \frac{c}{\tan \phi} \quad (15)$$

첫 번째 변환은 구성방정식에서 탄성계수를 제거하는 것이다. 두 번째 변환은 기존 해석해 형태에서 사용된 방법과 유사하다(Detournay 1983, Kovari 1985, 그림 1 참조). 식 (14)와 (15)를 (1)과 (11)처럼 도입하면서 σ_{ij} 와 σ_{ij}^* 를 고려한다는 사실은 일정한 등방 텐서가 다음 방정식 시스템을 이끈다는 점에만 차이가 난다.

$$a_k \sigma_{kj}^* = \rho b_j \quad (16)$$

$$\dot{\sigma}_{ij}^* = D_{ijkl}^* a_k u_k^* \quad (17)$$

여기서 D_{ijkl}^* 는 탄성계수가 동일한 점착력이 없는 재료의 응력-변형률 텐서이다.

제하인 경우 $f^* < 0$

$$\text{혹은 } \{ a^r / \partial \sigma_{ij}^* d \sigma_{ij}^* = 0 \} :$$

$$D_{ijkl}^* = C_{ijkl} \quad (18)$$

재하인 경우 $f^* = 0$

$$\text{이고 } \{ a^r / \partial \sigma_{ij}^* d \sigma_{ij}^* = 0 \} :$$

$$D_{ijkl}^* = C_{ijkl} - \frac{C_{ijmn} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}^*} \frac{\partial f^*}{\partial \sigma_{pq}^*} C_{pqkl}}{\frac{\partial f^*}{\partial \sigma_{pq}^*} C_{pqrs} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{rs}^*}} \quad (19)$$

여기서 f^* 는 재료내부마찰각이 ϕ 인 무점착력 재료의 항복함수이다.

식(15)를 (12)와 (13)에 도입하면 다음처럼 초기 및 경계 조건이 변환되어있는 시스템을 얻을 수 있다.

$$\sigma_{ij}^*(x, 0) = \sigma_{ij}^*(x) + \delta_{ij} \frac{c}{\tan \phi} \quad (20)$$

$$n_j(x) \sigma_{kj}^*(x, t) = t_k(x) + n_k \frac{c}{\tan \phi} \quad (21)$$

여기서 가장 중요한 사실은 탄성계수가 변환된 경계조건 문제에서는 나타나지 않고 있다는 점이다. 이러한 사실은 탄성계수와 점착력을 특정한 값으로 정해놓는다면, 매개변수로 얻어지는 계산 결과들은 특정 초기 및 경계조건문제 만큼이나 간단한 대수계산에 의해 다르게 변환된 결과들로 얻을 수 있는 것이다. 식 (20)과 (21)에 의하면, 점착력의 영향은 균질한 정수압 응력장인 $\sigma_{ij} = \delta_{ij} c / \tan \phi$ 을 전체 domain상으로 작용해주는 것과 동일한 것이다(그림 2).

탄소성 매질 내 지하공동 해석시 매개변수들의 상호관계에 대한 이해

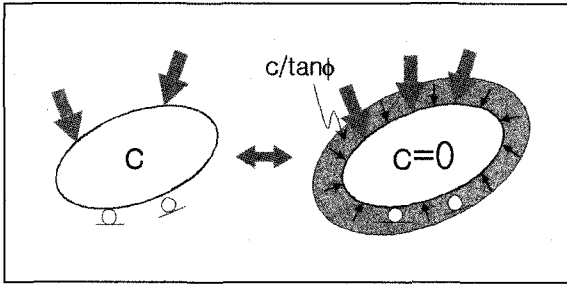


그림 2. 점착력의 역할(인장강도만큼 경계조건으로 작용)

3. 예제 1 - 지반반응곡선의 매개변수 간편해석

3.1 매개변수의 차원변환

그림 3은 심부 지하 공동을 도식적으로 나타낸 것이다. 다음 토의하고자 하는 2, 3차원 지하구조물의 적용성을 강조하기 위해서 불규칙한 임의의 형상으로 나타내었다.

상재하중에 해당하는 평균응력 σ_0 가 단순하게 균질하게 정수압으로 작용하고 있다고 가정하자. 굴착 시물레이션은 초기 경계조건 σ_0 를 점진적으로 감소할 수 있도록 지보압 σ_s 에 해당하는 반력을 굴착 경계면에 가하여 모사할 수 있다.

터널 굴착설계에서 주 관심사는 터널 변형에 관한 것이

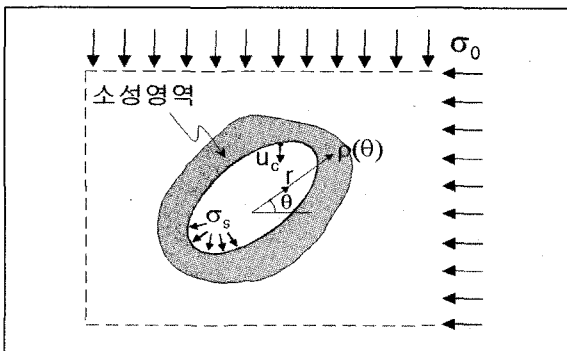


그림 3. 임의형상의 지하공동

다. 주어진 공동 형상에서 임의 지점의 변위는 임의의 표준 길이 L (예를 들어 터널 직경), 초기응력(σ_0), 지보압(σ_s)과 재료상수들(E, c, ν, ϕ, ψ)에 좌우된다. 차원해석과 앞선 절의 변환된 결과들을 고려하여 임의 지점의 변위 u_c 는 다음의 일반적인 형태로 표현할 수 있다.

$$\frac{E u_c}{\left(\sigma_0 + \frac{c}{\tan \phi}\right) L} = F \left[\frac{\sigma_s + \frac{c}{\tan \phi}}{\sigma_0 + \frac{c}{\tan \phi}}, \nu, \phi, \psi \right] \quad (22)$$

또 다른 관심사는 굴착 후 공동 주변의 전반적인 암반거동에 관한 것이다. 즉, 파괴된 암반 영역은 어느 정도인지, 어떠한 매개변수가 이러한 영역 크기에 영향을 주는지에 대한 문제가 중요한 것이다. 일반적으로 소성영역범위 계산을 위해서는 전체 미분방정식 시스템의 해가 요구된다.

단순하게 평면변형을 조건(즉, 터널단면이 막장과는 멀리 떨어진 상태, 중방향 변위를 무시한 상태)이라 가정하자. 편의상 여기서는 원통좌표계 (r, θ) 를 사용한다. 탄소성 경계는 그림 3과 같이 곡선 임의의 거리에 따른 $\rho(\theta)$ 로 도식적으로 나타낼 수 있다. $\rho(\theta)$ 는 미분방정식 시스템에서 외부로 드러나진 않지만, 다음과 같은 일반적인 관계가 타당함을 입증된 바 있다. (Anagnostou & Kovari, 1993).

$$\frac{\rho}{L} = F \left[\theta, \frac{\sigma_s + \frac{c}{\tan \phi}}{\sigma_0 + \frac{c}{\tan \phi}}, \nu, \phi, \psi \right] \quad (23)$$

식 (22), (23)은 차원해석보다 적은 독립 매개변수를 포함하고 있으며, 이러한 매개변수들의 상호영향에 대해 요구되는 통찰력을 제시하고 있다. 예를 들어, 식 (22)에서 변위는 항복중인 암석내부의 공동일지라도 $1/E$ 에 비례하며, (23)에서는 소성영역의 범위가 탄성계수에만 의존하

지 않음을 알 수 있다.

연암반($c \ll \sigma_s$) 심부에 굴착된 터널이나 대규모 공동에서 $\sigma_s \cong \sigma_0$ 이므로 식 (22)와 (23)은 더욱 간단해진다.

$$\frac{E u_c}{\alpha_0 L} = F \left[\frac{\sigma_s + \frac{c}{\tan \phi}}{\alpha_0}, \nu, \phi, \psi \right] \quad (24)$$

$$\frac{\rho}{L} = F \left[\theta, \frac{\sigma_s + \frac{c}{\tan \phi}}{\alpha_0}, \nu, \phi, \psi \right] \quad (25)$$

점착력이 지반구조물 안정성에 미치는 영향은 이미 잘 알려진 바와 같다. 식 (24), (25)도 예외는 아니어서 점착력이 지보압과 마찬가지로 변형에 미치는 정성적인 영향을 뚜렷하게 보여주고 있다. 따라서 변형에 대한 점착력의 영향은 $c / \tan \phi$ 의 지보압 영향과 구조적으로 등가를 나타내는 것이다. 다시 말해서 0.5Mpa의 점착력은 0.5~1.4MPa의 지보압의 역할을 담당하고 있는 것이다(즉, $20^\circ < \phi < 45^\circ$ 라면 $0.5/\tan 20^\circ \sim 0.5/\tan 45^\circ$). 이러한 특성은 공학적인 관점에서 매우 흥미로운 사실이며, Kovari(1985)는 이미 고전적인 정수압 초기상태 원형터널에 대해 이를 지적한 바 있다. 하지만 우리는 방정식을 풀거나 지하공동의 형상을 규정하지 않고도 이러한 결론들을 얻을 수 있음을 알아야 한다. 게다가, 이 결론들은 탄소성 방정식의 구조결과로서, 임의 형상의 단일 터널단면 뿐만 아니라 함께 인접해 있는 다수의 공동에도 적용할 수가 있다. 또한 이 결론은 터널막장 근처의 안정성과 변형을 고려할 때도 흥미롭게 사용할 수 있다.

3.2 해석방법

지반-변위의 상호작용은 소위 지반반응곡선으로 나타낼 수 있다. 지반반응곡선이란 터널을 굴착했을 때 개방된 응력과 변위를 지보압(α)과 반경방향 변위의 상호관계

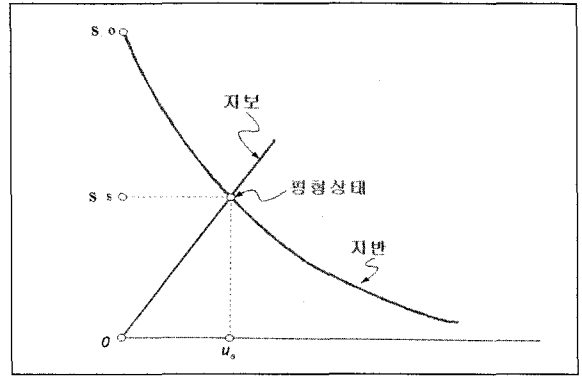


그림 4. 지반반응곡선 개념도

로 나타난 것으로 NATM의 가장 기본적인 개념이다.

여기서는 원형터널의 지반반응곡선(GRC)에 대해 변형된 매개변수 해석의 장점을 소개하고자 한다. 앞서 서론에서 이미 언급한바와 같이 Mohr-Coulomb 파괴기준은 제한된 몇 개의 해석매개변수를 이용하기 때문에 그 사용성이 간편하다.

Mohr-Coulomb 파괴기준에 의한 탄소성 지반반응곡선을 계산하기 위해 Salencon(1969)이 제시한 탄소성 원형터널 지반의 응력 및 변형해석의 이론해를 응용하여 프로그램(GRC-Mohr)을 작성하였다(부록 I, II 참조). 이와 비교하기 위해 수치해석에 사용한 프로그램은 현재 가장 널리 쓰이고 있는 FLAC (Itasca, ver 3.3)을 사용하였다. 수치해석에서 굴착 조건을 모사하기 위하여 하중분담을 개념을 사용하여, 초기응력 α_0 를 초기값부터 서서히 0으로 감소시키며 굴착경계면에 반력을 가해 주어 지보압 α 와 천단변위 u 의 관계를 계산하였다. 여기서는 초기응력을 5%씩 감소하였으므로, 매 해석시 총 20번의 반복계산을 수행하였다. 해석에 사용된 물성치는 표 1과 같다.

예제-1의 분석순서는 다음과 같다(그림 5).

- ① 동일한 조건에서 GRC-Mohr와 FLAC 수치해석 결과를 비교하여 프로그램의 타당성을 검증한다.
- ② 그 후 초기응력의 변화에 따른 정규화된 지반반응곡선을 비교 검토한다.

탄소성 매질 내 지하공동 해석시 매개변수들의 상호관계에 대한 이해

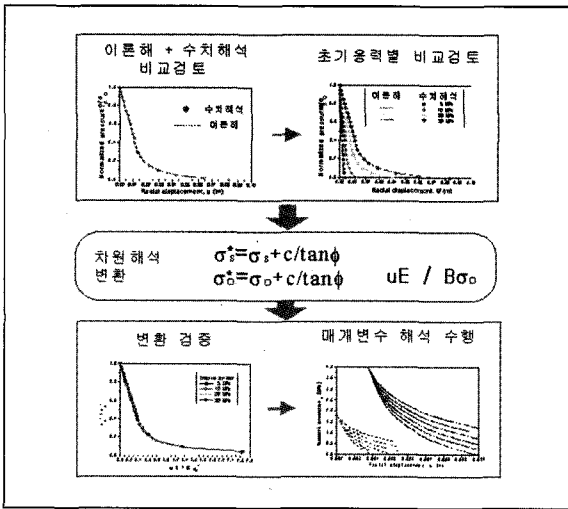


그림 5. 예제-1의 해석방법 개념

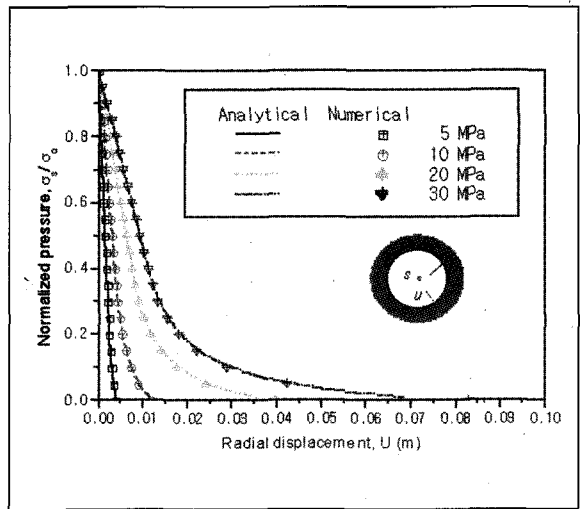


그림 6. 응력변화에 따른 정규화 지반반응곡선의 비교 (c=1MPa, $\phi=35^\circ$, $\nu=0.25$)

표 1. 예제-1에 사용된 해석 물성치

매개변수	적용값
탄성계수 (E) (MPa)	10,000
포아송비 (ν)	0.25
마찰각 (ϕ) (도)	35
점착력 (c) (MPa)	1
터널직경 (D) (m)	10
초기응력 (σ_o) (MPa)	5, 10, 20, 30

- ③ 이 해석 결과들을 식 (22)의 변환 시스템에 의해 차원해석을 수행하여 '변환된 정규화 지반반응곡선'을 구하였다. 이 곡선은 응력변화에 상관없이 모두 동일한 곡선을 유지하고 있다.
- ④ 이제 변환된 정규화 지반반응곡선 중에서 임의의 하나를 선택하여, 여러 번의 수치해석을 하지 않고 산술적인 계산을 통해 점착력과 초기응력 변화에 따른 다양한 매개변수 해석을 수행한다.

3.3 해석결과 분석

그림 6은 응력의 변화에 따라 이론해와 수치해석에 의

해 정규화된 지반반응곡선을 나타낸 것이다. 정규화된 지보압을 상대적인 응력크기 상태와 비교하기 위해 초기응력으로 나누어 표현한 것이다. 그림에서 선(line)으로 표시된 것은 작성된 GRC-Mohr 프로그램을 사용하여 나타낸 이론해이며, 점(point)으로 표현된 것이 5%씩 하중 감소에 의해 표현된 수치해석에 의한 결과이다. 그림에서 보는 바와 같이 초기응력에 따라 정규화된 지반반응곡선은 다르게 나타나지만, 각 곡선 상에서 이론해와 수치해석의 결과는 정확히 일치하고 있어 FLAC으로 해석된 GRC 결과의 타당성을 입증하고 있다. 그림에서 직선구간은 탄성영역이며, 소성영역에 접어들면서 곡선으로 변화하고 있다. 또한 초기응력이 증가함에 따라 소성영역과 변위가 증가함을 쉽게 알 수 있다.

이제 식 (22)에 의거하여 매개변수 변환해석을 수행하면, 그림 6에 제시된 모든 데이터들은 그림 7과 같이 변환된 정규화 지반반응곡선이 된다. 이를 자세히 살펴보면 그림 6의 응력변화에 따른 수치해석 모든 데이터 점들이 식 (22)의 변환에 의해 겹치지 않은 상태를 유지하면서 일정한 하나의 곡선 상에 있음을 알 수 있다. 즉, 이는 동일한 제반조건이라면 응력 변화에 따른 수치해석을 여러 번

탄소성 매질 내 지하공동 해석시 매개변수들의 상호관계에 대한 이해

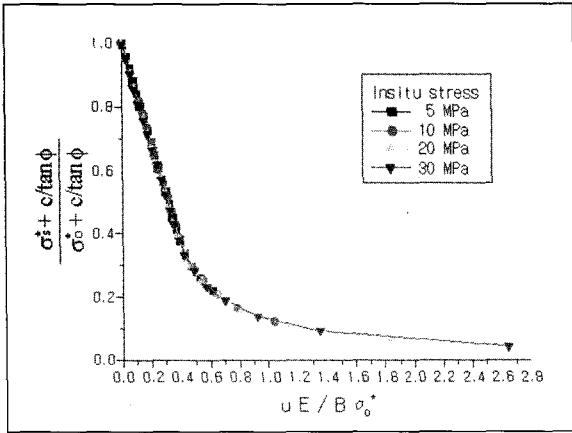


그림 7. 변환된 정규화 지반반응곡선 비교 (c=1MPa, φ=35, ν=0.25)

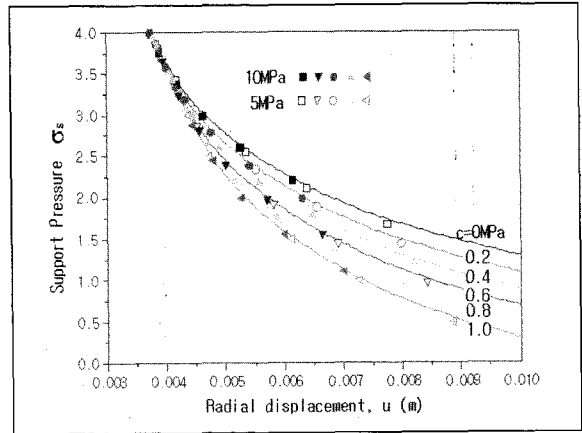


그림 8. 초기응력 5MPa, 10MPa일 때 점착력 변화에 따른 지반 반응곡선 비교(φ=35, ν=0.25)

수행할 필요 없이 한 번의 수치해석 결과들을 변환 시키므로써, 동등한 곡선 형태를 얻을 수 있다는 점을 암시하는 것이다.

그림 7을 이용하면, 강도정수 변화에 따른 지반반응곡선은 변환 시스템의 매개변수 해석에 의해 여러 번의 수치해석을 거치지 않고 구할 수 있다. 강도정수의 매개변수는 앞서 지보압의 역할을 하는 점착력을 선택하였다.

이제 초기응력이 10MPa일 때, 점착력의 변화에 따른 지반반응곡선을 구하고자 한다. 이를 위해 그림 7 결과 중 초기응력이 각각 5MPa, 10MPa일 때의 좌표를 이용하려고 한다. 여기서 흥미로운 것은 초기응력 10MPa일 때의 매개변수 해석을 위해 변환된 시스템에서는 선택된 초기응력군에 상관없이(예를 들어 5MPa) 구할 수 있다는 점이다. 우선 초기응력이 10MPa일 때의 그림 7의 좌표 값(변의상 x, y라 함)들을 식 (26), (27)으로 놓을 수 있다.

$$\frac{uE}{D(\alpha_0 + c/\tan \phi)} = x$$

$$\frac{\alpha_0 + c/\tan \phi}{\alpha_0 + c/\tan \phi} = y \tag{26}$$

이를 변위와 지보압에 대해서 풀면 식 (27)과 같이 된다.

$$u = \frac{D}{E} x (\alpha_0 + c/\tan \phi) \tag{27}$$

$$\alpha_0 = y (\alpha_0 + c/\tan \phi) - c/\tan \phi$$

이제 탄성계수 E, 터널직경 D, 내부마찰각 φ를 일정하게 놓고, 초기응력 10MPa, 임의 점착력을 대입(c=0~1.0MPa)하면 그림 8과 같이 점착력의 변화에 따른 α₀~u의 지반반응곡선을 구할 수 있다(부록 III 참조).

그림에서 보듯 점착력이 증가함에 따라 동일한 변위 상에서 필요한 지보압이 감소함을 알 수 있다. 여기서, 속이 채워진(solid) 도형 점들은 그림 7의 변환된 정규화 지반반응곡선 상의 10MPa 값들을 이용하여 구한 것이며, 속이 빈(empty) 도형 점들은 5MPa의 값들을 가지고 동등한 방법으로 초기응력이 10MPa일 때의 지반반응곡선을 계산한 것이다. 그림에서 보듯 둘 다 동일한 지반반응곡선을 나타내고 있음을 알 수 있다. 따라서, 변환된 시스템 과정을 통해 그림 7의 임의 응력군 점들을 가지고 계산해도 마찬가지로 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

그림 9는 초기응력과 점착력 변화에 따른 지반반응곡선을 나타낸 것이다. 물론 이 결과는 한 번의 수치해석의 결과들을 변환하여 모두 구한 것이다.

이 결과로부터 초기응력과 점착력에 따른 지보압의 변

탄소성 매질 내 지하공동 해석시 매개변수들의 상호관계에 대한 이해

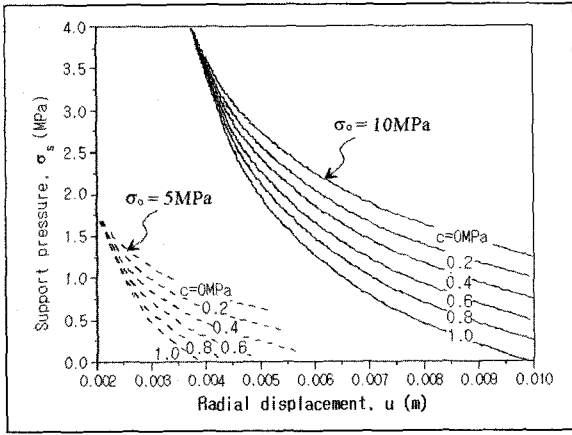


그림 9. 한 번의 수치해석으로부터 계산된 지반반응곡선의 매개변수 해석($\phi=35, \nu=0.25$)

화폭을 한 번에 알 수가 있어 이해하기가 편리하다.

그림 9에서 간편 매개변수 해석과 이를 수치해석 결과로부터 모두 구했을 때 소요되는 시간을 비교해 보기로 한다.

FLAC을 기준으로 지반반응곡선을 계산하기 위해서 하나의 해석당 5% 하중감소이므로 20 단계가 요구된다. 1단계 당 2500step으로 수립되었으므로 약 50000step 정도이며, 해석시간은 펜티엄III(550MHz)를 사용했을 때 약 15분정도 소요되었다. 따라서, 수치해석에 의해서만 그림 9와 같은 결과를 얻기 위해서는 총 12 case이므로 해석시간만 약 3시간(12×15분) 소요됨을 알 수 있다. 그러나, 변환된 매개변수 해석 시스템을 활용하면, 한 번의 해석만 수행하여, Spread sheet(MS-Excel 등)로 차원 해석만 수행하면 되므로 30분도 채 안되게 소요되며, 해석 case가 많아질 경우 그 차이는 더 증가하게 된다.

4. 예제 2

- 쌍굴터널의 소성영역 매개변수 해석

4.1 매개변수의 차원변환

소성영역의 확장을 파악하기 위해서는 미분방정식 시스템이 요구된다. 그렇다면 소성영역에 영향을 주는 매개변수는 어떠한 것이 있을까?

터널 막장과 단면이 거리가 먼, 2차원 평면변형을 조건으로 가정한다.

임의 형상 조건에서 압축응력에 대한 항복기준의 선형성으로 인해, 식 (11)과 유사한 항복함수를 얻을 수 있다.

$$f^* = \sigma_0^* F \left(\theta, \frac{r}{L}, \frac{\sigma_s^*}{\sigma_0^*}, \nu, \phi \right) \quad (28)$$

임의 방향 $\rho(\theta)$ 에 대해 소성영역을 고려하면, 소성영역에서는

$$r \leq \rho(\theta) \text{이고, } f^* = 0$$

탄성영역에서는 $r > \rho(\theta)$ 이고, $f^* < 0$ 가 된다.

따라서, 탄소성 경계 $\rho(\theta)$ 는 다음의 관계를 동시에 만족해야 한다.

$$f^* = \sigma_0^* F_1 \left(\theta, \frac{\rho(\theta)}{L}, \frac{\sigma_s^*}{\sigma_0^*}, \nu, \phi \right) = 0 \quad (29)$$

$$f^* = \sigma_0^* F_1 \left(\theta, \frac{\rho(\theta)}{L}, \frac{\sigma_s^*}{\sigma_0^*}, \nu, \phi \right) < 0 \quad (30)$$

(29), (30)식으로 인해 탄소성 경계면에서는 다음과 같이 된다.

$$\frac{\rho(\theta)}{L} = F_1 \left(\theta, \frac{\sigma_s^*}{\sigma_0^*}, \nu, \phi \right) = 0 \quad (31)$$

식 (31)은 탄소성 경계의 위치가 식 (24)와 동등한 변수들로 표현되지만, 탄성계수가 나타나지 않고 있다. 즉, 소성영역은 탄성계수에 의존하지 않음을 알 수 있다. 이러한 결과는 차원해석에서는 얻을 수 없는 것들이다.

4.2 해석방법

쌍굴터널의 경우, 이론해를 구하기가 쉽지 않으므로 수치해석 결과를 이용하여 변환된 매개변수 해석을 수행하여야 한다. 물론 여기서는 쌍굴터널의 설계기준에 대한 논의는 생략하기로 한다. 다만 매개변수 변환해석의 이해를 돕기 위해 쌍굴터널 안정성은 암주(pillar)에 전적으로 의존한다고 가정한다. 엄밀하게 하기 위해서는 비선형 모델에서는 굴착 순서에 따라 소성영역이 달라지겠지만, 단순화하여 동시에 굴착되는 것으로 가정한다. 지보압 계산은 예제 1과 같이 터널 경계면에 굴착 반력을 가하여 모사하였으며, 이를 소성영역과 비교 분석하였다. 쌍굴터널 차원 해석에 의하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{d}{e} = F \left(\frac{2e}{D}, \frac{\sigma_s^*}{\sigma_o^*}, \nu, \phi \right) \quad (32)$$

여기서 2e는 암주폭이다.(그림 10 참조)터널의 붕괴조건은 d/e=1, 즉 암주 전체가 소성영역이 될 때라고 가정하였다. 따라서, 식 (32)에서 포아송비를 고정하면, 소성영역에 의한 붕괴상황의 변환된 매개변수 관계는 다음과 같다.

$$\frac{2e}{D} = F \left(\frac{\sigma_s^*}{\sigma_o^*}, \phi \right) \quad (33)$$

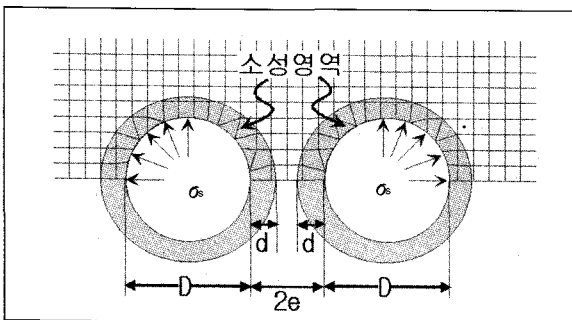


그림 10. 쌍굴터널 개념도 및 FDM 메쉬

표 2. 예제-2에 사용된 해석 물성치

매개변수	적용값
탄성계수 (E) (MPa)	10,000
포아송비 (ν)	0.25
마찰각 (φ) (도)	35
점착력 (c) (MPa)	1
터널직경 (D) (m)	4
초기응력 (σ _o) (MPa)	10
암주폭비(2e/D)	0.2, 0.4, 0.6, 1.0, 1.5, 2.0, 3.0

이러한 관계로부터 암주폭에 대한 여섯 번의 수치해석을 수행하였다. 해석에 사용된 물성치는 표 2와 같다. 예제-2의 분석순서는 다음과 같다.

- ① 동일한 조건에서 암주폭비(2e/D)를 7단계(0.2, 0.4, 0.6, 1.0, 1.5, 2.0, 3.0)로 바꾸어 가며 해석을 수행한다.
- ② 터널이 붕괴되는 시점의 지보압을 구한다. 터널의 붕괴는 터널 변위가 터널반경의 2% 이상(Hoek, 1999)이 되는 시점과 암주 전체가 소성영역이 발생한 때로 가정한다.
- ③ 계산된 지보압과 암주폭비를 식(33)에 의해 변환한 후, 산술계산을 통해 매개변수 해석을 수행한다. 계산 결과는 부록 III을 참조하기 바란다.

4.3 해석결과와 분석

그림 11은 점착력이 1MPa일 때, 파괴직전의 최소지보압을 암주비에 따라 나타낸 것이다. 암주폭 비가 증가함에 따라 요구되는 최소 지보압이 감소함을 알 수 있다. 주어진 조건에서는 쌍굴터널에서 대략 1D정도 거리가 떨어지면 변환된 정규 초기응력(σ_o*)의 22%이상 정도의 변환된 정규지보압(σ_o*)이 요구됨을 알 수 있다.

이 변환 결과를 바탕으로 초기응력과 점착력의 산술적인 매개변수 해석을 수행하였다. 해석방법은 식 (26), (27)과 동일하다.

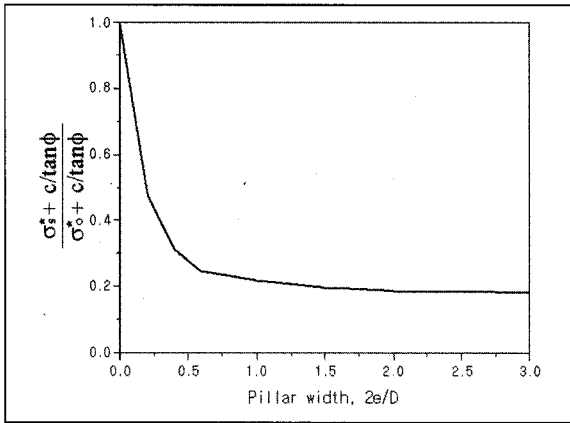


그림 11. 압주비와 변환된 지보압사이의 관계
($c=1\text{MPa}$, $\phi=35$, $\nu=0.25$)

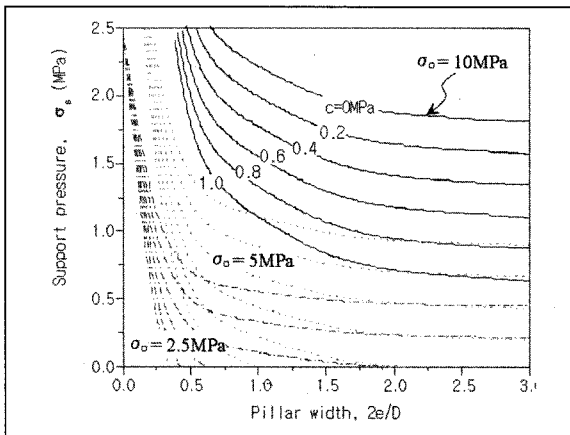


그림 12. 점착력의 변화에 따른 압주비와 변환된 지보압사이의 관계 ($\phi=35$, $\nu=0.25$)

그림 12는 심도 100, 200, 400m 정도에 해당하는 초기응력이 작용할 때, 쌍굴터널의 지보압을 점착력의 변화에 따라 나타낸 것이다. 이 결과들은 그림 11의 결과로부터 간단한 산술적인 계산을 통해 여러 개의 수치해석 효과를 얻은 것이다. 그림에서 보듯 초기응력과 점착력에 따라 지반반응곡선이 다양한 형태를 나타내고 있으므로, 압주비에 따라 적절한 지보압 예측에 도움을 줄 것으로 판단된다.

이제 계산 시간을 비교해 보자. 그림 11의 결과를 얻기 위해서 압주비($2e/D$)의 변화를 7단계(0.2~3.0)로 변화시켰다. 각 단계마다 지보압을 5% 감소하여 20번의 반복 계산이 수행되었으므로, 총 140번의 수치해석이 수행되었으며, 해석시간만 펜티엄 III로 약 4시간 소요되었다. 따라서, 수치해석을 통해 그림 12의 계산 결과를 얻기 위해서는 총 72시간(4시간×점착력 6단계×초기응력 3단계)이 소요된다. 하지만 제시된 매개변수 간편해석 방법을 이용하면, 그림 11의 결과를 이용하므로, 많은 시간을 절약할 수 있다.

5. 결론

Mohr-Coulomb 탄소성 재료의 경계조건 문제를 지배하는 미분방정식 시스템은 단순한 일부 치환에 의해 재공식화 될 수 있다. 이러한 방법을 통해서 체계적인 매개변수 해석이 가능하므로, 한 번의 수치해석에서 얻은 결과를 가지고 이론해의 장점인 해답의 연속적인 경향을 쉽게 구할 수가 있었다. 그러므로, 매개변수의 변화가 많을 경우 컴퓨터의 잠재적인 계산 시간을 절약할 수 있으며, 나아가서는 수치적으로 얻어진 결과들을 좀 더 간결하고 쉽게 이해할 수 있다.

또한, 변환된 시스템에서는 다양한 매개변수들의 상호관계들이 뚜렷이 나타난다. 특히, 변환된 식을 통해 터널 지보압과 비교해서 점착력의 영향을 명백하게 알 수가 있었다.

참고문헌

1. Anagnostou, G., Kovari, K. (1993) Significant parameters in elastoplastic analysis of underground openings. ASCE, Journal of Geotechnical Engineering, 119, March

탄소성 매질 내 지하공동 해석시 매개변수들의 상호관계에 대한 이해

2. Brown, E. T., Bray, J.W., Ladanyi, B. and Hoek, E. (1983) Ground Response Curves for Rock Tunnels, ASCE, Journal of Geotechnical Engineering, 109, 15-39.
3. Detournay E., Fairhurst, C. (1986) A Two-Dimensional Elastoplastic Analysis of a Long Cylindrical Cavity Under Non-Hydrostatic Loading, Int. J. Rock Mech. and Mining Sciences, 24, 197-211.
4. Hoek (1999) Rock Engineering, Course note, p216
5. Kovari, K. (1985) Rock Deformation Problems when using Full-Facing Cutting Equipment in Rock, Tunnel, 3, 236-224 (Part I), 289-298 (Part II) .
6. Kovari, K., Anagnostou, G. (1992) Piora Mulde. Tunnelstatische Untersuchungen. Bericht der ETH an das Bundesamt FurVerkehr.
7. Pande, G. N., Beer, G., and Williams, J.R. (1990) Numerical Methods in Rock Mechanics, Wiley, Chichester a.o.
8. Salencon, J (1969) Contraction Quasi-Statique D'une Cavit é a Symetri é Sph é rique Ou Cylindrique Dans Un Milieu Elastoplastique, Annales Des Ponts Et Chaussees, Vol. 4, pp. 231-236
9. Zienkiewicz O.C. (1971) The Finite Element Method in Engineering Science, McGraw-Hill, London a.o.

부록 I.

Mohr-Coulomb 탄소성 이론에 의한 원형공 동의 이론해 (by Salencon, 1969)

• R_0 = 소성반경

$$R_0 = a \left[\frac{2}{K_p+1} \frac{P_0 + \frac{q}{K_p-1}}{P_i + \frac{q}{K_p-1}} \right]^{\frac{1}{(K_p-1)}}$$

여기서,

a = 터널 반경

q = $2 \cdot c \cdot \tan(45 + \phi/2)$

P_0 = 초기응력

P_i = 지보압

$$K_p = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi}$$

• 탄소성 경계면의 응력

$$\sigma_{\theta} = - \frac{1}{K_p+1} (2 P_0 - q)$$

• 탄성영역에서의 응력(반경, 접선응력)

$$\sigma_r = - P_0 + (P_0 - \sigma_{\theta}) \cdot \left(\frac{R_0}{r} \right)^2$$

$$\sigma_{\theta} = - P_0 - (P_0 - \sigma_{\theta}) \cdot \left(\frac{R_0}{r} \right)^2$$

• 탄성영역에서의 변위

$$U_r = - \left(P_0 - \left(\frac{2 P_0 - q}{K_p+1} \right) \right) \times \left(\frac{R_0}{2G} \right) \left(\frac{R_0}{r} \right)$$

• 소성영역에서의 응력(반경, 접선응력)

$$\sigma_r = \frac{q}{K_p-1} - \left(P_i + \frac{q}{K_p-1} \right) \cdot \left(\frac{r}{a} \right)^{(K_p-1)}$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{q}{K_p-1} - K_p \left(P_i + \frac{q}{K_p-1} \right) \cdot \left(\frac{r}{a} \right)^{(K_p-1)}$$

• 소성영역에서의 변위

$$U_r = - \frac{r}{2G} x$$

여기서, $x = (2-\nu) \left(P_0 + \frac{q}{K_p-1} \right) + \left(\frac{(1-\nu)(K_p^2-1)}{K_p+K_{ps}} \right) \left(P_i + \frac{q}{K_p-1} \right) \times \left(\frac{R_0}{a} \right)^{(K_p-1)} \left(\frac{R_0}{r} \right)^{(K_{ps}-1)} + \left((1-\nu) \frac{(K_p K_{ps}+1)}{(K_p+K_{ps})} - \nu \right)$

탄소성 매질 내 지하공동 해석시 매개변수들의 상호관계에 대한 이해

$$\times \left(P_i + \frac{q}{K_p - 1} \right) \left(\frac{r}{a} \right)^{(K_p - 1)}$$

단,

$$K_{ps} = \frac{1 + \sin\psi}{1 - \sin\psi}$$

부록 II GRC-Mohr : Fortran Source Code

```
!-----
! Program GRC(Mohr-Coulomb failure: strain-
! softening model) analysis
!   by Dr. Kim, Taek-Kon
!-----
! Declaration of parameters used to obtain rock
! deformation curve
!-----
real po, pi, pr, pw, pf, s, fi, dil, E, nu, sm
real kp, kps, q, ro, rp, r, sre, pcr, gamma
real d1, d2a, d2b, d3a, d3b, dd, dr
!pr=tunnel roof pressure
!pw=tunnel wall(side) pressure
!pf=tunnel floor pressure
!dd=radial displacement
!dr=normalized displacement (%) ; dd/7개
! character output*80
!-----
! Calculation procedures for rock deformation
! curve
!-----
```

```
write(*,*) 'Elastic modulus, E(MPa)'
read(*,*) e
write(*,*) 'poisson ratio'
read(*,*) nu
write(*,*) 'cohesion, C'
read(*,*) s
write(*,*) 'Friction angle, Phi'
read(*,*) fi
write(*,*) 'Dilatation angle, dil'
read(*,*) dil
```

```
write(*,*) 'In situ stress(MPa)'
read(*,*) po
write(*,*) 'tunnel radius(m)'
read(*,*) ro

write(*,1000)
1000 format('Type Output file name:',$)
read(*,1100) output
1100 format(1a80)

open(unit=4, file=output, status
unknown') fi=fi*3.141592/180
dil=dil*3.141592/180

sm=e/(2*(1+nu))
kp=(1.0+sin(fi))/(1.0-sin(fi))
kps=(1.0+sin(dil))/(1.0-sin(dil))
q=2*s*cos(fi)/(1.0-sin(fi))
sre=(2.0*po-q)/(kp+1.0)
pcr=(2*po-q)/(1+kp)
pi=po

write(4,*) 'pr pw pf dr dd rp'
```

탄소성 매질 내 지하공동 해석시 매개변수들의 상호관계에 대한 이해

```

do i=1, 100
  pi=po*i*0.01
  if (pi<=0) then
    goto 10
  endif

!plastic radius
if (pi < pcr) then
  rp=ro*(2.0/(kp+1.0)*(po+q/(kp-1.0))/(pi+q/(kp-
1.0)))*(1.0/(kp-1))
else
  rp=ro
endif

!at tunnel wall
r=ro

!displacement
if (rp>ro) then
  d1=(2.0*nu-1.0)*(po+q/(kp-1.0))
  d2a=(1.0-nu)*(kp**2-1.0)/(kp+kps)
  d2b=(pi+q/(kp-1.0))*(rp/ro)**(kp-
1.0)*(rp/r)**(kps+1.0)
  d3a=(1.0-nu)*(kp*kps+1.0)/(kp+kps)-nu
  d3b=(pi+q/(kp-1.0))*(r/ro)**(kp-1.0)
  dd=r*(d1+d2a*d2b+d3a*d3b)/(2.0*sm)
else
  dd=(po-pi)*ro/(2.0*sm)
endif
pr = pi/po+gamma*(rp-ro)/po
pw = pi/po
pf = pi/po-gamma*(rp-ro)/po
dr = dd/ro*100 ! percentage write(4,2000) pr,
pw, pf, dr, dd, rp
enddo

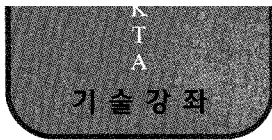
2000 format(1x,f9.6,4x,f9.6,4x,f9.6,4x,f9.6,4x,f9.6)

endfile 4
close(unit=4, status=' keep' )

10 stop
end

* 컴파일된 GRC-Mohr (Mohr-Coulomb 파괴조건
지반반응곡선)의 실행파일이 필요하신 분은 아래 주
소로 e-mail을 보내주시시오
e-mail : tkkim@bau.co.kr

```



탄소성 매질 내 지하공동 해석시 매개변수들의 상호관계에 대한 이해

부록 III.

예제 1의 계산결과표

$E = 10000\text{MPa}$	$D = 10\text{m}$	$\text{Phi} = 35\text{degree}$	$\text{Coh} = 1\text{MPa}$	$\sigma_0 = 10\text{MPa}$
-----------------------	------------------	--------------------------------	----------------------------	---------------------------

그림 6

σ_s / σ_0	U(m)
1	0
0.95	3.13E-04
0.9	6.25E-04
0.85	9.38E-04
0.8	0.00125
0.75	0.00156
0.7	0.00188
0.65	0.00219
0.6	0.0025
0.55	0.00281
0.5	0.00313
0.45	0.00344
0.4	0.00375
0.35	0.00406
0.3	0.00438
0.25	0.00475
0.2	0.00528
0.15	0.00613
0.1	0.00727
0.05	0.00886
0	0.0117

그림 7

σ_s / σ_0	U E/D σ_0
1	1
0.95	0.956248379
0.9	0.912496758
0.85	0.868745137
0.8	0.824993516
0.75	0.781241895
0.7	0.737490274
0.65	0.693738653
0.6	0.649987032
0.55	0.606235411
0.5	0.56248379
0.45	0.518732169
0.4	0.474980548
0.35	0.431228927
0.3	0.387477306
0.25	0.343725685
0.2	0.299974064
0.15	0.256222443
0.1	0.212470823
0.05	0.168719202
0	0.124967581

그림 8

σ_s	U(m)					
	C=0MPa	C=0.2MPa	C=0.4MPa	C=0.6MPa	C=0.8MPa	C=1MPa
10	0	0	0	0	0	0
9.5	0.000272	0.00028	0.000288	0.000297	0.000305	0.000313
9	0.000539	0.000557	0.000574	0.000591	0.000608	0.000625
8.5	0.000803	0.00083	0.000857	0.000884	0.000911	0.000938
8	0.001061	0.001099	0.001136	0.001174	0.001212	0.00125
7.5	0.00131	0.00136	0.00141	0.00146	0.00151	0.00156
7	0.001561	0.001625	0.001689	0.001753	0.001816	0.00188
6.5	0.001796	0.001874	0.001953	0.002032	0.002111	0.00219
6	0.002019	0.002115	0.002212	0.002308	0.002404	0.0025
5.5	0.002231	0.002347	0.002462	0.002578	0.002694	0.00281
5	0.002435	0.002574	0.002713	0.002852	0.002991	0.00313
4.5	0.002611	0.002777	0.002943	0.003109	0.003274	0.00344
4	0.002763	0.002961	0.003158	0.003355	0.003553	0.00375
3.5	0.002883	0.003119	0.003354	0.003589	0.003825	0.00406
3	0.002967	0.00325	0.003532	0.003815	0.004097	0.00438
2.5	0.003023	0.003368	0.003714	0.004059	0.004405	0.00475
2	0.00308	0.00352	0.00396	0.0044	0.00484	0.00528
1.5	0.00314	0.003738	0.004336	0.004934	0.005532	0.00613
1	0.002994	0.003849	0.004704	0.00556	0.006415	0.00727
0.5	0.002298	0.00361	0.004923	0.006235	0.007548	0.00886
0	0	0.00234	0.00468	0.00702	0.00936	0.0117

탄소성 매질 내 지하공동 해석시 매개변수들의 상호관계에 대한 이해

예제 2의 계산결과표

E = 10000MPa	D = 4m	Phi = 35degree
--------------	--------	----------------

Po 초기응력	2e/D 암주폭비	σ_s/σ_o 변환식	σ_s (지보압, MPa)					
			C=0Mpa	C=0.2Mpa	C=0.4Mpa	C=0.6Mpa	C=0.8Mpa	C=1Mpa
10MPa	0	1	10	10	10	10	10	10
	0.2	0.475749	4.757487	4.607745	4.45800	4.308262	4.15852	4.008779
	0.4	0.310984	3.10984	2.913037	2.716233	2.51943	2.322627	2.125823
	0.6	0.246077	2.460767	2.245424	2.030082	1.814739	1.599396	1.384053
	1	0.221112	2.211124	1.98865	1.766177	1.543704	1.32123	1.098757
	1.5	0.196148	1.96148	1.731876	1.502272	1.272668	1.043065	0.813461
	2	0.186162	1.861623	1.629167	1.396711	1.164254	0.931798	0.699342
	3	0.181169	1.811694	1.577812	1.34393	1.110047	0.876165	0.642283
5MPa	0	1	5	5	5	5	5	5
	0.2	0.475749	2.378744	2.229002	2.07926	1.929518	1.779777	1.630035
	0.4	0.310984	1.55492	1.358117	1.161313	0.96451	0.767707	0.570903
	0.6	0.246077	1.230384	1.015041	0.799698	0.584355	0.369012	0.15367
	1	0.221112	1.105562	0.883088	0.660615	0.438142	0.215668	-0.0068
	1.5	0.196148	0.98074	0.751136	0.521532	0.291928	0.062324	-0.16728
	2	0.186162	0.930811	0.698355	0.465899	0.233443	0.000987	-0.23147
	3	0.181169	0.905847	0.671965	0.438083	0.2042	-0.02968	-0.26356
2.5MPa	0	1	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5
	0.2	0.475749	1.189372	1.03963	0.889888	0.740147	0.590405	0.440663
	0.4	0.310984	0.77746	0.580657	0.383853	0.18705	-0.00975	-0.20656
	0.6	0.246077	0.615192	0.399849	0.184506	-0.03084	-0.24618	-0.46152
	1	0.221112	0.552781	0.330308	0.107834	-0.11464	-0.33711	-0.55959
	1.5	0.196148	0.49037	0.260766	0.031162	-0.19844	-0.42805	-0.65765
	2	0.186162	0.465406	0.23295	0.000493	-0.23196	-0.46442	-0.69688
	3	0.181169	0.452924	0.219041	-0.01484	-0.24872	-0.48261	-0.71649