JOURNAL OF THE KOREAN ASTRONOMICAL SOCIETY
34: 31~33, 2001

축대칭 강착원반에서 충돌에 의한 소 섭동에 관하여
ON SMALL PERTURBATION DUE TO COLLISION OF PARTICLES IN AXISYMMETRIC ACCRETION DISK

유 계 화
KYE WHA YOO
이화여자대학교 과학교육과
Depatment of Science Education, Ewha Womans University
Email: khyoo@mm.ewha.ac.kr
(Received Dec. 6, 2000; Accepted Dec. 21, 2000)

ABSTRACT

The collision effects in particles of the accretion disk are examined by the use of small perturbation. The collision force is assumed to be equal to 2 νV. From the equations governing collisions of such particles the local dispersion relation is obtained.

Key words : accretion disk – collision – perturbation

I. 서 론

Shakura와 Sunyeav (1973)가 강착원반의 표준 모형을 발표한 이래, 원시형별 주위에 형성된 원반, 쌍성별에 형성된 원반과 은하원반을 강착원반으로 생각하여 많은 천체 물리학자들은 이론적으로 이것을 이해하려 했다. 강착원반의 각운동량은 동경방향으로의 물질의 강착을 저지한다고 알려졌다. 특히 질량이 큰 별의 형성에 Compton 저항효과를 Loeb (1993), Umemura et al. (1993) 등이 논하였다. Umemura & Fukue (1994)와 Tsuribe et al. (1995)는 외부복사력 에 의한 저항력의 비례상수 β가 시간에 비례하는 항으로 강착원반의 물질을 강착하지 못하게 하도록 방해한다고 주장하였다. Hameury et al. (1986, 1993) 는 강착원반으로의 물질유입이 급격히 증가할 때 X-ray 가 관측된다고 보고 하였다. Chen et al. (1992)과 Mineshige et al. (1993)도 신성의 폭발은 강착원반의 각운동량의 소멸이 지수적으로 감소하는 소위 강착원반의 불안정 때문이라 하였다.

양성자와 전자의 충돌시간은 강착원반의 회전시간(주기)보다 짧다(Spitzer 1962). 따라서 강착원반에서의 입자들의 충돌은 빈번하다고 가정된다. 이러한 강착원반은 충돌에 의한 에너지 생성등이 지금까지 알려진 점성 또는 turbulence와 함께 주요한 역할을 한다고 생각된다. 공생형성의 발마선은 강착원반에서 형성된다고 가정하면 대체적으로 하나의 기체로 간주한다.

표면 밀도가 동경방향에 따라 다르므로, plasma상태인 강체원반의 이온들 사이의 충돌이 있을 때 그 충돌효과로 인한 동경방향 즉 r 방향의 압력이 고려되어야 한다. 강착원반의 기체가 polytrope의 관계를 가진다고 가정할 때 상수 K를 적당히 작게 잡아서 강착원반이 기하학적으로 얇다고 가정하려한다. 그리고 충돌은 강착원반을 이룬 이온과 이온의 Kepler궤도의 상대 속도의 작은 변화가 따른다. 충돌에 의한 각 운동량 변화는 유체를 분산하여 강착원반의 내부에서 외부로, 내부에서 중심별 방향으로 밀어내려 할 것이다. 따라서 충돌이 각운동량에 대한 영향을 알아보기 앞서 충돌에 의한 동경방향의 작은 섭동을 조사하는 것이 여기서의 목적이다.

이러한 Kepler궤도 변화를 알아보기 위하여 II의 절에서 기본 방정식과 동경 방향 속도에 접선방향 속도를 구하고, 충돌에 의한 섭동에 대한 분산식을 구한다. III절에서는 결과에 대한 논의를 한다.

II. 가모형 구성

(a) 기본 방정식

강착원반은 점성이 물리적으로 중요한 역할을 한다. 그러나 여기서는 오로지 강착원반에서 동경방향으로 물질의 유입에 의한 입자들의 충돌효과를 알아보기 위하여 강착원반은 압축성이고, 비점성 유체로 간주하여 점성항은 생략하기로 한다. 그리고 poly-trope의 관계에서 계수를 작게 책정하여 $t<1$인 강착원반으로 가정한다. 또한 강착원반에 질량이 유입할 때 유체내의 이온과 이온사이의 충돌을 고려하고, 충돌항은 2 νV로 가정한다. 그리고 원통좌표계(r, ϕ, z)를 사용하여 축대칭을 가정한다. 이 원반에 수직(z방향)으로 적분된 물리량을 포함한 기본

방정식은 다음과 같다.

연속방정식: $\frac{\partial \Sigma}{\partial t} + \nabla \cdot (\Sigma V) - \frac{\Sigma}{t} = 0$ (1)

운동방정식: $\Sigma\left[\frac{\partial}{\partial t} + V \cdot \nabla\right] V = -\Sigma \nabla \varphi - \nabla p - 2\nu V$ (2)

여기서 Σ, p는 표면밀도, 수직으로 적분한 압력이다. Σ/t는 질량 유입량을 나타내는 항이고 V는 유체속도이며, φ는 중력위치에너지이고, ν는 충돌 주파수이다.

충돌이 없는 평형상태에서, $V_\varphi = r\Omega$이며,

$$\Omega^2 = +\frac{GM}{r^3} + \frac{1}{\Sigma_0 r}\frac{dP_0}{dr} \tag{3}$$

이며 G는 중력상수이다.

이제 충돌로 인한 강착원반의 평형상태의 작은 섭동을 생각하자. 모든 물리량 (v_r, v_f, Σ, P)을 $X = x_0(r) + x_0'$로 쓰자.

여기서 $x_0(r)$은 평형상태의 물리량이고, x_0'는 섭동량이며 $x_0' \propto \exp[i(kr - wt)]$이며, w는 주파수이다.

질량보존식과 운동방정식의 X를 (1), (2) 식에 대입한 선형화 방정식은

$$iw\Sigma' - \frac{1}{r}\frac{\partial(r\Sigma_0 v_r')}{\partial r} = 0 \tag{4}$$

$$(-2v' + iw)v_r' + 2\Omega v_\phi' = \frac{dp'}{dr} \tag{5}$$

$$-\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(r^2\Omega)v_r' + (iw - 2v)v_\phi' = 0 \tag{6}$$

이다. 여기서 $p'(r) = P'/\Sigma_0$이다. (6)식의 $1/r,\ d/(dr)(r^2\Omega) = (K^2/2\Omega)v_r'$이며, K는 동경방향의 섭동을 나타내는 주파수이고

$$K^2 = 2\Omega\left(2\Omega + \frac{d\Omega}{dr}\right) \tag{7}$$

이다.

(5)식에서

$$v_\phi' = \frac{(-iw + 2v')}{2\Omega}v_r' + \frac{1}{2\Omega}\frac{dp'}{dr} \tag{8}$$

이며, (8)식을 (6)식에 대입하면

$$v_r' = -\frac{(-iw + 2v')}{2\Omega}v_r' + \frac{1}{2\Omega}\frac{dp'}{dr} \tag{9}$$

이다.

입자들의 충돌로 인한 표면밀도의 변화는 질량 보존식과 각운동량 보존식에서 예상된다. 밀도 변화를 나타내는 주파수

$$w_* = \frac{d}{dt}\ln\Sigma' = iw \tag{10}$$

이다. 따라서 (8), (9)식은

$$v_\phi' = -\frac{K^2}{K^2 + (w^* - 2v')^2}\frac{1}{2\Omega}\frac{dp'}{dr} = -\frac{K^2}{K^2 + w_{rel}}\frac{1}{2\Omega}\frac{dp'}{dr} \tag{11}$$

$$v_r' = -\frac{(w_* - 2v')}{K^2 + (w_* - 2v')^2}\frac{dp'}{dr} = -\frac{w_{rel}}{K^2 + w_{rel}}\frac{dp'}{dr} \tag{12}$$

가 된다. 여기서 $w_{rel} = w_* - 2v'$이다.

이제 강착원반의 기체들은 polytropic 관계

$$P = K\Sigma^\gamma \tag{13}$$

를 가진다고 가정한다. P는 z방향으로 적분된 압력이고 γ는 polytrope지수이다. 따라서 강착원반의 평면에서 음속 $C^2 = \gamma dP/d\Sigma$로 표시된다. 그리고 $\sigma = \Sigma'/\Sigma_0, p' = P'/\Sigma_0$라 두고 (13)식을 이용하면

$$\sigma = \frac{p'}{C^2} \tag{14}$$

이다.

Mineshighe et al. (1993)에 의하면 (1)식의 $\Sigma/t \sim \Sigma/t_0$로 가정하였다. (1), (2)식으로부터 정도의 기체의 유입시간을 얻을 수 있다. 이것은 격변성이나 공생형성의 주기적 또는 준주기적 폭발에 의한 광도 증가 일부분이 기체의 유입에 따른 충돌효과에 의한다는 사실에 의해 가정된다 (2-2절 참조). 이 때 기체의 어느 일정한 유입시간을 t_0라 가정하면 $t/t_0 \equiv \omega_i$에 해당한다.

이제 $v_r' = X, p' = Y$로 정의하고, (14)식을 이용하면 (4)식과 (12)식은

$$\frac{dX}{dr} = \beta\frac{X}{r} - \frac{w_* + w_i}{C^2}Y \tag{15}$$

$$\frac{dY}{dr} = -\frac{K^2 - w_{rel}^2}{w_{rel}}X \tag{16}$$

가 된다. 여기서 $b = -1 - d\ \ln\ \Sigma_0/d\ \ln\ r$ 이다.

물질 유입은 주로 강착원반의 외반경 부근이므로 gas의 충돌로 인한 섭동의 진폭은 강착원반의 외반경 부근보다 내반경 부근에서 작다고 생각한다. 따라서 내반경 (r_i)의 경계 조건으로

$$r = r_i \text{에서 } v_r' = 0 \tag{17}$$

로 잡는다. 외부반경 (r_o)에서 압력섭동이 사라진다고 가정하여

$$r = r_o \text{에서 } p' = 0 \tag{18}$$

로 잡는다. 이 조건을 충족한 변수 X_1, Y_1를 다음과 같이 정의한다.

$$X = \gamma^\beta X_1,\ Y = Y_1 \tag{19}$$

따라서 (15), (16)식은

$$\frac{dY_1}{dr} = -\frac{w_{rel}^2 - K^2}{w_{rel}} r^{\beta} X_1 \quad (20)$$

$$\frac{dY_1}{dr} = -\frac{w_* + \omega_i}{w_{rel}} r^{-2-\beta} Y_1 \quad (21)$$

이 된다.

이제 (20)과 (21)식에서 Y_1를 소거하면

$$\frac{d}{dr}\left(f(r)\frac{dX_1}{dr}\right) - g(r)\frac{\omega_{rel}^2 - K^2}{\omega_{rel}} X_1 = 0 \quad (22)$$

가 되며,

$$f(r) = \frac{C^2}{w_* + \omega_i} r^{2+\beta},\ g(r) = r^{\beta} \quad (23)$$

이다. 여기서 r_i에서 $X_1 = 0$이고, r_o에서 $dX_1/dr = 0$의 경계조건을 만족한다.

(b) 분산식

방정식 (22)식에서 w_*가 r에 무관하다고 가정한다. 또한 근사적으로

$$X_1 \propto exp(ik_r r) \quad (24)$$

라 쓰면, 다음과 같은 분산식을 (22)로 부터 얻을 수 있다.

$$(k_r r)^2 \propto \frac{w_{rel}^2 - K^2}{w_{rel}^1} \frac{w_*}{C^2} \quad (25)$$

$v' \to \infty$이면 $w_* << 2v'$이고 $w_* \to \infty$이면 강착원반내의 기체들의 충돌이 빈번하여 외부로 파의 전달은 섭동이 없을 때 중심별로의 낙하속도보다 크다. $v' \to 0$이면 $w_* >> 2v'$ 이고 $w_* \to 0$이면 섭동파의 전달은 사라진다.

이제 $w_* \to \infty$일 때 (22)식에서 $K^2/w_{rel} \to 0$로 가정한다. 이제 (22)식에 X_1를 곱하여 경계조건을 만족하게 r_i에서 r_o까지 적분하고 $|dX_1/dr|^2$의 항을 무시하면

$$v' = \frac{1}{2}\langle \omega_* \rangle \quad (26)$$

가 된다. 여기서 $\langle \omega_* \rangle = \int_{r_i}^{r_o} w_* g(r)|X_1|^2 dr / \int_{r_i}^{r_o} g(r)|X_1|^2 dr$

이다. 즉 (26)식 의 v'는 w_*에 무게를 곱한 평균치의1/2에 해당한다. 따라서 v'가 크면 $w_* \to \infty$가 된다. 이 때 파는 강착원반의 r_o까지 전파된다. 이 경우는 $w_* << 2v'$에 해당한다.

Okazaki (1991) 도 유체 강착원반에서 여기서 논한 것과 같은 문제를 다룬바 있다. 차이점은 충돌의 유무에 있다. Takahashi et al. (1995)는 r방향의 충돌과 복사외력은 비슷한 r의 함수이나, 복사력은 광학적 두께를 고려하여 파의 전달 효과를 다루었다는 점에서 그 차이가 있다.

III. 요약 및 논의

이제까지 점성이 없고 기하학적으로 얇은 Kepler의 강착원반의 기체들이 충돌한다고 가정하였다. 이 기체들의 충돌로 r, ϕ 방향의 섭동을 일으키고, 이로 인하여 원반내로 기체들을강착하지 못 하도록 저항할 것이다. 여기서의 충돌은 속도 v에 비례하고 (2)식의 2는 두 기체의 충돌에서 생긴 운동량 변화에 기인한 상수이다.

섭동이 없을 경우에 충돌은 있겠으나 이 때 생긴 파의 전달 속도는 r 방향의 낙하 속도와 같다(Takahashi et al. 1995). 그러나 $v' \to \infty$이면 위의 경우와 반대로 강착원반은 $w_* \to \infty$로 강착원반내의 기체의 빈번한 충돌로 불안하다.

CH Cygni의 폭발현상이 있을 때 광학적 관측에 의하면 flickering이 있다(Yoo 1984). 이것은 강착원반의 기체의 흐름이라고 가정한다면 (26)식의 w_*가 flickering의 파동의 진동수(증가율)에 해당한다. 이것을 측정할 수 있다면 강착원반에서 일어나는 충돌의 불안한 요인인 v'의 예측이 가능하다.

Kepler 운동하는 기체들의 중심별 방향으로 떨어진 시간은 v_r에 반비례하므로, 그 시간은 r 방향의 압력에 반비례한다. 따라서 섭동이 크다면, 섭동이 없던 때보다 더 짧은 시간에 낙하한다. Tsuribe et al. (1995)는 기체압력이 없는 경우 낙하속도는 중심 근방에서는 자유낙하하고, 중심에서 떨어진 영역에서는 r^{-2}에 비례한다고 지적하였다.

$w_* << 2v'$이면 파의 전달은 섭동이 없을 때 낙하속도보다 커서 기체들의 강착을 방해하는 방향으로 되고, $w_* >> 2v'$이면 각운동량이 소멸되어 기체들은 중심방향으로 낙하하여 원반형으로 가속된다. 따라서 충돌도 점성처럼 강착원반내 기체들의 운동이 강착원반 형성에 효과적임을 시사한다.

참고문헌

Chen, F. H., Horne, K., Panagia, N., Shrader, C. R.,Gilmozzi, R., Paresce. J., & Lund, N. 1992, ApJ, 397, 664.

Loeb, A. 1993, ApJ, 403, 542

Mineshige, S., Yamasaki, T., & Ishizaki, C. 1993, PASJ, 45, 707

Okazaki, A.T. 1991, PASJ, 43, 75

Shakura, N.I. & Sunyaev, V. 1973, A&A, 24, 337

Spitzer L. Jr. 1962 Physics of Fully Ionized Gases. Wiely, New York

Takahashi, A. Fukue, J. Sanbuichi, K., & Umemura, M. 1995, PASJ, 47, 425

Tsuribe, T., Umemura, M., & Fukue, J. 1995, PASJ, 47, 73

Umemura, M. & Fukue, J. 1994, PASJ, 46, 567

Umemura, M., Loeb, A., & Turner, E.L. 1993, ApJ, 419, 459

Yoo, K.H. 1984, Ann. Tokyo Astron. Obs., 20, 75