PUBLICATIONS OF THE KOREAN ASTRONOMICAL SOCIETY
16: 7~10, 2001

건드림된 비앙키 I 형 우주 모형과 SACHS-WOLFE 공식
SACHS-WOLFE EFFECT IN PERTURBED BIANCHI TYPE I UNIVERSE

송두종
한국천문연구원

D. J. SONG
Korea Astronomy Observatory
E-mail: djsong@kao.re.kr
Received 2001 Nov. 1; Accepted 2001 Dec. 7

ABSTRACT

In the framework of the *C*-gauge condition for the perturbed variables and the linear approximation for the anisotropy of the spacetime, we studied the formulae for the Sachs-Wolfe effect in dust filled and perturbed Bianchi type I universe model. The results were compared with those of the flat Friedmann model.

Keywords: cosmic microwave background – cosmology: theory – large scale structure of the universe

I. 서 론

우주의 초단파뒷마당복사 (앞으로 CMBR로 씀) 비등방성의 관측은 현대 우주론의 초석이 되고 있다. 온도가 2.725 K인 CMBR의 존재가 팽창하는 뜨거운 대폭발 모형을 강하게 지지하고 있고, 하늘에 걸쳐서 관측되는 10^{-5} 정도의 작은 온도 변화는 (Bennet et al. 1996) 풍부한 정보를 숨기고 있어서, 이것을 해독함으로써 우주의 기원 및 구조 형성에 대한 지식을 뽑아낼 수 있다 (Hu et al. 1995; Hu & Sugiyama 1995; Hu 1996). CMBR 비등방성이 우주론에서 특히 쓸모가 있는 이유는 우주의 진화단계 중, 광자와 물질이 분리되는, 매우 단순한 시기에서 출발하였다는 것이고, CMBR 비등방성의 형성에 관계하는 물리적 과정들을 잘 이해하고 있다는 것이다. 나아가 온도 비등방성의 크기가 매우 작다는 것은 그것이 중력과 입자들의 상호작용 아래서 원시 흔들림의 선형적인 과정 아래서 만들어졌다는 것을 유추할 수 있다. 따라서 상대적으로 간단한 계산 과정을 통해 이론을 정립할 수 있다는 것이다 (Hu et al. 1995; Hu & Sugiyama 1995; Hu 1996).

CMBR 비등방성에 대한 선구적인 계산은 일찍이 Sachs & Wolfe (1967)에 의하여 '공간적으로 균질하고 등방인 평평한 우주론적 모형들'에 대하여 이루어졌다. 그들은 스칼라형 방식, 벡타형 방식, 그리고 텐서형 방식으로 분해된 계량의 선형 건들기 얼개 안에서 빛형측지선 방정식을 통하여, CMBR 온도 비등방성이 건드림된 시공간을 여행하는 광자들에 의하여 생겨남을 보였다. 그들의 이름을 딴 Sachs-Wolfe 효과는 주로 큰 척도에서 광자분리기에서 평가된 우주의 초단파뒷마당복사 비등방성을 말하고, 밀도 건들기에 의한 중력 포텐셜 건들기를 Φ로 나타내면, 온도 비등방성에 미치는 효과는, 가장 간단한 물질 지배 우주에서 단열 건들기인 경우, $\frac{\Delta T}{T} = -\frac{1}{3}\Phi$와 같은 공식으로 나타내어진다.

이 논문에서는 보다 일반적인 균질하나 비등방 시공간 모형 속에서 Sachs-Wolfe 효과에 대한 공식을 이끌어내 보고자 한다. 물론 CMBR 비등방성에서 이끌어낸 시공간의 비등방성에 대한 한계가 매우 작고 [현재의 크기 약 10^{-10}, (Collins & Hawking 1973; Barrow et al. 1983; Fabbri et al. 1984; Martinez-Gonzalez & Sanz 1996; Maartens 1996; 송두종, 1999)], 건드림된 비등방 시공간 모형 속의 계산들이, 균질-등방인 프리이드만 시공간 모형과 비교할 때, 서로 다른 건들기 방식들이 (Noh & Hwang 1995a), 그리고 광자의 에너지 편이와 쏠림이, 선형 건드림 계산에서조차도 서로 결합되어 나타나므로, 매우 복잡하여 잘 다루어지지 않았다는 문제는 있어도, 등방인 경우만을 다루었을 때 얻지 못하는 건드림에 대한 보다 일반적인 공식과 시각을 가질 수 있을 것이다.

II. 건드림된 비앙키 I 형 시공간

균질하고 비등방인 시공간 계량으로 우리는 가장 일반적인 선형 건들기 꼴을 가진 비앙키 I 형 뒷마당 시공간 계량을 고려한다 (Noh & Hwang 1995a):

$$ds^2 = a^2(\eta)\{-(1+2A)d\eta^2 + (B_{,i} + B_i^{(v)})d\eta dx^i$$
$$+[(1+2C)\gamma_{ij} + \bar{C}_{,ij} + 2C^{(v)}_{(i,j)} + C^{(t)}_{ij}]dx^i dx^j\}. \quad (1)$$

여기서 $\gamma_{ij} = e^{2s_i}\delta_{ij}$ 로 정의되었고, $s_i = s_i(\eta)$ 는 조건 $\Sigma^3_{i=1}s_i = 0$ 이 만족되도록 선택되었고, $C_{(i,j)} = \frac{1}{2}(C_{i,j} + C_{j,i})$ 로 정의되었다. 위 첨자 (v)와 (t)는 벡타형 및 텐서형 방식을 각각 나타내고, 가로 조건과 흔적없음 조건 $B^{(v)}_i \equiv 0$, $C^{(v);i}_i \equiv 0$, $C^{(t)ij}_{ij} \equiv 0 \equiv C^{(t)i}_i$ 을 만족하도록 선택되었다. $B^{(v)}_i$, $C^{(v)}_i$, $C^{(t)}_{ij}$ 는 계량 γ_{ij} 에 토대를 두고, $i, j, \dots$ 는 1 에서 3 까지, 그리고 $a, b, \dots$ 는 0 에서 3까지 이다. 우주 시간 t와 한꼴 시간 η는 관계식 $dt = a(\eta)d\eta$ 로 맺어진다.

뒷마당 비앙키 I형 우주 모형은, 물질지배 우주에서, 방정식들

$$(s_{,0})^2 = \frac{8\pi}{3}G\rho_{(0)}a^2 + \frac{1}{3}\sigma^2,$$

$$\sigma^i_{j,0} + 2s_{,0}\sigma^i_j = 0,\ \rho_{(0),0} + 3s_{,0}\rho_{(0)} = 0, \qquad (2)$$

에 의해 다스려 진다. 여기서 $s_{,0} = \frac{a_{,0}}{a}$, $\gamma_{ij,0} = 2\sigma_{ij,0}$ 는 시공간의 비등방성을 나타내는 층밀리기 텐서, $2\sigma^2 = \sigma_{ij}\sigma^{ij}$ 이고, 아래 첨자 $_{,0}$ 는 한꼴 시간에 대한 미분 그리고 $_{(0)}$ 는 뒷마당시공간에 대한 양임을 나타낸다.

III. 선형 건드림과 방정식

먼지로 채워진 물질지배 우주의 시공간 비등방성에 대한 모형을 층밀리기 텐서로 대표되는 시공간 비등방성 $\sigma^i_j = (\sigma^1_1, \sigma^2_2, 0)$ 로 두고, 비등방성의 일차항까지만 택한다. 스칼라형 건들기들에 대한 게이지 조건으로는, 공간형 게이지 변수에 대한 C-게이지 조건($C = 0 = C^{(v)}_i$)을 택한다. 건들기들의 진행 방향을 $q^i = (0, 0, q^3)$ 로 제한하고, 건드림된 지역의 크기를 광자분리기의 진즈의 길이와 우주의 지평선의 크기보다 큰 지역으로 한정한다(다시 말하면, $\lambda >> \lambda_J$ 및 $\lambda >> \lambda_H$). 이러한 조건들 아래서, 건드림된 양들에 대한 미분방정식은 다음과 같다(Noh & Hwang 1995a):

$$\nabla^2(\Phi_A + \Phi_C) = 0, \qquad (3)$$

$$\Phi_{C,0} - s_{,0}\Phi_A = 4\pi G\rho_{(0)}a^2\Phi_v - \frac{1}{4}(\sigma^1_1 - \sigma^2_2)G_+, \qquad (4)$$

$$\nabla^2\Phi_C = -4\pi G\rho_{(0)}a^2(\Phi_\delta - 3s_{,0}\Phi_v) - \frac{1}{4}(\sigma^1_1 - \sigma^2_2)(G_{+,0} + 3s_{,0}G_+), \qquad (5)$$

$$\Phi_{\delta,00} + s_{,0}\Phi_{\delta,0} - 4\pi G\rho_{(0)}a^2\Phi_\delta = -3s_{,0}(\Phi_{A,0} - s_{,0}\Phi_A) + (\sigma^1_1 - \sigma^2_2)G_{+,0}, \qquad (6)$$

$$\Phi_{v,0} + s_{,0}\Phi_v = -\Phi_A, \qquad (7)$$

$$G_{+,00} + 2s_{,0}G_{+,0} - \nabla^2 G_+ = (\sigma^1_1 - \sigma^2_2)(\delta_{,0} + \nabla^2 v + A_{,0}). \qquad (8)$$

여기서 $\Phi_A = A + s_{,0}B + B_{,0}$, $\Phi_C = C + s_{,0}B$, $\Phi_\delta = \delta - 3s_{,0}B$, $\Phi_v = v - B$ 및 $\delta = \frac{\delta\rho}{\rho(0)}$ 로 정의되었고, $\nabla^2 = \gamma^{ij}\partial_i\partial_j$ 로 정의되었다. 또한 여기서 먼지로 채워진 물질지배 우주에서, 유체의 4차원 속도는 다음과 같이 정의되었다: $u^a = a^{-1}(1 - A, -v^{,i} - v^{(v)i})$ 그리고 $v^{(v),i}_i = 0$.

IV. 온도 비등방성

CMBR 온도 흔들림은, CMBR 광자들이 마지막 산란표면에서 출발하여 관측지점 까지 도달하는 동안에 여행하는 시공간의 영향을 간직하고 있다. 건드림된 시공간을 여행하는 광자의 에너지 편이는 빛형측지선 $x^a(v)$ 의 빛형접선벡타 $k^a = \frac{dx^a}{dv}$ 를 이용하여 정의할 수 있고, 여기서 v는 아핀 맺음변수이다. 빛형접선벡타의 건들기를 $k^a = a^{-2}(K^a_{(0)} + \delta K^a)$ 와 같이 정의하면, (새로운 아핀 맺음변수가 $d\lambda = a^{-2}dv$ 처럼 정의되었다) 한 빛형측지선을 따른 광자의 에너지편이와 우주의 온도편이 사이는 다음과 같은 관계식이 성립한다는 것이 알려져 있다 (Sachs & Wolfe 1967):

$$\frac{T_{ob}}{T_{em}} = \frac{a_{em}K_{(0)ob}}{a_{ob}K_{(0)em}}[1 + \Delta|^{ob}_{em}]$$

$$\Delta|^{ob}_{em} = \delta n^0|^{ob}_{em} + A|^{ob}_{em} + [(v_{,i} - B_{,i})n^i_{(0)}]|^{ob}_{em} + [(v^{(v)}_i - B^{(v)}_i)n^i_{(0)}]|^{ob}_{em} \qquad (9)$$

여기서 각각 $n^a_{(0)} = K^a_{(0)}/K^0_{(0)}$ 및 $\delta n^a = \delta K^a/K^0_{(0)}$ 로 정의되었고, 이것에 대한 게이지 불변조합들은 각각 $\Phi^i_{\delta n} = \delta n^0 - \left(\frac{d}{dy} + 2s_{,0} + H_{(0)}\right)B$ 및 $\Phi^i_{\delta n} = \delta n^i - 2(\sigma^i_j + s_{,0}\gamma^i_j)n^j_{(0)}B$ 이다. 이 시점에서, 뒷마당 시공간의 온도편이를 $T_{(0)em}/T_{(0)em} = \frac{a_{em}K_{(0)ob}}{a_{ob}K_{(0)em}}$ 와 같이 정의하면, 시공간의 건드림에 의한 온도 흔들림은 다음과 같아진다:

$$\left.\frac{\Delta T}{T}\right|_{ob} = \left.\frac{\Delta T}{T}\right|_{em} + \Delta|^{ob}_{em} \qquad (10)$$

여기서 $\left.\frac{\Delta T}{T}\right|_{em}$ 는 방출지점에서 시공간의 영향을 나타내는 내부 온도 흔들림이다. 이제 빛형측지선 방정식의 해로써 얻어지는 건드림된 빛형접선벡타의 시간 성분을 식 (10)에 대입하고 정리하면 (Song 2000), 스칼라형, 벡타형 및 텐서형 방식 건들기들로 분해된 Δ는 다음과 같다:

$$\begin{aligned}\Delta|^{ob}_{em} \simeq\ & [(s_{,0} + H_{(0)})B]|^{ob}_{em} + (v_{,i}n^i_{(0)})|^{ob}_{em} - \Phi_A|^{ob}_{em} \\ & -2\{[\int^{ob}_\tau H_{(0)}(\tau')d\tau'](2\Phi_A - \frac{d}{d\tau}B)\}|^{ob}_{em} \\ & +4\{[\int^{ob}_\tau(\sigma_{jk}n^k_{(0)})(\tau')d\tau'](n^j_{(0)}C)\}|^{ob}_{em} \\ & +\int^{ob}_{em}(\Phi_{A,0} - \Phi_{C,0})(\tau)d\tau \\ & -2\int^{ob}_{em}[H_{(0)}(\Phi_A - \Phi_C)](\tau)d\tau \\ & +2\int^{ob}_{em}[\int^{ob}_\tau H_{(0)}(\tau')d\tau'](\Phi_{A,0} - \Phi_{C,0})(\tau)d\tau\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&+2\int_{em}^{ob}[\int_{\tau}^{ob}(\sigma^j_k n^k_{(0)})(\tau')d\tau'](\Phi_{A,j}-\Phi_{C,j})(\tau)d\tau \\
&+2\int_{em}^{ob}(s_{,0}H_{(0)}B)(\tau)d\tau-\int_{em}^{ob}(H_{(0)}B_{,0})(\tau)d\tau \\
&-(v_i^{(v)}n^i_{(0)})\Big|_{em}^{ob} \\
&+2\{[\int_{\tau}^{ob}H_{(0)}(\tau')d\tau'](B_i^{(v)}n^i_{(0)})\}\Big|_{em}^{ob} \\
&+2\{[\int_{\tau}^{ob}(\sigma^j_k n^k_{(0)})(\tau')d\tau']B_j^{(v)}\}\Big|_{em}^{ob} \\
&-\int_{em}^{ob}(B^{(v)}_{i,0}n^i_{(0)})(\tau)d\tau \\
&-2\int_{em}^{ob}[\int_{\tau}^{ob}H_{(0)}(\tau')d\tau'](B^{(v)}_{i,0}n^i_{(0)})(\tau)d\tau \\
&+2\int_{em}^{ob}(\sigma^j_k n^k_{(0)}B_j^{(v)})(\tau)d\tau+\int_{em}^{ob}(H_{(0)}B_j^{(v)}n^j_{(0)})(\tau)d\tau \\
&-2\int_{em}^{ob}[\int_{\tau}^{ob}(\sigma^j_l n^l_{(0)})(\tau')d\tau'](B^{(v)}_{k,j}n^k_{(0)})(\tau)d\tau \\
&+2\{[\int_{\tau}^{ob}(\sigma^j_k n^k_{(0)})(\tau')d\tau'](C^{(t)}_{jl}n^l_{(0)})\}\Big|_{em}^{ob} \\
&-\frac{1}{2}\int_{em}^{ob}(C^{(t)}_{ij,0}n^i_{(0)}n^j_{(0)})(\tau)d\tau \\
&-[\int_{em}^{ob}[\int_{\tau}^{ob}H_{(0)}(\tau')d\tau']((C^{(t)}_{ij,0}n^i_{(0)}n^j_{(0)})(\tau)d\tau)] \\
&+2\int_{em}^{ob}[(\sigma^j_l n^l_{(0)})(C^{(t)}_{jk}n^k_{(0)})(\tau)d\tau \\
&-\int_{em}^{ob}[\int_{\tau}^{ob}(\sigma^j_k n^k_{(0)})(\tau')d\tau'](C^{(t)}_{kl,j}n^k_{(0)}n^l_{(0)})(\tau)d\tau \qquad (11)
\end{aligned}
$$

여기서 $\frac{d}{dy}=\frac{\partial}{\partial\eta}+n^j_{(0)}\frac{\partial}{\partial x^j}$ 로 두었다. 식 (11)의 평평한 프리이드만 점근식은 비등방성을 대표하는 σ_{ij} 및 $H_{(0)}$ 를 무시하면 얻어낼 수 있고, 그 결과는 잘 알려져 있다 (Mollerach & Matarese 1997; Panek 1985):

$$
\begin{aligned}
\Delta\Big|_{em}^{ob} \simeq\ & (s_{,0}B)\Big|_{em}^{ob}+(v_{,i}n^i_{(0)})\Big|_{em}^{ob}-\Phi_A\Big|_{em}^{ob} \\
&+\int_{em}^{ob}(\Phi_{A,0}-\Phi_{C,0})(\tau)d\tau \\
&-(v_i^{(v)}n^i_{(0)})\Big|_{em}^{ob}-\int_{em}^{ob}(B^{(v)}_{i,0}n^i_{(0)})(\tau)d\tau \\
&-\frac{1}{2}\int_{em}^{ob}(C^{(t)}_{ij,0}n^i_{(0)}n^j_{(0)})(\tau)d\tau. \qquad (12)
\end{aligned}
$$

V. Sachs-Wolfe 공식

이제 광자와 물질이 분리되는 마지막 산란표면에서 CMBR 온도 흔들림을 생각해보자. 프리이드만 뒷마당 시공간과는 달리, 비앙키 I 모델 뒷마당 시공간에서 우주의 온도가 관계식 $T_{(0)}a/K^0_{(0)}$ =일정을 만족한다고 생각한다. 이 경우 온도 흔들림에 대한 게이지 불변 조합은 $\Delta-(s_{,0}+H_{(0)})B$ 가 되고, 우주시간의 변화 $t+\delta t$ (혹은 한꼴 시간의 변화 $\eta+\delta\eta$)에 대한 온도변화량은 $\Delta=-(s_{,0}+H_{(0)})\delta\eta$ 가 될 것이다. 에너지 건들기로 단열 건들기만을 고려하고, 방출시간에서 총에너지의 건들기가 없다고 가정하면, 시간의 변화 $\eta+\delta\eta$ 에 대하여, 우리는 관계식 $\delta\eta=\frac{1}{3}\delta_{em}/s_{,0}$ 이 성립함을 알고 있다 (Panek 1985). 그러면, 방출시점에서 온도 흔들림은 $\Delta|_{em}=\frac{1}{3}(1+H_{(0)}/s_{,0})\delta_{em}$ 가 됨을 알 수 있다. 이것이 바로 마지막 산란표면에 일어나는 내부 온도 흔들림이다. 우리는 비앙키 I 형 우주 모형 속의 Sachs-Wolfe 효과에 초점을 맞추기 위하여, 스칼라형 방식 건들기에만 초점을 맞춘다. 식 (11)에서 스칼라형 건들기들이 기여하는 항들만 선택하고, 벡타형 및 텐서형 건들기들이 기여하는 항들을 제외한 방정식 (3), (4), (5)를 이용하여 정리하면,

$$
\begin{aligned}
(\Phi_\Delta+\Phi_A)\big|_{ob} \simeq\ & +(v_{,i}n^i_{(0)})\Big|_{em}^{ob}+\Phi_A\big|_{em} \\
&-\frac{2}{3}(1+H_{(0)}/s_{,0})\frac{(s_{,0})^2}{H^2a^2}\left(\Phi_A+\frac{\Phi_{A,0}}{s_{,0}}\right)\Bigg|_{em} \\
&+\frac{2}{9}(1+H_{(0)}/s_{,0})\frac{1}{H^2a^2}\nabla^2\Phi_A\Bigg|_{em} \\
&-2\{[\int_{\tau}^{ob}H_{(0)}(\tau')d\tau']\left(2\Phi_A-\frac{d}{d\tau}B\right)\}\Bigg|_{em}^{ob} \\
&+4\{[\int_{\tau}^{ob}(\sigma_{jk}n^k_{(0)})(\tau')d\tau'](n^j_{(0)}C)\}\Big|_{em}^{ob} \\
&+I_{SW} \qquad (13)
\end{aligned}
$$

를 얻어낼 수 있다 (Noh & Hwang 1995b 참조). 여기서 $H^2=\frac{8p}{3}G\rho_{(0)}$ 및 $\Phi_\Delta=\Delta-[(s_{,0}+H_{(0)})B]\big|_{ob}$ 로 정의되었고, 적분된 효과, I_{SW} 를 다음과 같이 정의하였다:

$$
\begin{aligned}
I_{SW}=\ & 2\int_{em}^{ob}\Phi_{A,0}(\tau)d\tau-4\int_{em}^{ob}(H_{(0)}\Phi_A)(\tau)d\tau \\
&+2\int_{em}^{ob}(s_{,0}H_{(0)}B)(\tau)d\tau-\int_{em}^{ob}(H_{(0)}B_{,0})(\tau)d\tau \\
&+4\int_{em}^{ob}[\int_{\tau}^{ob}H_{(0)}(\tau')d\tau']\Phi_{A,0}(\tau)d\tau \\
&+4\int_{em}^{ob}[\int_{\tau}^{ob}(\sigma^j_k n^k_{(0)})(\tau')d\tau']\Phi_{A,j}(\tau)d\tau. \qquad (14)
\end{aligned}
$$

VI. 프리이드만 시공간의 Sachs-Wolfe 공식과 비교

비등방성의 일차항까지만 고려할 경우, $\frac{(s_{,0})^2}{H^2a^2}\simeq 1$ 이 되고, Sachs-Wolfe 조건을 만족하는 (Sachs & Wolfe 1967) 충분히 큰 척도에서, 다시 말하면, $\frac{1}{H^2a^2}\nabla^2\sim(\lambda_H/\lambda)^2\ll 1$ 및 $\frac{\Phi_{C,0}}{s_0\Phi_A}\ll 1$ 인 경우에, 식 (13)을 다음과 같이 비교적 간단한 꼴로 나타낼 수 있다.

$$
(\Phi_\Delta+\Phi_A)\big|_{ob}\simeq +(v_{,i}n^i_{(0)})\Big|_{em}^{ob}+\frac{1}{3}\Phi_A\big|_{em}-\frac{2}{3}\frac{H_{(0)}}{s_{,0}}\Phi_A\big|_{em}
$$

$$+2[\int_{em}^{ob} H_{(0)}(\tau)d\tau]\left(2\Phi_A - \frac{d}{d\tau}B\right)\Big|_{em}$$

$$-4[\int_{em}^{ob} (\sigma_{jk} n_{(0)}^k)(\tau)d\tau](n_{(0)}^j C)\Big|_{em}$$

$$+I_{SW}. \quad (15)$$

여기서 I_{SW}는 식 (14)에 주어진 것과 동일하다.

비등방성이 사라지면, 다시 말하면, $H_{(0)}$ 와 σ_{jk} 를 포함하는 항들이 사라지면, 잘 알려진 평평한 프리이드만 우주 모형의 Sachs-Wolfe 효과를 얻어낸다 (Panek, 1985; Pyne & Carroll 1996; White & Hu 1997; Hwang & Noh 1999):

$$(\Phi_\Delta + \Phi_A)|_{ob} \simeq (v_{,i} n_{(0)}^i)\Big|_{em}^{ob} + \frac{1}{3}\Phi_A|_{em} + I_{SW}. \quad (16)$$

여기서 $I_{SW} = 2\int_{em}^{ob} \Phi_{A,0}(\tau)d\tau$ 로써, 식 (14)의 오른 쪽 변의 첫 번째 항만 남게 되어, 잘 알려진 평평한 프리이드만 시공간의 공식과 같아진다. 식 (15)와 식 (16)의 비교에서, 우리는 고전적인 도플러 효과 항, Sachs-Wolfe 효과 및 적분된 Sachs-Wolfe 효과에 덧붙은 $H_{(0)}$ 와 σ_{jk} 를 포함하는 항들은 볼 수 있다. 이것들은 비앙키 I 형 시공간의 비등방성에 의해 나타나는 보정 항들로 해석되어질 수 있다.

비앙키 I 형 시공간 비등방성의 의한 보정의 정도를 보다 정성적으로 살펴보기 위하여, 층밀리기 텐서의 성분을 $\sigma_j^i \simeq \frac{2}{\sqrt{3}}\frac{\sigma_0}{H_0} w^{-4/3}(S_1, S_2, 0)$ 으로 두자. $w = t/t_0$ 로 정의되었고, S_i 는 조건 $\Sigma_{i=1}^3 S_i = 0$ 및 $\Sigma_{i=1}^3 S_i^3 = 6$ 을 만족한다 (Noh & Hwang, 1995b). 그러면, $H_{(0)}/s_{,0} \simeq \frac{1}{2\sqrt{3}}\frac{\sigma_0}{H_0} Y_2 w^{-1}$ 이고 (Martinez-Gonzalez & Sanz 1996), $\int_{em}^{ob} H_{(0)}(\tau)d\tau \simeq \frac{1}{3\sqrt{3}}\frac{\sigma_0}{H_0} Y_2 \left(1 - w_{em}^{-1}\right)$ 및 $[\int_{em}^{ob} \left(\sigma_{jk} n_{(0)}^k\right)(\tau)d\tau] n_{(0)}^j \simeq \frac{1}{3\sqrt{3}}\frac{\sigma_0}{H_0} Y_2\left(1 - w_{em}^{-1}\right)$ 로 어림되어질 수 있다 (송두종 1999). 이 계산에서 틀맞춤 $3t_0 a_0^{-1} = 1$ 을 도입하였고, 층밀리기 다스림 시기에서 에너지 다스림 시기로 바뀌는 때, t_s 를 $\frac{t_s}{t_0} = \frac{1}{\sqrt{3}}\frac{\sigma_0}{H_0}$ 로 나타내었고, $Y_2 = -(S_1 - S_2)\sin^2\theta\cos^2 2\phi$ 로 정의되었다. 이 결과를 식 (15)에 대입하고 정리하면, C-게이지 조건과 세로 게이지 조건(i.e. $B = 0$) 아래서,

$$(\Phi_\Delta + \Phi_A)|_{ob} \simeq (v_{,i} n_{(0)}^i)\Big|_{em}^{ob} + \frac{1}{3}\Phi_A|_{em} + \sqrt{3}\frac{s_0}{H_0} w_{em}^{-1} Y_2$$

$$\left(1 - \frac{8}{9} w_{em}\right)\Phi_A|_{em} + I_{SW} \quad (17)$$

가 얻어진다. 여기서 I_{SW} 는

$$I_{SW} = 2\int_{em}^{ob} \Phi_{A,w}(w)dw$$

$$+\frac{2}{3\sqrt{3}}\frac{\sigma_0}{H_0} Y_2 \int_{em}^{ob} (1 - w^{-1})\Phi_{A,w}(w)dw$$

$$+\frac{16}{3\sqrt{3}}\frac{\sigma_0}{H_0} Y_2 \int_{em}^{ob} \Phi_A(w)dw \quad (18)$$

로 나타내어진다. COBE가 관측한 CMBR 온도 비등방성과 비교하여 평가된 $\frac{\sigma_0}{H_0}$ 의 현재 값이 약 10^{-10} 정도이므로, 식 (16)과 (17)을 비교할 때, 마지막 산란 표면에서 (i.e. $w_{em}^{-1} \simeq 10^{4.5}$) 비앙키 I 형 시공간 비등방성에 의한 Sachs-Wolfe 효과의 보정의 정도는 $\sim 6 \cdot 10^{-6} Y_2 \Phi_A$ 가 될 것이다.

VII. 결론

지금까지 우리는 건드림된 비앙키 I 형 우주 모형 속에서 Sachs-Wolfe 효과에 대한 공식을 유도하고, 그 결과를 평평한 프리이드만 우주 모형과 비교하였다. 식 (13)은, 우리가 선택한 비앙키 I 형 우주 모형에 건드림된 계량들에 대한 제한 조건들 아래서, Sachs-Wolfe 효과와 적분된 Sachs-Wolfe 효과를 보여주고 있다. 평평한 프리이드만 우주 모형의 결과는, Sachs-Wolfe 조건을 만족하는, 비앙키 I 형 모형의 특별한 경우에 있어서도 다시 특별한 경우의 하나에 불과하다는 것을 알 수 있다. 선형 어림된 층밀리기 텐서의 한계 안에서 계산된, 비앙키 I 형 모형의 비등방성에 기인한 Sachs-Wolfe 효과에 대한 보정들이 관측에 기여하는 정도는 아주 작다는 것을 보일 수 있었다.

본 연구는 한국천문연구원 고유사업으로 수행된 결과입니다.

참고문헌

송두종 1999, 새물리, 39, 208

Barrow, J. D., Juskiewicz, R., & Sonoda, D. H. 1983, Nature, 305, 397

Bennet, C. L. , Bannday, A. J., Gorski, K. M., Hinshaw, G., Jackson, P., Keegstra, P., Collins, C. B. & Hawking, S. W. 1973, MNRAS, 162, 307

Fabbri, R., Pucacco, G., & Ruffini, R. 1984, A&A, 135, 53

Hu, W. 1996, in The Universe at High-z, Large Scale Structure and the Cosmic Microwave Background, ed. E. Martinez-Gonzalez & J. L. Sanz (Berlin: Springer)

Hu, W. & Sugiyama, N., 1995, PRD, 51, 2599

Hu, W., Sugiyama, N., & Silk, J., 1997, Nature 386, 37

Hwang, J.-C. & Noh, H., 1999, PRD, 59, 067302.

Kogut, A., Smoot, G. F., Wilkinson, D. T., & Wright, E. L., 1996, ApJL, 464, L1

Maartens, R., Ellis, G. F. R., & Stoeger, R., 1996, A&A, 309, L7

Martinez-Gonzalez, E., & Sanz, J., 1996, A\&A, 300, 346

Mollerach, S. & Matarrese, S., 1997, PRD, 56, 4494

Noh, H. & Hwang, J.-H., 1995a, PRD, 52, 1970

Noh, H. & Hwang, J.-C., 1995b, PRD, 52, 5643

Panek, M., 1985, PRD, 34, 416

Pyne, T. & Carroll, S. M., 1996, PRD, 53, 2920

Sachs, R. K., & Wolfe, A. M., 1967, ApJ, 147, 73

Song, D. J., 2000, Nuovo Cimento B, 115, 1025

White, M. & Hu, W., 1997, A&A, 321, 8