

# Non Uniform B-spline(NUB) 곡면에 의한 블랜드 곡면의 모델링†

유우식<sup>1</sup> · 정희민<sup>2</sup>

<sup>1</sup>인천대학교 산업공학과 / <sup>2</sup>(주)큐빅테크 큐빅기술연구소

## Modeling of blend surfaces by Non Uniform B-spline surface patches

Woo-Sik Yoo<sup>1</sup> · Hoi-Min Jeong<sup>2</sup>

Presented in this paper is a scheme for constructing ball rolling blends of a non-uniform B-spline surface(NUBS) patches. Ball rolling blending is a popular technique for blending between parametric surfaces. Along the "common edge" of a pair of "base surfaces" to be blended, a sequence of "ball positions" is sampled. The radius of the ball may vary along the line. At each sampling point, a ball center point and a pair of ball contact points are computed by applying a Jacobian inversion method. Using ball contact points, the constructing scheme of blend NUBS patches consists three steps; 1) determination of intermediate control vertices; 2) determination of boundary vectors; 3) determination of B-spline control vertices. The proposed blending scheme has been tested in a Omega CAM system and found to be working satisfactorily.

### 1. 서론

블랜드 곡면은 필렛 곡면 혹은 라운드 곡면으로 불리는데 보통 도면상에서 상세하게 정의하지 않으며 블랜드가 필요한 베이스 곡면들과 블랜드 곡면의 반지름을 지정함으로 정의된다. 블랜드 곡면에 관한 연구는 베이스 곡면의 유형에 따라 음함수식 곡면의 블랜드, 양함수식 곡면의 블랜드, Z-Map 곡면의 블랜드, 매개변수식 곡면의 블랜드 등으로 구분된다(주상윤, 1997). 그중 매개변수식 곡면의 블랜드는 가장 일반적인 블랜드 기법으로 두 매개변수 베이스 곡면이 교차하는 영역에 블랜드 반지름의 볼을 굴려 그 궤적을 매개변수식 곡면으로 모델링하는 ball-rolling 블랜드 방법이 사용된다.

ball-rolling 블랜드 곡면은 기계가공에서 두 매개변수 베이스 곡면을 지정된 지름의 볼 엔드밀로 가공할때 각각의 베이스 곡면을 침범하지 않으면서 두 베이스 곡면을 접하는 공구궤적 곡면과 일치한다. 물리적으로 이해가 쉬우며 원하는 반경의 블랜드 곡면을 얻을 수 있는 장점에도 불구하고 블랜드 곡면은 비지어 곡면이나 B-스플라인 곡면과 같은 표준 다항식형태의 곡면 모델에 기초하여 개발된 CAD/CAM 시스템에서는 다

루기 힘든 곡면이다. 따라서 Klass(Klass, Kuhn, 1992) 와 이영곤(1992), 주상윤(1997) 등은 블랜드 곡면을 비지어 곡면으로 모델링하는 연구를 수행한 바 있다. 그러나 현재 대부분의 상업용 CAD/CAM 시스템에서는 B-스플라인 곡면을 기본 모델로 채택하고 있으며 비지어 곡면을 직접 B-스플라인 곡면으로 변환하는 방법도 multiple-knots 문제로 B-스플라인 곡면의 장점을 제대로 살리지 못하는 바람직하지 않은 방법이다.

따라서 이 연구에서는 볼의 궤적을 따라 형성된 블랜드 곡면을 NUB로 직접 모델링하는 방법을 제시하고 상업용 CAM 시스템을 통해 알고리즘을 검증하려 한다. 블랜드 곡면은 Edge 블랜드와 Corner 블랜드가 있는데 본 연구에서는 Edge 블랜드 곡면을 연구 대상으로 하였으며 Constant Edge 블랜드 곡면과 Variable Edge 블랜드 곡면을 B-스플라인으로 모델링하는 알고리즘을 제시하고 이를 구현하려 한다.

### 2. Ball-rolling Edge 블랜드 곡면 모델링

Ball-rolling Edge 블랜드 곡면은 <그림 1>과 같이 구와 실린더 사이를 일정한 반지름의 볼로 굴렸을 때 생성되는 곡면의 의

† 본 논문은 1998년도 인천대학교 연구비 지원에 의해 수행하였음.

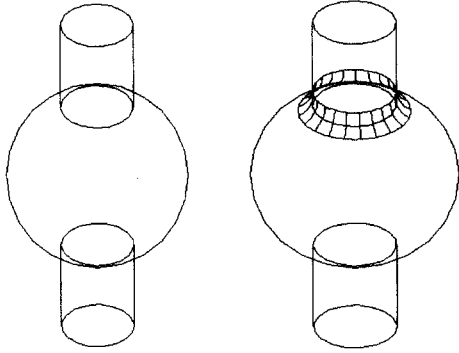


그림 1. constant edge 블랜드 곡면 예.

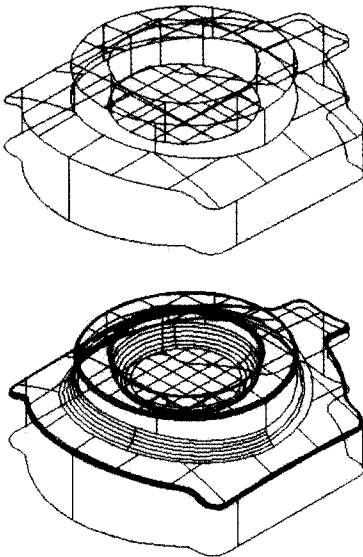


그림 2. 기계 부품의 edge 블랜드 곡면 예.

미한다. 블랜드 곡면은 <그림 2>와 같이 기계 부품 설계시 필수적으로 활용되는데 그 이유는 각진 부분의 응력 집중 등을 막기 위하여, 혹은 심미적인 이유 때문이다. 기계 부품 설계에서 필수적인 Ball-rolling 블랜드 곡면을 NUB 곡면으로 모델링하는 절차는 다음과 같다.

- 1) 두 베이스 곡면의 공통모서리를 따라 샘플링 점 리스트를 구한다.
- 2) 샘플링 점 위치의 볼 접촉점 리스트와 볼 중심점 리스트를 구한다.
- 3) 볼 접촉점의 원호 접선벡터를 추정한다.
- 4) 볼 접촉점 리스트를 각각 NUB 곡선으로 모델링 하여 조정점을 구한다.
- 5) 볼 접촉점의 접선벡터를 이용 경계 벡터를 구하고 블랜드 곡면의 조정점을 결정한다.

각각의 절차를 자세히 설명하면 다음과 같다.

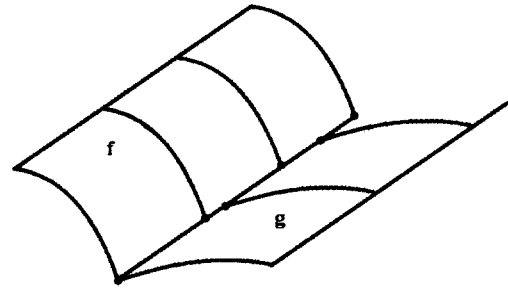


그림 3. sampling을 위한 공통 edge segment.

### 2.1 샘플링 점 리스트

이 논문에서 블랜딩 대상으로 하는 형상은 “오메가” CAM시스템에서 trimming되고 joining되어 위상학적으로 문제가 없는 형상을 대상으로 하였으므로 두 베이스 곡면의 공통 모서리 곡선은 이미 주어진 상태에서 블랜딩을 수행하였다. 이 절에서는 두 베이스 곡면의 공통 모서리 곡선을 따라서 Edge곡선의 샘플링 점 리스트를 새로이 만드는데 <그림 3>과 같이 각각의 베이스 곡면에서 매개변수가 1씩 증가하는 단위구간이 일치하지 않게 될 것이다. 따라서 Edge곡선에서 매개변수를 새로이 정하였는데 세그먼트가 분리되는 모든 점에서 새로운 세그먼트를 만들도록 하였다. 각각의 구간에서 곡률반지름을 고려하여 매개변수 증분을 0과 1사이에서 결정하면 한 구간에서 최소 두 점 이상을 샘플링하게 된다. 일반적으로는 너무 촘촘하게 샘플링되면 후처리를 하여 털어낸다.

### 2.2 볼 접촉점 리스트와 볼 중심점 리스트

앞에서 결정된 샘플링 점들에서 볼 접촉점과 중심점을 구하는 과정은 Choi (1989)등이 제안한 marching 알고리즘을 사용한다. marching 알고리즘을 설명하기 위하여 용어를 설명하면 다음과 같다.

$f, g$  : 베이스 곡면식

$\{e(i)\}$  : 공통모서리 ( $i = 1, 2, \dots, k$ )

$R(i)$  : 블랜드 반지름(Constant Edge 블랜딩의 경우 상수)

$u = (r, s)$  :  $f$  곡면의 매개변수

$v = (u, v)$  :  $g$  곡면의 매개변수

$m$  :  $f$  곡면의 단위 법선 벡터

$n$  :  $g$  곡면의 단위 법선 벡터

$G$  : 볼 중심점

$C$  : 볼 접촉점

$u^*, v^*$  :  $f, g$  곡면 각각의 볼 접촉점 매개변수

$pppi(\pi_1 \pi_2 \pi_3)$  : 세 평면의 접점

$\pi(p, n)$  :  $p$ 점을 지나고  $n$  법선 벡터의 평면

볼 중심점의 초기 추정점  $\hat{G}_{i0}$  ( $i$ : 볼 중심점 index)를 추정하

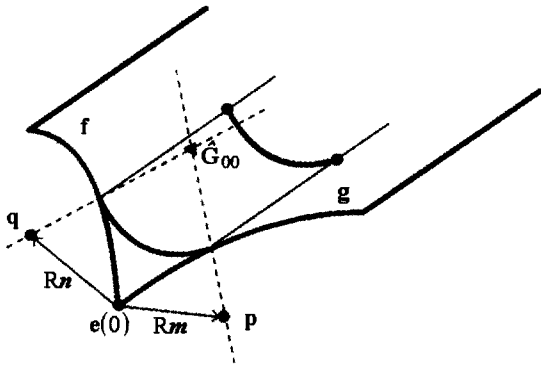


그림 4. 초기 중심점 추정점 결정방법.

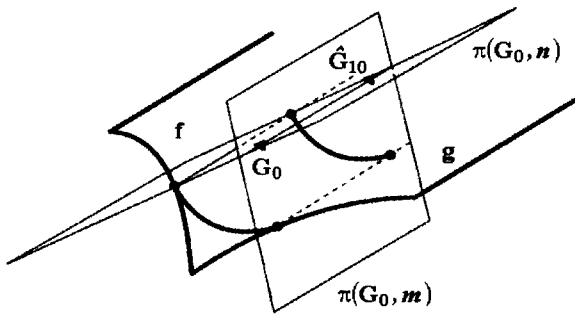


그림 5. 중심점 추정점 결정방법.

는 방법은 <그림 4>와 같이 초기점  $\widehat{G}_{00}$ 와 <그림 5>와 같은 기타 점  $\widehat{G}_{i0} (i=1, 2, \dots, k)$ 로 구분하여 다음 식과 같이 결정한다.

$$\widehat{G}_{00} = \text{pppi}(\pi(p, m), \pi(q, n), \pi(e(0), m \times n)) \quad (1)$$

$$\begin{aligned} p &= e(0) + Rm \\ q &= e(0) + Rn \\ m, n &: e(0) \text{에서의 단위 법선 벡터} \end{aligned}$$

$$\widehat{G}_{i0} = \text{pppi}(\pi(G_{i-1}, m), \pi(G_{i-1}, n), \pi(e(t_i), m \times n)) \quad (2)$$

$$\begin{aligned} G_{i-1} &: \text{직전 샘플 점에서의 불 중심점} \\ m, n &: \text{직전 불 접촉점에서의 단위 법선 벡터} \end{aligned}$$

불 중심점 초기 추정점  $\widehat{G}_{i0}$ 에서 최단 거리에 위치하는 f, g 곡면 상의 점  $C_f$ 와  $C_g$ 를 구하기 위해서는 Jacobian Inversion 방법을 활용한다. Jacobian Inversion 방법은 초기 추정점의 위치에 따라 수렴하지 못할 수도 있는 문제점이 있는 방법이나 이 논문의 상황과 같이 초기 추정점이 최종 목표점 가까이에 추정되는 문제에서는 항상 수렴하고 속도에서도 장점을 가지는 방법이므로 이 논문에서는 Jacobian Inversion 방법을 채택하였다.

Jacobian Inversion 방법으로 f곡면의  $u^*$ 와 g 곡면의  $v^*$ 가 결정되면 불 중심점  $\widehat{G}_{ij}$ 는 다음과 같이 결정된다.

$$\widehat{G}_{ij} = (G_f + G_g) / 2 \quad (3)$$

$i$ : 불 중심점 index

$j$ : iteration number

$G_f = C_f + Rm$ : f 곡면으로 부터의 불 중심점

$G_g = C_g + Rn$ : g 곡면으로 부터의 불 중심점

$C_f = f(u^*)$ : f 곡면상의 불 접촉점

$C_g = g(v^*)$ : g 곡면상의 불 접촉점

$R$ : 블랜드 반지름

$m, n$ : f, g 곡면의  $u^*, v^*$  위치에서 단위 법선 벡터

만약  $\|G_f - G_g\| \leq \epsilon$  ( $\epsilon$ : 허용오차)이면  $\widehat{G}_{ij} = G_i, u^*, v^*$ 를 채택하고 그렇지 못하면  $G_{i+1}$ 를 다음 식과 같이 개선한다.

$$\widehat{G}_{i+1} = \text{pppi}(\pi(G_i, m), \pi(G_i, n), \pi(e(t_i), m \times n)) \quad (4)$$

개선된 추정점  $\widehat{G}_{i+1}$ 을 활용하여 다시 Jacobian Inversion을 수행하여  $u^*, v^*$ 를 구한 후 허용오차 조건을 만족시킬 때까지 식 (4)를 반복 수행한다. 최종적으로 허용오차를 만족하는  $j$  index의  $G_{ij}$ 를  $G_i$ 로 표현하면, 결국 모든 샘플링 점 상에서 불 접촉점과 불 중심점의 좌표리스트를 구할 수 있다.

$$\{G_i, f(u^*), g(v^*) : i = 0, 1, \dots, k\}$$

### 2.3 불 접촉점의 원호 접선 벡터 추정

블랜드 곡면은 불 접촉점  $C_f$ 와  $C_g$ 를 양 끝점으로 하는 원호를 불 접촉점 곡선을 따라 이동시킴으로서 생성된다. 따라서 접선 벡터  $t_f$ 와  $t_g$ 의 단위 벡터  $V_f$ 와  $V_g$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} V_f &= ((V_f \times V_g) \times V_f) / \| (V_f \times V_g) \times V_f \| \\ V_g &= ((V_f \times V_g) \times V_g) / \| (V_f \times V_g) \times V_g \| \end{aligned} \quad (5)$$

$V_f, V_g$ 는 <그림 6>과 같이  $V_f$ 는  $-Rm$ ,  $V_g$ 는  $-Rn$ 과 같은 값을 의미하므로 쉽게 구할 수 있다.

<그림 6>에서 각도  $\theta$ 는 중심점에서 양쪽의 불 접촉점과 이루는 각도의 1/2이다. 각 불 접촉점에서 원호를 이루기 위한 접선벡터의 크기를 주상윤이 기존연구에서 제시하였는데 이 연구에서는 그 결과만 활용한다.

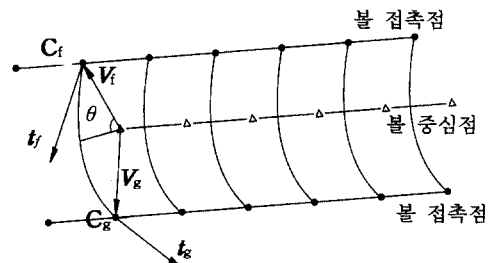


그림 6. 불 접촉점의 원호 접선 벡터.

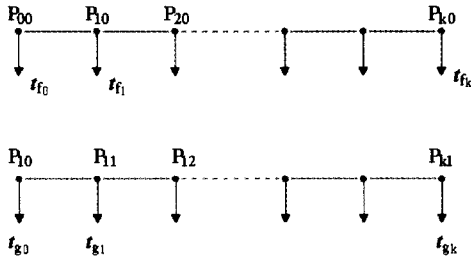


그림 7. 블랜드 곡면 모델링을 위한 입력 정보.

$$\begin{aligned}
 t_i &= 8R(1 - \cos \theta) T_i / \|T_i - T_g\| \\
 t_g &= 8R(1 - \cos \theta) T_g / \|T_i - T_g\| \\
 R &= \|V_i\| = \|V_g\| = \text{블랜드 지름}
 \end{aligned} \tag{6}$$

2.4 불 접촉점의 NUB곡선 모델링

이 절에서는 <그림 7>과 같이 앞에서 구한 불 접촉점 리스트와 각 점에서의 원호접선 벡터 정보를 이용하여 NURB 곡면을 모델링하는 절차를 설명한다. 먼저 다음과 같이 각각  $k$ 개의 불 접촉점 리스트의 knot span을 결정한다.

$$\begin{aligned}
 \text{knot span } \Delta_i &= \sum_{j=0}^1 \|P_{i+1,j} - P_{i,j}\| \quad (i = 0, 1, \dots, k-1) \\
 \Delta_{-2} = \Delta_{-1} &= 0 = \Delta_k = \Delta_{k+1}
 \end{aligned} \tag{7}$$

두 베이스 곡면의 접촉점들 현 길이를 합하여 knot span을 결정하였으며 양끝에 multiple knot를 정의하였으므로 시작 접촉점과 끝 접촉점은 <그림 8>과 같이 NUB 조정점과 일치한다. knot span이 결정되면 <그림 8>과 같이 각각의 불 접촉점을 곡선 보간한 후 생성된 조정점을 다시 곡선 보간하면 원하는 곡면의 조정점을 구할 수 있다.

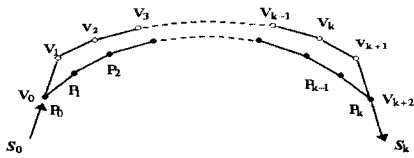


그림 8. 불 접촉점의 NUB 곡선 모델링.

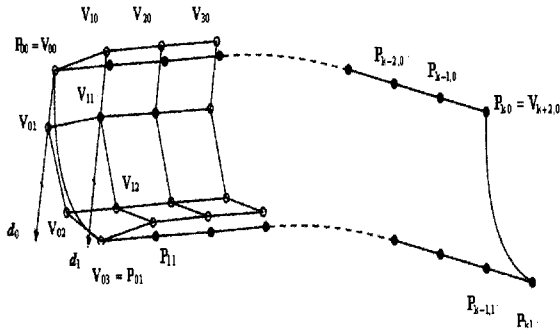


그림 9. 블랜드 곡면 조정점의 경계 벡터.

<그림 8>의 조정점들( $V$ )은 다음식을 통해 구한다(Choi, 1990). 양 끝단의 접선벡터는  $S_0, S_k$ 는 원호 조건을 이용하여 추정한다.

$$\begin{bmatrix} -3 & 3 & 0 & 0 \\ a_0 & b_0 & c_0 & \\ & a_1 & b_1 & c_1 \\ & & & \ddots \\ & & & a_k & b_k & c_k \\ & & & 0 & -3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_{k+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_0 \\ P_0 \\ P_1 \\ \vdots \\ P_k \\ S_k \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 a_i &= (\Delta_i)^2 / (\Delta_{i-1}^2 \Delta_{i-2}^3) \\
 c_i &= (\Delta_{i-1})^2 / (\Delta_{i-1}^2 \Delta_{i-1}^3) \\
 b_i &= (1 - a_i - c_i) \quad \text{for } i = 0, \dots, k
 \end{aligned}$$

$$(\Delta_i^k = \Delta_i + \Delta_{i+1} + \dots + \Delta_{i+k-1}) \tag{8}$$

2.5 경계 벡터를 통한 블랜드 곡면 조정점 결정

블랜드 곡면의 조정점을 결정하기 위한 마지막 단계는 불 접촉점에서의 접선 벡터 정보  $\{t_i, t_{gi} : i = 0, \dots, k\}$ 를 만족하도록 경계 벡터  $d_i, e_i$ 를 결정하는 일이다.

<그림 9>에서 보는 바와 같이  $d_i, e_i$ 는 다음식으로 정의한다.

$$\begin{aligned}
 d_i &= 3(V_{i1} - V_{i0}) \\
 e_i &= 3(V_{i3} - V_{i2})
 \end{aligned} \tag{9}$$

그러면 경계 벡터와 불 접촉점에서의 접선벡터는 다음 식과 같은 조건을 만족한다(Choi, 1990).

$$\begin{aligned}
 a_i d_i + b_i d_{i+1} + c_i d_{i+2} &= t_{fi} \quad i = 0, \dots, k \\
 a_i e_i + b_i e_{i+1} + c_i e_{i+2} &= t_{gi} \quad i = 0, \dots, k
 \end{aligned}$$

경계 벡터를 구하기 위해서는 네 군데 코너에서의 조건식을 추가하는데

$$\begin{aligned}
 3(d_1 - d_0) &= X_{00} & 3(d_{k+2} - d_{k+1}) &= X_{k0} \\
 3(e_1 - e_0) &= X_{01} & 3(e_{k+2} - e_{k+1}) &= X_{k1}
 \end{aligned} \tag{10}$$

$X_{ij}$ : twist vector

이 연구에서는 twist vector를 0으로 추정하고 다음 식(11)을 풀어  $d_i, e_i$ 를 구한 후 식(9)을 활용하여 NUB 곡면 조정점  $V_{i1}, V_{i2}$ 를 구한다.

$$\begin{bmatrix} -3 & 3 & & & & \\ a_0 & b_0 & c_0 & & & \\ & a_1 & b_1 & c_1 & & \\ & & & & \ddots & \\ & & & & a_k & b_k & c_k \\ & & & & -3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ \vdots \\ d_{k+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ t_{f0} \\ t_{f1} \\ \vdots \\ t_{fk} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -3 & 3 & & & & \\ a_0 & b_0 & c_0 & & & \\ & a_1 & b_1 & c_1 & & \\ & & & \dots & & \\ & & & a_k & b_k & c_k \\ & & & & -3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_0 \\ e_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ e_{k+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ t_{g0} \\ t_{g1} \\ \cdot \\ t_{gk} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Variable Edge 블랜드 곡면의 경우는 각 볼 접촉점에서 블랜딩 반지름이 비례적으로 변하는 점만 제외하고 앞에서 설명한 Constant Edge 블랜드 곡면의 NUB 모델링 절차와 동일하다.

### 3. 결론

이 논문에서 제시하는 방법을 상업용 CAM 소프트웨어인 오메가 시스템상에서 구현하여 테스트한 결과는 <그림 1, 2>, <그림 10, 11, 12, 13>과 같다. <그림 1>은 Constant Edge 블랜드 곡면의 수행 예이고 <그림 10>은 Variable Edge 블랜드 곡면의 수행 예이다. <그림 11>은 블랜드 곡면을 랜더링한 화면인데 만족할 만한 결과를 나타내고 있다. <그림 2>와 <그림 12>는 기계 부품의 블랜딩과 랜더링 화면이다. <그림 13>은 전화기 본체의 블랜드 곡면을 모델링하는 예를 보여주고 있는데 오메가 시스템에서 기존에 적용하고 있던 Acis 4.2 버전의 블랜드 곡면 모델링 기능에서 실패한 예이다. 그 이유는 블랜딩 되어야 할 베이스 곡면의 공통 Edge 곡선이 수치적 오차가 누적된 관계로 공통 모서리 부분을 따라서 미세하게 C<sup>1</sup> 조건이 만족되지 못했기 때문이었다. Acis 4.2에서는 Edge 곡선 자체가 C<sup>1</sup> 조건을 만족하지 못하면 블랜딩에 실패하였다.

이 논문에서 제시하는 블랜드 곡면의 NUB 곡면 모델링 방법은 1) 지정된 반지름을 가지는 블랜드 곡면을 직접 NUB 곡면으로 생성하며 2) 블랜드 반지름이 변하는 경우에도 적용 가능하고 3) 베이스 곡면의 공통 Edge 곡선이 근사 C<sup>1</sup> 곡선인 경우에도 블랜드 곡면을 생성해 주어 Acis 4.2 커널이 수행하지 못하는 Edge 블랜드 곡면을 생성 가능하게 하여 상업용 CAM 시스템의 블랜드 곡면 기능을 보강해 줄 수 있게 되었다.

향후 블랜드 곡면의 볼 접촉점 단면이 정확한 원호를 나타낼 수 있도록 NURB 곡면 상에서 가중치를 결정하는 방법을 추가 연구하는 일이 필요하리라 생각된다.

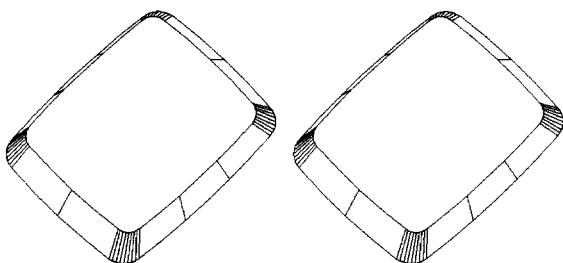
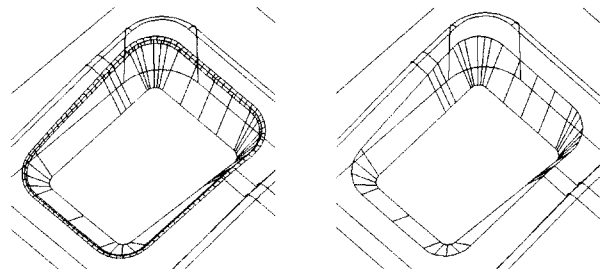


그림 10. variable edge 블랜드 곡면 예.

그림 11. 블랜드 곡면의 랜더링.

그림 12. 기계 부품의 블랜드 곡면 랜더링.



(a) 전화기 금형의 베이스 곡면

(b) 블랜드 곡면

그림 13. 전화기 곡면의 블랜드 곡면.

## 참고문헌

- 이영곤(1992), 솔리드 모델에서 블랜드 곡면의 형성에 관한 연구, KAIST 석사학위논문.
- 주상윤 (1989), 곡면모델링에서 블랜드 곡면 형성 KAIST박사학위 논문.
- 주상윤(1997), 비지어 곡면에 의한 블랜드 곡면의 모델링, *CAD/CAM 학회 논문집*, 2(2).
- ㈜ 큐빅테크(1992), *오메가 사용자 매뉴얼*
- 최병규, 전차수, 유우식, 편영식(1996), *CAD/CAM 시스템과 CNC 절삭가공*, 회중당.
- Choi, B.K.(1990), *Surface Modeling for CAD/CAM*, Elsevier.
- Choi, B. K., Park, J.W. and Chung, Y.C. (1993), Variable Radius Blending by Ball Position Sampling, *proceeding of Pacific Graphics '93*, 1.
- Choi, B.K. and Ju, S.Y. (1989), Constant Radius Blending in Surface Modeling, *CAD*, 12, 213-220.
- Faux, I. D. and Pratt, M. J. (1979), *Computational Geometry for Design and Manufacture*, Ellis Horwood.
- Klass, R. and Kuhn, B. (1992), Fillet and Surface Intersections defined by Rolling balls, *CAGD*, 9, 185-193.
- Sangkar, M. A., Koparkar, P. and Joshi, V. N. (1990), Modelling Rolling ball Blends for a Computer aided Geometric Design, *CAGD*, 7, 399-414.