

論文2000-37SP-11-6

웨이브렛 분해를 이용한 유색잡음 환경하의 도래각 추정 (Direction of Arrival Estimation in Colored Noise Using Wavelet Decomposition)

金明珍*
(Myoung Jin Kim)

요 약

안테나 센서 어레이를 이용하여 수신되는 전파의 도래각을 추정하는 방식으로서 MUSIC(multiple signal classification)과 같은 고유분해(eigendecomposition)를 기반으로 한 방식은 백색잡음 환경하에서는 고분해능의 우수한 성능을 보이지만 유색잡음이 존재하는 환경에서는 성능이 크게 저하된다. 본 논문에서는 주기성을 가진 신호에 잡음이 더해진 신호를 웨이브렛 영역으로 변환하여 신호와 잡음을 분리하는 방법을 사용하여 유색잡음이 있는 환경에서 도래각 추정 문제를 접근하였다. 배경잡음만 있는 경우 센서 어레이 출력을 이산 웨이브렛 분해를 하여 얻은 멀티스케일 성분들의 공분산 행렬은 밴드화된 행렬로 근사화 할 수 있는데 비하여 현대역 신호는 멀티스케일 성분간의 상관성은 급속히 감소하는 현상을 보이지 않고 공분산 행렬에서는 신호성분이 전체 행렬에 분포한다. 어레이 출력의 공분산 행렬을 웨이브렛 영역으로 변환하여 유색잡음에 해당하는 특정 밴드를 삭제하고 MUSIC과 같은 기존의 공간 스펙트럼 추정방식을 적용하여 도래각을 추정한 다음 그 결과로부터 신호성분을 합성하여 삭제한 밴드를 채우는 과정을 반복하여 정확한 도래각을 얻는 방안을 제안하였다. 제안된 알고리즘의 성능을 여러 가지 형태의 상관함수 특성을 가진 유색잡음 환경에서 모의실험을 통하여 기존 방식과 비교 분석하였다.

Abstract

Eigendecomposition based direction-of-arrival(DOA) estimation algorithm such as MUSIC(multiple signal classification) is known to perform well and provide high resolution in white noise environment. However, its performance degrades severely when the noise process is not white. In this paper we consider the DOA estimation problem in a colored noise environment as a problem of extracting periodic signals from noise, and we take the problem to the wavelet domain. Covariance matrix of multiscale components which are obtained by taking wavelet decomposition on the noise has a special structure which can be approximated with a banded sparse matrix. Compared with noise the correlation between multiscale components of narrowband signal decays slowly, hence the covariance matrix does not have a banded structure. Based on this fact we propose a DOA estimation algorithm that transforms the covariance matrix into wavelet domain and removes noise components located in specific bands. Simulations have been carried out to analyze the proposed algorithm in colored noise processes with various correlation properties.

* 正會員, 韓國外國語大學校 情報通信工學科

(Department of Information and Communications Engineering Hankyong University of Foreign Studies)

※ 본 연구는 정보통신연구진흥원의 1998-2000년도

대학기초연구사업의 지원에 의하여 수행된 것임.

接受日:2000年7月15日, 수정완료일:2000年9月14日

I. 서론

웨이브렛과 필터뱅크 이론을 이용한 신호처리 기술은 음성 및 영상의 서브밴드 코딩, 트랜스멀티플렉서, 미분방정식의 해 등 많은 분야에 응용되어 왔다^[1-2]. 웨이브렛 변환은 유연한 시간-주파수 분해능을 가지고

있어서 시변(time varying) 신호나 비정상 확률과정(nonstationary stochastic process)을 분석하는데 유용하다. 이산 웨이브렛 변환은 multirate 신호처리와 매우 밀접하게 연관되어서 신호 sequence를 서로 다른 시간 또는 공간 분해능(resolution)에서의 여러 개의 subsequence로 분해하며, 분해된 subsequence들은 낮은 속도의 하드웨어를 병렬로 사용하여 정보의 손실 없이 처리할 수 있다. 이러한 신호의 subsequence 분해는 perfect reconstruction 필터뱅크를 설계하여 구현할 수 있다.

이산 웨이브렛 변환의 다른 장점을 들면 랜덤신호를 multirate 분해를 하였을 때, 특정 subsequence 내의 샘플들 뿐만 아니라 서로 다른 subsequence의 샘플들간의 상관성(correlation)이 상당히 작다는 것이다^[3]. 참고문헌 [3]에서는 이러한 성질을 이용하여 2-밴드 필터들을 사용하여 FBM(fractional Brownian motion) 랜덤신호를 분석하고 합성하는 방법을 제안하고 있다. 여러 스케일의 subsequence 간의 작은 상관성을 이용하여 행렬과 행렬의 곱셈 및 행렬과 벡터의 곱셈연산 속도를 줄이는 방법을 [4]에서 제안하고 있으며, [5]에서는 비정상 확률과정의 공분산 행렬 R 에 대하여 $Rx = y$ 형태의 선형 연립방정식의 해를 구하는 고속 알고리즘을 제안하고 있으며 이 방식은 유색잡음 환경하의 필터링이나 신호검출 등에 응용할 수 있다.

본 논문에서는 확률과정의 멀티스케일(multiscale) 성분들의 상관함수 특성을 이용하여 유색잡음이 있는 환경에서 안테나 어레이로부터 수신되는 협대역 신호의 도래각을 추정하는 방안에 대하여 연구하였다. 센서 어레이를 이용한 도래각 추정 문제는 센서 출력들의 공분산 행렬로부터 공간 스펙트럼을 추정하는 문제로 귀착된다. MUSIC(multiple signal classification)과 같은 고유분해(eigendecomposition)를 기반으로 전파의 도래각 추정 방식은 백색잡음 환경하에서는 고분해능의 우수한 성능을 보이지만 유색잡음이 존재하는 환경에서는 성능이 크게 저하된다. 센서 어레이를 통한 도래각 추정 문제는 협대역 신호의 선 스펙트럼 성분을 유색잡음 스펙트럼으로부터 분리하는 문제로 접근할 수 있는데, 본 논문에서는 이러한 과정을 웨이브렛 영역에서 수행하는 방안을 제안한다. 즉, 센서 어레이 출력을 웨이브렛 영역으로 변환하여 신호와 잡음을 분리하는 방법을 사용하여 유색잡음이 있는 환경에서 도래각 추정의 성능을 개선하였다. 웨이브렛 영역에서

신호와 잡음의 분리에 대한 원리는 다음과 같다. 비정상과정을 포함한 많은 종류의 확률과정의 신호를 이산 웨이브렛을 사용하여 멀티스케일 성분들로 분해를 하였을 때, 멀티스케일 성분간의 상관성은 매우 급속히 감소한다는 것이다. 그 결과를 적용하면, 배경잡음만 있는 경우 센서 어레이 출력을 이산 웨이브렛 변환을 하여 얻는 공분산 행렬은 밴드화된 행렬로 근사화할 수 있다. 배경잡음에 비해 협대역 신호는 멀티스케일 성분간의 상관성이 급속히 감소하는 현상을 보이지 않고 주기성을 가져서, 센서 어레이 출력을 웨이브렛 변환하여 취한 공분산 행렬에서는 신호성분이 전체 행렬에 분포한다. 본 논문에서는 어레이 출력의 공분산 행렬을 웨이브렛 영역으로 변환하여 유색잡음에 해당하는 특정 밴드를 삭제하고 MUSIC^[6]과 같은 기존의 공간 스펙트럼 추정방식을 적용하여 도래각을 추정한다. 다음 그 결과로부터 신호성분을 합성하여 삭제한 밴드를 채우는 과정을 반복하여 정확한 도래각을 얻는 방안을 제안하였다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 제2절에서는 센서 어레이를 이용한 도래각 추정 문제를 정의하고 기존의 추정 알고리즘에 대하여 알아보고, 제3절에서는 웨이브렛 이론과 랜덤신호의 멀티스케일 성분들간의 상관함수 특성 및 공분산 행렬의 구조에 관하여 알아본다. 제4절에서는 이산 웨이브렛 변환을 이용한 도래각 추정 알고리즘을 제안하고, 시뮬레이션을 실행한 결과를 제5절에 제시하며, 제6절에서 결론을 도출한다.

II. 센서 어레이에 의한 도래각 추정

N 개의 센서가 균일한 간격 d 로 배치되어 있는 선형 센서 어레이를 고려하자. K 개($K < N$)의 서로 상관관계가 없는 중심주파수 f_c 의 협대역 평면파가 센서 어레이에 입사되며, 미지의 유색 배경잡음이 존재한다고 가정하자. 여기서 θ_k 를 k 번째 평면파가 어레이의 수직 방향을 기준으로 하여 입사되는 도래각이라 하자. 그러면 n 번째 센서에서 수신된 기저대역 신호는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$x_n(t) = \sum_{k=1}^K g_k s_k(t) e^{j(n-1)\omega_k} + u_n(t) + v_n(t) \quad (1)$$

여기서 g_k 는 n 번째 센서의 k 번째 평면파에 대한 복소응답이며, $s_k(t)$ 는 k 번째 평면파에 실리는 신호를

나타낸다. 복소 확률과정 $u_n(t)$ 와 $v_n(t)$ 는 각각 n 번째 센서에서 수신된 부가성 백색 가우시안 잡음과 유색잡음을 나타낸다. 식 (1)에서 전기위상각 ω_k 와 도래각 θ_k 의 관계는 다음식과 같이 된다.

$$\omega_k = 2\pi d f_c \sin(\theta_k) / c \quad (2)$$

여기서 c 는 평면파의 전파속도를 나타낸다.

벡터와 행렬을 사용하여 N 개의 센서 출력을 다음 식과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \dots \\ x_N(t) \end{bmatrix} = \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{s} + \mathbf{u} + \mathbf{v} \quad (3)$$

여기서 $\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}) = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_K)]$ 는 $N+K$ 행렬을 나타내고, $\mathbf{s} = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]^T$ 는 $K \times 1$ 벡터이며, $\mathbf{u} = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_N(t)]^T$ 와 $\mathbf{v} = [v_1(t), v_2(t), \dots, v_N(t)]^T$ 는 $N \times 1$ 벡터이다. 스티어링 벡터 $\mathbf{a}(\theta_k) = \mathbf{a}(\omega_k)$ 는 $\mathbf{a}(\theta_k) = [1, e^{-j\omega_k}, e^{-2j\omega_k}, \dots, e^{-j(N-1)\omega_k}]^T$ 와 같이 표현된다. 그러면 수신신호벡터 \mathbf{x} 의 공분산 행렬은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= E[\mathbf{x} \mathbf{x}^H] = \mathbf{R}_s + \mathbf{R}_u + \mathbf{R}_v \\ &= \mathbf{A}(\omega) \mathbf{D} \mathbf{A}^H(\omega) + \mathbf{R}_n \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 $\mathbf{R}_n = \mathbf{R}_u + \mathbf{R}_v$ 는 백색잡음과 유색잡음의 공분산이며

$$\mathbf{D} = \text{diag}(P_1, P_2, \dots, P_K) \quad (5)$$

의 각 원소는 $P_k = E[|g_k|^2 s_k(t) s_k^*(t)]$ 로서 전력을 나타낸다.

상대적으로 낮은 신호대 잡음의 비에서 고분해능의 도래각 추정을 제시하는 알고리즘으로 MUSIC^[6], ROOT-MUSIC^[7], Minimum-Norm^[8], ESPRIT^[9] 등이 알려져 있다. 본 논문에서는 웨이브렛 영역에서 MUSIC 알고리즘을 기반으로 도래각 추정문제를 접근하였다. 따라서 먼저 MUSIC 알고리즘의 개념을 정리해 보기로 한다. 센서 어레이에서 수신되는 잡음은 분산이 σ^2 인 부가성의 백색잡음과정이라고 가정한다. 그러면 센서 어레이의 공분산은 다음과 같이 된다.

$$\mathbf{R} = \mathbf{A}(\omega) \mathbf{D} \mathbf{A}^H(\omega) + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (6)$$

어레이 공분산을 고유분해(eigendecomposition)하면 다음과 같다.

$$\mathbf{R} = \sum_{i=1}^N \lambda_i \mathbf{e}_i \mathbf{e}_i^H = \mathbf{E} \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{E}^H \quad (7)$$

여기서 $\mathbf{E} = [\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_N]$ 는 단위직교 고유벡터(orthonormal eigenvector) \mathbf{e}_i 로 구성된 행렬을 나타내며, $\boldsymbol{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N)$ 의 원소는 고유값(eigenvalue)를 나타내며 $\lambda_i \geq \lambda_j \geq i \geq j$ 와 같은 순서로 배열되어 있다. 상관성이 없는 신호가 $K < N$ 개가 있으므로, $\mathbf{R}_s = \mathbf{A}(\omega) \mathbf{D} \mathbf{A}^H(\omega)$ 의 고유분해는 다음과 같이 된다.

$$\mathbf{R}_s = \mathbf{E}_s \boldsymbol{\Lambda}_s \mathbf{E}_s^H \quad (8)$$

여기서 $\mathbf{E}_s = [\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_K]$ 이며 $\boldsymbol{\Lambda}_s = \text{diag}(\lambda_1^s, \lambda_2^s, \dots, \lambda_K^s)$ 이다. 그러면 고유값은 다음과 같이 된다.

$$\lambda_i = \begin{cases} \lambda_i^s + \sigma^2, & i=1, \dots, K \\ \sigma^2, & i=K+1, \dots, N \end{cases} \quad (9)$$

행렬 \mathbf{E}_n 을 $\mathbf{E}_n = [\mathbf{e}_{K+1}, \mathbf{e}_{K+2}, \dots, \mathbf{e}_N]$ 과 같이 정의하면

$$\mathbf{E}_n^H \mathbf{E}_s = 0 \quad (10)$$

와 같이 된다. 그러면 어레이의 공분산 행렬 \mathbf{R} 의 고유벡터로부터 잡음 부공간에 수직인 스티어링 벡터 \mathbf{a}_i 를 찾음으로써 평면파의 도래각을 결정할 수 있다. MUSIC 알고리즘은 잡음공간에 가장 직교하는 스티어링 벡터를 찾고, 다음과 같은 스펙트럼에서 피크로서 나타나는 도래각의 추정값을 구한다.

$$S(\omega) = \frac{1}{\mathbf{s}^H(\omega) \hat{\mathbf{E}}_n \hat{\mathbf{E}}_n^H \mathbf{s}(\omega)} \quad (11)$$

여기서 $\mathbf{s}(\omega)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{s}(\omega) = [1, e^{-j\omega}, \dots, e^{-j\omega(N-1)}]^T \quad (12)$$

III. 웨이브렛 분해 및 멀티스케일 성분들간의 상관함수 특성

1. 웨이브렛과 필터뱅크

그림 1에 보인 perfect reconstruction 필터뱅크 [10]에서 분석부에서는 신호를 M 개의 필터 $H_m(z)$ 로 필터링한 후 M 의 인수로 하향 샘플링을 한다. 합성필터뱅크는 하향 M 샘플링 과정에서 발생한 에일리어싱을 보상하여 M 개의 서브밴드 신호로부터 원 신호를 복구한다. 참고문헌 [10]에는 perfect reconstruction 조건을 만족하기 위한 필터 $H_m(z)$ 와 $G_m(z)$ 의 관계와 필터의 설계방법이 설명되어 있다. M 밴드 필터뱅크에 의한 신호의 다중분해능(multiresolution) 분해를 그림 2(a)에 보이며, [10]의 결과를 적용하여 그림 2(b)와 같이 표현할 수 있다. 여기서 신호 $x_k(n)$ 을 신호 $x(n)$ 의 k 번째 밴드의 다중분해능 성분 또는

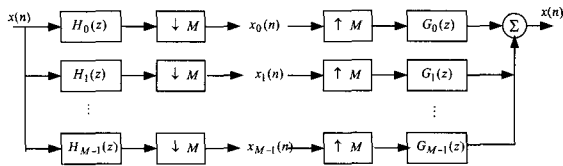


그림 1. M 밴드 perfect reconstruction 분석 및 합성 필터뱅크

Fig. 1. M band perfect reconstruction analysis and synthesis filter bank.

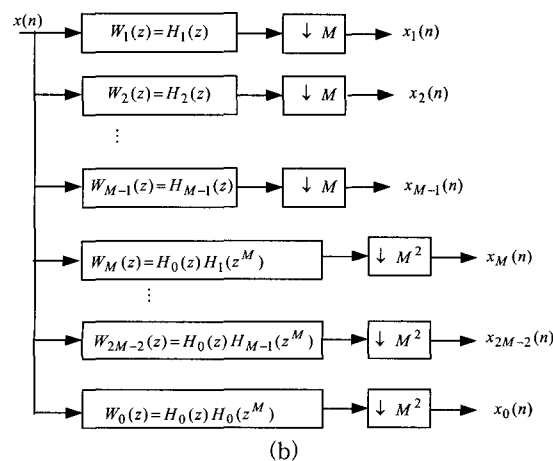
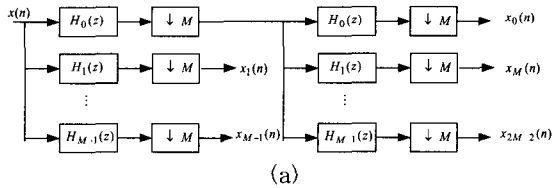


그림 2. 다중분해능 분석필터
Fig. 2. Multiresolution analysis filter banks.

“detail”이라 한다. 출력 $x_k(n)$ 의 순서는 왼쪽에서 오른쪽으로 분석하는 순서로 번호를 붙인다. 여기서 $\rho(k)$ 는 $x_k(n)$ 가 계산되는 분석 스테이지 번호를 표현한다고 하자. 만일 $\rho(k) > \rho(k')$ 이면 $x_k(n)$ 보다 더 높은 분해능의 성분이라 한다. Decimation 및 interpolation 인수로서는 $M=2^{\alpha}$ (α 는 정수)를 가정한다. $x(n)$ 는 perfect reconstruction 성질을 갖는 필터 $G_k(z)$ 를 사용하여 복구할 수 있다. 합성필터뱅크를 그림 3에 보인다.

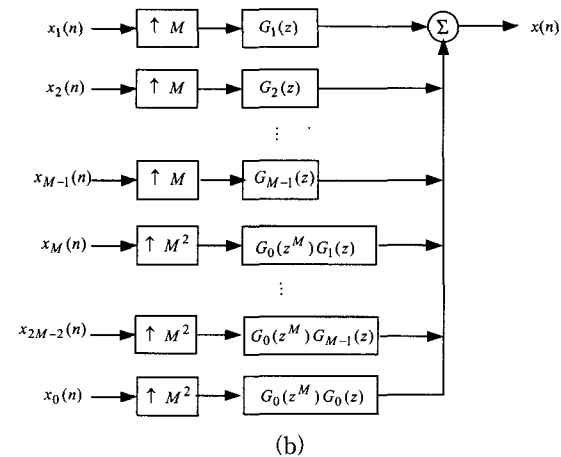
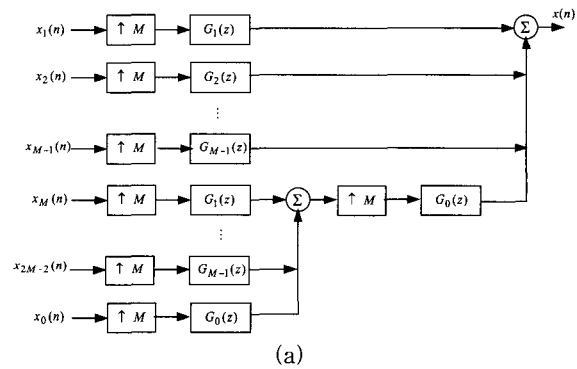


그림 3. 다중분해능 재합성필터
Fig. 3. Multiresolution reconstruction filter banks.

웨이브렛 분석은 제곱적분 가능한 연속시간신호(그리고 일부의 제곱적분 불가능 신호)를 표현하는 수단으로 사용되어 왔는데, 이 분석방식의 특징은 웨이브렛 함수는 단일 함수의 scaling 및 translation을 사용하여 표현한다는 것이며, 웨이브렛 함수 $\psi(t)$ 는 유한한 0 아닌 구간을 가진다. 우리가 관심을 가지는 것은 연속시간신호의 이산직교분해이다^[11,12]. 제곱적분

가능한 신호의 이산 웨이브렛 분해 표현은 다음과 같다.

$$x(t) = \sum_k \sum_m x_{k,m} \psi(2^k t - m) \quad (13)$$

$$x_{k,m} = 2^k \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi(2^k t - m) dt \quad (14)$$

유한한 0 아닌 구간을 가지는 이산직교 웨이브렛 $\psi(t)$ 의 구성은 다음과 같은 성질을 가진 N 개의 필터 계수를 가진 FIR 저역통과필터의 임펄스 응답 $h(n)$ 으로부터 만들어진다.

$$|H(\omega)|^2 + |H(\omega + \pi)|^2 = 1 \quad (15)$$

여기서 $H(\omega)$ 는 $h(n)$ 의 이산 Fourier 변환이다. 그러면 $H_0(z) = H(z)$ 와 $H_1(z) = H(-1/z)/z$ 는 perfect reconstruction 2-밴드 분석-합성필터가 된다. 위의 특성 이외에 $H_0(\omega)$ 는 $\omega = \pi$ 에서 p 개의 영점(zero)을 가져야 한다. 이것은 $H_1(\omega)$ 가 $\omega = 0$ 에서 p 개의 영점을 가져야 한다는 것을 의미한다. 임펄스 응답 $h(n)$ 으로부터 $\psi(t)$ 를 구성하는 과정으로부터 $\psi(t)$ 가 역시 $\omega = 0$ 에서 p 개의 영점을 가져야 한다는 것을 알 수 있다. 웨이브렛 함수의 이러한 성질은 신호 $x(t)$ 의 표현을 매우 효율적이 되도록 한다. 즉 웨이브렛 계수 $x_{k,m}$ 의 크기가 대부분 무시할 수 있는 정도가 된다^[4,5].

이산 웨이브렛 분해에서 g 에서 p 개의 영점을 가져야 한다는 조건은 매우 중요하며, 그림 2와 그림 3의 perfect reconstruction 필터뱅크는 g 에서 최소한 p 개의 영점을 가진 필터 $H_k(z)$, $k=1, \dots, M-1$ 또는 $W_k(z)$, $k=1, \dots, 2M-2$ 를 사용하여 구성하였다고 가정한다. 이러한 필터뱅크를 RPRF(regular perfect reconstruction filter) 뱅크라 부른다. RPRF 뱅크를 구성하는 필터 $W_k(z)$ 의 임펄스 응답을 $w_k(n)$ 이라 하면 는 다음을 만족한다.

$$\sum_n n^v w_k(n) = 0 \quad v=0, 1, \dots, p-1 \quad (16)$$

식 (16)은 제 3.2절에 기술되어 있는 바와 같이 매우 많은 종류의 확률과정의 공분산 행렬에 대한 sparse한 표현을 얻는데 중요한 역할을 한다. RPRF 뱅크를 설계하는 여러 가지 기법이 참고문헌 [13, 14]에 제시되어 있다.

2. 이산 웨이브렛 변환 행렬

실제의 응용에서는 유한한 N 개의 데이터 $\{x(n)\}_{n=1}^N$ 과 유한한공분산 행렬을 다루게 된다. 유한한 길이 데이터를 다루기 위해 신호 데이터는 주기가 N 인 주기 신호라 가정한다. 신호를 필터 $H_i(z)$, $i=1, \dots, M-1$ 에 통과시키고 출력을 인수 M 으로 하향 샘플링하는 $N \times 1$ 과정은 신호벡터 \mathbf{x} 를 $\frac{N}{M} \times N$ 행렬 \mathbf{H}_i 와 곱하는 것으로 표현할 수 있다^[5]. 여기서 행렬 \mathbf{H}_i 의 각 행은 필터 $H_i(z)$ 의 임펄스응답의 계수로서 구성된다. M 개 필터의 출력을 동시에 얻는 과정은 \mathbf{x} 를 \mathbf{D} 행렬 \mathbf{D} 와 곱하여 얻을 수 있다. 여기서 \mathbf{D} 는 다음과 같다.

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 \\ \mathbf{H}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{H}_{M-1} \\ \mathbf{H}_0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

RPRF 뱅크를 연속적으로 통과했을 때 출력은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\mathbf{Q}_{\log_M(N)} (\mathbf{Q}_{\log_M(N)-1} (\dots (\mathbf{Q}_2 (\mathbf{Q}_1 \mathbf{x})))) \quad (18)$$

이것은 다음과 같이 신호벡터 \mathbf{x} 를 행렬 \mathbf{Q} 와 곱하는 것으로 동등하게 표현할 수 있다.

$$\mathbf{Q} \mathbf{x} = \mathbf{Q}_{\log_M(N)} (\mathbf{Q}_{\log_M(N)-1} (\dots (\mathbf{Q}_2 (\mathbf{Q}_1 \mathbf{x})))) \quad (19)$$

행렬 \mathbf{Q} 를 웨이브렛 변환행렬이라 부른다. 위의 수식에서

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_1 &= \mathbf{D}_1 \\ \mathbf{Q}_2 &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{N-n/M} & 0 \\ 0 & \mathbf{D}_2 \end{bmatrix} \\ &\dots \\ \mathbf{Q}_k &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{N-M^{\log_M(N)-k+1}} & 0 \\ 0 & \mathbf{D}_k \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (20)$$

이며 \mathbf{D}_k 는 k 번째 스테이지의 필터 $H_i(z)$ 에 해당하는 행렬 $\mathbf{H}_i^{(k)}$ 로 구성된 행렬이다. 직교 웨이브렛의 선택에 의하여 웨이브렛 변환행렬 \mathbf{Q} 는 직교행렬이 된다.

3. 웨이브렛 변환된 확률과정의 공분산행렬^[5]

확률과정 $x(n)$ 의 멀티스케일 분해는 신호를 적절히 선정한 필터뱅크 $h_k(n), k=1, \dots, M-1$ 에 통과시킨 후 출력을 데시메이션 하여 얻거나 신호벡터를 웨이브렛 변환행렬과 곱하여 얻을 수 있다. 위의 필터들이 p 개의 소멸 모멘트(vanishing moment)를 가지며, $x(n)$ 는 평균이 0인 확률과정이라고 가정하자. 입력 신호 $v(n)$ 이 n 이 무한대로 커짐에 따라 점진적으로 $O(n^\alpha)$ ¹⁾로 감소한다면 필터출력은 점진적으로 $O(n^{\alpha-p})$ 의 속도로 0에 접근한다. 확률과정 $x(n)$ 의 자기공분산 $R(m, n) = E[x(n)x(m)]$ 이 $|m-n|$ 이 증가함에 따라 $|m-n|^\alpha$ 의 속도로 감소한다면(즉 어떤 상수 C 에 대하여 $R(m, n) < C|m-n|^\alpha$ 를 만족한다면), $x(n)$ 의 웨이브렛 분해에서 j 번째 밴드의 m 번째 성분 신호 $x_j(m)$ 과 k 번째 밴드의 n 번째 성분 신호 $x_k(n)$ 사이의 상호공분산 $R_w^{j,k}(m, n) = E[x_j(m)x_k(n)]$ 은 $R(m, n)$ 자신보다 더 빠른 속도로 감소한다. 따라서 랜덤과정 $x(n)$ 의 공분산에 비하여 멀티스케일 성분들은 sparse 공분산 행렬을 가진다.

자기공분산 함수가 다음과 같은 점근적 성질을 가진 확률과정을 고려해 보자.

$$R(m, n) = m^{\alpha(n)} e^{-\beta(n)m} ((a_0(n) + o(1)) + a_1(n)) \quad \text{as } m \rightarrow \infty \quad (21)$$

위의 식에서 $\beta(n)$ 은 실수부와 허수부를 모두 가질 수 있으나 실수부는 음이 아니고 n 에 따라 감소하지 않는 함수이며, $\alpha(n)$ 은 증가하지 않는 함수라고 가정한다. 이러한 공분산 특성을 가진 확률과정의 범위는 매우 크다. 모든 종류의 정상과정(stationary process)과 식(23)과 같이 표현되는 공분산 함수를 가진 표본화된 FBM(fractional Brownian motion)^[15] 같은 비정상과정(nonstationary process)이 이러한 범주에 있다.

$$R(m, n) = \frac{V_H}{2} (|m|^{2H} + |n|^{2H} - |m-n|^{2H}), \quad 0 < H < 1 \quad (22)$$

FBM 확률과정은 long-term persistence 특성을 가진 자연 현상, 예를 들어 해안선이나 산맥과 같은 지형

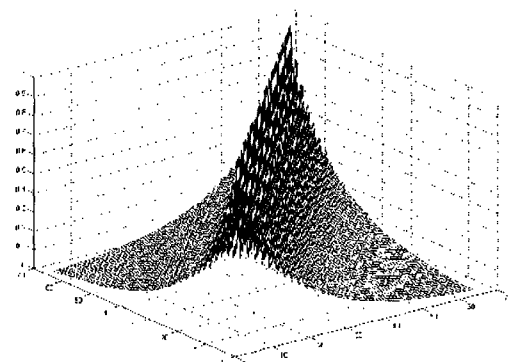
또는 1/f 잡음 등을 모델링하는데 많이 사용된다. 또한 소수 차수로 미분된 백색잡음(fractional difference white noise)이나 깊이가 낮은 해저에서의 배경음향잡음 등이 식(22)와 같은 특성을 가진 비정상 확률과정에 속한다. 이러한 공분산을 가진 확률과정의 멀티스케일 성분들의 공분산행렬은 밴드화된 블록들로 근사화할 수 있다. 여기서 각 블록은 그림 2(b)의 필터출력의 자기공분산이거나 필터 와의 출력의 상호공분산이 된다.

벡터 $x = [x(k)]_{k=1, N}$ 의 공분산 행렬을 $R = [R(m, n)]$ 라고 정의하자. 행렬 R 에 웨이브렛 변환행렬 Q 를 전후에 곱하여 만들어지는 행렬을 R_w 라 하자. 즉

$$R_w = Q R Q^T \quad (23)$$

R_w 는 랜덤신호 $x(n)$ 의 N 개 샘플을 주기신호로 확장한 신호가 직렬 RPRF बैं크를 통과하여 나오는 출력들의 공분산 행렬이 된다. 그림 4와 그림 5에 각각 AR(autoregressive) 확률과정과 FBM의 공분산 행렬 및 웨이브렛 변환된 공분산 행렬의 예를 보인다. 신호 자체의 공분산에 비하여 멀티스케일 성분들은 특정 밴드에 에너지가 밀집되어 있으며 R_w 는 0 아닌 원소의 개수가 적은 밴드화된 sparse 행렬로 근사화할 수 있음을 알 수 있다.

R_w 는 랜덤신호 $x(n)$ 의 N 개 샘플을 주기신호로 확장한 신호가 직렬 RPRF बैं크를 통과하여 나오는 출력들의 공분산 행렬이 된다. 그림 4와 그림 5에 각각 AR(autoregressive) 확률과정과 FBM의 공분산 행렬 및 웨이브렛 변환된 공분산 행렬의 예를 보인다.



(a)

1) 이 논문에서는 이산수열 $v(n)$ 이 $O(n^\alpha)$ 이라는 것은 유한한 0이 아닌 상수 A 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} v(n)/n^\alpha = A$ 가 되는 것을 의미한다. 또한 $v(n)$ 이 $o(n^\alpha)$ 이라는 것은 $\lim_{n \rightarrow \infty} v(n)/n^\alpha = 0$ 라는 것을 의미한다.

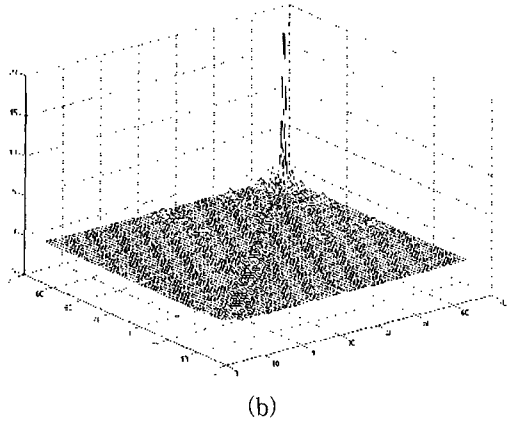


그림 4. (a) AR 확률과정의 공분산 행렬의 예 (b) AR 확률과정의 웨이브렛 변환된 공분산 행렬의 예
Fig. 4. (a) Example of covariance matrix of AR process (b) Example of wavelet transformed covariance matrix of AR process.

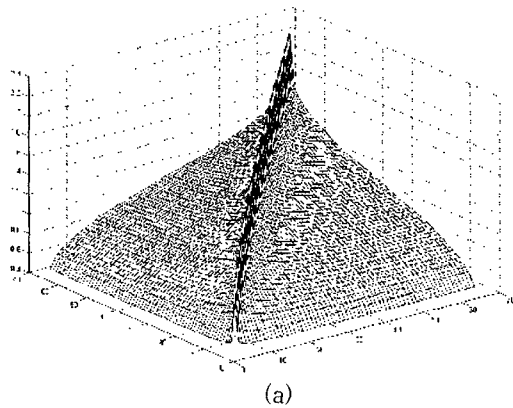


그림 5. (a) FBM 확률과정의 공분산 행렬의 예 (b) FBM 확률과정의 웨이브렛 변환된 공분산 행렬의 예
Fig. 5. (a) Example of covariance matrix of FBM process (b) Example of wavelet transformed covariance matrix of FBM process.

신호 자체의 공분산에 비하여 멀티스케일 성분들은 특정 밴드에 에너지가 밀집되어 있으며 R_w 는 0 아닌 원소의 개수가 적은 밴드화된 sparse 행렬로 근사화할 수 있음을 알 수 있다.

IV. 이산 웨이브렛 변환을 이용한 도래각 추정 알고리즘

센서 어레이에서 수신되는 부가성 잡음이 유색잡음인 경우, 즉 잡음이 공간적으로 서로 상관관계가 있는 경우, 고유분해에 의한 도래각 추정방식들은 성능이 크게 열화되는데, 이러한 성능 열화는 도래각 검출 응답에서 spurious 피크가 발생하거나 상대적으로 낮은 전력의 신호의 피크가 없어지는 형태로 나타난다. 본 논문에서는 웨이브렛 변환을 하였을 때 공분산 행렬을 관찰하면 잡음의 경우에는 대부분의 에너지가 특정 밴드에 위치하는데 비하여 신호의 경우에는 에너지의 분포가 특별한 구조를 갖지 않는다는 사실을 이용하여 신호와 잡음을 분리하여 도래각을 추정하는 방법을 제안한다. 잡음의 상관함수가 점근적으로 식(22)와 같은 특성을 가진다고 가정한다. 그러면 잡음의 멀티스케일 성분들로 구성된 벡터의 상관함수 행렬은 밴드화된 서브블럭을 가지게 되며, 반면에 정현파 신호들의 공분산 행렬의 웨이브렛 변환은 블록 밴드화 되지 않는다. 본 논문에서는 평면파 도래각을 반복적인 과정을 통하여 추정하는 방법을 제안하고 있다. 이 알고리즘의 기본 개념은 어레이 출력의 공분산 행렬을 웨이브렛 영역으로 변환하여 유색잡음에 해당하는 밴드화된 서브블럭을 삭제하고 MUSIC과 같은 고유분해에 의한 공간 스펙트럼 추정방식을 적용하여 도래각을 추정한 다음, 그 결과로부터 신호성분을 합성하여 삭제한 밴드를 채워서 공분산 행렬을 수정하는 과정을 반복하여 정확한 도래각을 얻는다. 구체적인 알고리즘은 다음과 같다.

제1단계: 센서 어레이 출력을 웨이브렛 영역으로 변환하여 공분산 행렬을 구한다. 직교 웨이브렛을 사용하는 경우, 이 과정은 어레이 출력의 공분산 행렬에 이산 웨이브렛 변환 행렬 Q 를 사용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$R^w = QRQ^T = R_s^w + R_n^w \quad (24)$$

제2단계: 잡음에 해당하는 밴드화된 서브블럭을 0으로 치환한다. 이러한 과정을 거친 행렬을 \hat{R}^w 라 부르기 한다.

제3단계: 웨이브렛 변환 행렬 Q 와 Q^T 를 앞뒤에 곱하여 웨이브렛 역변환을 구한다.

$$\hat{R}_s = Q^T \hat{R}^w Q \quad (25)$$

제4단계: 고유분해 방법에 의한 알고리즘(예: MUSIC)을 사용하여 도래각을 추정하고, 그 결과를 이용하여 스티어링 행렬 $\hat{A}(\omega)$ 을 구성한다.

제5단계: 결과를 이용하여 \hat{R}^w 를 수정한다. 즉 \hat{R}^w 의 밴드화된 서브블럭 내의 원소들을 수정한다. 구체적으로, $\hat{R}_s = \hat{A}(\omega) \hat{D} \hat{A}^H(\omega)$ 로부터 \hat{D} 를 구한 후에 다음과 같은 연산을 한다.

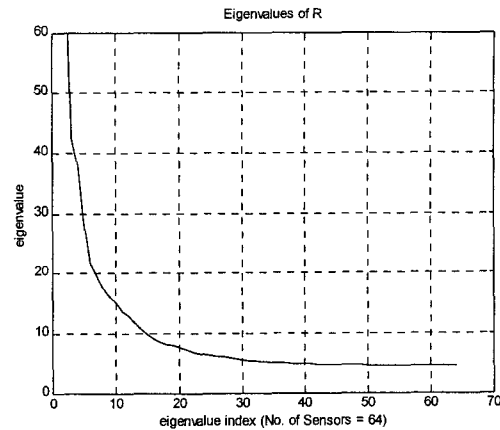
$$\hat{R}_{s,new}^w = Q \hat{R}_{s,new} Q^T = Q \left\{ \hat{A}(\omega) \hat{D} \hat{A}^H(\omega) \right\} Q^T \quad (26)$$

제6단계: 제3단계~제5단계를 반복하여 수행한다.

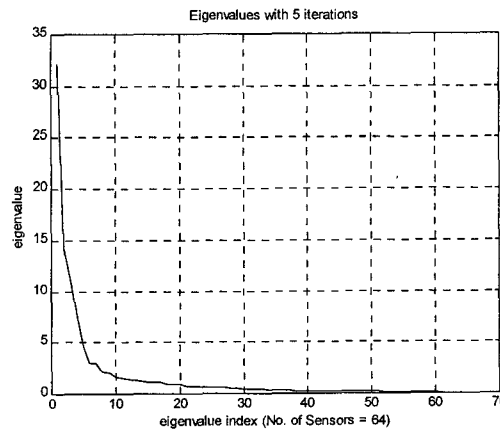
V. 시뮬레이션

유색잡음 환경하의 도래각 추정을 위한 제안된 알고리즘의 성능을 분석하기 위하여 시뮬레이션을 수행하였다. 유색잡음의 모델로는 두 종류의 잡음을 고려하였는데, 하나는 stationary 확률과정으로서 AR 확률과정과 다른 하나는 nonstationary 확률과정으로서 이산 FBM을 가정하였다. 센서 어레이로는 64개의 센서가 현대역 소스신호의 반파장의 거리로 등간격으로 배치된 균일 선형 어레이를 가정하였다. 본 논문의 주요 관점은 유색잡음의 효과이므로 신호대 백색잡음의 비(signal-to-white noise ratio: SWNR)는 크게 100dB로 고정시키고 여러가지 신호대 유색잡음의 비(signal-to-colored noise ratio: SCNR)에 대하여 성능을 분석하였다. 신호의 개수는 5개이며 각각 45°, 70°, 85°, 90°, 105°의 각도로 도래한다고 가정하였다. 시뮬레이션에서 사용한 AR 잡음과 FBM 잡음의 상관행렬과 웨이브렛 변환된 상관행렬은 그림 4와 그림 5와 같다. 시뮬레이션에서 사용한 웨이브렛은 소멸 모멘트가 4인 Daubechies의 직교 웨이브렛이다. 신호의 경우에는 웨이브렛 변환된 상관행렬이 특별한 구조를 갖지 않는데 비하여, 잡음의 웨이브렛 변환된 상관행

렬은 특정 서브밴드에 에너지가 집중되어 있는 것을 볼 수 있다.



(a)



(b)

그림 6. (a) AR 잡음 환경에서 센서 관측 공분산 행렬의 고유치 (b) 웨이브렛 분해를 사용한 경우의 공분산 행렬의 고유치

Fig. 6. (a) Eigenvalues of sensor observation correlation matrix when AR noise is assumed (b) Eigenvalues of sensor observation matrix with proposed algorithm.

첫번째 시뮬레이션으로 단위전력의 AR 확률과정의 잡음과 위에 언급한 도래각으로 수신되는 5개의 신호가 각각 0.1, 0.5, 0.2, 0.2, 0.05의 전력을 갖는다고 가정하였다. 그림 6(a)에는 센서 관측 상관행렬의 고유치를 보이며, 그림 6(b)에는 본 논문에서 제안한 웨이브렛 변환을 이용한 알고리즘을 사용하였을 때 센서 관측 상관행렬의 고유치를 보인다. 결과를 비교하면 제안된 알고리즘을 사용하였을 때 좀 더 정확한 신호원의 개수 예측이 가능한 것을 알 수 있다. 그림 7(a)에는 기존의 MUSIC 알고리즘을 그대로 적용하였을

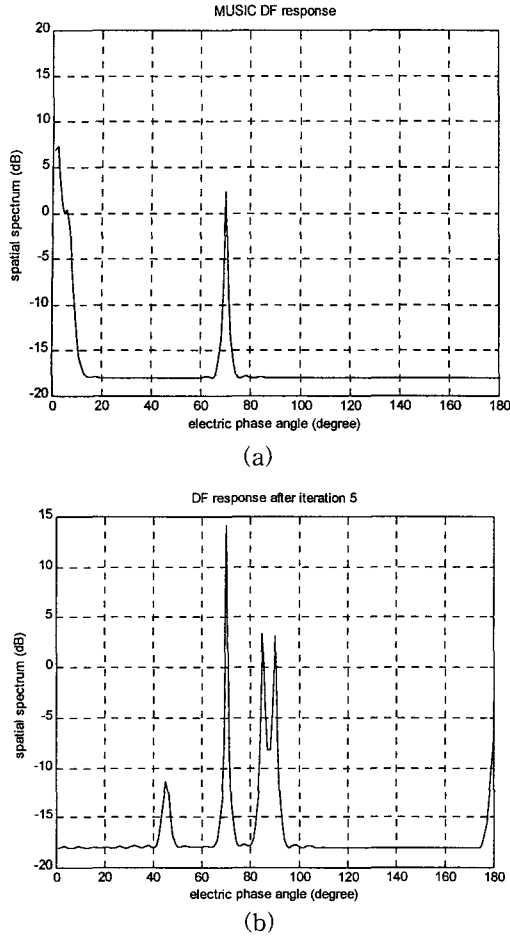


그림 7. AR 잡음 환경하에서의 도래각 추정(도래각 = $[45^\circ 70^\circ 85^\circ 90^\circ 105^\circ]$, 신호전력 = $[0.1 0.5 0.2 0.2 0.05]$) (a) MUSIC DF 응답 (b) 제안된 알고리즘의 DF 응답

Fig. 7. DOA estimation in AR noise (angle of arrival = $[45^\circ 70^\circ 85^\circ 90^\circ 105^\circ]$, signal power = $[0.1 0.5 0.2 0.2 0.05]$) (a) MUSIC DF response (b) DF response of proposed algorithm.

때의 방향탐지(Direction Finding: DF) 응답을 보이며, 그림 7(b)에는 본 논문에서 제안한 웨이브렛 분해를 사용한 MUSIC 알고리즘을 적용하였을 때의 DF 응답을 보인다. 결과를 보면 MUSIC 알고리즘이 유색잡음 환경에서 성능이 매우 저하되는 것을 볼 수 있으며, 제안된 알고리즘을 사용하였을 때 DF 응답이 많이 개선되는 것을 볼 수 있다. 다음에는 신호의 도래각에 대한 가정을 동일하나 모두 같은 크기의 전력을 갖는다고 가정하고, 신호의 개수 예측을 잘못 하였을 때의 영향을 분석하였다. 그림 8은 신호 개수를 정확

히 예측했을 때 ($k=5$)의 MUSIC 방향탐지 응답과 제안된 알고리즘을 사용하였을 때의 DF 응답을 보이며, 그림 9는 신호 개수를 과하게 예측했을 때 ($k=10$)의 두 가지 알고리즘의 DF 응답을 보인다. 그림 9(a)로부터 신호 개수를 과하게 예측한 경우, DF 응답을 보면 몇 개의 신호가 검출되어 성능이 개선되지만 spurious 피크가 크게 나타나는 것을 볼 수 있다. 반면에 제안된 알고리즘을 사용하였을 때 신호 개수 예측 오차가 있더라도 DF 응답은 그림 9(b)와 같이 크게 영향을 받지 않는 것을 볼 수 있다.

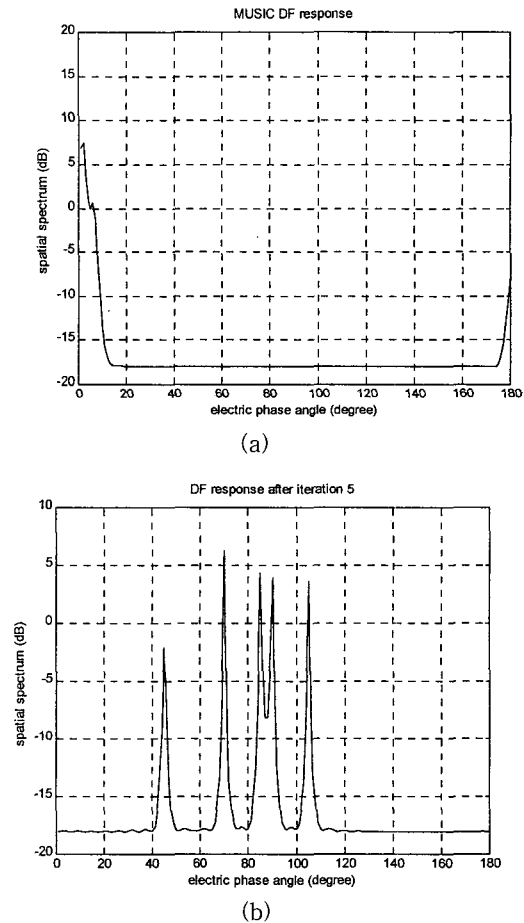


그림 8. AR 확률과정의 잡음 환경하에서의 도래각 추정: 신호개수 (5)를 알고 있는 경우(도래각 = $[45^\circ 70^\circ 85^\circ 90^\circ 105^\circ]$, 신호전력 = $[1 1 1 1 1]$) (a) MUSIC DF 응답 (b) 제안된 알고리즘의 DF 응답

Fig. 8. DOA estimation in AR noise with number of sources (5) known (angle of arrival = $[45^\circ 70^\circ 85^\circ 90^\circ 105^\circ]$, signal power = $[1 1 1 1 1]$) (a) MUSIC DF response (b) DF response of proposed algorithm.

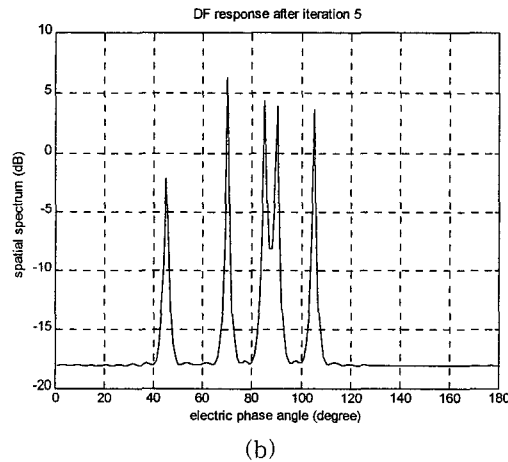
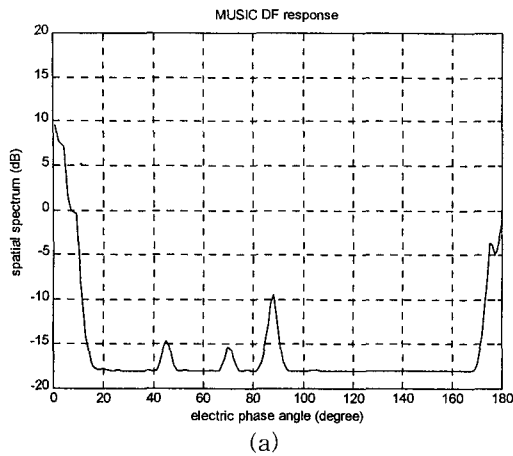


그림 9. AR 잡음환경하에서의 도래각 추정: 신호개수를 과하게(10개) 예측한 경우(도래각=[45° 70° 85° 90° 105°], 신호전력=[1 1 1 1 1]) (a) MUSIC DF 응답 (b) 제안된 알고리즘의 DF 응답

Fig. 9. DOA estimation in AR noise with number of sources known(angle of arrival = [45° 70° 85° 90° 105°], signal power = [1 1 1 1 1]) (a) MUSIC DF response (b) DF response of proposed algorithm.

다음의 시뮬레이션에서는 유색잡음으로 FBM 잡음을 가정하고, 신호 및 백색잡음에 대한 환경은 이전 시뮬레이션 조건과 동일하다. 즉, 5개의 신호가 각각 45°, 70°, 85°, 90°, 105°의 각도로 도래하며 신호의 전력은 각각 0.1, 0.5, 0.2, 0.2, 0.05이라고 가정하였으며, 잡음에 대하여는 first-order FBM increment의 분산이 1이라고 가정하였다. 그림 10(a)에는 직접 MUSIC를 적용할 때의 센서 관측 상관행렬의 고유치를 보이며, 그림 10(b)에는 제안된 알고리즘을 사용할 때의 센서 관측 상관행렬의 고유치를 보인다. 그림 11

에는 기존의 MUSIC 알고리즘으로 도래각 추정을 한 결과와 제안된 알고리즘으로 도래각 추정을 한 결과를 보인다. 여기서 신호의 개수에 대한 추정은 정확하다고 가정하였다. 그 결과를 보면 MUSIC만 사용한 경우 비교적 큰 전력을 가진 신호가 검출되기는 하지만 85°와 90°로 도래하는 신호의 구별이 되지 않으며, 상대적으로 전력이 낮은 신호들이 검출이 되지 않고, 낮은 각도대에서 spurious 피크가 검출되는 것을 볼 수 있다. 이에 비하여 웨이브렛 변환-MUSIC을 사용한 경우에는 모든 신호가 검출되고 분해능도 우수함을 볼 수 있다.

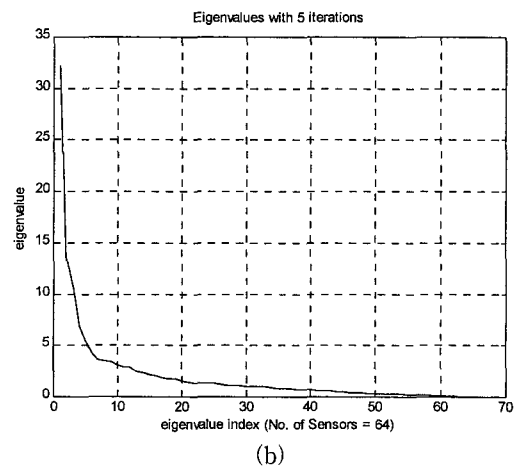
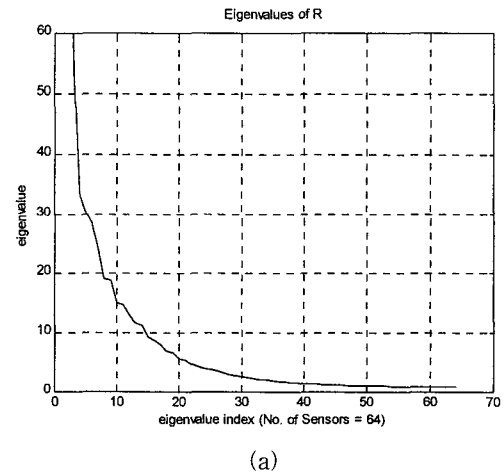
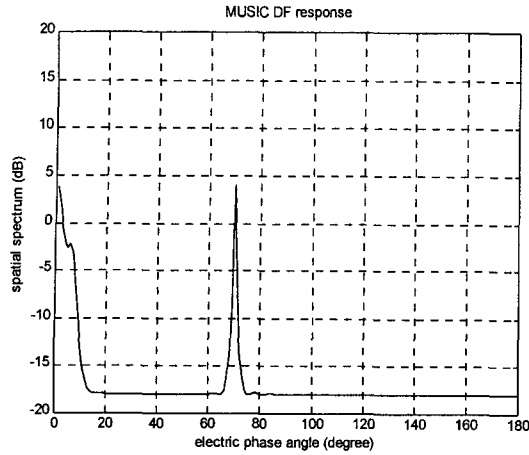
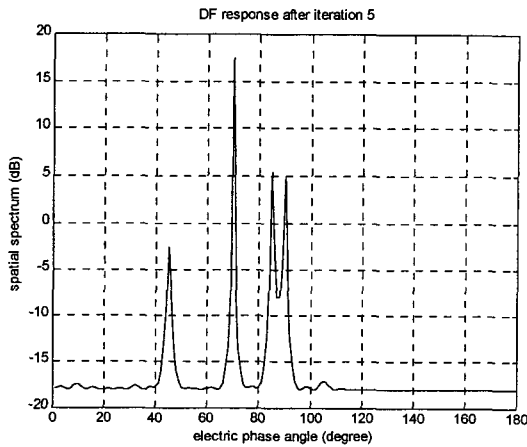


그림 10. (a) FBM 잡음 환경에서 센서 관측 공분산 행렬의 고유치 (b) 웨이브렛 분해를 사용한 경우의 공분산 행렬의 고유치

Fig. 10. (a) Eigenvalues of sensor observation correlation matrix when FBM noise is assumed (b) Eigenvalues of sensor observation matrix with proposed algorithm.



(a)



(b)

그림 11. FBM 잡음환경하에서의 도래각 추정(도래각 = $[45^\circ 70^\circ 85^\circ 90^\circ 105^\circ]$, 신호전력= $[0.1 0.5 0.2 0.2 0.05]$) (a) MUSIC DF 응답 (b) 제안된 알고리즘의 DF 응답

Fig. 11. DOA estimation in FBM noise(angle of arrival= $[45^\circ 70^\circ 85^\circ 90^\circ 105^\circ]$, signal power = $[0.1 0.5 0.2 0.2 0.05]$) (a) MUSIC DF response (b) DF response of proposed algorithm.

VI. 결론

본 논문에서는 주기성을 가진 신호에 잡음이 더해진 신호를 웨이브렛 영역으로 변환하여 신호와 잡음을 분리하는 방법을 사용하여 유색잡음이 있는 환경에서 도래각 추정 문제를 접근하였다. 배경잡음만 있는 경우 센서 어레이 출력을 이산 웨이브렛 분해를 하여 얻는 멀티스케일 성분들의 공분산 행렬은 밴드화 된 행렬로

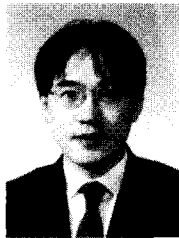
근사화 할 수 있는데 비하여 협대역 신호는 멀티스케일 성분간의 상관성은 급속히 감소하는 현상을 보이지 않고 공분산 행렬에서는 신호성분이 전체 행렬에 분포한다. 어레이 출력의 공분산 행렬을 웨이브렛 영역으로 변환하여 유색잡음에 해당하는 특정 밴드를 삭제하고 MUSIC과 같은 기존의 공간 스펙트럼 추정방식을 적용하여 도래각을 추정한 다음 그 결과로부터 신호성분을 합성하여 삭제한 밴드를 채우는 과정을 반복하여 정확한 도래각을 얻는 방안을 제안하였다. 제안된 알고리즘의 성능을 여러 가지 형태의 상관함수 특성을 가진 유색잡음 환경에서 모의실험을 통하여 기존 방식과 비교 분석하였다.

참고 문헌

- [1] G. Strang and T. Nguyen, *Wavelet and Filter Banks*, Wellsley, MA : Wellesley_Cambridge, 1997.
- [2] M. Vetterli and J. Kovačević, *Wavelets and Subband Codings*, Prentice Hall PTR, Englewood Cliffs, New Jersey, 1995.
- [3] A. H. Tewfik and M. Kim, Correlation structure of the discrete wavelet coefficients of fractional Brownian motions, *IEEE Trans. on Information Theory*, pp. 904-909, Mar. 1992.
- [4] G. Beylkin, R. Coifman and V. Rokhlin, "Fast wavelet transforms and numerical algorithms I," *Comm. On Pure and Appl. Math.*, vol. 44, pp. 141-183, Mar. 1991.
- [5] A. H. Tewfik and M. Kim, "Fast wavelet based positive definite system solvers," *IEEE Trans. on Signal Processing*, pp. 572-585, Mar. 1994.
- [6] R. O. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation," *Proc. of RADAR Spectrum Estimation Workshop*, NY, pp. 243-258, 1979.
- [7] A. J. Barabell, "Improving the resolution performance of eigenstructure-based direction-finding algorithms," *Proc. of IEEE ICASSP-83*, pp. 336-339, 1983.

- [8] R. Kumaresan and D. W. Tufts, "Estimating the angles of arrival of multiple plane waves," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. AES-19, pp. 134-139, Jan. 1983.
- [9] R. Roy, A. Paulraj, and T. Kailath, "Direction of arrival estimation of subspace rotation methods-ESPRIT," *Proc. of IEEE ICASSP*, 1989.
- [10] P. P. Vaidyanathan, "Multirate digital filters, filter banks, polyphase networks and applications: A tutorial", *Proc. of IEEE*, vol. 78, no. 1, pp. 56-93, Jan. 1990.
- [11] I. Daubechies, "Orthogonal bases of compactly supported wavelets," *Commun. Pure Appl. Math.*, vol. 41, pp. 909-996, 1988.
- [12] S. Mallat, "Multifrequency channel decomposition of images and wavelet models," *IEEE Trans. Acoust. Speech, Signal Proc.*, vol. 37, pp. 2091-2110, 1989.
- [13] H. Zou and A.H. Tewfik, "Design and parameterization of compactly supported wavelets and wavelet packets," *IEEE Trans. Signal Proc.*, vol. 41, pp. 1428-1431, 1993.
- [14] P.N. Heller, "Regular M-band wavelets," *Aware Inc. Report*, June, 1992.
- [15] B.B. Mandelbrot, "Fractional Brownian motions, fractional noises and applications," *SIAM Rev.*, vol. 10, pp. 422-437, 1968.

 저 자 소 개



金明珍(正會員)

1982년 2월 서울대학교 제어계측공학과 공학사. 1984년 2월 서울대학교 제어계측공학과 공학석사. 1992년 1월 University of Minnesota 전기공학과 공학박사. 1984년 3월~1996년 8월 한국전자 통신연구원 이동통신기술연구단 책임연구원. 1996년 9월~현재한국외국어대학교 정보통신공학과 부교수