

遠心 임펠러의 相對 渦流 크기 모델에 根據한 이론적인 미끄럼 係數

팬기석* · 정명균**
(1999년 6월 30일 접수)

An Analytical Slip Factor Based on a Relative Eddy Size Model for Centrifugal Impellers

Kee Seok Paeng and Myung Kyoon Chung

Key Words: Centrifugal Impeller(원심 임펠러), Slip(미끄러짐), Slip Factor(미끄럼 계수), Relative Eddy(상대 와류), Logarithmic Spiral Vane(대수 스파이럴 베인), Compressor(압축기), Radial Straight Vane(직선 베인), Backward Vane(후향 베인)

Abstract

By calculating the location and size of the relative eddy formed in the rotating impellers with the logarithmic spiral vanes, a new simple but accurate slip factor is analytically derived. The proposed slip factor depends on only one parameter that is a function of the number of vanes and the vane exit angle. Predicted slip factor for various cases are compared with those estimated by a number of previous slip factors as well as a recent theoretical calculation by Visser et al. (JFM, Vol. 268, pp. 107-141, 1994). It is found that the present slip factor yields almost similar results to Wiesner's which has been empirically formulated based on the theoretical calculation of Busemann.

기호설명

C : 절대 속도
 $C_{\theta s}$: 미끄럼 속도
 $C_{\theta 2}, C_{\theta 2}'$: 접선 방향 절대속도 성분
 $C_{r 2}$: 반경 방향 절대속도 성분
 f : 수정 계수
 r : 반경
 r_1 : 임펠러 입구 팁 반경
 r_2 : 임펠러 출구 팁 반경

r_e : 상대 와류 반경
 r_p, r_s : 유동모델에서의 반경
 U : 날개 속도
 W : 상대 속도
 Z : 날개수

그리스문자

α : 상대 와류와 출구반경비 (r_e/r_2)
 β_2 : 출구 유동각
 β_2' : 베인 출구각
 θ_p, θ_s : 유동모델에서의 각도
 σ : 미끄럼 계수
 ϕ : 유량 계수
 Ω : 임펠러 회전 각속도

* 회원, 한국과학기술원 대학원 기계공학과

** 회원, 한국과학기술원 기계공학과

E-mail : mkjchung@cais.kaist.ac.kr

TEL : (042)869-3054 FAX : (042)869-3095

1. 서론

원심 임펠러는 가스터빈엔진 압축기, 터보 압축기, 과급기(turbo-charger)등에 다양한 용도로 사용되고 있으며, 원심 임펠러 출구에서의 공기 흐름은 베인(vane)의 방향을 따르지 못하고 약간 뒤로 치지게 되며, 이로 인해 접선방향 속도가 감소하게 되는데 이것을 미끄러짐(slip)현상이라고 한다. 미끄러짐은 압축일에 영향을 미치는 변수로 이에 대한 연구는 20 세기초부터 여러 연구자에 의해 행해져 왔다.

Kucharski⁽¹⁾는 임펠러 입구가 임펠러 중심에 위치하는 직선 베인에 대한 연구를 최초로 하였고, Stodola⁽²⁾는 상대 와류가 날개 뒷전에 접하는 유동 모델을 제시하여 상대 와류의 크기를 계산하고 미끄럼 계수를 제안하였으나, 이 식은 출구각이 작은 경우에는 맞지 않았다. Busemann⁽³⁾은 대수 스파이럴 베인(logarithmic spiral vane) 임펠러에 대해서 등각사상(conformal mapping)을 이용하여 수학적으로 미끄러짐을 계산하였다. 그러나 이것은 수식으로 표현이 안 되는 것으로 수치적분을 하여 그래프로 나타내었다. Wislicenus⁽⁴⁾는 Busemann 결과를 도표로 정리하였다. Stanitz⁽⁵⁾는 8 가지 경우의 임펠러 유동에 대하여 베인 사이의 포텐셜 유동 계산을 하여 출구각이 0° 인 경우의 결과를 이용하여 날개수와 미끄럼 계수의 관계식을 제시하였다. 따라서 이 식은 출구각이 0° 인 직선 베인의 경우에는 잘 맞고, 출구각이 0° 가 아닌 일반적인 임펠러에는 맞지 않으나 식이 매우 간단하므로 아직도 설계 단계에 사용되고 있다. 그리고 미끄럼 계수는 압축성에 무관하다고 하였다. 그 외에 Sheets,⁽⁶⁾ Peck,⁽⁷⁾ Wosika,⁽⁸⁾ Stahler⁽⁹⁾ 등 많은 연구자들이 미끄러짐을 산정하는 방법을 발표하였다.

Wiesner⁽¹⁰⁾는 원심압축기 및 펌프의 실험 데이터와 Busemann⁽³⁾의 이론 식을 비교하여 날개수와 출구각의 함수인 경험식을 발표하였다. 이것은 현재까지 광범위하게 사용되고 있는 경험식이나 수학적 배경이 없다는 단점이 있다.

Visser et al.⁽¹¹⁾은 기존의 등각사상의 문제점을 해결한 새로운 등각사상을 이용하여 베인 표면에서의 속도와 미끄럼 계수를 계산하였다. 제시한

미끄럼 계수는 $(r_1/r_2)^Z \sim 0$ 인 경우에 대해서 매우 복잡한 함수 형태로 되어 있다. 또한 사용이 어려우므로 Visser et al.⁽¹¹⁾은 $Z \rightarrow \infty$ 인 경우에 대한 점근해(asymptotic solution)를 구하였다. 이 점근식은 원 식보다 간단하지만, 날개수가 적을수록 원 식보다 값이 적으며, 또한 출구각의 증가에 따라 미끄럼 계수가 증가되지 않고 감소하는 문제가 발생하여 실용성이 떨어진다.

본 연구에서는 새로운 유동모델(flow model)을 이용하여 임펠러 내부에서 발생하는 상대와류의 위치와 크기를 임펠러 날개수와 출구각에 따라 산정하여 간단하고 수학적으로 타당한 미끄럼 계수(slip factor)를 유도하였다.

2. 이론적 고찰

2.1 미끄러짐의 정의

미끄러짐은 임펠러 날개수가 무한대가 아니기 때문에 유동이 베인에 의해 완전히 안내되지 않는 현상으로 원심 압축기와 펌프의 수두가 미끄러짐에 의해서 감소된다. 이러한 미끄러짐 현상은 유체의 압축성과 점성에는 상관없이 항상 발생하는 것으로서 마찰 등에 의해 야기되는 수두 손실과는 다른 것이다. Fig. 1은 출구에서의 속도 삼각형을 나타낸 것이다.

미끄럼 계수는 연구자에 따라 서로 다르게 표현되어 왔는데, 본 연구에서는 다음과 같은 미끄럼 계수 정의를 사용한다.

$$\sigma = 1 - \frac{C_{\theta s}}{U_2} \quad (1)$$

그 외에 다음과 같은 미끄럼계수 정의가 있다.

$$\sigma' = \frac{C_{\theta 2'}}{C_{\theta 2}} \quad (2)$$

또는

$$\sigma'' = \frac{C_{\theta 2}}{U_2} \quad (3)$$

위의 3가지 정의와 유량 계수, 출구각의 관계는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \sigma' &= \frac{C_{\theta 2'}}{C_{\theta 2}} = \frac{(1 - \frac{C_{\theta s}}{U_2}) - \phi \tan \beta_2'}{1 - \phi \tan \beta_2'} \\ &= \frac{\sigma - \phi \tan \beta_2'}{1 - \phi \tan \beta_2'} \end{aligned} \quad (4)$$

또는

$$\sigma' = \frac{C_{\theta 2}}{U_2} = \left(1 - \frac{C_{\theta s}}{U_2}\right) - \phi \tan \beta_2' \quad (5)$$

$$= \sigma - \phi \tan \beta_2'$$

여기서 $C_{\theta 2}, C_{\theta 2}'$ 는 각 β_2, β_2' 을 따르는 절대속도의 원주방향 성분, C_{r2} 는 반경방향 절대속도 성분, $C_{\theta s}$ 는 미끄럼 속도(slip velocity), $\phi = C_{r2}/U_2$ 로 유량 계수(flow coefficient)이다. 위의 3 가지 미끄럼 계수는 $\phi = 0$ 인 변위 유동(displacement flow)이거나 $\beta_2' = 0$ 인 직각 베인에서는 동일해진다.

Van den Braembussche⁽¹²⁾는 σ' 을 일 감소 계수(work reduction factor)라 부르고, Rodgers⁽¹³⁾는 σ' 을 일 입력 계수(work input coefficient)라 부른다.

2.2 미끄러짐의 발생

임펠러 입구 유동이 비 회전이면 임펠러 내부에서는 비 회전을 유지하기 위해서 임펠러 회전과 같은 크기의 반대 방향 회전이 발생하게 된다.

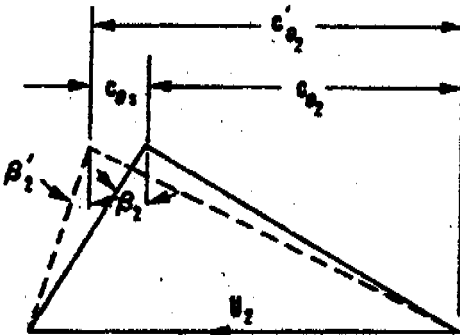


Fig. 1 Actual and hypothetical velocity diagram at impeller exit

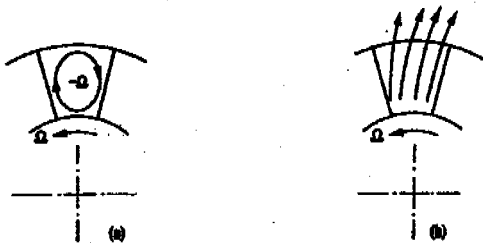


Fig. 2 (a) Relative eddy without any through flow
(b) Relative flow at impeller exit

다. 이러한 회전을 상대 와류(relative eddy)라 하며, 미끄러짐은 이 상대 와류에 의해서 발생한다. 또한 흡입면(suction surface)에서의 유동박리(separation)와 베인 뒷전(trailing edge)에서의 Kutta 조건도 미끄러짐 발생에 관계된다. 임펠러 출구 상대 유동은 관통류와 상대 와류와의 합성으로 간주할 수 있다. 이러한 두 가지 운동의 효과를 Fig. 2에 보였다.

2.3 새로운 유동 모델

미끄럼 속도는 상대 와류 반경과 임펠러 회전 각속도의 곱으로 나타나므로 상대 와류 반경을 임펠러 형상에 따라 계산을 하면 미끄럼 계수를 계산할 수 있게 된다. 상대 와류는 2개의 임펠러 베인과 출구에 접하는 원으로 새로운 유동 모델(flow model)을 설정하여 상대 와류 반경을 계산하였다. 유도에 사용된 베인의 형상은 대수 스파이럴 베인으로 원심 펌프, 압축기에 많이 사용된다. 이 베인 형상은 Busemann⁽³⁾과 Visser et al.⁽¹¹⁾의 계산에 사용된 베인과 동일한 것으로 Fig. 3에 나타내었다. 여기서 r_1 은 임펠러 입구 팁 반경(tip radius), r_2 는 임펠러 출구 팁 반경, β 은 출구 베인각으로 모든 반경에서 일정하다.

Fig. 4는 미끄럼 계수 계산을 위한 새로운 유동 모델을 나타낸다.

상대 와류 반경 r_e , 임펠러 회전 각속도 Ω 이므로, 미끄럼 속도 $C_{\theta s} = r_e \Omega$ 가 된다. 또한 출구 날개 속도 $U_2 = r_2 \Omega$ 이므로 미끄럼 계수는 정의에 의해 다음과 같이 된다.

$$\sigma = 1 - \frac{C_{\theta s}}{U_2} = 1 - \frac{r_e \Omega}{r_2 \Omega} = 1 - \frac{r_e}{r_2} \quad (6)$$

$$= 1 - a$$

여기서 $a = r_e/r_2$ 로 상대 와류 반경과 출구 반경 비이다. 미끄럼 계수는 a 에 대한 함수이므로, 임펠러의 미끄럼 계수 계산은 a 의 계산이 된다.

2.4 와류 크기 유도

Fig. 4의 유동 모델에서 사용하는 각 기호의 정의는 다음과 같다.

$$\theta_p = \angle A'OA, \quad \theta_s = \angle B'OB$$

$$x = \angle AOO_e, \quad y = \angle BOO_e$$

$$r_e = \frac{OA'}{OB}, \quad r_p = \frac{OA}{OB}, \quad r_s = \frac{OB}{OB}$$

베인의 호 $\widehat{AA'}$ 에서 각도 θ_p 와 반경 r_p 의 관계는 다음과 같다.

$$d\theta = \tan \beta \frac{dr}{r} \quad (7)$$

$$\int_0^{\theta_p} d\theta = \int_{r_e}^{r_p} \tan \beta \frac{dr}{r} \quad (8)$$

$$\theta_p = \tan \beta \ln \frac{r_p}{r_e} \quad (9)$$

삼각형 OAO_e 에서 코사인 법칙을 이용하여 r_p 관계식을 유도하면 다음과 같다.

$$(r_2 - r_e)^2 = r_e^2 + r_p^2 - 2r_e r_p \cos(90 + \beta) \quad (10)$$

$$r_p^2 + (2r_e \sin \beta)r_p + 2r_2 r_e - r_2^2 = 0 \quad (11)$$

$$\therefore r_p = \frac{-r_e \sin \beta + \sqrt{r_e^2 \sin^2 \beta - 2r_e r_2 + r_2^2}}{1} \quad (12)$$

$\angle x$ 를 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{\sin x}{r_e} = \frac{\sin(90 + \beta')}{r_2 - r_e} = \frac{\cos \beta}{r_2 - r_e} \quad (13)$$

$$\sin x = \frac{r_e}{r_2 - r_e} \cos \beta \quad (14)$$

마찬가지로 베인의 호 $\widehat{BB'}$ 에서 각도 θ_s 와 반경 r_s 의 관계는 다음과 같다.

$$\theta_s = \tan \beta \ln \frac{r_2}{r_s} \quad (15)$$

삼각형 OBO_e 에서 코사인 법칙을 이용하여 r_s 식을 유도하면 다음과 같다.

$$\therefore r_s = \frac{r_e \sin \beta + \sqrt{r_e^2 \sin^2 \beta - 2r_e r_2 + r_2^2}}{1} \quad (16)$$

$\angle y$ 를 나타내면 다음과 같다.

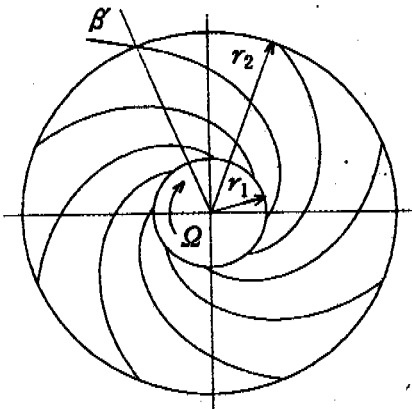


Fig. 3 Logarithmic spiral vanes

$$\sin y = \frac{r_e}{r_2 - r_e} \cos \beta \quad (17)$$

$\angle x, y, \theta_p, \theta_s$ 의 관계는 다음과 같다.

$$\frac{2\pi}{Z} = x + \theta_p + y - \theta_s \quad (18)$$

식 (14), (17)로부터 $\angle x = \angle y$ 이므로, 각도 관계는 다음과 같이 된다.

$$\therefore x = \frac{\pi}{Z} - \frac{1}{2}(\theta_p - \theta_s) \quad (19)$$

$\theta_p - \theta_s$ 는 다음과 같이 r_p 와 r_s 로 표현된다.

$$\begin{aligned} \theta_p - \theta_s &= \tan \beta \ln \left(\frac{r_2}{r_p} \right) - \tan \beta \ln \left(\frac{r_2}{r_s} \right) \\ &= \tan \beta \ln \left(\frac{r_2}{r_p} \times \frac{r_s}{r_2} \right) \\ &= \tan \beta \ln \left(\frac{r_s}{r_p} \right) \end{aligned} \quad (20)$$

식 (19)에 식 (20)을 대입하여 정리하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} x &= \frac{\pi}{Z} - \frac{1}{2}(\theta_p - \theta_s) \\ &= \frac{\pi}{Z} - \frac{1}{2} \tan \beta \ln \left(\frac{r_s}{r_p} \right) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \therefore \sin \left[\frac{\pi}{Z} - \frac{1}{2} \tan \beta \ln \left(\frac{r_s}{r_p} \right) \right] \\ = \frac{r_e}{r_2 - r_e} \cos \beta \end{aligned} \quad (22)$$

그리고 r_s/r_p 를 정리하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \frac{r_s}{r_p} &= \frac{r_e \sin \beta + \sqrt{r_e^2 \sin^2 \beta - 2r_e r_2 + r_2^2}}{-r_e \sin \beta + \sqrt{r_e^2 \sin^2 \beta - 2r_e r_2 + r_2^2}} \\ &= \left(\frac{r_e}{r_2} \right)^2 \frac{[\sin \beta + \sqrt{\sin^2 \beta - 2(\frac{r_2}{r_e}) + (\frac{r_2}{r_e})^2}]^2}{1 - 2(\frac{r_e}{r_2})} \end{aligned} \quad (23)$$

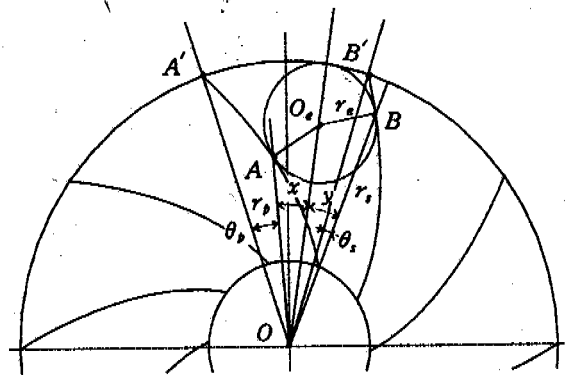


Fig. 4 New flow model for a slip factor

식 (22)에 식 (23)을 대입하여 정리하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} & \sin \left\{ \frac{\pi}{Z} - \frac{1}{2} \tan \beta \ln \right. \\ & \left. \left[\left(\frac{r_e}{r_2} \right)^2 \frac{[\sin \beta + \sqrt{\sin^2 \beta - 2 \left(\frac{r_2}{r_e} \right) + \left(\frac{r_2}{r_e} \right)^2}]^2}{1 - 2 \left(\frac{r_e}{r_2} \right)} \right] \right\} \\ & = \frac{\frac{r_e}{r_2}}{1 - \frac{r_e}{r_2}} \cos \beta \end{aligned} \quad (24)$$

r_e/r_2 를 a 로 치환하면 a 에 대한 식이 된다.

$$\begin{aligned} & \sin \left[\frac{\pi}{Z} - \tan \beta \ln \right. \\ & \left. \left(\frac{a[\sin \beta + \sqrt{\sin^2 \beta - \frac{2}{a} + \frac{1}{a^2}}]}{\sqrt{1-2a}} \right) \right] \\ & = \frac{a}{1-a} \cos \beta \end{aligned} \quad (25)$$

식 (25)는 최종적인 a 에 대한 식으로 a 는 Z 와 β' 에 대한 음함수로 표현이 된다. 각도 $(\theta_p, \theta_s, x, y)$ 와 반경 (r_p, r_s) 을 a 로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{r_p}{r_2} = -a \sin \beta + \sqrt{a^2 \sin^2 \beta - 2a + 1} \quad (26)$$

$$\frac{r_s}{r_2} = a \sin \beta + \sqrt{a^2 \sin^2 \beta - 2a + 1} \quad (27)$$

$$\theta_p = -\tan \beta \ln \frac{r_p}{r_2} \quad (28)$$

$$\theta_s = -\tan \beta \ln \frac{r_s}{r_2} \quad (29)$$

$$x = y = \sin^{-1} \left(\frac{a}{1-a} \cos \beta \right) \quad (30)$$

3. 결과 및 고찰

3.1 직선 베인 미끄럼 계수

직선 베인의 경우는 출구각이 0° 이므로 식 (25)에 $\beta = 0$ 을 대입하면 다음과 같이 된다.

$$\sin \left(\frac{\pi}{Z} \right) = \frac{a}{1-a} \quad (31)$$

식 (31)을 a 에 대해 정리하면 다음과 같다.

$$a = \frac{\sin \left(\frac{\pi}{Z} \right)}{1 + \sin \left(\frac{\pi}{Z} \right)} \quad (32)$$

따라서 미끄럼 계수는 다음과 같다.

$$\therefore \sigma = 1 - a = 1 - \frac{\sin \left(\frac{\pi}{Z} \right)}{1 + \sin \left(\frac{\pi}{Z} \right)} \quad (33)$$

3.2 후향 베인 미끄럼 계수

$\beta' \neq 0$ 인 경우 식 (25)의 a 는 다음과 같은 근사식으로 표현할 수 있다.

$$a = \frac{\sin \left(\frac{\pi}{Z} \cos \beta \right)}{1 + \sin \left(\frac{\pi}{Z} \cos \beta \right)} \quad (34)$$

또는

$$a = \frac{1 - \exp \left(-\frac{2\pi}{Z} \cos \beta \right)}{2} \quad (35)$$

즉, a 는 한 개의 변수 $\frac{2\pi}{Z} \cos \beta$ 의 함수이며, 이 변수를 편의상 '미끄럼 수'라 한다.

여기서 $\frac{2\pi}{Z} \cos \beta$ 는 유로의 각도에 해당한다.

직선 베인의 경우는 유로의 각도가 $\frac{2\pi}{Z}$ 에 해당하고 β' 이 0° 가 아니면 유로의 각도는 $\cos \beta'$ 만큼 작아져 미끄럼 계수는 증가한다.

Fig. 5 는 식 (25) 음함수와 식 (34), (35) 함수의 오차를 나타낸 것이다. Fig. 5 에서 알 수 있듯이 날개수가 증가하거나 베인 출구각이 증가하면 오차가 적어지는 것을 알 수 있다. 출구각이 43° 이상인 경우에는 식 (35)의 지수 함수식의 오차가 더 적어진다.

Fig. 6 은 식 (25) 음함수식, 식 (34) 사인 함수식, 식 (35) 지수 함수식의 미끄럼 계수와 Wiesner⁽¹⁰⁾가 사용한 실험데이터 및 Stodola⁽²⁾ 식을 비교한 것이다. 대부분의 데이터는 날개수가 5 이상인 미끄럼 수 1.0 이하에 있으며, 이 경우에 데이터는 본 수식의 경향을 따르는 것을 알 수 있다. 또한 음함수와 근사식의 값이 거의 같으므로 여기서는 사용이 편한 지수 함수식을 이용하여 미끄럼 계수를 나타내면 다음과 같다.

$$\sigma = 1 - \frac{1 - \exp \left(-\frac{2\pi}{Z} \cos \beta \right)}{2} \quad (36)$$

$$= \frac{1}{2} \left[1 + \exp \left(-\frac{2\pi}{Z} \cos \beta \right) \right]$$

3.3 저 현질비(low solidity) 베인의 미끄럼 계수
미끄럼 계수는 r_1/r_2 에 무관하게 일정하다가 감

소하여 r_1/r_2 가 1.0이 되면 미끄럼 계수는 0이 되는데 미끄럼 계수가 감소하게 되는 반경비를 한계 반경비(ϵ_{limit})라 한다.

ϵ_{limit} 는 출구 반경과 입구 반경의 차이가 상대 와류 크기와 같을 때의 반경비라 할 수 있다. 따라서 ϵ_{limit} 는 다음과 같은 관계를 이용하여 계산할 수 있다.

$$r_e = \frac{(r_2 - r_1)}{2} \quad (37)$$

r_1/r_2 를 a 에 대해 나타내면 다음과 같다.

$$r_1/r_2 = 1 - 2a \quad (38)$$

a 를 지수 함수식으로 다음과 같으므로

$$a = \frac{1 - \exp(-\frac{2\pi}{Z} \cos \beta)}{2} \quad (35)$$

따라서 ϵ_{limit} 는 다음과 같다.

$$r_1/r_2 = \epsilon_{limit} = \exp(-\frac{2\pi}{Z} \cos \beta) \quad (39)$$

식 (40)은 Busemann⁽³⁾의 계산 결과와 동일하다.

Wiesner⁽¹⁰⁾는 반경비가 한계 반경비보다 큰 경우에는 함수를 곱하여 미끄럼 계수의 감소를 나타내었다. 본 연구에서는 다음과 같은 함수를 이용하여 미끄럼 계수를 나타낸다.

$$1 - \exp\left[-4\left(\frac{1 - r_1/r_2}{1 - \epsilon_{limit}}\right)\right] \quad (40)$$

식 (41) 함수를 사용하면 한계 반경비보다 작은 반경비도 포함하여 모든 반경비에 대한 미끄럼 계수를 나타낼 수 있다. 따라서 미끄럼 계수는 다음과 같은 한 개의 식으로 나타낼 수 있다.

$$\sigma = \left\{ 1 - \left[\frac{1 - \exp(-\frac{2\pi}{Z} \cos \beta)}{2} \right] \right\} \left\{ 1 - \exp\left[-4\left(\frac{1 - r_1/r_2}{1 - \epsilon_{limit}}\right)\right] \right\} \quad (41)$$

Fig. 7은 모든 반경비에 대한 미끄럼 계수를 Wiesner⁽¹⁰⁾와 비교한 것이다.

3.4 출구각에 따른 미끄럼 계수 수정

위에서 계산한 상대 와류 크기는 기하학적인 상대 와류의 크기이다. 이 상대 와류 크기를 이용하여 임펠러 출구면에서의 미끄럼 속도의 평균을 구하면 출구각에 따라 상대 와류의 평균 크기가 변하게 된다. 따라서 미끄럼 계수는 다음과 같이 수정을 한다.

$$\sigma = 1 - f a \quad (42)$$

즉, 수정계수 f 를 a 에 곱하여 상대 와류 크기의 변화를 반영한다. 수정계수 f 를 반영한 미끄럼 계수는 다음과 같다.

$$\sigma = 1 - f \left[\frac{1 - \exp(-\frac{2\pi}{Z} \cos \beta)}{2} \right] \quad (43)$$

수정계수 f 는 출구각 및 유동의 특성에 따라 결정되는 것으로 Visser et al.⁽¹¹⁾과의 상관식은 다음과 같이 된다.

$$f = 0.853 + 0.025 \exp(\beta'/24) \quad (44)$$

여기서 β' 은 각도(degree)이다.

Fig. 8은 직선 베인에 대한 미끄럼 계수로 수정 계수는 0.878이다.

수정계수를 반영할 경우 Visser et al.⁽¹¹⁾과 날개 수가 4 이상일 경우 일치하는 것을 알 수 있다.

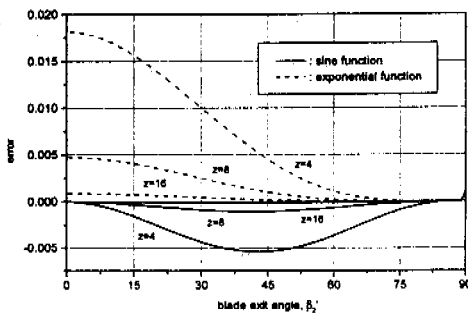


Fig. 5 Error of approximation function - sine function and exponential

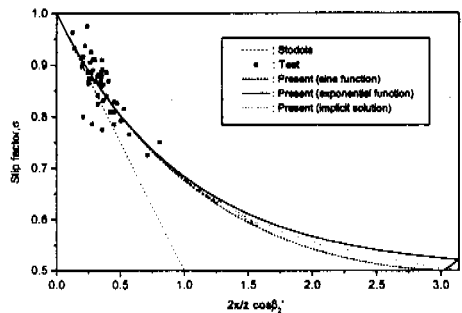


Fig. 6 Comparison of slip factor with test

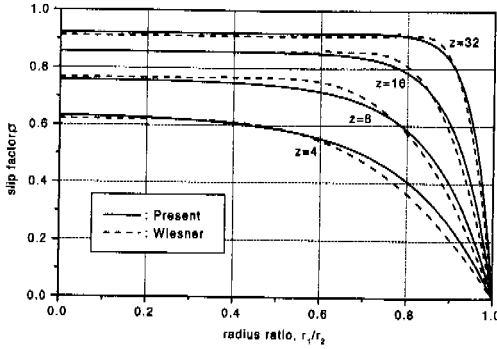


Fig. 7 Comparison of slip factors for radial straight vanes with r_1/r_2

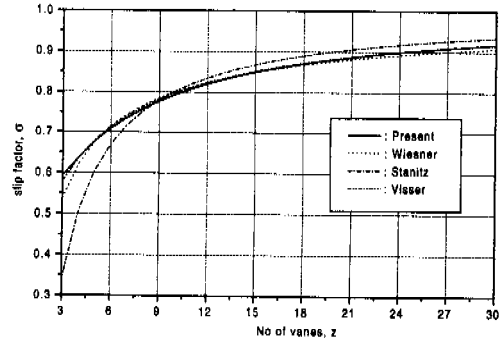


Fig. 8 Comparison of slip factors for radial straight vanes

3.5 다른 미끄럼 계수와 비교

3.5.1 Stodola

미끄럼 수 ($\frac{2\pi}{z} \cos \beta$)가 작은 경우에 $\exp(-\frac{2\pi}{z} \cos \beta)$ 는 다음과 같이 간단히 된다.

$$\exp(-\frac{2\pi}{z} \cos \beta) \sim 1 - \frac{2\pi}{z} \cos \beta$$

따라서 미끄럼 계수는 다음과 같이 된다.

$$\alpha = 1 - f(\frac{\pi}{z} \cos \beta) \quad (45)$$

여기서 $f = 1$ 이라 하면, Stodola⁽²⁾ 식이 된다.

$$\sigma = 1 - \frac{\pi}{z} \cos \beta \quad (46)$$

식 (47)은 미끄럼 수가 작은 경우에 적용이 되는 것을 알 수 있다. 즉, 날개수가 매우 많거나, 베인 출구각이 큰 경우에 잘 맞는다.

3.5.2 Stanitz

Stanitz는 베인 출구각이 0° 이고, 미끄럼 수가 작은 경우로, 미끄럼 계수는 다음과 같다.

$$\sigma = 1 - f(\frac{\pi}{z}) \quad (47)$$

여기서 $f = 0.63$ 으로 하면 Stanitz⁽⁵⁾ 식이 된다.

$$\sigma = 1 - 0.63(\frac{\pi}{z}) \quad (48)$$

따라서 이 식은 날개수가 많은 직선 베인인 경우에만 잘 맞는 것을 알 수 있다.

Ferguson⁽¹⁴⁾은 미끄럼 계수에 대한 여러 가지 이론과 실험값을 비교하여 출구각이 0° 인 직선 베인에서는 Stanitz⁽⁵⁾가 잘 맞고, 출구각이 $50^\circ \sim 70^\circ$ 에서는 Stodola⁽²⁾가 잘 맞는다는 것을 지적하였다.

4. 결 론

임펠러의 미끄럼 계수를 계산하기 위하여 대표적인 임펠러 형상인 대수 스파이럴 베인에서의 임펠러의 유동을 고찰하여, 임펠러 내부에서 발생하는 상대 와류의 위치와 크기를 계산을 하였다. 유동 모델의 상대 와류는 인접하는 두 임펠러 베인과 출구원에 접하는 원이다. 상대 와류의 크기는 날개수와 출구각의 함수이며, 크기를 나타내는 음함수는 사용이 불편하므로 근사적인 사인 함수식과 지수 함수식을 유도하였다. 이 근사식은 날개수가 4 이상이면 오차가 적은 것을 보였다. 미끄럼 계수는 미끄럼 수의 함수이며, 미끄럼 수는 유로의 유효 각도에 해당한다는 것을 보였다. 근사식은 미끄럼 수가 1.0 이하에서는 거의 일치한다.

저 원절비 임펠러에 대한 한계 반경비는 Busemann⁽³⁾과 동일한 결과를 얻었고, 또한 반경비가 한계 반경비보다 큰 경우에 대해서는 수정 함수를 도입하여 미끄럼 계수를 계산하였다.

출구각 및 유동의 특성에 따라 상대 와류의 크기는 기하적 크기와 다르게 될 것이며, 본 논문에서는 직선 베인의 경우 수정계수를 0.878로 하

여 계산한 결과 미끄럼 계수가 약간 증가하게 되어 좀 더 정확한 미끄럼 계수가 되었다.

마지막으로 기존의 Stodola⁽²⁾와 Stanitz⁽³⁾의 식은 본 식의 일부 구간에 대한 근사식임을 밝혔다.

참고문헌

- (1) Kucharski, W., 1918, *Stromungen einer Reibungsfreien Flüssigkeit bei Rotation Fester Körper*, R. Oldenbourg.
- (2) Stodola, A., 1927, *Steam and Gas Turbines*, Vols I and II, McGraw-Hill, New York.
- (3) Busemann, A., 1928, "Das Förderhohenverhältnis Radialer Kreiselpumpen mit Logarithmisch-Spiraligen Schaufeln," *Z. Angew. Math. Mech.* Vol. 8, pp. 372~384.
- (4) Wislicenus, G. F., 1947, *Fluid Mechanics of Turbomachinery*, McGraw-Hill, New York.
- (5) Stanitz, J. D. 1952, "Some Theoretical Aerodynamic Investigations of Impellers in Radial-and Mixed Flow Centrifugal Compressors," *Trans. ASME*, Vol. 74, pp. 473~497.
- (6) Sheets, H. E., 1950, "The Flow Through Centrifugal Compressors and Pumps," *Trans. ASME*, Vol. 72, pp. 1009~1015.
- (7) Peck, J. F., 1951. "Investigation Concerning Flow Conditions in a Centrifugal Pump and the Effect of Blade Loading on Head Slip," *Proceedings, IME*, Vol. 164, p. 1.
- (8) Wosika, L. R., 1952, "Radial-Flow Compressors and Turbines for the Simple Small Gas Turbine," *Trans. ASME*, Vol. 74, pp. 1337~1347.
- (9) Stahler, Alfred F., 1965. "The Slip Factor of a Radial Bladed Centrifugal Compressor," *Trans. ASME*, Vol. 87, pp. 181~192.
- (10) Wiesner, F. J. 1967, "A Review of Slip Factors for Centrifugal Impellers," *Journal of Engineering for power, Trans. ASME, Series A*, Vol. 89, pp. 558~572.
- (11) Visser, F. C., Brouwers, J. J. H., Badie, R., 1994, "Theoretical Analysis of Inertially Irrotational and Solenoidal Flow in Two-Dimensional Radial-Flow Pump and Turbine Impellers with Equiangular Blades," *J. Fluid Mech*, Vol. 268, pp. 107~141.
- (12) Van den Braembussche R., 1985, "Design and Optimization of Centrifugal Compressors." In Ucer A S, Stow P, Hirsh C. L. (eds), *Thermodynamics and Fluid Mechanics of Turbomachinery*, Martinus Nijhoff.
- (13) Rodgers, C., 1978, "A Diffusion Factor Correlation for Centrifugal Impeller Stalling," *ASME paper 78-GT-61*.
- (14) Ferguson, T. B., 1963, *The Centrifugal Compressor Stage*, Butterworth, London.