

# 난류박리 및 재부착 유동에 대한 저레이놀즈수 비선형 열전달 모형의 개발

리 광훈\* · 성 형진\*  
(1999년 9월 13일 접수)

## A Non-linear Low-Reynolds-Number Heat Transfer Model for Turbulent Separated and Reattaching Flows

Gwang Hoon Rhee and Hyung Jin Sung

Key Words: Nonlinear Low-Reynolds-Number(비선형 저레이놀즈수), Heat Transfer Model(열전달 모형), Turbulence Model (난류모형)

### Abstract

A nonlinear low-Reynolds-number heat transfer model is developed to predict turbulent flow and heat transfer in separated and reattaching flows. The  $k-\varepsilon-f_\mu$  model of Park and Sung (1997) is extended to a nonlinear formulation, based on the nonlinear model of Gatski and Speziale (1993). The limiting near-wall behavior is resolved by solving the  $f_\mu$  elliptic relaxation equation. An improved explicit algebraic heat transfer model is proposed, which is achieved by applying a matrix inversion. The scalar heat fluxes are not aligned with the mean temperature gradients in separated and reattaching flows; a full diffusivity tensor model is required. The near-wall asymptotic behavior is incorporated into the  $f_\lambda$  function in conjunction with the  $f_\mu$  elliptic relaxation equation. Predictions of the present model are cross-checked with existing measurements and DNS data. The model performance is shown to be satisfactory.

### 1. 서론

많은 공학적 문제에서의 난류 유동은 박리-재부착되는 현상을 수반하고 있다. 이러한 현상으로 인하여 재순환영역이 발생하게 되고 유동현상은 매우 복잡하고 난해하게 된다. 박리-재부착 유동은 유동의 비정상화, 혼합의 증대, 압력 및 유동의 요동등의 현상을 유발시키며, 열 및 물질 전달을 증대시키는 효과를 나타내게 된다. 박리-재부착 유동에서의 열전달은 공학적으로 매우 중요한 의미를 가지며 많은 응용을 기대할 수 있다. 열 및 물질 전달의 해석을 위해서는 난류 유동장의 정확한 해석이 필수적이다.

박리-재부착 유동은 기하학적 형상에서 기인

하는 것이 대부분이며, 이러한 경우 길이척도와 속도척도의 적용이 난해하며 난류 모델의 사용이 용이하지 않게 된다. 최근의 모델 연구자들은 이러한 길이척도의 난해함을 피하기 위해 벽면으로부터의 거리를 필요로 하지 않는 모델을 개발하고 있다.<sup>(1-4)</sup> Goldberg<sup>(2)</sup>는 대형와와 소형와의 시간 척도비를 사용하여  $k-R$  모델을 제시하였다. Cotton 등<sup>(3)</sup>은 전달 변형을 방정식을 사용한 3-방정식 모델을 개발하였다. 이들 모델들은 대체적으로 유동장을 잘 예측하고 있지만 벽면 부근에서의  $\varepsilon$ 의 부정확한 예측으로 인하여 모델의 최적화가 필요하다. Durbin 등<sup>(4)</sup>은 난류점성계수( $\nu_t$ )에 대한 타원형 방정식을 개발하여 여러 가지 유동장에 적용하였다. 그러나 모델 성능을 평가하는 가장 일반적인 방법인 후향계단 유동에서의 재부착길이를 과다하게 예측하는 문제점을 갖고 있다. 이러한 모델 등과는 달리 Park과 Sung<sup>(1)</sup>은 벽면 감쇄 함수인  $f_\mu$ 에 대한 타원형 방정식을 개발하고 비평형 효과와  $\varepsilon$ 방정식의 수정 등을 이용

\* 회원, 한국과학기술원 기계공학과  
E-mail : hisung@cais.kaist.ac.kr  
TEL : (042)869-3067 FAX : (042)869-5027

하여 경제층 유동 뿐 아니라 박리-재부착 유동에서도 좋은 결과를 보여주고 있다. 본 연구에서는 박리-재부착 유동 해석을 위하여 Park과 Sung<sup>(5)</sup>의  $k-\epsilon-f_\mu$  모델을 사용하였다.  $k-\epsilon-f_\mu$  모델은 벽면 감쇄 함수를 타원형 방정식으로부터 구하기 때문에 기하학적인 형상에 의하여 박리-재부착이 발생하는 후향계단 유동등에서 매우 우수한 예측을 보인다. 또한 레이놀즈 응력의 비등방성을 반영하고, 유선 곡률에 대한 예측 성능 향상을 위하여 Gatski와 Speziale<sup>(6)</sup>의 비선형 모델을 도입하였다. 비선형 모델은  $k-\epsilon$  모델의 일반적인 단점을 보완하기 위하여 많은 연구가 이루어지고 있다. Launder 그룹,<sup>(6-7)</sup> Shih등,<sup>(8)</sup> Rubinstein과 Barton<sup>(9)</sup>도 비선형 모델을 제시하였는데, 접근 방법이 상이함에도 불구하고 유사한 형태의 모델을 제시하고 있다. 본 연구에서는 Gatski와 Speziale<sup>(6)</sup>의 비선형 항에 벽면 효과를 고려하여  $k-\epsilon-f_\mu$  모델과 함께 사용하여 경제층 유동과 박리-재부착 유동을 해석하였다.

유동장에 대한 난류 모형화는 비교적 활발히 이루어지고 있지만, 강제 대류 난류 열유속에 대한 모형화는 아직까지 활발히 이루어지지 않고 있다. 난류 열유속에 대한 일반적인 모델은 유동장과 온도장의 상사성을 바탕으로 와점성계수 ( $\nu_t$ )와 난류 열확산계수 ( $\alpha_t$ )가 비례한다는 가정하에 별도의 모델없이 와점성계수에 일정한 난류 프란틀수( $Pr_t$ )를 곱하여 난류열확산계수를 구하는 방법이다. 이러한 방법은 단방향 온도 구배만으로 난류 열유속을 구하기 때문에 박리-재부착등이 없는 단순한 유동에서는 좋은 예측을 보이지만 복잡한 유동에서는 예측이 어렵다. Nagano 그룹,<sup>(12-13)</sup> Rhee와 Sung<sup>(14)</sup> 등은 유동장에서의  $k-\epsilon$  모델과 더불어  $k_\theta-\epsilon_\theta$  모델을 이용하여 강제 대류에서의 난류 열전달계수를 구하는 4-방정식 모델을 제안하였다. 4-방정식 모델은 난류프란틀수를 이용하는 방법보다 일반적이다. 그러나 이 방법 역시 벽면에서의 마찰 속도 또는 수직 거리를 필요로 하기 때문에 박리-재부착을 유발하는 복잡한 형상에서의 유동 및 온도장 해석에는 한계성을 갖고 있다. 또한 4-방정식을 모두 해석해야 한다는 점은 난류 프란틀수를 이용하는 방법보다 2-방정식을 추가로 해석해야 하는 단점과 함께 온도장의 구배가 존재하는 방향의 난류 열유속만을 예측할 수 있고 다른 방향의 난류 열유속은 예측할 수 없는 단점을 가지고 있다. 단방향 온도 구배 방법의 단점을 해소하기 위해서는 난류 열확산계수가 스칼라의 형태가 아닌 텐서로 주어져야 한다. Rhee와 Sung<sup>(14)</sup>은 4-방정식 모델에 대수적 방법으로 텐서 형식의 난류열확산계수를 구

하였다. 다방향 온도 구배 방법을 사용함으로써 4-방정식의 단점을 보완하였으나, 난류프란틀수 방법에 비하여 2-방정식을 추가로 해석해야 단점은 여전히 남아 있다. 본 연구에서는 Rhee와 Sung<sup>(13,16)</sup>의 대수적 방법을 보다 단순화하고 Rogers 등<sup>(17)</sup>이 난류열유속 해석을 위해 도입한 모델 함수에 벽면 효과를 추가하는 방법등을 통하여 2-방정식을 추가로 해석하여야 하는 단점을 해소하였다.

요약하면, 복잡한 기하학적 형상에서 좋은 예측 성능을 지닌  $k-\epsilon-f_\mu$  모델에 비선형 이론을 추가하여 유동장 모델에 적용하며, 대수적 방법을 통한 난류 열유속계수를 구하여 온도장에 적용한다. 경제층에 대해서는 DNS 자료<sup>(18)</sup>와 비교를 통하여 모델을 검증하며, 박리-재부착 유동에 대해서는 후향계단에서의 유동과 열전달 문제<sup>(19)</sup>를 실험결과와 비교 고찰하였다.

## 2. 비선형 $k-\epsilon-f_\mu$ 모델

### 2.1 $k-\epsilon-f_\mu$ 모델

박리-재부착 유동에서의 열전달 문제를 규명하기 위해서는 우선 유동장의 정확한 해석이 선행되어야 한다. 최근 발표된  $k-\epsilon-f_\mu$  모델은 레이놀즈수  $k-\epsilon$  모델에서 가장 중요한 역할을 하는  $f_\mu$ 를 타원형 방정식에서부터 구하는 방법을 고안하고 채택함으로써 복잡한 기하학적 형상에서의 난류유동 해석을 위한 새로운 전기를 마련하였다.

비압축성 정상 유동에 대한 무차원화된 지배 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{1}{Re} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j} \right] \quad (2)$$

식 (2)에서의 새로운 미지수인 레이놀즈 응력항은  $k-\epsilon-f_\mu$  모델에서는

$$-\overline{u_i u_j} = 2\nu_t S_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad (3)$$

$$\nu_t = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (4)$$

로 모형화하며,  $f_\mu = f_{\mu_1} f_{\mu_2}$ 로 나누어지는데  $f_{\mu_1}$ 은 타원형 방정식으로부터 얻어지는  $f_\mu$ 과 난류 레이놀즈수에 의하여 벽면 근방에서의 효과를,  $f_{\mu_2}$ 은 비평형효과를 고려한 모형이다.

$$f_{\mu_1} = (1 + 20 \exp[-(R_i/120)^2] R_i^{-3/4}) f_w^2 \quad (5)$$

$$f_{\nu_2} = 7 \frac{4.5 + 0.3 P_k / \epsilon}{(4.5 + 1.3 P_k / \epsilon)^2} \quad (6)$$

$f_w$ 에 대한 타원형 방정식은 다음의 식 (7)(8)과 같다.

$$L^2 \nabla^2 f_w = \frac{R_i^{3/2}}{A^2} (f_w - 1) \quad (7)$$

$$L^2 = 0.2^2 \left[ \frac{k^3}{\epsilon^2} + 70^2 \left( \frac{\nu^3}{\epsilon} \right)^{1/2} \right] \quad (8)$$

식 (7)에서  $A=42$  이며 식 (8)은 길이척도를 Durbin & Laurence<sup>(20)</sup>가 제안한 형태로 난류적분 길이척도와 Kolmogorov 길이척도의 합으로 모형화하였다.

$k$ 와  $\epsilon$ 는 다음과 같은 전달 방정식에 의하여 구하여 진다.

$$U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \frac{1}{Re} + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \epsilon \quad (9)$$

$$U_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \frac{1}{Re} + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + (C_{\epsilon_1}^* P_k - C_{\epsilon_2} f_2 \epsilon) / T + C_1 (1 - f_w) \nu \nu_t \left( \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_k} \right)^2 \quad (10)$$

식 (9)(10)에서의 모델상수 및 함수는 다음과 같다.

$\sigma_k$	$\sigma_\epsilon$	$C_{\epsilon_1}$	$C_{\epsilon_2}$	$C_1$
1.2	1.3	1.45	1.8	0.4

$$C_{\epsilon_1}^* = C_{\epsilon_1} - \frac{\eta(1 - \eta/4.44)}{1 + 0.25\eta^3} \quad (11)$$

$$f_2 = 1 - \frac{2}{9} \exp(-0.33 R_i^{1/2}) \quad (12)$$

(11)(12)식에서  $\eta = \sqrt{2 S_{ij} S_{ij} k / \epsilon}$ ,  $R_i = k^2 / \nu \epsilon$ 이다. 또한 Durbin & Laurence<sup>(20)</sup>가 Kolmogorov 시간척도로 난류 시간척도를 교정한 형태를 사용하였다.

$$T^2 = \left( \frac{k}{\epsilon} \right)^2 + 6.0^2 \left( \frac{\nu}{\epsilon} \right). \quad (13)$$

### 2.2 비선형 모형

박리-배부착에 의하여 발생하는 재순환영역에서의 유동의 정확한 해석을 위해서는 난류점성계수의 비등방성을 반영하고, 유선 곡률에 대한 예측 성능 향상을 필요로 한다. 그래서 본 연구에서는 비선형 항을 도입하여  $k-\epsilon-f_w$  모델의 단점을 보완하였다. 식 (3)은 다음과 같이 수정된다.

$$-\overline{u_i u_j} = 2\nu_t S_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} + N.L. \quad (3)'$$

$$N.L. = \alpha_1 \frac{k^3}{\epsilon^2} (S_{ik} \omega_{kj} + S_{jk} \omega_{ki}) + \alpha_2 \frac{k^3}{\epsilon^2} \left( S_{ik} S_{kj} - \frac{1}{3} S_{kl} S_{kl} \delta_{ij} \right) + \alpha_3 \frac{k^3}{\epsilon^2} \left( \omega_{ik} \omega_{kj} - \frac{1}{3} \omega_{kl} \omega_{kl} \delta_{ij} \right) \quad (14)$$

여기서  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 는 전단변형률의 함수로 이루어진다. 그러나, Speziale<sup>(10)</sup>는 식 (14)의 3번째 항이 회전유동에서 이상거동을 보이는 모순된 항이라고 지적하였다. 본 모델에서는 Speziale<sup>(10)</sup>가 지적한 바와 같이  $\alpha_3 \frac{k^3}{\epsilon^2} \left( \omega_{ik} \omega_{kj} - \frac{1}{3} \omega_{kl} \omega_{kl} \delta_{ij} \right)$ 는 제외되었다. 또한 식 (14)는 벽면효과가 고려되지 않은 영역에서의 모형이며, Gatski & Speziale<sup>(5)</sup>는 모순된 항이 제외된 식(14)를 이용하여 자유전단 난류에서만 모델 평가를 행하였다. 본 모형에서는  $\nu_t$ 가 벽면효과 뿐 아니라 비평형 효과가 고려되었다는 점과  $k^2/\epsilon \sim \nu_t$ 의 관계를 이용하여 다음과 같이 수정하였다.

$$N.L. = \alpha_1 \nu_t \frac{k}{\epsilon} (S_{ik} \omega_{kj} + S_{jk} \omega_{ki}) + \alpha_2 \nu_t \frac{k}{\epsilon} \left( S_{ik} S_{kj} - \frac{1}{3} S_{kl} S_{kl} \delta_{ij} \right) \quad (14)'$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{2} S_p \left( \frac{4}{3} - C_2 \right) g^2 \quad (15)$$

$$\alpha_2 = 2\alpha_1 \frac{2 - C_3}{2 - C_4} \quad (16)$$

$$g = \left( \frac{1}{2} C_1 + \frac{C_{\epsilon_2} - 1}{C_{\epsilon_2} - 1} - 1 \right)^{-1} \quad (17)$$

$C_1 \sim C_4$ 는 Speziale 등<sup>(20)</sup>의 압력-변형률 모델에서부터 구하였다.  $S_p$ 는 Gatski & Speziale<sup>(5)</sup>의 모델에서부터의 계수로 2.22의 값으로 모델했다.

$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$
6.6	0.36	1.25	0.4

### 3. 난류열유속 모델

#### 3.1 대수적 난류열유속 모델

비압축성 정상 난류유동에서의 온도장에 대한 부차원화된 지배방정식은 식 (18)과 같다.

$$U_j \frac{\partial T}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{1}{Re} \frac{1}{Pr} \frac{\partial T}{\partial x_j} - \overline{u_j \theta} \right] \quad (18)$$

식 (18)에서 Pr은 프란틀 수이다.  $-\overline{u_j \theta}$ 는 난류열유속이며 본 절에서의 대수적 모형화 기법에 따라 모형화된다. 난류열유속에 대한 전달방정식은

식 (19), 난류온도요동( $k_\theta \equiv \overline{\theta^2}/2$ )에 대한 전달 방정식은 식 (20)으로 표현된다.

$$\frac{D u_i \theta}{Dt} = P_{i\theta} + \phi_{i\theta} - \varepsilon_{i\theta} + D_{i\theta} \quad (19)$$

$$\frac{D k_\theta}{Dt} = P_\theta - \varepsilon_\theta + D_\theta \quad (20)$$

식 (9)(19)(20)에 대수적 모델 기법에 적용하면

$$\overline{u_i \theta} = \frac{2k/\varepsilon(P_{i\theta} + \phi_{i\theta} - \varepsilon_{i\theta})}{(P_k/\varepsilon - 1) + \frac{1}{R}(P_\theta/\varepsilon_\theta - 1)} \quad (21)$$

로 난류열유속이 표현된다.<sup>19</sup> R은 시간척도비로서  $R \equiv (k_\theta/\varepsilon_\theta)/(k/\varepsilon)$ 로 정의된다.  $P_{i\theta}$ 는 난류열유속의 생성항이며,  $\phi_{i\theta} - \varepsilon_{i\theta}$ 는 Gibson & Launder<sup>(22)</sup>이 도입한 모델을 사용하였다.

$$\phi_{i\theta} - \varepsilon_{i\theta} = -C_{1\theta} \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_i \theta} - C_{2\theta} P_{i\theta} \quad (22)$$

$C_{1\theta} = 3.0$ ,  $C_{2\theta} = 0.33$ 을 취하였다.<sup>(23)</sup> 평형상태를 가정하고 식 (21)을 재배열하면

$$\frac{C_{1\theta}}{1 - C_{2\theta}} \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_i \theta} = -\overline{u_i \theta} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j} \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (23)$$

와 같은 implicit한 형태의 난류열유속을 얻을 수 있다. 그러나 implicit한 형태로부터는 역행렬을 구하는데 있어서 수치적인 불안정성으로 인하여 안정된 해를 구하기가 어렵다. 본 논문에서는 explicit한 방법을 제안하고자 한다.

$$b_{i\theta} = f_\lambda C_D^{-1} \left( \delta_{ij} \tau_{\nu\alpha} \frac{\partial T^*}{\partial x_\alpha} - \frac{\partial U_i^*}{\partial x_\beta} \tau_{\nu\alpha} \frac{\partial T^*}{\partial x_\alpha} + \frac{1}{2} \varepsilon_{jmn} \varepsilon_{pki} \frac{\partial U_k^*}{\partial x_m} \frac{\partial U_l^*}{\partial x_n} \tau_{\nu\alpha} \frac{\partial T^*}{\partial x_\alpha} \right) \quad (24)$$

식 (24)에서  $b_{i\theta} \equiv -\frac{u_j \theta}{2\sqrt{k} T_{ref}}$ ,  $\tau_{ij} \equiv -\frac{u_i u_j}{2k}$ ,

$$\frac{\partial T^*}{\partial x_j} \equiv \frac{C_{1\theta}}{1 - C_{2\theta}} \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \frac{1}{T_{ref}} \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad \text{그리고}$$

$$\frac{\partial U_i^*}{\partial x_j} \equiv \frac{C_{1\theta}}{1 - C_{2\theta}} \frac{k}{\varepsilon} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \text{와 같이 정의된다.}$$

### 3.2 $C_D$ 와 $f_\lambda$ 의 모형화

식 (24)에서의  $C_D$ 는 Rogers 등<sup>(23)</sup>이 난류열유속의 대수적 모델에 사용한 함수로

$$C_D = a_1 \left( 1 + \frac{a_2}{R_t Pr} \right)^{a_3} \left( 1 + \frac{a_4}{R_t^{a_5}} \right)^{a_6} \quad (25)$$

와 같이 모형화하였다. 본 논문에서는 완전발달된 채널에서의 온도장에서 모델 계수를 구하였다.

$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$
4	130	0.25	19	0.56	-2

$C_D$ 는 난류 레이놀즈수와 프란틀수의 함수로 주어져서 유동장의 난류효과와 열전달계수의 효과를 난류 열유속에 반영하게 된다.

완전발달된 채널에서 벽면임계거동<sup>19</sup>을 살펴보면,  $-\overline{v\theta} \propto y^3$ ,  $\partial T/\partial y \propto y^0$  등의 거동을 보인다. 완전발달된 채널 유동장에서  $\overline{v^2} \propto y^4$ 의 거동을 보이지만, 비선형  $k - \varepsilon - f_\mu$  모델에서는  $\overline{v^2} \propto y^2$ 으로 모형화하였기 때문에,  $f_\lambda$ 는  $y \rightarrow 0$ 일 때  $y^{-2}$ 의 거동을 지녀야 한다. 따라서 본 논문에서는  $f_\lambda = f_w^{2.5} C_D^{-1}$ 으로 모형화하여 전체적인 벽면 임계거동을 만족시켰다.

## 4. 결과 및 토의

본 논문의 주 목적은 복잡한 기하학적 형상에서의 난류 박리 및 재부착 유동에서 열전달 특성을 해석하는 것이다. 그러나, 이러한 유동 뿐 아니라 박리-재부착이 발생하지 않는 유동에서의 검증도 모델의 연속성을 위하여 반드시 필요한 작업이다. 완전발달된 채널유동에서의 열전달은 이러한 검증작업으로 비교분석되며 온도장의 전형적인 두가지 경계조건인 일정한 벽면온도조건과 일정한 열유속조건에 대하여 DNS자료와 비교 검증하였다. 후향계단유동에서의 열전달 특성 분석은 박리-재부착이 발생하는 대표적인 경우이며 모델에 대한 평가로 자주 이용되는 형상이다. 밑면이 일정한 열유속이 가하여지는 경우인 Vogel & Eaton<sup>(24)</sup>과 비교분석하였다.

### 4.1 완전발달된 채널유동에서의 열전달

온도장에서의 대표적인 두가지 경계조건인 일정 온도 ( $T_w = constant$ ) 경계조건과 벽에서의 일정 열유속 ( $q_w = constant$ ) 경계조건을 가진 완전 발달된 채널유동에 대하여 DNS자료와 비교하였다. 수치해법으로는 유한체적법을 사용하였으며, 경계조건으로는 벽면에서는  $U = k = 0$ ,

$\varepsilon = \nu \frac{\partial^2 k}{\partial y^2}$  그리고 온도장에 대해서는 각각 일정 벽온도, 벽에서의 일정 열유속 조건을 사용하였다. 중앙의 대칭면에서는  $\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} =$

$\frac{\partial T}{\partial y} = 0$ 의 조건을 사용하였다. 격자의존성을 없애기 위한 검증을 한 결과로, 본 논문에서는 벽

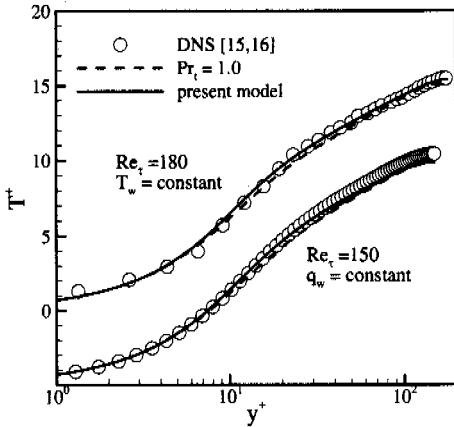


Fig. 1 Comparison of the predicted  $T$  with DNS data

면에서 수직인 방향으로 101개의 비균일 격자를 사용하였다.

평균온도장  $T^+$ 의 분포를 Fig. 1에서  $Re_\tau = 150$ , 벽면열유속이 일정한 경우의 DNS자료와  $Re_\tau = 180$ , 벽면온도가 일정한 두가지 경우에서의 결과를 분석하였다. 완전발달된 채널유동에서는  $Pr_\tau$ 가 거의 일정한 값을 가지며, 특히 log-layer에서는 일정하다는 가정이 타당성을 가진다.  $y^+ \leq 10$ 의 점성저층에서는  $T^+ = Pr y^+$ 의 관계식을 보이는데 난류가 큰 영향을 미치지 않는 영역으로서 본 모형이 DNS자료를 잘 예측하고 있다. 또한 log-layer에서도 벽면경계조건과 레이놀즈수의 변화에 관계없이 본 모형이 DNS자료를 잘 예측함을 알 수 있다. 완전발달된 채널유동은 박리-재부착이 발생하지 않는 평탄한 난류 구조를 가진 단순한 유동이므로  $Pr_\tau = constant$  인 레이놀즈 상수가 타당성을 갖는다.

4.2 박리 및 재부착 유동에서의 열전달

대부분의 공학적 문제에서의 유동은 박리-재부착을 수반하는 복잡한 난류 유동이다. 후향계단 유동은 간단한 기하학적 형상을 가지에도 불구하고 박리-재부착 유동의 특성을 대변할 수 있는 가장 좋은 예이다. 이러한 이유로 인하여 난류 모형의 성능을 평가하기 위한 수단으로서 후향계단유동이 빈번히 사용되고 있다. 이러한 후향계단유동의 전체적인 특성을 알 수 있는 등-유선함수를 Fig. 2에 도시하고 있다. 우선 본 논문에서 사용한 수치적 기법을 간단하게 정리하고자 한다. 지배방정식의 차별화는 유한체적법을 사용하였다. 후향계단유동과 같은 타원형 문제 해석의

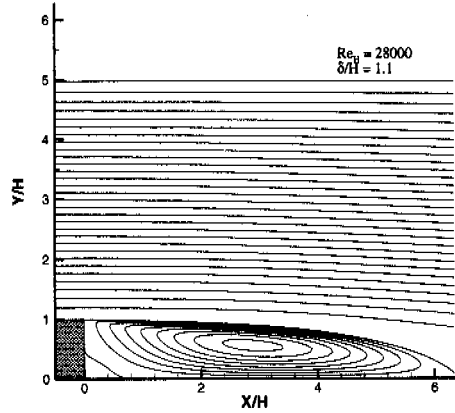


Fig. 2 Streamline of backward-facing step flow

정확도에 가장 큰 영향을 미치는 대류항 처리는 2차 정확도를 가지는 HPLA(hybrid linear and parabolic approximation) 기법을 사용하였다. 격자계는 엇갈림 격자계에 비해서 복잡한 형상에 뛰어난 적용성을 지닌 비엇갈림 격자계를 도입하였고, 이 격자계에서 발생할 수 있는 압력 진동 현상을 방지하기 위하여 모멘텀 보간법을 사용하였다. 압력보간은 SIMPLE 알고리즘을 개선시킨 SIMPLEC 알고리즘을 사용하였다. 최종적으로 얻어진 이산화된 선형 대수 연립방정식은 5대각 행렬 해법인 SIP(strongly implicit procedure)을 사용하였다. 수렴 판정은 모든 격자점에서의 잔류량을 합하여 입구에서의 유량으로 평균화하여  $10^{-4}$  미만이 될 경우로 선택하였다. 격자의존도를 없애기 위하여 많은 격자계에 대하여 계산을 행하였고, 그 결과  $201 \times 121$ 의 격자계를 선택하였다.

경계조건은 벽면에서는  $U_i = k = 0$ ,  $\epsilon = \nu \frac{\partial^2 k}{\partial n^2}$ ,

$q_w = constant$ 로 주어지며, 입구에서는 압력의 경우  $\partial P / \partial n = 0$ 이며 다른 물리량은 실험조건과 같이 주어졌다. 이 때  $n$ 은 벽면 수직 방향이다. 출구에서의 경계조건은 모든 변수에 대하여 Neuman조건으로 주어졌다.

강제대류에서의 열전달은 유동에 의해 수동적으로 전달되는 물리량(passive scalar)이기 때문에 정확한 온도장 해석을 위해서는 유동장의 정확한 해석이 선행되어야 한다. 후향계단유동에서 유동장의 특성을 단적으로 살펴볼 수 있는 것은 벽면에서의 마찰계수인  $C_f$ 이다. 본 모형에 의해 예측된  $C_f$ 를 무차원화된 유동방향좌표인  $X^*$ 에 따른 변화가 실험결과와 함께 Fig. 3에 비교되어 있다.  $X^*$ 는  $X_R$ (재부착길이)로 무차원된 값으로  $X^* \equiv (X - X_R) / X_R$ 로 정의된다. 본 절에서의 유

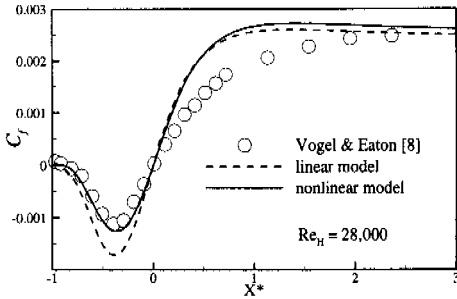


Fig. 3 Comparison of the predicted  $C_f$  with experimental data

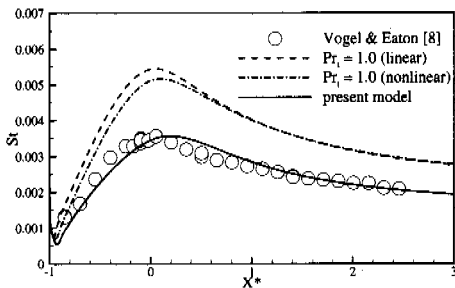


Fig. 4 Comparison of the predicted  $St$  with experimental data

동 조건은 별도의 언급이 없을 경우, 레이놀즈수는 28,000이며 입구에서의 경계층 두께( $\delta/H$ )는 1.1이다. 특히, 후향계단유동에 있어서 가장 특징적인 부분인 재순환영역에서의 마찰계수를 살펴볼 때, 선형모델은 벽면에서의 속도구배를 과다 예측하고 있는 반면 본 비선형 모델은 거의 정확히 실험 결과를 예측하고 있다. 이러한 영향은 온도장에서도 그 효과가 나타나게 된다.

재순환 영역에서는 단순한 유동과는 달리 레이놀즈 상사가 더 이상 타당성을 갖지 못하는데 그 한 예로써 Fig. 4와 같이  $Pr_t = constant$ 인 경우를 들 수 있다. 유동장에 대하여 선형 또는 비선형  $k-\epsilon-f_\mu$  모델을 사용하고 온도장에서는  $Pr_t = constant$ 인 경우에는 실험치와 비교하였을 때 상당히 과다예측을 하고 있다. 비선형 모델의 경우에도 난류 프란틀수가 일정하다고 가정했을 경우에는 선형모델의 경우에 비해 다소 개선되었지만, 상당히 과다예측하고 있다. 반면 본 모델은 실험 결과를 거의 정확히 예측하고 있다. 특히 재순환 영역과 같이 비평형효과가 나타나고, 유선 곡률에 따른 비선형효과가 나타날 경우에도 본 모델은 우수한 예측성능을 보이고 있다. 이 결과로

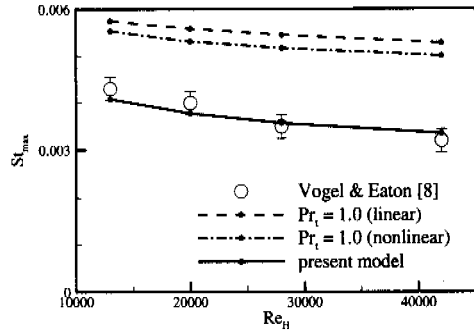


Fig. 5 Comparison of the predicted  $St_{max}$  with experimental data

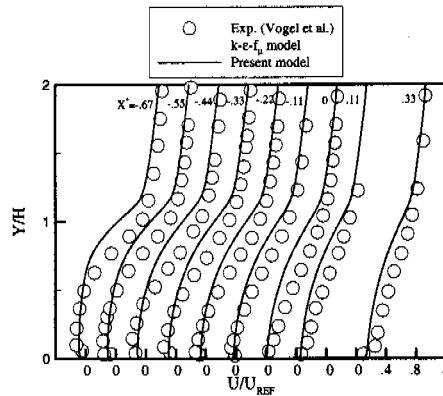


Fig. 6 Comparison of the predicted  $U$  with experimental data

미루어 볼 때, 온도장이 유동장에 대해 수동적인 물리량이지만, 난류확산계수를 난류점성계수와 비례하는 물리량으로 가정하는 레이놀즈 상사를 박리-재부착유동에 적용하는 것은 다소 무리가 있다고 사료된다. 후향계단 유동의 특성 길이 척도를 재부착 길이라고 한다면, 온도장에 있어서는 Stanton수의 최대치( $St_{max}$ )를 특성값이라 할 수 있다. Fig. 5에서는 이러한  $St_{max}$ 를 레이놀즈수의 변화에 따라 도시하였다. 선형 모델과 비선형 모델이 레이놀즈수의 증가에 따라  $St_{max}$ 가 감소함을 알 수 있다. 그러나, Fig. 4에서의 결과에서 미루어 짐작할 수 있듯이 선형 모델은 실험치에 비하여 상당히 과다예측하고 있다. 비선형 모델도 난류 프란틀수를 일정하다고 가정하였을 경우에는 다소 개선된 예측치를 보이지만 여전히 실험치와는 많은 차이를 보이고 있다. 본 논문에서의 대수적 열전달 모델은 3장에서 언급한 바와

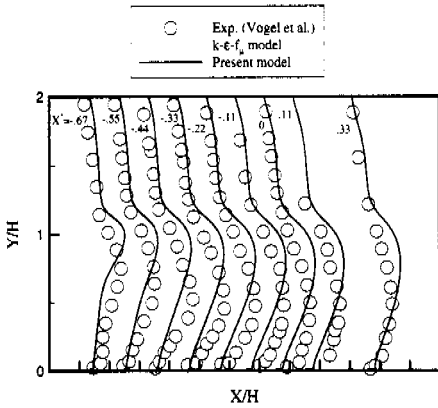


Fig. 7 Comparison of the predicted  $u'$  with experimental data

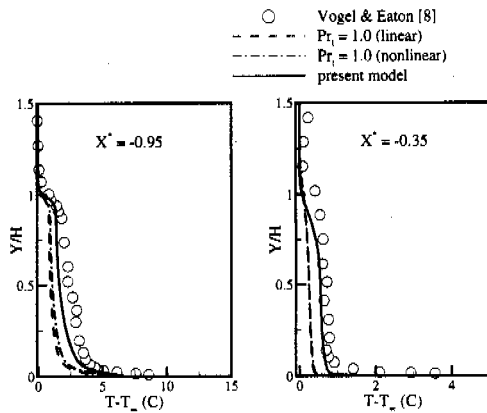


Fig. 8 Comparison of the predicted  $T$  with experimental data

같이 난류 프란틀수의 개념이 필요없는 다방향구배에 의한 대수적 열유속모델을 도입하여 온도요동항이나 온도요동항의 소산율 등의 추가적인 방정식의 해석 없이 열전달 현상을 보다 정확히 해석하였다.

Fig. 6,7에서는 각각 유동방향의 평균유동 및 요동치를 나타내고 있다. 전체적으로 선형모델( $k-\epsilon-f_\mu$  모델)과 비선형모델(present model)이 유사한 형태를 보이고 있다. 벽면 근처에서는 비선형모델이 다소 실험치를 잘 예측하고 있다. 평균온도장의 분포를 Fig. 8에서와 같이 위치( $X^* = -0.95, -0.35$ )에 따라 나타내고 있다. 난류 프란틀수를 일정하다고 가정했을 경우에는

선형모델과 비선형모델 모두 과소예측하고 있다. 특히 재순환영역에서는 본 모델은 실험치를 잘 예측하고 있는 반면  $Pr_\tau = 1.0$ 인 경우 많은 차이를 보이고 있다.

### 5. 결론

본 논문에서는 박리-재부착 유동에서의 열전달 현상을 해석하기 위하여 복잡한 기하학적 형상에 적합한  $k-\epsilon-f_\mu$  모델에 비선형항을 추가하여 유동장 해석을 개선하고, 대수적 기법을 사용하여 다방향구배에 의한 난류 열유속 모델을 개발 적용하였다. 온도장에서 추가적인 방정식 해석이 없이 대수적 모델을 이용한 평균 온도장의 해석만으로 박리-재부착유동에서의 온도장 특성을 파악하였다. 모델의 벽면임계거동의 정확성을 평가하기 위하여 DNS자료가 존재하는 완전발달된 채널유동에서의 열전달에 적용 비교하였다. 또한 박리-재부착이 존재하는 후향계단에서의 열전달 특성을 해석하였다. 난류 프란틀 수를 일정하게 하였을 경우의 선형, 비선형 모델의 결과를 비교함으로써 유동장이 온도장에 미치는 영향을 파악하여 레이놀즈 상사의 한계를 확인하였으며 본 모델과 비교 분석하여 만족할 만한 결과를 얻었다.

### 감사의 글

이 연구는 과학기술부 국가지정연구실 사업의 일환으로 수행되었으며 이에 감사를 드립니다.

### 참고문헌

- (1) Park, T.S. and Sung, H.J., 1997, "A New Low-Reynolds-Number  $k-\epsilon-f_\mu$  Model for Predictions Involving Multiple Surface," *Fluid Dynamics Research*, Vol. 20, p. 97.
- (2) Goldberg, U.C., 1994, "Toward a Pointwise Turbulence Model for Wall-Bounded and Free Shear Flows," *J. Fluids Eng.*, Vol. 116, p. 72.
- (3) Cotton, M.A. and Ismael, J.O., 1994, "A 3-Equation Transported Strain Parameter Model of Turbulence and Its Application to Turbulent Mixed Convection," *Int. Symp. Turbulence, Heat and Mass Transfer*, Lisbon, Portugal.
- (4) Durbin, P.A., Mansor, N.N. and Yang, Z.,

- 1994, "Eddy Viscosity Transport Model for Turbulent Flow," *Phys. Fluids*, Vol. 6, No. 2, p. 1007.
- (5) Gatski, T.B. and Speziale, C.G., 1993, "On Explicit Algebraic Stress Models for Complex Turbulent Flows," *J. Fluid Mech.*, Vol. 254, p. 59.
- (6) Craft, T.J., Launder, B.E. and Suga, K., 1993, "Development and Application of a Cubic Eddy Viscosity Model of Turbulence," *Int. Symp. on Refined Flow Modelling and Turbulence Measurement*, p. 125, Paris.
- (7) Craft, T.J., Launder, B.E. and Suga, K., 1995, "A Non-linear Eddy Viscosity Model Including Sensitivity to Stress Anisotropy," *The 10th Symp. on Turbulent Shear Flow*, Paper No. 23-4, The Penn. State Univ.
- (8) Shih, T.H., Zhu, J. and Lumley, J.L., 1993, "A Realizable Reynolds Stress Algebraic Equation Model," *ICOMP Report 92-97*, NASA Tech. Memo. 105993.
- (9) Rubinstein, R. and Barton, J.M., 1990, "Nonlinear Reynolds Stress Models and The Renormalization Group," *Phys. Fluids A*, Vol. 2, p. 1472.
- (10) Speziale, C.G., 1998, "A Consistency Condition for Non-linear Algebraic Reynolds Stress Models in Turbulence," *Int. J. Non-Linear Mech.*, Vol. 33, No. 4, p. 579.
- (11) Antonia, R.A., 1980, "Behavior of the Turbulent Prandtl Number Near the Wall," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 23, p. 906.
- (12) Youssef, M.S., Nagano, Y. and Tagawa, M., 1992, "A Two-Equation Heat Transfer Model for Predicting Turbulent Thermal Fields Under Arbitrary Wall Thermal Conditions," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 35, p. 3095.
- (13) Hattori, H., Nagano, Y. and Tagawa, M., 1993, "Analysis of Turbulent Heat Transfer Under Various Thermal Conditions with Two-Equation Models," *Engineering Turbulence Modeling and Experiments*, Vol. 2, p. 43.
- (14) Rhee, G.H. and Sung, H.J., 1996, "A Nonlinear Low-Reynolds-Number  $k-\epsilon$  Model for Turbulent Separated and Reattaching Flows - II. Thermal Field Computations," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 39, p. 3465.
- (15) Rhee, G.H. and Sung, H.J., 1997, "A Low-Reynolds-Number, Four-Equation Heat Transfer Model for Turbulent Separated and Reattaching Flows," *Int. J. Heat Fluid Flow*, Vol. 18, p. 38.
- (16) 이광훈, 성형진, 1995, "난류 박리 및 재부착 유동을 위한 저레이놀즈수 4-방정식 난류 모형의 개발," 대한기계학회논문집, 제19권, 제8호, p. 2039.
- (17) Rogers, M.M., Mansour, N.N. and Reynolds, W.C., 1989, "An Algebraic Model for the Turbulent Flux of a Passive Scalar," *J. Fluid Mech.*, Vol. 203, p. 77.
- (18) Kasagi, N., Tomita, Y. and Kuroda, A., 1992, "Direct Numerical Simulation of Passive Scalar Field in a Turbulent Channel Flow," *ASME J. Heat Mass Transfer*, Vol. 114, p. 598.
- (19) Vogel, J.C. and Eaton, J.K., 1985, "Combined Heat Transfer and Fluid Dynamic Measurements Downstream of a Backward -Facing Step," *ASME J. Heat Mass Transfer*, Vol. 107, p. 922.
- (20) Durbin, P.A. and Laurence, D., 1996, "Nonlocal Effects in Single Point Closure," *3rd Advances in Turbulence Research Conference*, Korea Univ., Korea, p. 109.
- (21) Speziale, C.G., Sarkar, S. and Gatski, T.B., 1991, "Modeling the Pressure-Strain Correlation of Turbulence: an Invariant Dynamical Systems Approach," *J. Fluid Mech.*, Vol. 227, p. 245.
- (22) Gibson, M.M. and Launder, B.E., 1976, "On the Calculation of Horizontal, Turbulent, Free Shear Flows Under Gravitational Influence," *ASME J. Heat Transfer*, Vol. 114, p. 598.
- (23) Gibson, M.M. and Launder, B.E., 1978, "Ground Effects on Pressure Fluctuations in the Atmospheric Boundary Layer," *J. Fluid Mech.*, Vol. 86, p. 491.
- (24) Vogel, J.C. and Eaton, J.K., 1985, "Heat Transfer and Fluid Dynamic Measurements Downstream of a Backward-Facing Step," *ASME J. Heat Transfer*, Vol. 107, p. 922.