

암시적 VOF법을 이용한 중력주조에서의 충전 및 응고과정에 대한 연구

임 익 태*·김 우승**
(1999년 7월 8일 접수)

A Study on the Filling and Solidification Process During Gravity Casting Using Implicit VOF Method

Ik-Tae Im and Woo-Seung Kim

Key Words: Gravity Casting(중력주조), Mold Filling(주형충전), Free Surface(자유표면), Solidification Process(응고과정), VOF Method(VOF 법)

Abstract

In this study, a three-dimensional gravity casting problem has been examined to investigate a coupled phenomenon of the filling and solidification process. This work simultaneously considers the two key phenomena of metal casting : the fluid flow during mold filling, and solidification process. The VOF method is used to analyze the free surface flow during filling and the equivalent specific heat method is employed to model the latent heat release during solidification. The time-implicit filling algorithm is applied to save the computational time for analyzing the mold filling process. The three-dimensional benchmark problem used in the MCWASP VII has been solved using both the implicit and explicit algorithm, and the present results are compared with the benchmark experimental results and the other numerical results.

기호설명

A	: 고상화에 의한 유동저항, 식 (5)
C	: 응고형태에 따른 상수
c_p	: 정압비열
F	: 유체체적 함수
f_s	: 고상분율
g	: 중력 가속도
H	: 엔탈피, 주형의 두께
h	: 열전달 계수
k	: 열전도 계수
L	: 응고잠열
p	: 압력
T	: 온도

t : 시간

u : 속도

x, y, z : 직교 좌표계

그리스문자

μ : 점성계수

ν : 동점성계수

ρ : 밀도

하첨자

s : 고상

m : 주형

1. 서 론

* 회원, 한양대학교 대학원 기계공학과
(현재 익산대학 자동차과)

** 회원, 한양대학교 기계공학과
E-mail : wskim@email.hanyang.ac.kr
TEL : (0345)400-5248 FAX : (0345)418-0153

최근 컴퓨터 수치해석 방법의 발달에 따라 새로운 재료의 개발에 대한 연구와 함께 우수한 특성의 재료를 얻기 위한 재료처리공정에 대한 연

구가 매우 활발하다. 특히 금속재료의 처리방법으로 가장 오래되었으며 지금까지도 가장 많이 사용되고 있는 주조공정에 대한 연구는 생산비 절감과 에너지 수요의 감소라는 측면에서 대단히 중요하다. 주조공정 중 주형내에 재료를 주입하는 주형충전과정은 이동하는 자유표면을 갖는 유동현상으로 이에 대한 수치해석적 접근이 매우 어렵다. 그러나 주형의 충전과정에 대한 이해는 충전과정에서 발생하는 여러 가지 결함의 원인을 찾고 그 대책을 수립하기 위해 필수적이다. 재료 및 생산비의 절감과 제품경량화의 요구에 부응하여 가능한 한 얇게 제조할 수 있는 설계기술의 개발을 위한 노력이 이루어지고 있다. 그러나 제품의 두께가 얇아지면 높은 체적당의 면적비로 인하여 결함이 발생할 가능성이 많아지며 상변화를 포함한 열전달과 유체유동의 상호연관성이 증가하여 주형내부의 물리적 현상이 복잡해진다. 충전이 이루어지는 동안 상변화가 발생할 수 있으며 이에 따라 부분적으로 또는 심한 경우 전체적으로 유체유동이 차단되어 제품의 불량으로 나타나게 된다. 따라서 이러한 얇은 형상의 주조과정을 해석하기 위해서는 유체유동과 열전달 현상을 동시에 해석하여야 한다.

주조과정의 주형충전을 해석하기 위해서는 충전되는 액체금속과 공기와의 접촉면인 자유표면에 대한 정보가 필요하다. 이동하는 자유표면을 추적하기 위해 여러 가지 방법⁽¹⁾이 개발되어 있으나 주형충전 문제에 가장 많이 적용되는 방법은 VOF 법⁽²⁾이다.

VOF 법에서는 유체에 의해 접유된 영역에서는 그 값이 1이고 그 이외의 영역에서는 0의 값을 갖는 함수 F 를 이용하여 자유표면의 위치를 추적한다. 계산격자의 세어체적에 대하여 F 함수의 값을 평균하면 유체의 체적비율이 되며 다음과 같은 F 에 대한 전달방정식을 풀어서 시간에 대한 유체영역의 변화를 추적할 수 있다.

$$\frac{\partial F}{\partial t} + u_i \frac{\partial F}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

VOF 방법은 자유표면 형상의 변화가 많아도 해석이 가능하고 유한요소법, 유한차분법 등 수치해석 방법에 관계없이 쉽게 적용할 수 있기 때문에 자유표면을 포함하는 유동문제의 해석에 광범위하게 사용되고 있으며 주형의 충전과정에 대한 해석^(3~5)에도 많이 적용되고 있다.

본 연구에서는 주조과정의 유동과 열전달 해석을 위하여 VOF 법과 동가비열법을 사용하여 개발된 3차원 해석프로그램을 응용하여 수직사각평판의 중력주조과정에 대해 해석하였다. 충전과정의 해석에 소요되는 계산시간을 단축시키기 위하여 시간에 대해 암시적인 VOF 법⁽¹⁾을 도입하여 해석하고 그 결과를 기존의 실험결과 및 수치해석 결과와 비교하였다. 또 수정되지 않은 현시적 VOF 법을 사용하여 동일한 문제를 해석하였으며 암시적 방법과 현시적 방법에 대해 해의 정확도와 계산효율을 비교하였다.

2. 이론 및 수치해석

2.1 해석대상 및 지배방정식

본 연구에서 해석한 문제는 제 7차 MCWASP (Modeling of Casting, Welding and Advanced Solidification Process VII, England)에서 벤치마크(benchmark) 문제로 사용된 것으로 형상이 비교적 간단하면서도 유동과 열전달 측면의 수치적 모델에 대한 해석 능력을 잘 검토할 수 있도록 설계되었다. 먼저 높은 탕구를 가지고 있어서 탕구에서 탕도로 유입되는 유동의 변화가 크고 탕구의 단면적이 하부로 내려올 수록 감소하기 때문에 복잡한 주형의 형상에 대한 모델링 능력을 고려할 수 있다. 또 주형과 주조금속의 재료로서 물성치가 잘 알려진 60AFS 실리카 샌드(silica sand)와 알루미늄을 사용하여 정확한 재료의 물성치를 사용할 수 있도록 하였다. Fig. 1에 해석대상의 개략도를 나타내었다. 제품부(casting)와 전체적인 주형의 치수는 벤치마크 결과를 정리한 Sirell 등의 문헌⁽⁶⁾에 자세히 정리되어 있다. 제품부인 사각평판의 두께는 탕구나 탕도의 두께보다 5 mm가 얇다. 탕구로 유입되는 알루미늄 용탕의 온도

Table 1 Properties of aluminum and silica sand

	solid	liquid	sand mold
ρ [kg/m ³]	2570	2400	1500
k [W/m°C]	220	110	0.65
c_p [J/kg°C]	1100	1100	987
μ [kg/m · s]		1.3×10^{-5}	
h [W/m ² °C]			1500
L [J/kg]		397500	

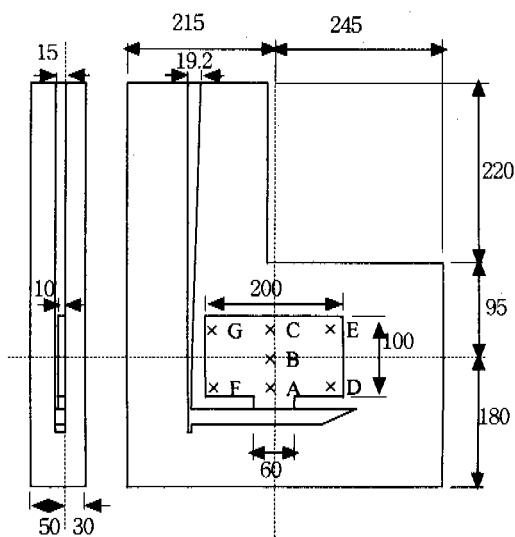


Fig. 1 Schematics of the benchmark test problem
(unit : mm)

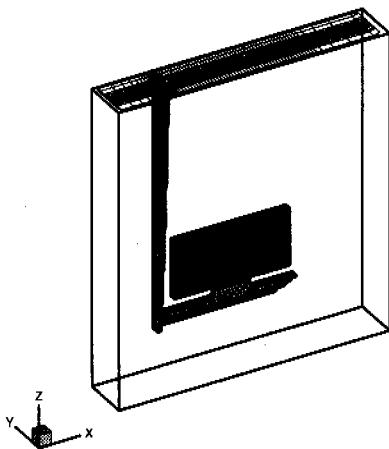


Fig. 2 The geometry model for the vertical plate casting problem

는 700°C이며 고상선 온도와 액상선 온도는 각각 635.0°C와 660.4°C이다. Table 1에 알루미늄과 주형의 물성치를 나타내었다. 알루미늄과 주형의 열전도 계수나 비열 등은 실제로 온도의 함수이지만 대부분의 벤치마크 참가자들은 이 값을 상수로 가정하였으며 본 연구에서도 액상과 고상의 물성치는 서로 다른 값을 사용하였지만 각 상에서는 상수로 가정하였다.

충전되는 알루미늄 용탕이 뉴턴유체라고 가정하면 지배방정식은 앞의 VOF 방정식과 함께 연속방정식, 운동량방정식 그리고 에너지방정식으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] + g_i + Au_i \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + u_j \frac{\partial H}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) \quad (4)$$

여기서

$$A = -\frac{C}{\rho} \frac{f_s^2}{(1-f_s)^3} \quad (5)$$

$$H = \rho c_p T + \rho(1-f_s)L \quad (6)$$

이다. 식 (5)의 A 는 상변화에 의해 고상이 된 부분의 유동저항을 다공성 매질내의 유동으로 가정한 것⁽⁷⁾이다.

위의 지배방정식을 풀기 위해서는 용탕이 유입되는 영역, 주형벽면의 용탕과 주형이 접촉하는 부분, 자유표면 그리고 계산영역의 외부 경계에 적절한 경계조건을 부여해야 한다. 먼저 외부에서 용탕이 유입되는 부분에는 다음과 같이 용탕의 유입속도와 온도가 주어진다.

$$u_i = u_i(x, y, z, t) \quad (7a)$$

$$T = T(x, y, z, t) \quad (7b)$$

점착조건을 사용할 경우 고체인 주형이나 탕도 벽면에서의 유체속도는 0이지만 속도경계층의 두께가 계산격자의 크기보다 작다는 가정하에 미끄럼조건을 사용하였으며 용탕과 주형과의 열전달은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$q = h(T - T_m) \quad (8)$$

자유표면에서 표면의 접선방향의 응력을 0이 되어야 하며 법선방향으로는 공기측 압력과 평형을 이루어야 한다.⁽²⁾ 일반적으로 공기의 열용량이 액체금속인 용탕의 열용량보다 작기 때문에 자유표면에서는 열전달이 일어나지 않는다고 가정하였으며 계산영역의 외부인 주형 외부면의 경계조건으로는 단열조건을 사용하였다.

2.2 수치해석

위의 지배방정식을 시간에 대해 현시적 방법과

암시적 방법을 사용하여 유한차분법으로 차분하였다. 차분방법, 차분식 및 속도와 압력에 대한 경계조건의 적용에 대해서는 부록에 간단히 정리하였으며 자세한 내용은 참고문헌⁽⁸⁾에 나타나 있다. 해석대상에 대해 탕구와 탕도를 포함한 전체 영역을 $67 \times 14 \times 65$ 의 격자계를 사용하여 해석영역을 분할하였다. 계산에 사용된 셀 수는 경계조건을 부여하기 위한 가상의 셀을 제외하고 54912개로 유한 차분법을 사용한 기타 벤치마크 참가자들과 비교할 때 적절한 크기로 판단된다. 용탕의 유동 통로가 되는 탕구와 탕도 그리고 수직 평판 부분에 격자를 밀집시켜 가장 단면적이 좁은 탕도 끝 부분(well)에 최소 3개의 셀을 두었으며 주형 영역에는 상대적으로 성긴 격자를 형성하였다. 그리고 형성된 격자계에 대해 용탕이 흐를 수 있는 제품부를 Fig. 2에 나타내었다. 유입되는 용탕의 초기속도는 Layton 등⁽⁹⁾이 제안한 Bernoulli 방정식과 마찰계수를 사용하여 구한 0.5 m/s를 사용하였다.

한 번의 시간증분 동안에 해를 구하기 위한 기본적인 절차는 다음과 같다. 먼저 현시적 방법의 경우는 다음과 같이 4단계로 이루어져 있다.

1) 운동량방정식에 대한 현시적 차분식을 통하여 새로운 시간에서의 속도에 대한 첫 번째 계산값을 구한다 여기서 구해진 속도는 연속방정식을 만족시키지 않는다.

2) 연속방정식을 만족시키는 속도분포를 구하기 위하여 각 셀의 압력을 반복적으로 수정한다. 이때 압력의 변화에 따른 속도의 변화량을 단계 1)에서 구한 속도에 더하여 속도를 수정한다. 한 셀의 압력의 변화는 인접한 6개의 셀의 속도에 영향을 미치므로 전체 영역에 대해 속도와 압력을 수정하기 위하여 반복이 필요하다.

3) 충전상태 즉 유체의 진행상태를 구한다.

4) 단계 2), 3)에서 구한 속도와 F 값을 이용하여 유체가 점유한 영역과 주형영역에 대해 온도를 구한다. 위의 1)에서 4)까지의 단계를 매 시간 단계마다 반복하여 원하는 해석시간에 도달하면 해석을 종료한다.

암시적 방법을 이용하여 한 시간증분 동안에 해를 구하는 절차는 다음과 같다.

1) 유체에 의해 점유된 영역에 대해 운동량방정식의 암시적 차분식을 통하여 속도와 압력을 구한다.

2) VOF방정식을 이용하여 유체의 진행상태를 구한다.

3) 유체에 의해 점유된 영역과 주형영역에 대해 에너지방정식을 풀어서 온도와 고상분율 등을 구한다.

4) 유체에 의해 점유된 영역이 변화하였기 때문에 다시 1)단계의 속도를 구한다. 이 수정된 속도를 이용하여 다시 2), 3)과정을 수행한다. 이러한 반복과정을 통해 반복전후의 해석영역내의 유체의 체적의 변화와 온도의 변화가 원하는 범위 이내로 들어오면 수렴한 것으로 간주하여 다음 시간단계로 진행한다. VOF 방정식의 암시적 풀이방법에 대한 자세한 내용은 선행연구⁽¹⁾에 나타나 있다.

3. 결과 및 고찰

3.1 충전과정

Fig. 3의 (a)부터 (h)에 Sirrell 등⁽⁶⁾이 수행한 벤치마크 실험결과를 나타내었다. 여러 차례에 걸쳐 반복 수행된 실험결과 중 세 번의 결과를 연속적으로 나타내었다. (a)부터 (h)는 충전이 시작된 후부터 연속적으로 0.24 s, 0.5 s, 0.74 s, 1.0 s, 1.24 s, 1.5 s, 1.74 s, 그리고 2.0 s의 결과이며 동일한 시간에 대해 세 개의 결과를 나타낸 것이다. 세 번의 실험결과는 어느 정도 유사성을 띠고 있지만 또한 많은 차이점을 가지고 있다. 세 번의 실험결과에서 공통적으로 나타나는 충전과정의 특징을 살펴보면 0.24 s에서 탕구의 대부분이 충전되며 0.5 s에서 탕도의 끝 부분에서 되돌아 나온 용탕이 주입구 부근으로 이동하고 있다. 0.74 s에서는 주입구를 통해 용탕이 사각 주형의 오른쪽으로 치우치며 충전되고 있다. 이때 탕구와 탕도의 아래 부분으로 용탕이 흐르고 있음을 볼 수 있다. 그러나 이 시간에서의 충전 형태는 세 번의 실험결과가 상당히 큰 차이를 나타내고 있다. 1.24 s 이후에는 용탕의 표면이 거의 수평을 이루고 상승하면서 사각주형을 충전시키며 2.0 s에 충전이 완료된다. 벤치마크 참가자들의 해석결과를 검토한 결과 Sirrell 등⁽⁶⁾은 Fig. 4에 나타낸 바와 같이 탕도와 주입구 부근에서 예측된 세 가지의 주된 유동형태에 대해 논의하였다. Fig. 4(a)는 높은 점성계수의 충류유동 형태이며 (b)는 낮은 점성계수의 충류로서 용탕은 탕도의 아래 부분을

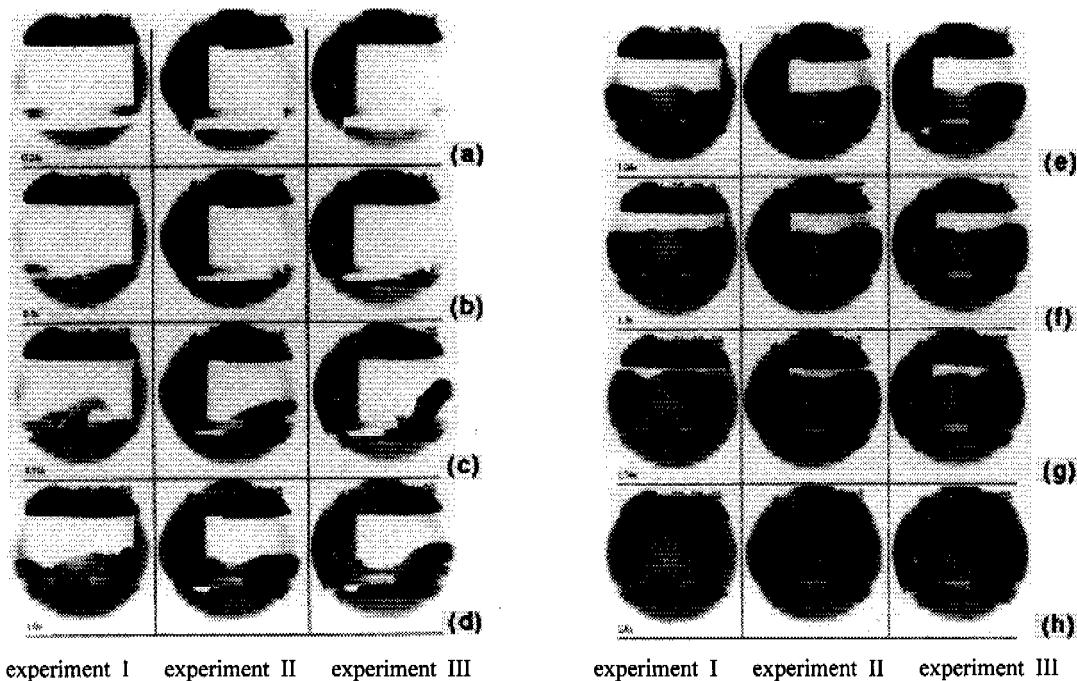


Fig. 3 Three experimental results of Sirrell et al.⁽¹⁰⁾ showing the progressive filling of the mold. : (a) 0.24 s, (b) 0.5 s, (c) 0.74 s, (d) 1.0 s, (e) 1.24 s, (f) 1.5 s, (g) 1.74 s, and (h) 2.0 s

따라 탕도의 오른쪽 끝까지 진행한 후 탕도의 위 부분으로 되돌아 나와서 주입구로 충전되므로 용탕이 원쪽으로 향한다. 반면에 (c)는 어느 정도의 난류유동으로서 주입구 부근에서 유동이 혼합되어 주형내부로 충전되기 때문에 유동의 선단이 오른쪽으로 향하고 있으며 이 형태가 실험결과와 부합한다고 하였다.

Fig. 5의 (a)부터 (d)에 현시적 방법을 사용하여 해석한 본 연구의 결과를 나타내었다. (a)의 0.5 s에서 실험결과와 마찬가지로 주입구의 오른쪽부터 충전이 이루어지며 1.0 s에서는 자유표면의 형상이 주입구의 좌측이 낮게 나타나는 실험결과의 특징을 잘 나타내고 있다. 그러나 1.0 s이후의 결과는 실험결과에 비해 자유표면이 더 직선에 가까운 상태로 상승하는 것으로 나타났다.

그러나 벤치마크 참가자 중 Layton 등⁽⁹⁾의 결과나 Ruiz와 Khandhia⁽¹⁰⁾가 유한요소법을 사용하는 유체유동 해석 전용 프로그램인 FIDAP을 사용한 수치해석 결과도 본 연구의 결과처럼 편평한 결과를 예측하고 있다. 따라서 본 연구의 결과도

수치해석이 가질 수 있는 오차범위를 크게 벗어나지 않는 것으로 판단된다. Fig. 6에 탕구와 탕도가 만나는 부분에서 0.5 s일 때의 속도벡터를 확대하여 나타내었다. (a)는 $y = 43.75$ mm (b)는 $y = 46.25$ mm의 단면으로서 탕도의 아래 부분에만 용탕이 흐르고 있음을 볼 수 있다. 전체적으로 본 연구의 결과는 주입구에서 오른쪽부터 용탕이 충전되는 것과 탕도의 아래 부분으로만 용탕이 흐르는 것 등 충전과정의 주요한 특징을 잘 나타내고 있다. 충전이 완료된 시간은 본 연구에서 2.2 s로 나타났으며 실험에서는 2.0 s로 나타났다. 같은 모델에 대해서 다른 연구자들의 예측 결과⁽⁶⁾는 1.83 s에서 4.0 s까지 다양하게 나타났다. 그러므로 본 연구의 결과는 실험 결과⁽⁶⁾에 근접하는 좋은 예측 값을 나타내고 있음을 알 수 있다.

3.2 암시적 방법에 의한 충전과정 해석

Fig. 7의 (a)부터 (d)에 암시적 방법에 의한 벤치마크 문제의 충전과정 해석결과를 나타내었다. (a)부터 충전이 시작된 후 각각 0.5 s, 1.0 s, 1.5 s,

그리고 2.0 s의 결과로서 충전 초기에는 현시적 방법과 비교해 볼 때 약간 늦게 충전이 이루어진다. 시간이 지남에 따라 현시적 방법에 비해 사각 주형 내부의 유동의 형태가 정숙한 충전을 이루지 못하고 자유표면이 출렁거리는 현상을 보

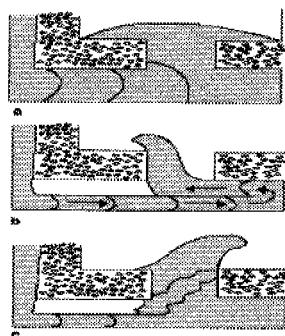


Fig. 4 The primary flow patterns predicted by the computer models : (a) highly viscous laminar flow, (b) low-viscosity laminar flow and (c) turbulent mixing flow

이고 있다. 이것은 운동량 방정식과 VOF 방정식을 암시적으로 풀이하는 과정에서 발생하는 수치적 확산에 의한 것이다. 그러나 전체적으로 자유표면이 상승하면서 자유표면에 불규칙한 부분이 존재하는 충전형태는 실험과 일치한다. 충전과정에 대한 수치해석의 정확도를 조사하기 위하여 여기에 나타내지는 않았지만 벤치마크 대회에 참가한 다른 연구자들의 해석 결과⁽⁹⁻¹⁷⁾와 암시적 방법을 사용한 본 연구의 해석 결과를 비교하였다. 그 결과 본 연구에서 사용한 암시적 방법이 가지고 있는 수치적 오차는 여러 연구자들의 결과가 나타내는 차이의 범위 내에 있음을 확인 할 수 있었다. 이 문제에 대한 또 다른 해석 예로 정준호와 양동열⁽⁴⁾이 유한 요소법과 마커표면 방법을 사용한 해석결과가 발표되어 있다. 그들은 시간에 따라 충전되는 용탕의 점유영역을 고정격자와 적응격자(adaptive grid)를 사용하여 해석하였으며 적응격자의 경우 탕도의 상층부의 반향유동층(overlying reflected stream)과 하층부의 유동층(underlying stream)이 혼합되는 현상을 볼 수 있다.

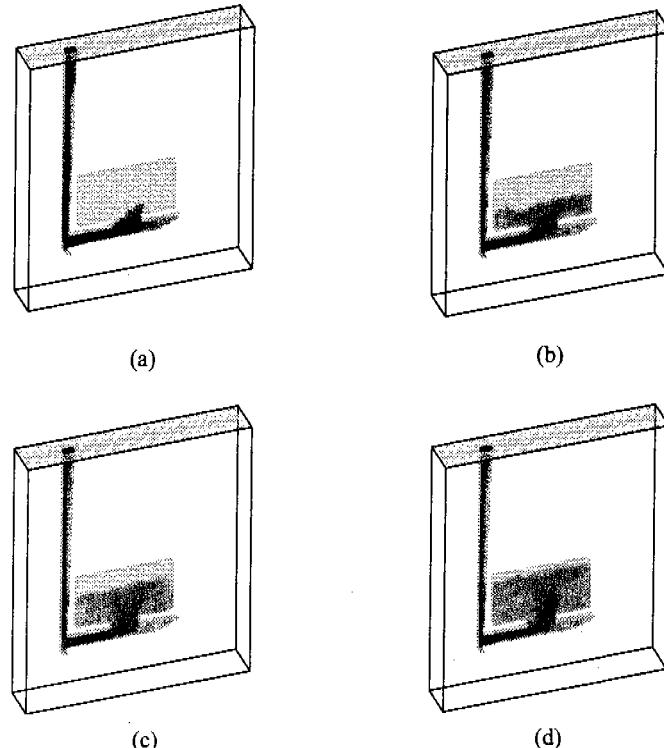


Fig. 5 Calculated mold filling sequence of the benchmark problem. : (a) $t = 0.5$ s, (b) $t = 1.0$ s, (c) $t = 1.5$ s, and (d) $t = 2.0$ s

이 결과와 본 연구의 결과를 비교해 볼 때 본 연구에서 적용한 암시적 방법도 충전의 주요한 물리적 현상을 잘 나타내고 있음을 알 수 있다.

Fig. 8에 시간에 따라 주형 내부로 충전되는 용탕의 체적의 변화를 나타내었다. 횡축의 시간은 사각 주형의 두께 H 를 기준으로 한 무차원 시간 $t\sqrt{gH}/H$ 를 나타내며 종축의 유체 체적의 변화는 용탕이 충전될 수 있는 주형 내부의 전체 체적에 대한 충전된 유체의 점유율을 나타낸다. explicit로 나타낸 현시적 방법의 경우 사각 주형 내부로 용탕이 충전됨에 따라 수두에 의한 정수 압력이 높아지기 때문에 시간에 따라 충전되는

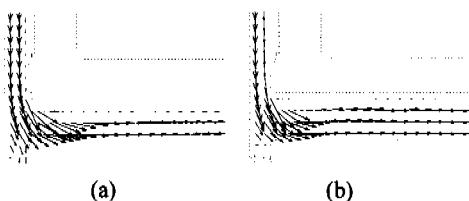


Fig. 6 Velocity fields near the bottom of the sprue at time $t = 0.5$ s : (a) $y = 43.75$ mm plane and (b) $y = 46.25$ mm plane

유체체적의 기울기가 완만해진다. 그러나 implicit로 나타낸 암시적 방법을 사용한 경우는 현시적 방법에 비해 충전이 빠르게 진행되는데 이것은 한 번의 시간증분 동안에 현시적 방법에 비해 여러 셀이 동시에 충전되는 해석 알고리듬의 특징 때문이다. 즉 암시적 방법의 경우 전 시간단계의 속도를 기준으로 유체의 체적을 보존시키면서 한번의 시간증분 동안에 유체가 여러 셀을 동시에 충전시키기 때문에 현시적 방법에 비해 시간에 따라 변화하는 해의 거동을 작은 크기의 시간증분을 사용하는 현시적 방법과 같이 정확하게 구하는 것은 어려우며 어느 정도의 수치적 오차를 포함하게 된다. Fig. 7에서 초기에 용탕의 충전이 현시적 결과에 비해 늦게 이루어지다가 충전이 진행되면서 현시적 방법보다 빠르게 충전이 이루어지는 것은 이 때문이다. 예측된 충전 시간은 2.1 s로서 실험 결과인 2.0 s와 잘 일치한다.

암시적 방법에 의한 충전 알고리듬의 가장 큰 장점은 해석에 필요한 계산시간의 단축이다. 현시적 방법과 암시적 방법에 의한 해석에서 속도가 가장 빠를 것으로 예상되는 탕구 하부에서의

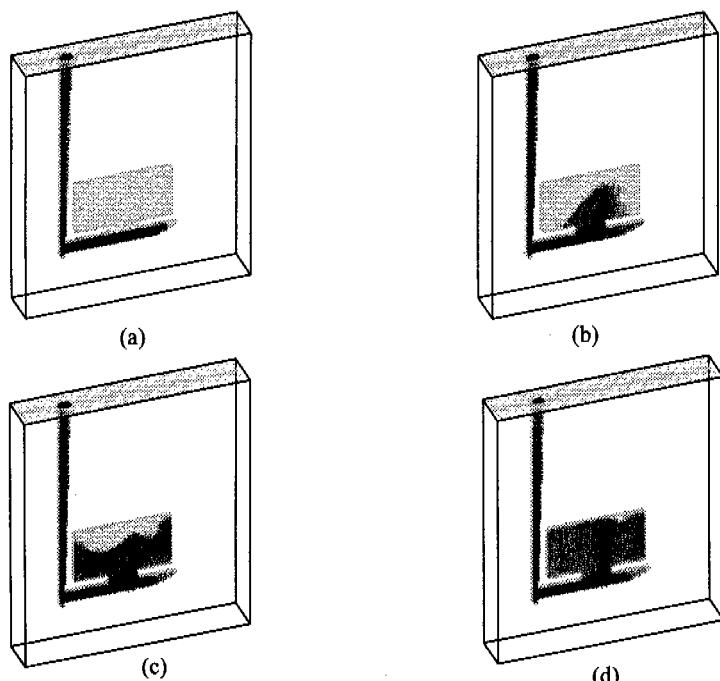


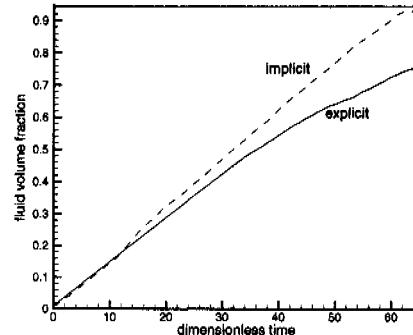
Fig. 7 Calculated mold filling sequence of the benchmark problem by the implicit method. : (a) $t = 0.5$ s, (b) $t = 1.0$ s, (c) $t = 1.5$ s, and (d) $t = 2.0$ s

Table 2 Comparisons of the calculation time for the filling process

References	Cal. Time (hr)	Computer H/W	No. of Cells
Present study	Explicit 16.8	a -CPU PC, 256 Mb	54912
	Implicit 0.8	a -CPU PC, 256 Mb	54912
Barkhudarov and Hirt ⁽¹¹⁾	14.0	HP Apollo (CPU) 715/50, 64 Mb	58905
Xu and Mampaey ⁽¹³⁾	4.15	SGI Indigo2 (CPU) 4400, 32 Mb	31537
Layton et al. ⁽⁹⁾	12.0	SGI Crimson, (CPU) 64 Mb	approx. 2×10^6
Rui and Khandhia ⁽¹⁰⁾	200	I B FIDAP (CPU) RS6000/340	M 13652 FEM
Lewis et al. ⁽¹⁴⁾	9.0	I B LS-DYNA 3D (CPU) RS6000/390	M 13652 FEM
Ohnaka and Zhu ⁽¹⁵⁾	2.0	HP 9000/720	17200
Sant and Backer ⁽¹⁶⁾	5.5	HP 715	57780
Rigaut et al. ⁽¹⁷⁾	32	SUN Sparc10	

* : including solidification analysis.

평균 Courant 수는 각각 0.06과 1.5이며 이때 무차원 시간 증분의 크기는 약 4.0×10^{-3} 과 0.1이었다. Table 2에 현시적 방법과 암시적 방법을 사용한 본 연구에서의 충전과정 해석에 소요된 계산시간과 함께 벤치마크 참가자들의 계산시간과 계산에 사용된 컴퓨터 하드웨어의 사양 및 계산에 사용된 셀(요소) 수를 나타내었다. 본 연구의 결과는 256Mb RAM, DEC-10alpha-CPU를 장착한 Windows-NT환경의 PC에서 계산시간이 현시적 방법을 사용한 경우 16.8시간, 암시적 방법을 사용한 경우는 0.8시간(46분)으로 나타났다. 따라서 암시적 방법은 현시적 방법에 비해 20배 이상 계산시간을 단축시키는 것으로 나타났다. 벤치마크 참가자들 중 Layton 등⁽⁹⁾과, Ohnaka와 Zhu⁽¹⁵⁾, Sant 와 Backer⁽¹⁶⁾ 그리고 Rigaut 등⁽¹⁷⁾의 결과는 용고해

**Fig. 8 Temporal variations of the fluid volume fraction in the mold according to the time integration method.**

석 시간을 포함한 값이지만 일반적으로 용고해석에 소요되는 시간은 충전과정의 해석에 소요되는 시간의 10%⁽¹⁰⁾정도로 짧으므로 대부분이 충전과정의 해석에 소요된 시간으로 여겨진다. 다른 참가자들의 결과와 비교할 때에도 본 연구의 0.8시간은 대단히 짧은 계산시간임을 알 수 있으며 이러한 시간 단축 효과는 실제 주조공정의 설계 단계에서 많은 비용 절감 효과를 가지고 올 수 있을 것으로 기대된다.

3.3 용고과정

Fig. 1에 나타나 있는 형상에 대한 용고과정을 현시적 방법과 암시적 방법 중 우선적으로 현시적 차분방법을 사용하여 해석하였다. Sirrell 등⁽⁶⁾이 온도를 측정한 지점(Fig. 1의 A, B, C, D, E, F, G의 7개 지점, 각 지점의 좌표는 원문 참조)에 대해 시간에 따른 온도의 변화를 Fig. 9(a), (b), (c)에 나타내었다. (a)는 A, B, C 세 점에 대한 냉각곡선이며 (b)는 D와 F, (c)는 E와 G 점에 대한 냉각곡선이다. A 점은 주입구에 인접해 있기 때문에 주형을 통한 냉각이 이루어지지 않으므로 용고과정이 가장 늦게 진행되는 것을 볼 수 있으며 B 점은 사각 주형의 중심부분으로 A 점과 거의 일치하는 냉각곡선의 형태를 나타낸다. C 점은 B 점보다 주형에 가깝기 때문에 상대적으로 빠르게 냉각됨을 알 수 있다. 그러나 시간이 지남에 따라 A, B 점의 온도가 비슷해지는데 이것은 주형의 온도가 상승하기 때문이다. (b)의 D와 F 점에 대한 냉각곡선을 살펴보면 F 점이 D 점

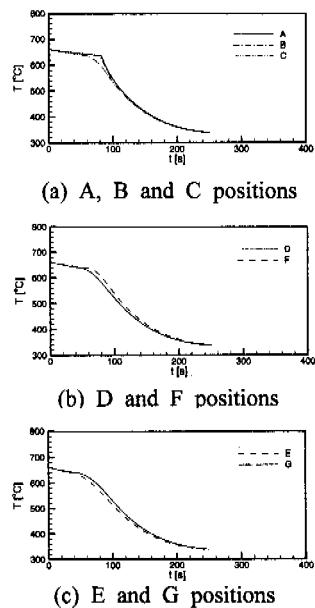


Fig. 9 Calculated cooling curves for the seven positions

보다 냉각이 늦게 진행되는 것을 볼 수 있다. F 점에 영향을 크게 미치는 외쪽 주형은 탕구에 인접해 있기 때문에 D 점 쪽의 주형보다 온도가 빠르게 상승되고 따라서 F 점이 D 점에 비해 늦게 냉각됨을 알 수 있다. (c)의 E와 G 점에서도 마찬가지 원인으로 G 점의 냉각이 늦게 이루어 진다. 그러나 200s 이상의 시간에서는 거의 동일한 온도로 냉각이 이루어짐을 볼 수 있다.

Fig. 10에 Sirrell 등⁽⁶⁾의 실험결과를 나타내었다. Experiment I과 Experiment II를 살펴보면 A 점이 가장 늦게 냉각되며 시간이 지남에 따라 A, B, C 점의 온도가 동일해짐을 볼 수 있다. D, E, F, G 점의 냉각곡선은 Experiment I과 Experiment II의 결과가 서로 상이하다. Experiment I에서는 D와 F, E와 G 점의 냉각곡선이 차이가 나는 반면 Experiment II에서는 서로 구별할 수 없을 정도로 일치한다. Experiment I의 결과를 살펴보면 F 점이 D 점에 비해 늦게 냉각되며 본 연구의 결과와 일치한다. 그러나 E와 G 점의 냉각곡선은 본 연구의 결과와 상이하다. 실험을 수행한 Sirrell 등⁽⁶⁾은 Experiment I에 대해 G 점의 측정결과에 오차가 포함되어 있음을 언급하였으며 실험결과와 수치해석 결과의 차이가 수치해석의 문제점이

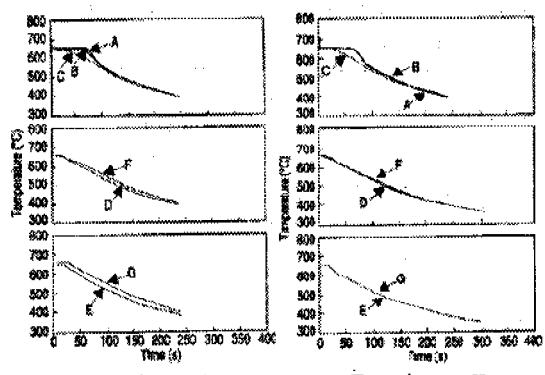


Fig. 10 Experimental results⁽⁶⁾ for the cooling curves at seven thermocouple locations

Table 3 A comparison of the present and experimental results⁽⁶⁾ for the solidification time

References	Solidification Times		
	Shortest	Longest	Ratio
Sirrell et al. ⁽⁶⁾	11.7	63.3	5.41
Present study	45	82	1.82
Layton et al. ⁽⁹⁾	25	80	3.20
Barkhudarov and Hirt ⁽¹¹⁾	5	35	7.00
Xu and Mampaey ⁽¹³⁾	50	92	1.84
Ohnaka and Zhu ⁽¹⁵⁾	45	65	1.44
Rigaut et al. ⁽¹⁷⁾	13	53	4.08

아닐 수 있음을 밝혔다.

Table 3에 응고시간에 대해 Sirrell 등⁽⁶⁾의 실험과 본 연구의 해석결과 및 벤치마크 참가자들의 해석결과를 비교하여 나타내었다. A부터 G 점의 온도가 635°C 이하로 되는 시간 중에서 가장 짧은 시간과 긴 시간 및 그 비를 나타내었다. 이 결과를 살펴보면 응고시간이 많은 차이를 나타내고 있음을 알 수 있다. 만약 응고시간의 차이가 서로 다른 물성치의 사용에 기인한다면 가장 짧은 시간과 긴 시간의 비가 실험 값과 어느 정도 일치할 것이다. 그러나 만약 응고시간의 차이가 해석 모델 자체의 차이에 있다면 가장 짧은 시간과 가장 긴 시간 사이의 비가 달라지게 될 것이다.⁽⁶⁾ Table 3의 결과를 살펴보면 대부분의 해석 결과는 실험 값과 많은 차이를 나타내며 본 연구

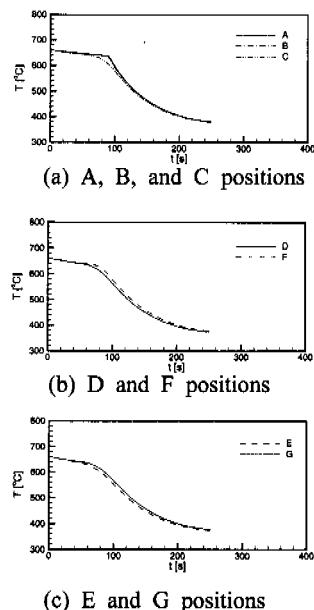


Fig. 11 Calculated cooling curves by implicit method for seven positions

의 결과도 실험 값과 차이가 있다. 그러나 결함의 예측에 중요한 가장 늦게 응고가 이루어지는 부분이 주입구 근처에 위치한다는 사실은 본 연구의 결과도 타당한 예측을 하고 있다.

한편 암시적 차분방법을 사용하여 응고과정을 해석하였으며 그 결과를 Fig. 11에 나타내었다. A부터 G 점에 대한 냉각곡선은 현시적 방법에 의한 해석결과와 거의 일치함을 볼 수 있다. 해석시간은 현시적 방법의 경우 셀 Fo 수 ($= \alpha \Delta t / \Delta x^2$) 0.19에 해당하는 $\Delta t = 0.01\text{s}$ 일 때 약 4분이 소요되었다. 암시적 방법의 경우에는 실 Fo 수 1.9에 해당하는 $\Delta t = 0.1\text{s}$ 일 때 약 3분이 소요되었으며 이것은 현시적 방법의 75% 정도이다. 그러나 응고과정의 해석에 소요되는 해석시간이 충전과정의 해석시간에 비해 매우 짧기 때문에 응고과정 해석에 사용된 차분방법은 정확한 해석결과를 제시한다면 그다지 중요하지 않다고 판단된다.

4. 결 론

본 연구에서는 주조과정의 주형충전에서의 유동현상과 열전달 현상을 해석하기 위한 3차원 프

로그램을 개발하고 벤치마크 문제를 해석하였다. 이러한 연구를 통하여 얻은 결론은 다음과 같다.

(1) 주형 충전해석에 소요되는 계산시간을 단축시키기 위해서 암시적 VOF 법을 이용한 충전 알고리듬을 개발하였다.

(2) 본 연구에서 고려한 충전 문제에 대해서 암시적 방법은 현시적 방법에 비해 90% 이상 계산시간을 단축시킬 수 있었다.

(3) 응고과정에 대한 해석시간은 충전과정의 해석시간에 비해 매우 짧기 때문에 차분방법에 따른 해석시간의 차이는 크지 않다.

후 기

본 연구는 한국과학재단의 98년도 핵심전문연구(과제번호 : 981-1006-039-2)의 지원에 의해 수행되었으며 이에 대해 감사드립니다.

참고문헌

- Im, I.-T. and Kim, W.-S., 1999, "Analysis of a Mold Filling using an Implicit SOLA-VOF," *Numerical Heat Transfer*, Vol. A35, No. 3, pp. 331~342.
- Hirt, C. W., Nichols, B. D., 1981, "Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries," *J. of Computational Physics*, Vol. 39, pp. 201~225.
- 신수호, 이우일, 1997, "VOF 방법에 의한 이동하는 자유표면이 존재하는 유동의 유한요소해석," *대한기계학회논문집B*, 제21권 제9호, pp. 1230~1243.
- 정준호, 양동열, 1998, "마커표면방법과 적응격자를 사용한 다이캐스팅 공정 중 충전과정의 유한요소해석," *대한기계학회 추계학술대회논문집A*, p. 1086.
- Dhatt, G., Gao, D. M. and Cheikh, A. B., 1990, "A Finite Element Simulation of Metal Flow in Moulds," *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, Vol. 30, pp. 821~831.
- Sirrell, B., Holliday, M. and Campbell, J., 1996, "Benchmark Testing the Flow and Solidification Modeling of Al Castings," *J. of Metals*, Vol. 48, No. 3, pp. 20~23.

- (7) Brent, A. D., Voller, V. R. and Reid, K. J., 1988, "Enthalpy - Porosity Technique for Modeling Convection - Diffusion Phase Change : Application to the Melting of a Pure Metal," *Numerical Heat Transfer*, Vol. 13, pp. 297~318.
- (8) 임 익 태, 1998, "주조공정의 주형충전 및 응고 과정 해석에 대한 효율적인 알고리듬 개발에 관한 연구," 박사학위논문, 한양대학교.
- (9) Layton, M. A., Wang, C. M., Cheng, C., Yu, K. O., and Paul, A. J., 1995, "Benchmark Test Casting : Modeling of Mold Filling and Solidification," *Modelling of Casting, Welding and Advanced Solidification Process VII*, M. Cross and J. Campbell, eds., TMS, pp. 975~982.
- (10) Ruiz, D. J., Khandhia, Y., 1995, "Filling and Solidification with Coupled Heat Transfer and Stress Analysis, Benchmark Casting, MCWASP VII," *ibid*, pp. 991~1006.
- (11) Barkhudarov, M. R. and Hirt, C. W., 1995, "Casting Simulation : Mold Filling and Solidification - Benchmark Calculations using FLOW-3D," *ibid*, pp. 935~946.
- (12) Domanus, H. M., Schmitt, R. C., Chuzhoy, L. and Nastac, L., 1995, "Computer Simulation using CAPS of an Aluminum Plate Casting," *ibid*, pp. 947~954.
- (13) Xu, Z. A. and Mampaey, F., 1995, "Mould Filling and Solidification Simulation of the Benchmark Casting," *ibid*, pp. 963~970.
- (14) Lewis, R. W., Ravindran, K. and Tran, V., 1995, "Finite Element Simulation of the Benchmark Mould Filling Problem," *ibid*, pp. 955~962.
- (15) Ohnaka, I. and Zhu, J. D., 1995, "Computer Simulation of Fluid Flow and Heat Transfer of the Benchmark Mould Test by DFDM / 3DFLOW," *ibid*, pp. 971~974.
- (16) Sant, F. and Backer, G., "Application of WRAFTS Fluid Flow Modeling Software to the Benchmark Test Casting," *ibid*, pp. 983~990.
- (17) Rigaut, C., Meyer, H., Charbonnier, A. and Bourg, A., "Round Robin Benchmark Exercise for Mould Filling and Solidification," *ibid*, pp. 1007~1014.

부 록

x 방향의 운동량방정식에 대한 현시적 차분식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u_{i,j,k}^{n+1} = & u_{i,j,k}^n + \Delta t \left[\frac{p_{i,h,k}^{n+1} - p_{i+1,j,k}^{n+1}}{\rho \Delta x_i} + g_x \right. \\ & \left. - F_x^u - F_y^u - F_z^u + E_x^u \right] \end{aligned} \quad (A1)$$

$$F_x^u = 0.5 u_{i,j,k}^n [L_R^u + L_L^u + \alpha s_u (L_L^u - L_R^u)] \quad (A2)$$

여기서 α 는 상류도식조절을 위한 변수(upwind parameter)로서 1인 경우 상류도식, 0인 경우는 중앙 차분도식을 나타내며 0과 1 사이의 값은 상류도식과 중앙 차분도식을 혼합하여 사용하는 경우이다. 또 s_u 는 FORTRAN 함수 $sign(1.0, u_{i,j,k}^n)$ 으로 $u_{i,j,k}^n$ 의 부호에 따라 1.0 또는 -1.0의 값을 갖게되며 상류방향을 결정한다. 식 (A2)의 L_R^u 과 L_L^u 은 다음과 같다.

$$L_R^u = \frac{u_{i+1,j,k}^n - u_{i,j,k}^n}{\Delta x_R} \quad (A3)$$

$$L_L^u = \frac{u_{i,j,k}^n - u_{i-1,j,k}^n}{\Delta x_L} \quad (A4)$$

여기서

$$\Delta x_L = \frac{1}{2} (\Delta x_i + \Delta x_{i-1}) \quad (A5)$$

$$\Delta x_R = \frac{1}{2} (\Delta x_i + \Delta x_{i+1}) \quad (A6)$$

이면 Δx_i 는 i번째 셀의 x 방향 크기를 나타낸다. F_x^u 와 유사하게 F_y^u 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$F_y^u = 0.5 v_{av} [L_F^u + L_{BK}^u + \alpha s_v (L_F^u - L_{BK}^u)] \quad (A7)$$

식 (A7)에 나타나 있는 기호들인 v_{av} , s_v , L_F^u , L_{BK}^u 항은 다음과 같다.

$$v_{av} = 0.5(v_F + v_{BK}) \quad (A8)$$

$$v_{BK} = \frac{v_{i+1,j,k} + v_{i,j,k}}{2} \quad (A9)$$

$$v_F = \frac{v_{i+1,j-1,k} + v_{i,j-1,k}}{2} \quad (A10)$$

$$s_v = sign(1.0, v_{av}) \quad (A11)$$

$$L_F^u = \frac{u_{i,j,k} - u_{i,j-1,k}}{\Delta y_F} \quad (A12)$$

$$L_{BK}^u = \frac{u_{i,j+1,k} - u_{i,j,k}}{\Delta y_F} \quad (A13)$$

여기서 Δy_{BK} 와 Δy_F 는 다음과 같다.

$$\Delta y_{BK} = \frac{1}{2}(\Delta y_i + \Delta y_{i+1}) \quad (A14)$$

$$\Delta y_F = \frac{1}{2}(\Delta y_i + \Delta y_{i-1}) \quad (A15)$$

F_z^u 와 F_y^u 는 마찬가지 방법으로 표현할 수 있다. 또한 y 방향과 z 방향의 운동량방정식도 x 방향과 마찬가지로 차분화 할 수 있다.

식 (4)의 에너지방정식에 대한 차분식의 표현은 다음과 같다.

$$T_{i,j,k}^{n+1} = T_{i,j,k}^n + \frac{\Delta t}{\rho c_{eq}} [-\rho c(F_x^T + F_y^T + F_z^T) + E_x^T + E_y^T + E_z^T] \quad (A16)$$

여기서 F_x^T 는 $u(\partial T / \partial x)$ 에 대한 유한차분식의 표현으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$F_x^T = \frac{1}{2} [(1+a) u_{i-1,j,k}(L_L^T) + (1-a) u_{i,j,k}(L_R^T)], \text{ if } u_{i,j,k} > 0 \quad (A17)$$

$$= \frac{1}{2} [(1+a) u_{i,j,k}(L_R^T) + (1-a) u_{i-1,j,k}(L_L^T)], \text{ if } u_{i,j,k} < 0 \quad (A18)$$

$$L_R^T = \frac{T_{i+1,j,k}^n - T_{i,j,k}^n}{\Delta x_R} \quad (A19)$$

$$L_L^T = \frac{T_{i,j,k}^n - T_{i-1,j,k}^n}{\Delta x_L} \quad (A20)$$

$v(\partial T / \partial y)$ 와 $w(\partial T / \partial z)$ 에 대한 유한차분식을 나타내는 F_y^T 와 F_z^T 도 식 (A17), (A18)과 같은 방법으로 차분할 수 있다. 한편 확산항을 나타내는 E_x^T 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$E_x^T = \frac{Q_R - Q_L}{\Delta x_i} \quad (A21)$$

$$Q_R = k_{right} \frac{T_{i+1,j,k}^n - T_{i,j,k}^n}{\Delta x_R} \quad (A22)$$

$$Q_L = k_{left} \frac{T_{i,j,k}^n - T_{i-1,j,k}^n}{\Delta x_L} \quad (A23)$$

k_{right} 와 k_{left} 는 열전도계수로서 인접한 두 제

어체적의 조화평균값을 사용하였다.

E_y^T 와 E_z^T 도 식 (A21)의 E_x^T 와 유사하게 차분할 수 있다. 만약 $(i+1, j, k)$ 셀이 주형에 해당하는 셀이라면 Q_R 은 다음과 같이 계산된다.

$$Q_R = h(T_{i+1,j,k}^n - T_{i,j,k}^n) \quad (A24)$$

격자계의 가장자리 경계에 대해서 미끄럼 조건은 예를 들어 $x=0$ 인 경우 모든 j, k 에 대해서 다음과 같다.

$$u_{1,j,k} = 0 \quad (A25a)$$

$$v_{1,j,k} = v_{2,j,k} \quad (A25b)$$

$$w_{1,j,k} = w_{2,j,k} \quad (A25c)$$

$$P_{1,j,k} = P_{2,j,k} \quad (A25d)$$

$$F_{1,j,k} = F_{2,j,k} \quad (A25e)$$

이 경우 모든 j, k 에 대해 온도에 대한 단열경계조건은 $T_{1,j,k} = T_{2,j,k}$ 와 같이 나타낼 수 있으며 자유표면을 통해서는 열 손실이 없다고 가정하였으므로 z 축과 거의 직각을 이루고 있는 자유표면의 경우 경계조건은 $T_{i,j,k} = T_{i,j,k-1}$ 가 된다.

자유표면의 경계조건 중 법선 방향에 대한 조건은 자유표면 셀의 압력을 결정하는 과정에서 자동적으로 만족된다. 접선 방향의 응력에 대한 조건을 만족시키기 위해서는 자유표면을 포함한 셀에 대한 속도뿐만 아니라 자유표면 셀에 인접한 외부(공기 측)셀의 속도도 유체의 체적분율에 따라 설정해 주어야 한다. 자유표면을 포함하고 있는 셀에 대해서는 표면압력 p_s 와 자유표면과 가장 가까운 거리로 수직을 이루는 인접 셀의 압력 p_{nb} 와의 선형보간을 통해 압력을 결정한다. 즉

$$p_{i,j,k} = (1-\eta)p_{nb} + \eta p_s \quad (A26)$$

여기서 η 는 보간에 사용되는 인접셀의 중앙과 자유표면간의 거리에 대한 셀 중앙 사이의 거리의 비이다.