지적인 테니스 경기: 톰슨 대 베나세라프

최 훈
(서울대학교 철학과)

요 약 제논이 내세운 역설에서 시작한 톰슨과 베나세라프의 초능력 작업 논의는 이제 그 논의 자체가 독립된 논의가 된 듯하다. 이 글에서는 그 초능력 작업이 톰슨이 말한 대로 불가능한가를 논의한다. 그래서 이 논의가 해결되기 위해서는 열린 문제 하나가 해결되어야 함을 지적한다. 따라서 이 논의가 제논의 역설을 충실히 반영하고 있는가 하는 점은 관심 밖이다.

주요어 제논의 역설, 초능력 작업, 무한

> 어떤 철학 이론이 얼마나 좋은 이론인가를 알려면 그 이론이 퍼즐들을 얼마나 잘 푸느냐는 능력을 보면 된다. 철학에 대해서 궁리를 할 때는 되도록 많은 퍼즐들을 따져 보는 게 좋다. 물리 과학에서 실험이 하는 구실이 바로 그렇게 퍼즐들을 풀려고 하는 것이다.(러셀, "On Denoting", 본디글에서는 '철학 이론'이 아니라 '논리학 이론'임)

먼 옛날 제논이 만들어 준 테니스 경기장에서 새 경기가 열렸다. 간혹 경기가 열리곤 했으나 이 경기만큼 팬들의 시선을 끌지는 못했다. 관중들은 코트의 주인인 제논에 대해서는 별 관심이 없고 경기 자체에 빠져든다.

경기는 베나세라프(Paul Benaceraff)의 서비스로 시작된다.[1] 왜 유한한 시간에 무한한 수의 일을 끝마치는

1) 물론 톰슨과 베라세라프의 논의는 톰슨에서 시작된 것이다. 그러나 이 글에서 그이들은 서로의 진영을 대표하는 선수일 뿐이다. 곧 이

(complete) 것이 불가능해야만 하는가?[2] 그런 일을 '초능력 작업'(super-task)이라고 하자. 선심 러셀(Bertrand Russell)은 베나세라프한테 유리한 판정을 한다. 러셀에 따르면 우리는 어떤 일을 하는 데 점점 더 능숙해져서 점점 더 빨리 하는 사람을 생각해 볼 수 있다. 그 사람이 어떤 주어진 일을 하는 데 처음에는 일 분이 걸리고, 그 다음에는 1/2분이 걸리고,... 그래서 그 사람이 일을 연속적으로 한다면 이 분 안에 무한히 많은 일을 끝마칠 수 있다. 러셀은 이 일이 "의학적으로는 불가능"하지만 "논리적으로는 가능하다"고 한다. 만약 러셀이 옳다면 유한한 시간에 무한한 수의 일을 끝마치는 것이 가능하다.[3] 서비스 포인트. 전세를 가다듬지도 못한 톰슨은 허를 찔렸다. 15-0

톰슨(J. Thomson)의 반격은 드새다. 그이는 다음과 같은 사유실험을 해 본다. 톰슨은 우리한테 유한한 시간에 무한 번 켜졌다, 꺼졌다 할 수 있는 전등을 상상해 보라고 한다.

경기를 연출하는 사람은 나다. 따라서 이 글에서 톰슨과 베나세라프로 대표해서 하는 말은 인용을 표시한 곳 외에는 그이들이 할 수 있으리라 생각하는 말들이다

2) 이 물음은 다음 논변에서 전제 (2)에 대한 의심이다.

전제 (1): Z에서 Z^*까지 가기 위해서는 무한한 수의 여행을 끝마쳐야 한다. 곧 Z에서 Z와 Z^*의 중간점(Z_1)까지, Z_1에서 Z_1과 Z^*의 중간점(Z_2)까지,...

전제 (2): 어느 누구나 무한한 수의 여행을 하는 것은 논리적으로 불가능하다.

결론: 어느 누구나 Z에서 Z^*까지 가는 것은 논리적으로 불가능하다.

(J. F. Thomson. 1970. "Tasks and Super-tasks." In W. Salmon ed. *Zeno's Paradoxes.* Indianapolis & New York: The Bobbs-Merrill Company: 89쪽을 참조하라.)

3) 곧 주 2에서 말한 전제 (2)를 부정해야 한다.

앞으로 이 전등을 "톰슨의 전등"이라고 하자. 잠시나마 이런 무한 번의 일을 유한한 시간 안에 한다는 게 물리적으로 불가능하다고 생각할지도 모르겠다. 톰슨을 따라 그것이 논리적으로 가능한가 따져보자. 우리는 톰슨의 전등이 처음에는 꺼진 상태로 있다가 그 다음에는 켜지고 다음에는 다시 꺼지고,... 하는 식으로 생각할 수 있다. 그 전등을 영 초에 켜고 일 분 후에 끄고 다시 삼십 초 후에 켜고 그 다음 십오 초 후에 끄고,... 그래서 우리는 이 분 후에 스위치를 껐다 켰다 하는 무한 번의 작업을 끝마칠 수 있다고 생각할 수 있다. 그러나 톰슨은 이렇게 묻는다.

> 이 분 후에 전등은 켜져 있을까 꺼져 있을까?... 켜져 있을 수 없다. 왜냐하면 나는 전등을 즉시 끄지 않고서는 켤 수 없으니까. 또 꺼져 있을 수도 없다. 왜냐하면 나는 처음에 전등을 켰고 따라서 켜지 않고서는 끌 수 없으니까[4].

모순이 생긴다. 톰슨은 이상의 논변에서 초능력 작업을 수행하는 것이 원리상 불가능하다는 것을 증명한 것이다.

톰슨의 공격을 느린 그림으로 다시 보자. 그이의 논변이 보여준 것은 톰슨의 전등이 유한한 시간에 스위치를 끄고 켜고 하는 무한한 연속(series)을 끝낼 수 없다는 것이다. 이 분 후에(T^*) 전등이 켜져 있다고 해 보자. 그러면 이 분 바로 직전에(T^*-1) 꺼져 있어야 하는데 T^*와 T^*-1의 간격이 아무리 짧더라도 그 가운데에 켜지던가 꺼지는 순간이 있게 된다. 그러면 T^*와 T^*-1은 바로 이어져 있는 시간이 아니다. 이런 일이 안 일어나기 위해서는 동시에 켜고 끌 수밖에 없다. 반대로 이 분 후에 전등이 켜져 있다

---

4) Thomson, 95쪽.

고 해도 마찬가지이다. 이 논변은 귀류법의 형태이다. 그런 연속을 완성할 수 있다고 가정하자. 그런데 그런 가정은 불합리한 결과를 낳는다. 곧 톰슨의 전등이 연속적인 작업이 끝났을 때 켜져 있지도 꺼져 있지도 않았다. 톰슨의 득점. 15-15.

이 논변은 타당한가? 베나세라프에 따르면 이 결론은 받아들일 수 없다. 그 논변은 타당하지 않다. 무한 연속이 끝마쳐진다는 가정이 톰슨의 전등이 켜져 있지도 꺼져 있지도 않다는 불합리한 결과를 낳는 것은 아니다. 이 가정에서는 스위치를 무한 번 켜고 끄는 무한 연속 다음의 전등의 상태에 대해 아무 것도 따라 나오지 않는 것이다[5].

베나세라프의 역공도 느린 그림으로 보자. T_1, T_2,...의 순간들의 연속이 스위치를 켜고 끄는 작업에 해당한다고 해보자. T_1에는 스위치를 켜고 T_2에는 스위치를 끄고,... 이 연속이 완전히 끝난 다음의 첫 순간을 T^*라고 하자. 앞의 톰슨이 정한 규정대로 하면 T_1, T_2,... 의 연속('T-연속'이라고 하자)은 점점 그 간격이 앞 간격의 절반으로 줄어든다. 그리고 그 T-연속의 임의의 순간에 전등이 켜져 있으면 T-연속의 다음 순간에는 꺼져 있는 순간이 따라 나오고 꺼져 있는 순간이 있으면 그 다음 순간은 켜져 있는 순간이다. 그러나 이상의 규정에서 톰슨의 전등이 T^*에 켜져 있느냐 꺼져 있느냐 하는 것에 대해서는 아무 것도 따라 나오지 않는다. T^*는 T-연속에 속하지 않기 때문이다.

T-연속은 한쪽으로는 닫혀져 있고(영 초) 다른 한쪽으로는 열려져 있다. 이 말은 우리가 영 초에 하는 첫번째 작업

5) P. Benaceraff. "Tasks, Super-tasks, and the Modern Eleatics." In Salmon 107-8쪽.

에 대해서는 무어라 말할 수 있지만 마지막 작업에 대해서는 아무런 말도 할 수 없다는 뜻이다. 따라서 T-연속에 속하는 원소들에 대해서만 얘기하는 규정은 그 연속의 밖에 있는 T^*에서 어떤 일이 벌어지고 있는가에 대해 모순은 고사하고 아무 말도 해주지 못한다.

이상의 논의에서 얻을 수 있는 결론은 톰슨이 초능력 작업은 논리적으로 불합리하다고 한 증명은 틀렸다는 것이다. 이 논의에서 우리가 볼 수 있는 베나세라프의 전술은 다음 두 가지를 전제하는 것이다.

(1) 전등은 T^*에서 켜져 있든가 꺼져 있다.

(2) 우리는 초능력 작업이 시작되거나 진행될 때 T^*에 어떤 일이 일어날지 말할 수 없다.

그러므로 우리는 T^*에서 톰슨의 전등의 상태에 대해 예측할 방법이 아무 것도 없다. 톰슨의 처지에서는 이 전제들을 부정하려고 할 것이다. 사실 전제 (1)은 톰슨도 받아들일 것이다. 문제는 전제 (2)이다. 잠시 후에 이 문제에 대해 따져보자.

베나세라프의 이 역공은 무한 연속의 작업들을 끝내는 게 논리적으로 가능하다는 것을 보여주려고 한 것은 아니다. 다만 그 가능성을 부정하는 톰슨의 논변이 실패한다는 것을 보여주려고 한 것이다. 다시 베나세라프가 앞서 간다. 30-15

그렇다면 톰슨의 전등에 대한 생각이 논리적으로 불합리하다는 다른 까닭을 보여줄 수 있다면 되지 않겠는가? 전

등의 스위치를 생각해 보자. 그 스위치는 누를 때마다 같은 거리를 움직인다고 상상해 보자. 무한 번 움직이면, 유한한 시간에 유한한 속도로 무한한 거리를 갔을 것이다.[6] 그런데 그것은 거리를 전체 시간으로 나누는 것인데, 만약 속도와 전체 시간이 유한하다면 거리도 유한해야 할 것이다. 이게 맞다면 앞에서 톰슨이 내놓은 논의가 만족스럽지 못하더라도 초능력 작업을 하는 톰슨의 전등은 논리적으로 불가능하다. 톰슨의 발리 공격이 성공했다. 30-30

그러나 베나세라프는 노련하다. 그 전등의 디자인을 고친다. 스위치가 누를 때마다 같은 거리를 움직이는 것이 아니라 1, 1/2, 1/4,... 하는 식으로 움직인다. 따라서 톰슨의 전등은 논리적으로 가능하다.[7] 40-30

앞에서 말한 톰슨의 램프와 T^*를 다시 생각해 보자. 논의의 초점을 분명히 하기 위해 다음과 같이 문제를 날카롭게 해 보자. 이제 전등이 두 개가 있고 각 전등 앞에 스위치를 누르는 이가 한 명씩 있다고 상상해보자. 우리는 그이들한테 톰슨의 초능력 작업을 동시에 해달라고 부탁한다. 처음에 두 전등은 모두 꺼져 있는데 두 사람 모두 영 초에 스위치를 켠다. 일 분 후에 두 사람은 스위치를 끈다. 삼십 초 뒤에 전등은 모두 켜진다. 그로부터 십오 초가 지난 뒤에 두 전등은 다시 꺼진다... 우리가 만약 T^*가 T-연속 밖

6) 이 논의에 대해 다음과 같은 지적이 가능하다. 거리가 일정한 S라도 갈수록 시간이 짧아져 거의 0에 가까울 것이므로 무한 속도라 해야 한다($S/0 \fallingdotseq \infty$).

7) R. M. Sainsbury. 1988. *Paradoxes*. Cambridge: Cambridge University Press: 16쪽 참조.

에 있다는 것을 인정한다 해도 T^*에서 각 전등이 켜져 있든지 꺼져 있든지 둘 중의 하나라는 것은 인정할 수 있다 (전제(1)). 그러나 두 전등이 똑같은 상태에 있다고 결론을 내려야만 하는가? 두 사람이 함께 작업을 시작하고 전등이 계속해서 똑같이 켜지고 꺼졌다면 두 전등이 정확히 똑같은 상태에서 끝나리라고 기대해 볼 만도 하다. 그러나 어쩌랴! 애석하게도 앞에서도 말했지만 T-연속 동안에 일어난 일은 T^*에서 어떤 일이 일어나는가와 전혀 무관한 것을. 어떤 일이 일어나야 한다는 것에 대한 규정은 T-연속 안에 있는 시간에만 해당되므로 그 규정에서 T^*에 대해서는 아무 것도 말해주는 바가 없다. 전등이 처음에 똑같은 상태에 있어야 한다는 사실은 T^*와 상관이 없다. 초능력 작업이 시작하는 순간은 T-연속 안에 있는 시간에만 관련되니까. 왜 우리는 두 전등이 T^*에서 같은 상태에 있어야만 한다고 기대해야만 하는가? 베나세라프의 강 스매싱. 이제 베나세라프의 게임이 되는 듯 하다.

그러나 톰슨의 수비도 뛰어나다. 직관에 호소한다. 무한 연속의 작업 내내 발을 맞추어 걷던 두 사람이 초능력 작업을 끝내자마자 스텝이 다르다는 것은 뭔가 만족스럽지 못한 결론이다. 논리적인 모순성은 없는 것 같아도 뭔가 경험적인 모순성은 있는 듯하다. 초능력 작업을 똑같이 수행하고 T-연속 내내 걸음을 맞추었는데 초능력 작업이 끝나자마자 보조가 깨졌다? 우습지 않은가? 듀스.

T-연속과 T^*의 구분을 생각해 본다면 그렇게 생각할 까닭이 있다. 스위치를 누르고 있는 동안의 전등의 상태와 T^*

에서 서로 다른 상태에 있을 수도 있다. 그런 연관이 없는 상태에서는 두 램프가 T^*에서 같은 상태에 있을 확률이나 T^*에서 서로 다른 상태에 있을 확률이나 똑같다. T^*가 T-연속과 독립적이라는 것을 인정한다면 함께 진행되는 두 사람의 행동이 작업 끝까지 뿐만 아니라 작업이 끝날 때도 언제나 발걸음을 맞추고 있을 것이라는 그럴 듯 해보이는 기대가 무너진다. 왜 애초에 그런 기대를 가졌을까? 우리가 가졌던 기대는 T^*와 같이 한계점에서 일어날 사태가 결정되어 있으리라는 생각 때문이다. 그러나 그런 사태는 결정되어 있지 않다. 이게 문제가 되는가? 세상에는 결과를 유일하게 결정할 수 없는 상황이 얼마나 많이 있는가? 초능력 작업은 역설적이지 않다. 그래서 가능하다. 베나세라프의 어드벤티지?

그러나 톰슨은 다시 받아 친다. 초능력 작업의 결과가 불확실하긴 하다. 그러나 그 불확실은 전등 한 개의 상태에 대해서만 해당된다. 그 전등 하나의 마지막 상태가 켜져 있을지 꺼져 있을지 알 수가 없을 뿐이다. 똑같이 나아가는 두 전등이 다른 결과를 보여주리라고 생각할 것 까지는 없다. 우리는 이 전등이 어떤 규칙성에 의존해서 켜지고 꺼진다는 것을 간과해서는 안 될 것 같다. 무한이 인간 지각의 한계를 뛰어넘어 있지만, 그렇다고 논리적 규칙성까지도 제 맘대로 넘을 수 있는 것은 아니다. 우리가 알 수 없는 것은 이 연속이 켜진 상태에서 끝나느냐 꺼진 상태에서 끝나느냐지 이 규칙성이 어느 순간까지 지켜질 수 있는가 하는 것은 아니다. 논리적으로 이 규칙성은 끝까지 지켜져야 한다. T^*는 자신의 바로 앞의 것(immediate predecessor)만을 찾을 수 없

을 따름이지 불연속은 아니다. 논리적으로 T^* 앞에 어떤 틈이 있으리라고는 기대할 수 없다. 다시 듀스.

이제까지의 논의를 봤을 때 초능력 작업이 역설적이지 않다는 것을 부정하고 싶다면 두 가지 선택을 하면 된다. 첫째로는 초능력 작업의 결과에 대해 우리가 갖고 있는 상식적이고 어느 정도 합리적인 기대에 도전해야 한다. 곧 전제 (2)를 받아들여야 한다. 그게 아니면 논리적 모순이 끼여든 역설만이 진짜 역설이라고 주장하면 된다. 두번째 선택부터 생각해보자. 이것은 역설이 무엇이냐라는 정의에 관련되어 있다. 논리적 역설만 역설로 보아야 할까?[8] 그러나 역설을 '받아들일만한 전제에서 받아들일만한 추론을 통해 도출된 결론이 받아들이기 곤란할 때'라고 말하는 이도 있다[9]. 그 경우 역설은 가장 낮은 이발사 역설에서 가장 높은 단계의 거짓말장이 역설에 이르기까지 등급이 매겨지는데 우리의 지적 수준이 올라갈수록 이 등급은 변할 것이다.[10] 그런데 어떤 등급에 속하든 초능력 작업의 역설은 역설의 범주에 낀다.

그렇다면 첫번째 선택이 문제가 된다. 우리는 초능력 작업의 결과가 무한한 연속의 작업에 대한 규정과 독립적이라는 것을 받아들여야만 하는가? 이것을 판정해줄 수 있는 선심이 없는 한 이 문제는 열린 문제로 남을 수 밖에 없다.

이 문제가 하는 구실을 잘 알아보기 위해 다음과 같은

---

8) *Encyclopedia of Philosophy*(P. Edwards ed. 1967)에는 '논리적 역설' 항목만 있다.
9) Sainsbury, 1쪽.
10) 우리의 지적 수준이 올라갈수록 이 등급은 변할 것이다.

역설을 생각해 보자. 우리가 아주 큰 항아리를 가지고 있고 1, 2, 3,...의 번호가 붙은 공이 무한히 많이 있다고 해 보자. 자연수만큼 많은 수의 공이 있다. 다음과 같은 사유실험을 해 보자. 열두 시 일 분 전에 일 번 공부터 십 번 공까지 항아리에 넣고 일 번 공을 빼낸다. 열두 시 ½분 전에 십일 번 공부터 삼십 번 공까지 집어넣고 이 번 공을 빼낸다... 열두 시 정각에는 얼마나 많은 공들이 항아리에 들어 있을까?

놀랍게도 열두 시 정각에 항아리는 비어 있다. 왜 그런가 생각해 보자. 임의의 공 번호 n과 열두 시 몇 분 전(실제로는 열두 시 $(½)^{n-1}$ 분 전)을 생각해 보자. 그때 임의의 공은 항아리에서 빼내진다. 이것이 말하는 바는 각 n에 대해 n번 공은 열두 시 정각에 항아리 속에 없다는 것이다. 따라서 항아리는 그 시간에 텅텅 비어 있다.

이런 결과는 놀랍다. 왜냐하면 실험 도중에 공 개수는 늘어나고 있었으니까. (정확히 말하면, 각 n에 대해 열두 시 $(½)^{n-1}$ 분 전에 항아리에는 9n의 공이 들어 있다). 그런데 열두 시 정각에는 갑자기 텅텅 비어 있다니! 이것이 보통 로스(Ross)의 역설이라고 하는 것이다.

하지만 이것이 역설일 수 있기 위해서는 톰슨의 램프의 경우처럼 중요한 전제가 끼여든다. 열두 시 이전의 각 순간들에 공이 항아리 안의 특정 위치에 있고 그 공이 열두 시가 될 때까지 위치가 변하지 않는다면 그 공은 열두 시 정각에 같은 위치에 있다는 전제가 바로 그것이다. 이런 전제 아래에서 이 사유 실험은 역설의 상황이 아니다. 열두 시 이전의 무한한 연속의 행동들이나 상태는 열두 시 정각의 사태에 대해 아무것도 함축하지 않는다. '정오 전이다'라는 문장은

정오 이전에는 참이지만 열두 시 종이 울리자마자 더 이상 참인 명제가 아닌 것이다.

초능력 작업을 끝낸 결과의 상태는 과연 초능력 작업을 구성하는 작업들의 상태에 대한 규정과 독립적인가? 정각 열두 시의 상태는 그 이전의 순간들의 상태와 독립적인가? 이 문제에 대한 선심의 판결이 나야 우리의 경기를 끝낼 수 있다. 그렇지 않고서는 랠리만 계속될 뿐이다.