타르스키의 논리상항의 정의에 대한 연구

최 병 일
(연세대학교 철학연구소)

요 약 타르스키는 최근 발표된 그의 유고에서 흥미 있는 논리상항의 정의를 제공하였다. 그의 정의는 그가 1927년이래 린덴바움과 함께 연구하였고, 1935년에 강연으로 발표하였던 메타 논리적 탐구의 결과들에 근거하는 것으로서, 1966년과 1973년의 강연들에서 제공하였던 '논리적 개념들'(logical notions)의 정의에 바탕을 둔 것이었다. 타르스키의 논리상항의 정의는 역사적으로는 클라인의 에어랑겐 프로그램(Erlangen Programme)의 논리학에 대한 적용이라 할 수 있는 것으로서, 마우트너의 유사한 시도와 함께 주목할 만한 가치가 있다. 또한 그의 정의는 논리상항을 논리적 형식의 개념에 의존하지 않고, 보다 중립적인 '모든 변환에 있어 불변적임'(invariance under all transformations)이라는 개념을 사용하고 있다는 점에서도 흥미 있는 시도로서 여겨질 수 있다.

본 논문에서는 타르스키의 논리상항의 정의와 그 확장에 대하여 논의한 뒤, 몇 가지 비판적인 논점을 제공하고자 한다. 특히 타르스키의 정의가 과연 중립적이고 순환적이지 않은가 하는 문제에 대한 논의를 통하여 논리상항의 정의에 대한 새로운 관점을 확보하고자 한다.

주요어 논리적 형식, 논리상항, 불변적임, 타르스키, 에어랑겐 프로그램

1. 논리적 형식과 논리상항

전통적으로 논리학은 흔히 내용보다는 형식에 관한 것이라고 이야기되고 있다. 예를 들어, 처치는 그의 고전적인 논리학 교과서의 서두에서 "논리학은 명제들 또는 문장들과 증명들을 내용으로부터 추상하여 형식에 집중하여 분석

하는데 관여한다"[1]고 하였다. 이와 같은 관점에 따르면, 명제들과 증명들의 내용을 그 명제들 또는 증명들의 주제라고 할 수 있기에, 논리학을 '주제 중립적'(topic-neutral)이라고 말할 수 있게 된다.[2]

그러나, 이와 같은 입장이 논리학 자체가 '주제'가 없다는 것을 의미하지는 않는다. 논리학은 명제들과 증명들을 그것들의 형식에 주목하여 연구한다. 논리학에서는 이러한 형식, 즉 **논리적 형식(logical form)**을 연구하는 것이기에 논리학의 주제는 논리적 형식이라고 할 수 있다. 논리학자들은 논리적 형식에 관한 사실들을 발견하고자 하는 것이다. 그들은 어떠한 논리적 형식은 그러한 형식을 지니는 모든 명제들이 참이 되게 하는 특성을 지닌다는 것을 발견하였다. 또한 그들은 어떠한 논리적 형식을 지니는 논증은 진리 보존적 또는 타당한 논증이 된다는 것을 발견하였다. 이러한 의미에서 논리학은 논리적 형식의 존재를 발견함으로써 시작되었다고 말할 수 있게 된다.

하지만, 주어진 명제들의 논리적 형식이 정확히 무엇이냐 하는 것을 결정하는 것이 그렇게 간단한 일은 아니다. 어떠한 명제의 논리적 형식을 결정하기 위해서는 최소한 세 가지를 고려하여야 한다. 첫째는 그 명제를 구성하는 요소들이 어떠한 종류인지를 결정하여야 한다. 둘째는 그 명제의 구성 요소들이 어떻게 결합된 것인지를 결정하여야 한다. 셋째로는 그 명제에 있어서 어떠한 단어 또는 표현이 그 명제의 결합을 결정하는 결합어(organizing words)의 역할

1) Church 1956, 1쪽.

2) 이러한 전통적인 입장은 보헨스키(Bochenski 1956)의 『형식논리학의 역사』, 또는 닐(Kneale 1956)의 「논리학의 영역」 등에서 볼 수 있다.

을 하는지 고려하여야 한다. 이와 같은 기준에 따르면, 다음의 두 명제들

(1) Every philosopher is wise.
(2) Every man is mortal.

은 같은 논리적 형식을 지닌다고 할 수 있지만, 다음의 명제

(3) No man is immortal.

는 다른 논리적 형식을 지닌다고 말할 수 있게 된다. 왜냐하면, 위의 세 명제들은 모두 같은 종류의 구성 요소들을 지니고 있고, 같은 결합 형태를 보이고 있지만, 처음 두 명제들은 'every' 이라는 결합어를 지니고 있는 데 반하여 마지막 명제는 'no' 라는 결합어를 지니고 있기 때문이다. 이러한 점에서 볼 때, 결합어는 명제들의 논리적 형식들을 고려하는 데 있어 결정적이라 할 수 있게 된다. 이러한 결합어들을 논리학에 있어서는 **논리상항(logical constant)** 이라고 부른다.

따라서, 명제들 또는 증명들의 논리적 형식들을 결정하기 위해서는 어떠한 표현들이 논리상항 인가를 결정하는 것이 중요하게 된다. 이러한 점에서 논리상항을 결정하는 것은 논리학의 연구에 있어 출발점이라고 할 수 있게 된다. 그럼에도 불구하고, 논리학자들은 어떠한 표현들이 논리상항 인가에 대하여 때때로 불일치 하는 견해를 보이곤 한다. 콰인은 『논리학의 철학』 (Quine, 1970)에서 논리상항은 고전적인 일계 양화 논리(Classical First-Order Quantification

Logic)에서 사용되는 것들로 한정되어야 한다고 주장하였다. 반면에 러셀은 그의 『수학의 원리들』(Russell 1903)에서 모든 수학적 상항들이 논리상항이라는 견해를 보였고, 퍼트남 또는 불로스같은 논리학자들은 최소한 이계 양화논리(Second-Order Quantification Logic)에 있어서의 논리상항까지가 논리상항이라고 주장하였다.[3)]

이러한 상황은 논리상항에 대한 중립적인 또는 순환적이지 않은 정의가 주어질 수 있는가하는 물음을 야기하게 된다. 위의 논의에 있어 사용된 논리상항의 직관적인 개념은 이러한 물음에 대한 해답을 제공하기에는 부적합하다. 왜냐하면, 논리적 형식을 결정하는 결합어로서의 논리상항의 개념은 논리적 형식이라는 애매한 개념에 의존하고 있을 뿐 아니라, 논리적 형식의 개념 자체가 논리상항의 개념을 필요로 하기 때문이다.

타르스키는 최근 발표된 그의 유고(Givant-Tarski 1987)에서 흥미 있는 논리상항의 정의를 제공하였다. 그의 정의는 그가 1927년이래 린덴바움과 함께 연구하였고, 1935년에 강연으로 발표하였던 메타 논리적 탐구의 결과들에 근거하는 것으로서, 1966년과 1973년의 강연들에서 제공하였던 '논리적 개념들'(logical notions)의 정의에 바탕을 둔 것이

---

3) 바와이즈는 그의 논문 「모델-이론적 논리들; 배경과 목적」(Barwise 1985)에서 "논리학은 1계 논리이며, 1계 논리에 의하여 정의될 수 없는 것은 논리학의 범위밖에 있는 것이다"(Barwise 1985, 5쪽)라는 주장을 '1계 주장'(First-Order Thesis)라고 명명하고, 그 대표자로 콰인을 꼽았다. 이러한 '1계 주장'은 퍼트남(Putnam 1971), 불로스(Boolos 1975)등의 "2계 논리까지가 논리학에 속한다"는 입장과 대비될 수 있다. 이러한 주장들에 대한 논의와 그 철학적 비판에 대해서는 저자의 『콰인의 1계 주장과 논리학의 철학적 기초에 관한 연구』(최병일 1986)를 참조할 수 있다.

었다.[4] 타르스키의 논리상항의 정의는 역사적으로는 클라인의 에어랑겐 프로그램(Erlangen Programme)의 논리학에 대한 적용이라 할 수 있는 것으로서, 마우트너의 유사한 시도와 함께 주목할 만한 가치가 있다.[5] 또한 그의 정의는 논리상항을 논리적 형식의 개념에 의존하지 않고, 보다 중립적인 개념, 즉 **'모든 변환에 있어 불변적임'(invariance under all transformations)**이라는 개념에 근거하고 있다는 점에서도 흥미 있는 시도로서 여겨질 수 있다.[6]

---

4) 타르스키가 린덴바움과의 공저로서 발표하였던 논문인 「연역 이론들의 표현 수단들의 제한들에 대하여」(Lindenbaum-Tarski 1936)는 그가 1927년 바르샤바에서 있었던 《제 2 차 폴란드 철학자 대회》에서 처음 발표한 정리와 1932년에 린덴바움이 발표한 정리들, 그리고 1933년에 그와 린덴바움이 함께 발표한 정리들을 포함하고 있다. 1986년 코코란(Corcoran)에 의하여 편집되어 유고로서 발표되게 된 타르스키의 「논리적 개념들이란 무엇인가?」(Tarski 1986)라는 논문은 그가 1966년 5월 16일 런던대학의 베드포드 칼리지에서 행하였던 같은 제목의 강연과 1973년 그가 버펄로에서 행하였던 같은 강연을 바탕으로 하고 있다.

5) 클라인의 에어랑겐 프로그램은 여러 종류의 기하학을 변환들에 의하여 불변하는 기하학적 개념들에 의하여 분류하려는 시도로서, 그가 에어랑겐 대학의 교수 취임논문으로 발표하였던 「기하학에 있어서의 최근의 연구들에 대한 비교적인 검토」(Klein 1872)라는 논문에서 처음으로 제안되었다. 마우트너는 1946년에 발표된 그의 논문 「클라인의 에어랑겐 프로그램의 한 연장: 불변항-이론으로서의 논리학」(Mautner 1946)에서 "명제와 명제 함수들의 이치 (불리언) 수리 논리학은 클라인의 에어랑겐 프로그램의 의미에 있어 대칭적 그룹들의 불변항 이론으로서 여겨질 수 있다"(Mautner 1946, 345쪽)는 것을 보이고자 하였다.

6) 반 벤담은 1989년에 발표한 「여러 가지 유형들에 있어서의 논리상항들」(van Benthem 1989)에서 타르스키와 마찬가지로 '변환들에 있어서의 불변항'이라는 개념에 근거한 논리상항의 정의를 제공하였다. 그는 자신의 정의가 타르스키의 정의와 동치라고 보았다. 또한 쉐어도 그녀의 저서인 『논리학의 한계들: 일반화된 관점』(Sher 1991)에서 타르스키와 유사한 방식으로 논리상항의 정의를 시도하였다.

본 논문에서는 타르스키의 논리상항의 정의와 그 확장에 대하여 논의한 뒤, 몇 가지 비판적인 논점을 제공하고자 한다. 특히 타르스키의 정의가 과연 중립적이고 순환적이지 않은가 하는 문제에 대한 논의를 통하여 논리상항의 정의에 대한 새로운 관점을 확보하고자 한다.

2. 타르스키의 논리상항의 정의

임의의 공집합이 아닌 집합 U 가 기본적인 논의의 영역(basic universe of discourse)으로서 주어졌다고 하자. 그러면, 적절한 유형 이론(type theory)을 메타 이론으로 하였을 때, U 의 원소들 사이의 모든 n 원 관계들(n-ary relations)의 집합 U', U'의 원소들에로의 모든 p 원 연산들(p-ary operations)의 집합 U'', U'의 원소들 사이의 모든 q 원 관계들(q-ary relations)의 집합 U''' 등이 파생적인 논의의 영역들(derived universes of discourse)로서 얻어질 수 있게 된다.(여기서 n,p,q 는 고정된 양의 정수이다.)

또한, 자연적인 방식으로 기본적인 영역 U 의 U 에 대한 모든 일대일 대응함수(one-one mapping of U onto U), 즉 모든 변환(permutation) P 에서부터 임의의 주어진 파생적 영역 U^{*} 의 U^{*} 에 대한 모든 변환 P^{*} 를 얻을 수 있다. 이러한 경우, 우리는 다음과 같은 정의들을 할 수 있다.[7]

정의 1 임의의 파생적 영역 U^{*} 의 원소 M 이 주어져 있다고 하자. 이때,

7) Givant-Tarski 1987, 57쪽.

$$P^{*}(M) = M$$

이라는 관계가 성립한다면, M 은 P 에 있어 **불변적**이라고 한다.

정의 2 주어진 기본적 영역 U가 주어졌을 때, 임의의 파생적 영역 U^{*}의 원소 M이 U에 대한 모든 변환 P에 있어 불변적이라면, M은 **논리적 대상(logical object)** 또는 **논리적 개념(logical notion)**이라고 한다.

정의 3 주어진 형식 체계 $\mathfrak{J}$의 기호 S가 $\mathfrak{J}$의 모든 모델 $\mathfrak{S}$에 있어서의 영역 U의 파생적 영역 U^{*}에 있어서의 논리적 대상을 지칭한다면, S를 형식 체계 $\mathfrak{J}$의 **논리상항(logical constant)**이라고 한다.

3. 타르스키의 논리상항의 정의의 확장

위의 타르스키의 논리상항의 정의에 따르면, 논의의 영역에 있어서의 개체(individual)를 지칭하는 기호는 논리상항일 수 없다는 것이 증명될 수 있다. 왜냐하면, "하나의 개체가 다른 개체로 변환되는 영역의 변환을 언제나 찾을 수 있다"는 사실 때문이다.[8)]

그 다음의 계층, 즉 개체들의 집합들에 대한 기호들 중에서는 전체 집합과 공집합을 지칭하는 기호들만이 논리상항이다. 이것은 "그 두 집합들만이 영역의 그 자신으로의 모

---

8) Tarski 1986, 150쪽. 이것은 Lindenbaum-Tarski 1936, 386쪽에서 '정리 2'로서 발표된 결과이다.

든 변환에 있어 불변적이다"는 점에 근거하고 있다.[9]

계속해서 개체들 사이의 이원적 관계들 중에는 오로지 네 가지의 논리적 대상들, 즉 어떠한 두 개체들 사이에 있어서도 성립되는 보편적 관계(universal relation), 어떠한 두 개체들 사이에 있어서도 성립되지 않는 무관계(empty relation), 동일한 두 개체들 사이에 있어 성립되는 동일성 관계(identity relation), 그리고 서로 다른 두 개체들 사이에 있어 성립하는 다름의 관계(diversity relation)등이 있게 되고, 이러한 대상들을 지칭하는 기호들은 적절한 논리 체계에 있어 논리상항들이 된다.[10]

그 외에도 위의 타르스키의 정의에 의하여 논리상항인 표현들은 영역의 크기를 지칭하는 표현들, 영역들의 집합들 사이의 관계들 즉, 두 집합들 사이의 '포함'의 관계, '배척'의 관계, '중첩'의 관계 등등을 지칭하는 표현들이 있게 된다.[11]

또한, 타르스키는 이러한 정의에 의하여 고전적인 일계 논리에 있어서의 논리상항들, 즉 "함축과 부정의 기호들, 그리고 전칭 양화사도 논리상항들에 포함되게 된다"는 것을 보일 수 있다고 보았다. 이를 위해서 타르스키는 "약간의 확장과 세련화가 필요할 것"으로 여겼다.[12]

---

9) Tarski 1986, 150쪽. 이것은 Lindenbaum-Tarski 1936, 386쪽의 '정리 3'으로 발표된 결과이다.

10) Tarski 1986, 150쪽. 이것은 Lindenbaum-Tarski 1936, 387쪽에 있는 '정리 4'의 결과에 바탕을 두고 있다. 타르스키는 이와 같은 결과가 19세기말에 퍼어스(Peirce), 슈뢰더(Schröder) 등의 논리학자들의 관계의 논리에 대한 연구들에 있어 도입한 기본적 관계들과 일치한다는 점에서 흥미 있다고 보았다.

11) Tarski 1986, 151쪽. Lindenbaum-Tarski 1936, 387쪽, '정리 5'.

12) Givant-Tarski 1987, 57쪽.

하지만, 이러한 "약간의 확장과 세련화"는 그의 저작에서는 직접적으로 제공되지 않았다. 다만, 이러한 확장의 한 방식으로서 그는 전체 집합과 공집합을 각각 참(Truth)과 거짓(Falsity)에 대응되는 것으로 여기고, 고전적인 일계 논리의 논리상항들이 적절한 진리함수들을 지칭하는 파생적인 논리상항들로 정의할 것을 고려해 보았던 듯 하다.[13] 그러나, 이와 같은 방식에 의한 고전적 논리상항들의 논리상항성에 대한 증명은 위의 타르스키의 정의에 의해서 직접적으로 이루어 질 수 없다는 단점이 있다.

이와 같은 단점을 해소하고, 보다 일반적으로 고전적인 일계 논리상항들이 논리상항임을 보이기 위해서 포고노브스키[14]가 제안한 방식을 도입하여 타르스키의 논리상항의 정의를 확장할 수 있다. 이것은 기본적으로 두 가지 진리치인 참(T)과 거짓(F)을 기본적인 논의의 영역에 포함하는 것에 의하여 이루어진다. 즉, U 를 개체들의 집합이라 하고, **T**와 **F**를 두 가지 진리치라고 할 때, 다음과 같이 U 로부터 파생되는 집합들의 전체인 $R(U)$ 를 귀납적으로 정의할 수 있다:

정의 4 $R_0(U) = U \bigcup \{T, F\}$

$R_{a+1}(U) = Pow(U \bigcup R_a(U))$

$R_m(U) = \bigcup_{a \in m} R_a(U)$ (where m is a limit ordinal)

$R(U) = \bigcup R_a(U)$

이제 $F_0(U)$ 를 진리치들을 움직이지 않는" $R_0(U)$ 의 모든 변환들(permutations)의 집합이라 정의하자. 즉,

13) Tarski 1986, 150쪽, 각주 6.
14) Pogonowski 1990.

정의 5 $F_0(U) = \{f \mid f \text{ is a permutation of } R_0(U) \text{ and } f(\mathbf{T})=\mathbf{T},\ f(\mathbf{F})=\mathbf{F}\}$

그러면, $F_0(U)$ 에 속하는 모든 변환들을 파생되는 집합들의 전체 $R(U)$ 로 연장한 변환들의 집합을 얻을 수 있게 되는데, 이러한 집합을 $F(U)$ 라 하자. 이제 이러한 바탕에서 타르스키의 논리상항의 정의를 다음과 같이 확장할 수 있다:

정의 6 $R(U)$ 에 속하는 대상 A , $F(U)$ 에 속하는 변환 f 가 주어졌다고 하자. 이때

$$A = F(A)$$

라는 관계가 성립한다면, A 는 f 에 있어 **불변적**이라 한다.

정의 7 $R(U)$ 에 속하는 대상 A 가 $F(U)$에 속하는 모든 변환 f에 있어 불변적이라면, A는 **논리적 대상(logical object)** 또는 **논리적 개념(logical notion)**이라고 한다.

정의 8 주어진 형식 체계 $\mathfrak{T}$의 기호 S가 $\mathfrak{T}$의 모든 모델 $\mathfrak{M}$에 있어서의 영역 U로부터 얻어지는 파생적 영역 $R(U)$에 있어서의 논리적 대상을 지칭한다면, S를 형식 체계 $\mathfrak{T}$의 **논리상항(logical constant)**이라고 한다.

이러한 새로운 확장된 정의에 따르면, 지금까지 타르스키의 논리상항의 정의에 의하여 논리상항으로 인정되는 것들은 여전히

논리상항이게 된다. 또한, 모든 진리함수들은 논리적 대상들이며, 그러한 진리함수들을 지칭하는 표현들로서의 함축(implication), 부정(negation) 등의 기호들은 논리상항이라고 증명할 수 있게 된다. 또한 고전적인 일계 논리의 한량사들과 더 나아가 일반화된 양화사들(generalized quantifiers)도 논리상항임을 보일 수 있다.[15)]

4. 논리상항의 신화

지금까지 위에서 논의한 타르스키의 논리상항의 정의는 두 가지 점에서 여타의 논리상항의 정의들과는 다른 특징을 지니고 있다.

첫째는, 논리상항들이 모든 논리체계에 있어 동일한 것이 아니라, 논리체계에 따라 달리 정해진다는 점에서 소위 체계상대적이라는 점을 명백히 보여 주고 있다. 이와 같은 점은 단순히 서로 다른 논리체계에서 서로 다른 기호들을 논리상항들로 사용할 수 있다는 의미에서가 아니라, 서로 다른 논리체계에 있어서 서로 다른 논리적 대상들을 지칭하는 논리상항들의 집합이 있을 수 있다는 의미에서 상대적인 것이다.

둘째는, 논리상항들의 정의가 의미론적(semantic) 또는 모델 이론적(model-theoretic)이라는 점이다. 이와 같은 점은 직관적인 논리상항의 정의가 구문론적(syntactic) 또는 문법적(grammatical)이었던 것과 대비될 수 있다. 논리상항

---

15) 모스토브스키는 그가 1957년에 발표한 「한량사의 일반화에 관하여」(Mostowski 1957)라는 논문에서 린덴바움-타르스키(Lindenbaum - Tarski 1936)와 마우트너(Mautner 1946)를 언급하면서 일반화된 양화사들을 논리상항들로 포함할 수 있음을 보이고자 하였다.

에 대하여 부정적이고, 논리상항의 정의가 자의적이라고 주장하는 논리학자들이 주목하고 있는 점이 주로 구문론적이고 문법적인 논리상항의 정의임을 주목한다면, 이 점은 타르스키의 정의가 지니는 강점으로서 이야기될 수 있을 것이다.

최근 에취멘디는 타르스키의 모델 이론적 논리적 귀결(model-theoretic logical consequence)의 정의에 대한 비판을 전개하면서, "논리상항의 신화"(myth of logical constant)라는 슬로건을 내걸었다.[16] 그가 지적하고자 하였던 것은 타르스키가 처음으로 정의하였고, 후에 논리학자들이 답습하고 있는 논리적 귀결의 모델 이론적 정의가 성공적인 것처럼 보이는 이유가 "올바른" 논리상항들의 선택에 달려있는 것이 아니라는 점이다. 오히려, 그것은 "우리의 일계 언어의 약점과 우리의 기본적인 집합론적 가정들의 강점의 결합 때문"[17]이라고 보았다. 그렇기에 그는 "올바른" 논리상항들을 찾는 문제로서의 "논리상항들의 문제"는 "가짜 문제"(red herring)라고 주장하였다.[18]

이와 같은 에취멘디의 주장은 위에서 제공된 타르스키의

16) Etchemendy 1990. 에취멘디는 그의 저서의 본문에서 직접적으로 "논리상항의 신화"라는 용어를 사용한 것이 아니고, 그의 책 제 9장의 제목으로서 "논리상항의 신화"라는 말을 사용하였다. 그가 책의 본문에서 사용한 용어는 "소위 논리상항들의 문제"(the so-called problem of logical constants)라는 말이었다.

17) Etchemendy 1990, 125쪽. "Rather its due to a combination of the weakness of our first-order language and the strength of our underlying set-theoretic assumptions."

18) Etchemendy 1990, 129쪽. "The problem of the logical constants is a red herring." 에취멘디의 이와 같은 주장에 대하여 쉐어는 그녀의 「논리학의 한계들: 일반화된 관점」 (Sher 1991)이라는 책에서 반박을 시도하였다.

논리상항의 정의에 대한 직접적인 비판은 아니지만, '과연 타르스키의 정의가 올바른 논리상항의 정의인가?' 하는 문제 이전에 '과연 올바르게 논리상항을 정의하는 것이 필요한가?' 라는 문제가 대두될 수 있음을 보여주는 것이라 할 수 있다. 왜 올바른 논리상항의 정의가 필요한 것인가?

이에 대해 타르스키는 분명한 입장을 보여 주었다. 타르스키는 「논리적 귀결의 개념에 대하여」(Tarski 1936)라는 논문에서 그의 고전적인 모델 이론적 논리적 귀결의 정의를 제공한 뒤, 자신의 정의가 과연 "실질적으로 적절한 정의"(materially adequate definition)인가 하는 문제를 해결하기 위한 가장 중요한 문제가 "언어에 있어서의 모든 용어들을 논리적인 것과 논리외적인 것으로 구분"하는 "객관적인 근거들"을 찾는 것이라고 하였다.[19] 이러한 관점에서 볼 때, 타르스키의 논리상항의 정의는 그의 모델 이론적 논리적 귀결의 개념의 정의를 객관적으로 뒷받침하기 위하여 필요한 것이었다.

그렇다면, 문제는 '과연 타르스키의 논리상항의 정의가 논리적 귀결의 개념에 대한 객관적인 근거를 제공하는가?' 하는 것이 된다. 이와 같은 문제에 대하여 대답하기 위해서

---

19) Tarski 1936, 418 - 419쪽. "I am not all of the opinion that in the result of the above discussion the problem of a materially adequate definition of the concept of consequence has been completely solved. On the contrary, I still see several open questions, only one of which -- perhaps the most important -- I shall point out here. Underlying our whole construction is the division of all terms of the language discussed into logical and extra-logical. This division is certainly not quite arbitrary. ... On the other hand, no objective grounds are known to me which permits us to draw a sharp boundary between the two groups of terms."

는 타르스키가 논리상항을 정의하기 위하여 사용한 논리적 대상의 규정, 즉 "모든 변환에 있어 불변함"(invariance under all permutations)이라는 규정의 근거가 어떤 것인가를 밝힐 필요가 있다.

타르스키는 그의 「논리적 개념이란 무엇인가?」(Tarski 1986)라는 논문에서 그의 의도를 다음과 같이 서술하였다:

> '논리적 개념이란 무엇인가?'라는 물음에 해답을 제공하는데 있어 내가 하고자 하는 것은 '논리적 개념'이란 용어의 한 가지 가능한 사용에 대한 제안 또는 제시를 하려는 것이다. 이러한 제안은 '논리적 개념'이라는 용어의 모든 현존하는 사용과 일치하지는 않더라도 최소한 실제로 사용되는 한 가지 용법과는 일치하는 것으로 여겨진다. 나는 그 용어가 여러 가지 서로 다른 의미들로 사용되고 있고, 나의 제안은 그 중의 하나일 뿐이라고 생각한다. 더구나, 나는 '논리학이란 무엇인가?'라는 일반적인 물음을 다루지 않을 것이다. 나는 논리학을 참인 문장들의 체계로서의 과학이며, 그 문장들은 논리적 개념이라고 부르는 어떠한 개념들을 지칭하는 용어들을 포함하고 있다고 여긴다.[20]

그렇다면, 타르스키는 어떻게 그의 논리적 개념의 정의에

---

20) Tarski 1986, 145쪽. "... in answering the question 'What are logical notions?' what I shall do is make a suggestion or proposal about a possible use of the term 'logical notion'. This suggestion seems to me to be in agreement, if not with all prevailing usage of the term 'logical notion', at least with one usage which actually is encountered in practice. I think the term is used in several different senses and that my suggestion gives an account of one of them. Moreover I shall not discuss the general question 'What is logic?' I think logic to be a science, a system of true sentences, and the sentences contain terms denoting certain notions, logical notions."

대한 제안에 이르는가? 이를 위하여 그는 클라인이 기하학에 대하여 최초로 적용하였던 에어랑겐 프로그램을 논리학에 적용하였다.[21]

주지하다시피 클라인은 1872년 그의 에어랑겐 대학 교수 취임 논문으로 발표하였던 「기하학에 있어서 최근의 연구들에 대한 비교적 검토」 (Klein 1872)라는 논문에서 여러 가지 기하학들, 예를 들어 일상적인 유클리드 기하학, 투영 기하학, 위상 기하학 등에서 다루는 기하학적 개념들 중에 각각의 기하학들에 있어 고유한 변환들에 의하여 불변적인 개념들이 있다는 것에 착안하여 그러한 불변적인 개념들에 의한 기하학들의 분류와 이론적 탐구를 제안하였다.[22] 예를 들어, 일상적인 유클리드 기하학(ordinary Euclidean geometry)에 있어서의 모든 개념들은 "닮음"(similarity)의 관계를 보존하는 모든 변환, 즉 닮음 변환(similarity transformation)에 있어 불변적임이 증명될 수 있다.[23] 이에 따라, 유클리드 기하학의 개념들은 "모든 가능한 닮음 변환들에 있어서 불변적인 개념"[24]으로 정의될 수 있다. 이러한 클라인의 에어랑겐 프로그램에 의하여 밝혀진 결과의 하나

21) Tarski 1986, 145쪽. "The idea which will underlie my suggestion goes back to a famous German mathematician, Felix Klein."

22) 이것이 바로 에어랑겐 프로그램의 골자라 할 수 있다. 이에 대해서는 Klein 1872, 219쪽을 참조할 것: "Given a manifoldness and a group of transformations of the same; to develop the theory of invariants relating to that group. This is the general problem, and it comprehends not alone ordinary geometry, but also and in particular the more recent geometrical theories which we propose to discuss, and the different methods of treating manifoldness of n dimensions.""

23) Lindenbaum-Tarski 1936, 388쪽.

24) Tarski 1986, 148쪽.

는 가능한 변환의 집합을 줄인다면 보다 특수한 개념들이 불변적인 것이 되고, 반대로 가능한 변환의 집합을 늘린다면 보다 일반적인 개념들이 불변적인 것이 된다는 것이다.

이와 같은 클라인의 결과에 근거하여, 타르스키는 가능한 가장 넓은 변환들의 집합, 즉 논의의 영역(universe of discourse) 또는 '세계'의 자신으로의 모든 변환들의 집합에 있어 불변적인 개념이 가장 일반적이고 보편적인 개념일 수 있기에 그러한 개념을 '논리적 개념'이라고 부를 것을 제안하였다:

> 우리는 공간, 또는 논의의 영역, 또는 '세계'의 자신에로의 모든 일대일 변환의 집합을 고려할 수 있다. 무슨 과학이 이러한 가장 넓은 변환들의 집합에 있어 불변적인 개념들을 다룰 것인가? 여기에서 우리는 아주 적은 수의 개념들, 모두가 아주 일반적인 성격을 지니는 개념들을 갖게 될 것이다. 나는 그 개념들이 논리적 개념들이라고 제안한다. 즉, 어떠한 개념이 세계의 자신에로의 모든 일대일 변환들에 있어 불변적이라면 그 개념은 '논리적'이라고 부를 것을 제안한다.[25)]

이러한 타르스키의 제안은 어떠한 근거에 의하여 받아들여 질 수 있는가? 타르스키는 그의 정의가 받아들여질 수

---

25) Tarski 1986, 149쪽. "... we would consider the class of all one-one transformations of the space, or universe of discourse, or 'world', onto itself. What will be the science which deals with the notions invariant under this widest class of transformations? Here we will have very few notions, all of a very general character. I suggest that they are the logical notions, that we call a notion 'logical' if it is invariant under all possible one-one transformations of the world onto itself."

있는 근거가 그 정의의 “귀결”이 받아들여질 만 하다는 점, 즉 그의 정의에 의하여 논리적 개념들인 것은 대부분 논리적 개념들로 받아 들여 지고 있다는 이라고 보았다.[26] 이와 같은 점은 이미 위에서 우리가 보았듯이 대부분의 논리상항들이 타르스키의 논리상항의 정의에 의하여 논리상항들로 증명될 수 있다는 점에 의해서 지지될 수 있다.

하지만, 이와 같은 타르스키의 ‘실용적’인 논거는 그의 논리상항의 정의가 과연 객관적이고 중립적이며, 순환적이지 않은 것인가에 대한 의문을 다시 제기하게 만든다. 그의 정의가 수학적인 목적을 위해서는 정당한 것일 수 있지만, 과연 철학적으로도 정당한 것인가 하는 문제가 여전히 제기될 수 있기 때문이다.

26) Tarski 1986, 151쪽.

【참고문헌】

최병일, 『콰인의 1계 주장과 논리학의 철학적 기초에 관한 연구』, 연세대학교, 1986

Barwise, J. 1985 "Model-theoretic logics; background and aims", in J. Barwise and S. Feferman(ed.), *Model-Theoretic Logics*, Springer-Verlag, New York.

Bochenski, I. 1956 *A History of Formal Logic*, Chelsea Pub. Co., New York.

Boolos, G. 1975 "On second-order logic", in *Journal of Philosophy*, Vol. 72, 509 - 526쪽.

Church, A. 1956 *Introduction to Mathematical Logic*, Princeton University Press, Princeton,

Etchemendy, J. 1990 *The Concept of Logical Consequence*, Harvard University Press, Cambridge.

Givant, S. and Tarski, A. 1987, *A Formalization of Set Theory Without Variables*, American Mathematical Society, Providence.

Klein, F. 1872 "A comparative review of recent researches in geometry", English trans. by M. W. Haskell, in *Bulletin of the New York Mathematical Society*, 2 (1892-1893), 215 - 249쪽.

Kneale, W. 1956 "The province of logic", in *Contemporary British Philosophy*, ed. by H. D. Lewis, Allen & Unwin, London.

Lindenbaum, A and Tarski, A. 1936 "On the limitations of the means of expressions of deductive theories", in *Logic,* *Semantics, Metamathematics*, ed. by J.Corcoran, Hackett Pub Co., Indianapolis, second edition, 1983.

Mautner, F. 1946 "An extension of Klein's Erlanger program: logic as invariant-theory", in *American Journal of Mathematics*, Vol. 68 (1946), No.3, 345 - 384쪽.

Mostowski, A. 1957 "On a generalization of quantifiers", in *Fundamenta Mathematicae*, Vol. 44 (1957), 12 - 36쪽.

Putnam, H. 1971 *Philosophy of Logic*, George Allen & Unwin, London.

Pogonowski, J. 1990 "Logical constants and grammatical information", unpublished manuscript.

Quine, W. 1970 *Philosophy of Logic*, Harvard University Press, Cambridge.

Russell, B. 1903 *The Principles of Mathematics*, George Allen & Unwin, London.

Sher, G. 1991 *The Bounds of Logic: A Generalized Viewpoint*, The MIT Press, Cambridge

Tarski, A. 1936, "On the concept of logical consequence", in *Logic, Semantics, Metamathematics*, ed. by J. Corcoran, Hackett Pub Co., Indianapolis, 2nd.ed., 1983.

Tarski, A. 1986 "What are logical notions?", ed. by J. Corcoran, in *History and Philosophy and Philosophy of Logic*, Vol. 7 (1986), 143 - 154쪽.

van Benthem, J. 1989 "Logical constants across varying types", in *Notre Dame Journal of Formal Logic*, Vol.30 (1989), 315 - 342쪽.