

연상 메모리 기능을 수행하는 셀룰라 신경망의 설계 방법론

(A Design Methodology for CNN-based Associative Memories)

박연묵[†] 김혜연^{**} 박주영^{***} 이성환^{****}

(Yonmook Park) (Hye-Yeon Kim) (Jooyoung Park) (Seong-Whan Lee)

요약 본 논문에서는 연상 메모리 기능을 수행하는 셀룰라 신경망(Cellular Neural Network)의 설계를 위한 새로운 방법론을 제안한다. 먼저, 셀룰라 신경망 모델의 기본적 특성들을 소개한 후, 최적 성능을 가지고 이진 원형 패턴들을 저장할 수 있는 셀룰라 신경망 모델의 설계 방법을 제약 조건이 가해진 최적화 문제로 공식화한다. 다음으로 이 문제의 제약 조건을 선형 행렬 부등식(Linear Matrix Inequalities)을 포함하는 부등식의 형태로 변환시킬 수 있음을 관찰한다. 마지막으로 셀룰라 신경망 최적 설계 문제를 내부점 방법(interior point method)에 의해 효율적으로 풀릴 수 있는 일반화된 고유값 문제(Generalized EigenValue Problem)로 변환한다. 본 논문에서 제시하는 셀룰라 신경망 설계 방법론은 공간 변형 형판 셀룰라 신경망과 공간 불변 형판 셀룰라 신경망 설계에 모두 적용될 수 있다. 설계 예제를 통해 제안된 방법의 유효성을 검증한다.

Abstract In this paper, we consider the problem of realizing associative memories via cellular neural network(CNN). After introducing qualitative properties of the CNN model, we formulate the synthesis of CNN that can store given binary vectors with optimal performance as a constrained optimization problem. Next, we observe that this problem's constraints can be transformed into simple inequalities involving linear matrix inequalities(LMIs). Finally, we reformulate the synthesis problem as a generalized eigenvalue problem(GEVP), which can be efficiently solved by recently developed interior point methods. Proposed method can be applied to both space varying template CNNs and space-invariant template CNNs. The validity of the proposed approach is illustrated by design examples.

1. 서론

최근들어 셀룰라 신경망 모델은 연상 메모리, 영상 처리, 패턴 인식 등 다양한 분야에서 전문가들의 관심을

끌고 있다[1]. 1988년 Chua와 Yang에 의해 처음 소개된 셀룰라 신경망은 이웃 셀들과만 연결된 셀들로 구성된 순환 신경망(feedback neural network)의 일종이다[2]. 이러한 국소 상호 연결 특성에 기인하여, 셀룰라 신경망은 VLSI 구현에 매우 적합한 것으로 알려져 있다. 본 논문에서는 셀룰라 신경망을 통해서 연상 메모리를 구현하는 문제를 고려한다. 일반적으로, 연상 메모리는 주어진 패턴을 흡인 영역(attraction domain)을 갖는 메모리로 저장하는 것을 목적으로 한다. 즉, 저장된 패턴에 충분히 가까운 임의의 벡터가 초기 조건으로 주어졌을 때 저장된 패턴이 최종 출력으로 연상(recall)될 수 있도록 하는 것이다. 셀룰라 신경망의 매개 변수를 적절히 선택했을 경우 셀룰라 신경망은 연상 메모리로서 잘

· 본 연구는 부분적으로 과학기술부 창의적연구진흥사업의 연구비 지원을 받았다.

[†] 비회원 : 한국과학기술원 기계공학과
ympark@fdcl.kaist.ac.kr

^{**} 비회원 : 고려대학교 영상정보처리학과
hykim@image.korea.ac.kr

^{***} 비회원 : 고려대학교 제어계측공학과 교수
jpark@tiger.korea.ac.kr

^{****} 종신회원 : 고려대학교 컴퓨터학과 교수
swlee@image.korea.ac.kr

논문접수 : 1999년 7월 26일

심사완료 : 2000년 3월 3일

동작될 수 있음이 여러 논문들에서 보여지고 있다[3][4][5]. 몇몇 잘 알려진 신경 연상 메모리 설계 방법들 가운데, 고유구조 방법(eigenstructure method)이 특별히 효과적이다[6]. 최근, 고유구조 방법은 셀룰라 신경망 연상 메모리 설계에도 적용된다 있다[4][5]. 본 논문에서는 우수한 성능을 발휘하는 셀룰라 신경망의 매개 변수를 찾는 방법론에 초점을 맞춘다. 먼저, 셀룰라 신경망 모델의 기본적 특성을 소개한 후, 최적 성능을 가지고 원형 이진 패턴들을 저장할 수 있는 셀룰라 신경망 모델의 설계 방법을 제약 조건이 가해진 최적화 문제로 공식화한다. 다음으로, 이 문제의 제약 조건을 선형 행렬 부등식을 포함하는 간단한 부등식의 형태로 변환할 수 있음을 관찰한다. 마지막으로, 부등식 형태로 변환된 설계 제약 조건들을 일반화된 고유값 문제(Generalized EigenValue Problem, GEVP)라고 불리는 최적화 문제로 변환한다. GEVP는 내부점 방법들에 의해 효율적으로 풀릴 수 있기 때문에, 설계 문제를 고유값 문제로 변환하는 것은 본래 문제의 해를 구하는 것과 동일하다[1][3][7]. 본 논문에서는 제안된 방법에서 사용할 GEVP 문제의 최적 해 탐색을 위해, MATLAB LMI Control Toolbox[3]를 사용하였다.

본 논문에서는, 다음의 정의들 및 기호 약속들을 사용한다. R^n 은 n 차원 실수 벡터 공간을 나타낸다. $x \in R^n$ 에 대해, 그것의 유클리디안 노름(Euclidean norm)과 최대값 노름(maximum norm)($\max_{1 \leq i \leq n} |x_i|$)으로 정의됨은 각각 $\|x\|$ 과 $\|x\|_\infty$ 으로 표시한다. 행렬 $W \in R^{n \times n}$ 에 대해, $\|W\|_\infty$ 은 $\max_{x \neq 0} \|Wx\|_\infty / \|x\|_\infty$ 으로 정의되는 노름을 나타낸다. 임의의 대칭 행렬 $A \in R^{n \times n}$ 에 대해, $x^T A x > 0, \forall x \neq 0$ 가 만족되면, A 는 양의 정부호(positive definite)이다라고 하며, $A > 0$ 로 표기한다. 또한, $A > B$ 는 $A - B$ 가 양의 정부호임을 의미한다. I_n 은 $R^{n \times n}$ 에서 항등 행렬(identity matrix)을 나타낸다. H^n 은 hypercube $[-1, +1]^n$ 을 뜻한다. 이진 벡터(binary vector)는 그것의 각각의 원소가 +1 또는 -1 인 양극 이진 벡터(bipolar binary vector)를 의미하고, H^n 에 속하는 모든 이진 벡터들의 집합은 B^n 으로 표시된다. B^n 에서 두 개 벡터 x^* 과 x 사이의 해밍 거리(hamming distance)는 $HD(x^*, x)$ 으로 표기하며, $HD(x^*, x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n |x_i^* - x_i|$ 이다. 임의의 벡터 집합 γ 에 대해 $\gamma^{(k)}$ 은 γ 의 k 번째 벡터를 의미한다.

본 논문은 다음과 같이 구성된다: 2장에서는, 셀룰라 신경망의 기본적 성질들을 간략하게 소개하고, 셀룰라 신경망의 설계 문제를 제약 조건을 가한 최적화 문제로 공식화한다. 3장에서는, 일반적 경우인 공간 변형(space-varying) 형판(template) 셀룰라 신경망 연상

메모리 설계 최적화 문제를 GEVP 문제로 변환한다. 4장에서는, 공간 불변(space-invariant) 셀룰라 신경망 형판의 개념을 간략히 소개하고, 그 설계 최적화 문제 역시 GEVP로 변환한다. 5장에서는, 제안된 방법론의 정당성과, 기존의 설계 방법과의 성능 비교를 위해 설계 예제들을 제시한다. 마지막으로, 6장에서 결론을 내린다.

2. 셀룰라 신경망 연상 메모리

2.1 셀룰라 신경망 연상 메모리 모델

본 논문에서 고려하는 2차원(two-dimensional), 연속 시간(continuous-time), 제로 입력(zero-input)인 셀룰라 신경망은 아래와 같은 벡터 미분 방정식으로 기술된다[2][4]:

$$\begin{cases} \dot{v}_{xij} = -v_{xij} + \sum_{C(k,l) \in N_r(i,j)} W_{ij,kl} v_{ykl} + d_{ij}, \\ v_{yij} = \text{sat}(v_{xij}) \end{cases} \quad (1)$$

여기서 $(i, j) \in \{1, \dots, M\} \times \{1, \dots, N\}$ 이고 $\text{sat}(v_{xij}) = \frac{1}{2}(|v_{xij} + 1| - |v_{xij} - 1|)$ 이다. 식 (1)의 각 요소들의 의미는 다음과 같다: v_{xij} 와 v_{yij} 는 각각 (i, j) 번째 셀, $C(i, j)$ 의 상태와 출력을 나타낸다. 셀룰라 신경망 (1)은 $n = MN$ 개의 셀들로 구성된 이차원 $M \times N$ 배열이다. 양의 정수 r 에 대해 셀 $C(i, j)$ 의 r -이웃(r -neighborhood) $N_r(i, j)$ 는

$$N_r(i, j) \triangleq \{C(k, l) : \max\{|k-i|, |l-j|\} \leq r, 1 \leq k \leq M, 1 \leq l \leq N\}$$

로 정의된다. $W_{ij,kl}$ 는 셀 $C(k, l)$ 로부터 셀 $C(i, j)$ 까지의 연결 강도값(connection weight value)을 의미한다. d_{ij} 는 셀 $C(i, j)$ 에 대한 바이어스 항이다. 보다 간편한 수식으로 바꿔주기 위해 $W = [W_{ij,kl}] \in R^{MN \times MN}$ 를 $n \times n$ 행렬 $T = [T_{ij}] = W$ 로 표현하고, $d = [d_{ij}] \in R^{MN}$ 를 n 차원 벡터 $b = [b_j] = d$ 로 표현하면, 시스템 (1)은 다음과 같은 형태로 표현될 수 있다:

$$\begin{cases} \dot{x} = -x + T \text{sat}(x) + b, \\ y = \text{sat}(x) \end{cases} \quad (2)$$

여기서 $x = [v_{x11}, v_{x12}, \dots, v_{x21}, \dots, v_{xMN}]^T \in R^n$ 는 상태 벡터이고, $y = [v_{y11}, v_{y12}, \dots, v_{y21}, \dots, v_{yMN}]^T \in H^n$ 는 출력 벡터이다. $T = [T_{ij}] \in R^{n \times n}$ 는 연결 강도 행렬이며, $b \in R^n$ 은 바이어스 벡터이고, $\text{sat}(x) = [\text{sat}(x_1), \dots, \text{sat}(x_n)]^T$ 이다. 연상 메모리의 경우, (2)의 초기 조건 벡터들은 항상 $|x_i(0)| \leq 1, i = 1, \dots, n$ 를 만족한다. Chan과 Zak은 실제 신경망 시스템의 상호 연결 개

수는 복잡하게 얽힌 셀들의 개수에 비해서 적음을 관찰하였고, 완전한 상호 연결에 의존하는 신경망은 생물학적 신경망 시스템 모델로 적합하지 않음을 언급했다[12]. 본 논문에서 다루는 셀룰라 신경망 시스템 (2)의 T도 이웃 반경 r에 의해 결정되는 조밀하지 않은 행렬 (sparse matrix)임에 유의하자. 조밀하지 않은 형식을 명백하게 표현하기 위해 색인 행렬(index matrix) $S = [S_{ij}] \in R^{n \times n}$ 를 사용한다. 색인 행렬의 각 원소는 1 또는 0으로, 1은 "연결됨"을, 0은 "끊김"을 나타낸다. $T = T|_S$ 는 셀들간의 상호 연결이 색인 행렬 S에 의해 결정됨을 의미한다. 즉, $S_{ij} = 1$ 인 경우에만 연결 강도 T_{ij} 는 0이 아닌 값을 갖는다.

연결 강도 행렬 T의 상호 연결 규칙을 결정할 색인 행렬의 구조는 다음과 같이 기술된다.

행렬 $Q = [Q_{ij,kl}] \in R^{MN \times MN}$ 을 다음과 같이 정의한다.

$$Q_{ij,kl} = \begin{cases} 1, & C(k, l) \in N_c(i, j) \text{ 일 때} \\ 0, & \text{그 밖의 경우} \end{cases}$$

여기서 $n = M \times N$ 일 때 색인 행렬 $S = Q = [S_{ij}] \in R^{n \times n}$ 라고 한다. $T = T|_S$ 는 셀들간의 상호 연결이 색인 행렬 S에 의해 결정됨을 의미한다.

2.2 셀룰라 신경망 연상 메모리에 관한 안정성 정의

셀룰라 신경망 모델 (2)의 안정성에 관한 논의에서, 우리는 다음의 정의들을 사용한다:

- 만약 $x(0) = x_e$ 이 $x(t) = x_e, \forall t > 0$ 을 만족하면, $x_e \in R^n$ 은 시스템 (2)의 평형점이다.

- 만약 임의의 $\epsilon > 0$ 에 대해서, $\|x(0) - x_e\| < \delta$ 이면, $\|x(t) - x_e\| < \epsilon, \forall t > 0$ 이 만족되는 $\delta > 0$ 가 존재하면, 시스템 (2)의 평형점 x_e 은 안정하다.

- 만약 어떤 점 x_e 이 안정하고 $\|x(0) - x_e\| < \delta$ 이면, $t \rightarrow \infty$ 일 때 $x(t) \rightarrow x_e$ 이 되는 $\delta > 0$ 가 존재하면, 시스템 (2)의 평형점 x_e 은 점근적으로 안정(asymptotically stable)하다.

- 만약 시스템 (2)에 점근적으로 안정한 평형점 $\beta \in R^n$ 가 존재하여 $a = \text{sat}(\beta)$ 를 만족하면 $a \in H^n$ 는 시스템 (2)의 기억 벡터이다.

- 만약 모든 초기 조건 $x(0) \in H^n$ 에 대해서, 시스템의 모든 궤적이 어떤 평형점으로 수렴하면, 시스템 (2)는 전역적으로 안정(globally stable)하다.

2.3 셀룰라 신경망 연상 메모리의 안정성 판별 기준

셀룰라 신경망 모델 (2)의 안정성 판별 기준은 다음과 같다:

- 만약 $a \in B^n$ 와 $\beta \triangleq T a + b$ 가

$$a_i \beta_i = a_i (\sum_{j=1}^n T_{ij} a_j + b_i) > 1, i = 1, \dots, n \quad (3)$$

이면, (a, β) 는 기억 벡터와 시스템 (2)의 점근적 안정 평형점의 쌍이 된다[4].

- 만약 T가 대칭이면, 시스템 (2)는 전역적으로 안정하다[2][9].

2.4 연상 메모리에 관한 정성적 분석

일반적으로, 위의 안정성 기준만을 고려하여 신경 연상 메모리를 설계할 경우 만족스러운 성능의 신경망을 구현할 수 없다. 원형 패턴에 대한 흡인 영역과 의사 상태(spurious memory)의 개수와 같은 다른 성능 지수들에 중점을 두는 지침들이 병행되어야 한다.

Liu와 Lu는 연결 강도 행렬 T의 대각 원소들을 +1로 고정시켰을 때 아래와 같은 바람직한 특성을 얻을 수 있다는 것을 보였다[10]:

- 시스템 (2)는 이진 기억 벡터만 갖는다.

- 임의의 기억 벡터 $a \in B^n$ 에 대해서

- 해밍 거리 $HD(\gamma, a) = 1$ 인 꼭지점들 $\gamma \in B^n$ 는 기억 벡터가 될 수 없다.

- 만약 $x(0) = \gamma, HD(\gamma, a) = 1$ 이고 γ 와 a 가 i번째 비트에서 다르면, $x_i(t)$ 는 $t = 0$ 일 때의 a_i 를 향해 움직인다.

또한, Liu와 Lu가 수행한 실험 결과에 따르면, 이러한 대각 제약 조건을 만족하는 셀룰라 신경망은 그렇지 않은 경우에 비해 적은 개수의 의사 상태를 갖고, 기억 벡터들에 대해서는 더 큰 흡인 영역들을 갖는다[10]. 본 논문에서는 이러한 바람직한 특성을 이용하기 위해 각각의 $i \in \{1, \dots, n\}$ 에 대해 T_{ii} 를 +1로 고정시켰다; 그러므로 기억 벡터들은 H^n 의 꼭지점(vertex)에만 존재한다. 표기상의 편의를 위해, 연결 강도 행렬 T의 비대각 부분을 \hat{T} 로 표시한다 (즉, $\hat{T} \triangleq T - I_n$). 이 표현에 의해, $\hat{T}_{ii} = 0, i \in \{1, \dots, n\}$ 임에 유의하자.

2.5 셀룰라 신경망 시스템의 성능 향상을 위한 추가 지침

본 논문에서는 셀룰라 신경망 시스템 (2)의 성능 향상을 위한 추가 지침으로 사용될 새로운 정리를 제시한다.

정리: $a \in B^n$ 를 시스템 (2)의 기억 벡터라 하고 k 가 $\{1, \dots, n\}$ 에 속하는 정수라 하자. 만약 \hat{T} 와 b 가 다음 식

$$a_i (\sum_{j=1}^n \hat{T}_{ij} a_j + b_i) > 2(k-1) \max_{1 \leq j \leq n} |\hat{T}_{ij}|, i = 1, \dots, n \quad (4)$$

을 만족하면 $1 \leq HD(a, a^*) \leq k$ 인 임의의 이진 벡터

$a^* \in B^n$ 는 다음 특성을 갖는다:

- a^* 는 기억 벡터가 아니다.
- 만약 $x(0) = a^*$ 이고, $a_i^* \neq a_i$ 이면, $x_i(t)$ 는 $t=0$ 일 때의 a_i 로 움직인다.

증명: $a^* \in B^n$ 가 $1 \leq HD(a, a^*) \leq k$ 를 만족하는 임의의 이진 벡터이고 $a_i^* \neq a_i$ (즉, $a_i^* = -a_i$)라고 하자. 일반성을 잃지 않고, $a_i = 1$ 이고 $a_i^* = -1$ 이라고 가정할 수 있다. $\delta \triangleq a^* - a$ 는 다음 식

$$|\sum_{j=1}^n \tilde{T}_{ij} \delta_j| = |\tilde{T}_{i1} \delta_1 + \dots + 0 \times \delta_i + \dots + \tilde{T}_{in} \delta_n| \leq 2(k-1) \max_{1 \leq j \leq n} |\tilde{T}_{ij}|$$

를 만족하므로 다음 관계를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & (\sum_{j=1}^n \tilde{T}_{ij} a_j^* + b_i) \\ = & (\sum_{j=1}^n \tilde{T}_{ij} a_j + b_i) + (\sum_{j=1}^n \tilde{T}_{ij} \delta_j) \\ \geq & (\sum_{j=1}^n \tilde{T}_{ij} a_j + b_i) - 2(k-1) \max_{1 \leq j \leq n} |\tilde{T}_{ij}| \\ > & 0. \end{aligned} \tag{5}$$

이것은

$$\begin{aligned} a_i^* (\sum_{j=1}^n \tilde{T}_{ij} a_j^* + b_i) &= a_i^* (a_i^* + (\sum_{j=1}^n \tilde{T}_{ij} a_j^* + b_i)) \\ &= 1 - (\sum_{j=1}^n \tilde{T}_{ij} a_j^* + b_i) \\ &< 1 \end{aligned}$$

를 의미한다. 그러므로 a^* 에 대해 (3)은 성립하지 않는다. 즉, a^* 는 시스템 (2)의 기억 벡터가 될 수 없다. 다음으로, 시스템 (2)가 $x(0) = a^*$ 로부터 시작한다고 하자. 이 때 시스템 상태 벡터의 i 번째 원소는 다음 식을 만족한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(0) &= -x_i(0) + \sum_{j=1}^n \tilde{T}_{ij} \text{sat}(x_j(0)) + b_i \\ &= -x_i(0) + \{\text{sat}(x_i(0)) + \sum_{j=1}^n \tilde{T}_{ij} \text{sat}(x_j(0))\} + b_i \\ &= -a_i^* + (a_i^* + \sum_{j=1}^n \tilde{T}_{ij} a_j^*) + b_i \\ &= \sum_{j=1}^n \tilde{T}_{ij} a_j^* + b_i. \end{aligned}$$

식 (5)에 의해 위 값은 0보다 크다. 따라서, $x_i(t)$ 는 $t=0$ 인 $a_i = 1$ 방향으로 점차 변화하게 된다. 이와 다른 경우(즉, $a_i = -1 = -a_i^*$)도 동일한 방법으로 증명될 수 있다.

다음으로, 시스템을 구현할 때 오차가 발생할 가능성이 있으므로, 다음과 같은 섭동된 시스템을 고려하는 것은 중요한 일이다:

$$\begin{cases} \dot{x} = -(I_n + \Delta A)x + (T + \Delta T) \text{sat}(x) + (b + \Delta b), \\ y = \text{sat}(x) \end{cases} \tag{6}$$

여기서 ΔA 는 $1 + \Delta a_i > 0, i = 1, \dots, n$ 을 갖는 $\Delta A = \text{diag}[\Delta a_1, \dots, \Delta a_n]$ 이며, $\Delta T \in R^{n \times n}, \Delta b \in R^n$ 이다. Liu와 Michel은 (4)의 원편들이 커질 때, 강인 특성(robustness)이 보장됨을 보였다[5]. 즉, 시스템 (2)의 기억 벡터 $a \in B^n$ 에 대하여, 만약

$$a_i (\sum_{j=1}^n \tilde{T}_{ij} a_j + b_i) > \mu > 0, i = 1, \dots, n$$

이면, a 는 또한

$$\|\Delta A\|_\infty + \|\Delta T\|_\infty + \|\Delta b\|_\infty < \mu$$

이 만족되는 섭동된 시스템 (6)의 기억 벡터가 된다.

본 논문에서 제시된 정리와 강인 특성으로부터, 큰 k 로 조건 (4)를 만족하는 경우 저장된 기억 벡터 $a \in B^n$ 의 흡인성과 강인성을 증가시킬 수 있으며, 또한 a 주변 꼭지점들에 의사 상태가 존재할 가능성이 적어지게 한다. 이러한 고찰에 따라 셀룰라 신경망 연상 메모리 설계를 다음과 같이 공식화할 수 있다:

색인 행렬 $S \in R^{n \times n}$ 에 의해 결정되는 셀룰라 신경망의 상호 연결 구조와 적합한 이진 기억 벡터 $a^{(1)}, \dots, a^{(m)} \in B^n$ 이 주어졌을 때, 최적의 성능을 발휘하는 셀룰라 신경망의 매개 변수들(b_i, \tilde{T}_{ij})은 다음의 최적화 문제를 풀으로써 얻어질 수 있다.

$$\begin{aligned} \max \quad & \delta (> 0) \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} a_i^{(k)} (\sum_{j=1}^n \tilde{T}_{ij} a_j^{(k)} + b_i) > \\ 2\delta \max_{1 \leq j \leq n} |\tilde{T}_{ij}|, i = 1, \dots, n, k = 1, \dots, m, \\ \tilde{T}_{ij} = 0, i = 1, \dots, n, \\ T = \tilde{T}^T = \tilde{T}|_S \end{cases} \end{aligned} \tag{7}$$

이 최적화 문제는 비선형 제약 조건(즉, (7)의 첫 번째 조건)을 갖는데, 이것은 simplex 방법과 같은 선형 프로그래밍 기술을 적용시키는데 장애가 된다. 다음 장에서 이러한 문제가 효율적으로 풀릴 수 있는 다른 종류의 최적화 문제로 변환될 수 있음을 보인다.

3. 셀룰라 신경망 연상 메모리 설계 문제를 풀기 위한 GEVP 방법

이 장에서는, 식 (7)을 GEVP라고 불리는 선형 행렬 부등식(Linear Matrix Inequalities, LMIs)에 기초한 최적화 문제로 변환한다.

3.1 선형 행렬 부등식 (Linear Matrix Inequalities, LMIs)

선형 행렬 부등식은 다음과 같은 형태의 제약 조건이

다.

$$A(z) \triangleq A_0 + z_1 A_1 + \dots + z_N A_N > 0. \quad (8)$$

여기서 $z \triangleq [z_1, \dots, z_N]^T$ 는 변수이고, A_0, \dots, A_N 은 주어진 대칭 행렬들이다. 복수 개의 선형 행렬 부등식 $A^{(1)}(z) > 0, \dots, A^{(p)}(z) > 0$ 은 단일 선형 행렬 부등식 $\text{diag}[A^{(1)}(z), \dots, A^{(p)}(z)] > 0$ 로 표현될 수 있다. 그러므로, 선형 행렬 부등식들의 집합과 단일 선형 행렬 부등식은 차이가 없다[11].

3.2 일반화된 고유값 문제 (Generalized Eigen-Value Problem, GEVP)

GEVP의 일반적인 형태는 다음과 같다[11].

$$\begin{aligned} \min \quad & \lambda \\ \text{s.t.} \quad & \lambda B(z) - A(z) > 0, \\ & B(z) > 0, \\ & C(z) > 0. \end{aligned}$$

여기서 $A(z), B(z), C(z)$ 는 변수 z 에 관한 affine 함수들로 대칭 행렬들이다. GEVP는 상용 소프트웨어에 의해 효율적으로 풀릴 수 있다[7][11]. 본 논문에서는 MATLAB LMI Control Toolbox의 “gevp” 함수를 사용한다.

3.3 셀룰라 신경망 연상 메모리 최적 설계 조건을 GEVP로 변환

식 (7)을 GEVP로 변환하기 위해, 먼저

$$a_i^{(k)} \left(\sum_{j=1}^n \tilde{T}_{ij} a_j^{(k)} + b_i \right) > 2\delta q_i > 2\delta \max_{1 \leq j \leq n} |\tilde{T}_{ij}|, \quad (9)$$

$$i = 1, \dots, n, \quad k = 1, \dots, m$$

을 만족하는 추가적인 변수들 $q_i, i = 1, \dots, n$ 을 제시한다. 여기서 부등식들 (9)는 (7)의 첫 번째 제약 조건의 재표현으로서 (7)의 “ $a_i^{(k)}(\sum_{j=1}^n \tilde{T}_{ij} a_j^{(k)} + b_i)$ ”와 “ $2\delta \max_{1 \leq j \leq n} |\tilde{T}_{ij}|$ ” 사이에 의도적으로 “ $2\delta q_i$ ” 항들을 삽입하였음에 유의하자. 식 (9)는

$$\begin{aligned} q_i - \tilde{T}_{ij} > 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, n, \\ q_i + \tilde{T}_{ij} > 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

와 같은 선형 행렬 부등식들과

$$-2\delta q_i + a_i^{(k)} \left(\sum_{j=1}^n \tilde{T}_{ij} a_j^{(k)} + b_i \right) > 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad k = 1, \dots, m$$

와 같은 부등식의 집합으로 분리될 수 있다.

또한, 최종적으로 얻어진 셀룰라 신경망 연상 메모리

가 어려움 없이 최종적으로 구현될 수 있게 하기 위해서는 연결 강도의 크기 $|\tilde{T}_{ij}|$ 가 합당한 상한(upper bound)을 갖도록 해야 한다. 그러므로 실용적 측면에서 다음과 같은 선형 행렬 부등식들이 추가로 고려된다.

$$L < q_i < U, \quad i = 1, \dots, n. \quad (10)$$

위의 변환 결과로서, 최적 성능을 가지고 기억 벡터들 $a^{(1)}, \dots, a^{(m)}$ 을 저장할 수 있는 셀룰라 신경망의 매개 변수들을 찾는 문제는 다음과 같은 GEVP로 재공식화될 수 있다.

$$\begin{aligned} \min \quad & (-\delta) \\ \text{s.t.} \quad & (-\delta)(2q_i + a_i^{(k)}(\sum_{j=1}^n \tilde{T}_{ij} a_j^{(k)} + b_i)) > 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad k = 1, \dots, \\ & \left\{ \begin{array}{l} q_i - \tilde{T}_{ij} > 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, n, \\ q_i + \tilde{T}_{ij} > 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, n, \\ L < q_i < U, \quad i = 1, \dots, n, \\ \tilde{T}_{ii} = 0, \quad i = 1, \dots, n, \\ \tilde{T} = \tilde{T}^T = \tilde{T}|_s. \end{array} \right. \end{aligned} \quad (11)$$

(11)의 “ $\{ \cdot \}$ ”의 내부 제약 조건들은 $q_i, i = 1, \dots, n$ 에 관한 선형 행렬 부등식들이고, $\tilde{T}_{ii} = 0, i = 1, \dots, n$ 과 $\tilde{T} = \tilde{T}^T = \tilde{T}|_s$ 를 만족하는 \tilde{T} 의 독립적인 스칼라 요소들이다.

4. 공간 불변 형판 셀룰라 신경망 설계 최적화

$n = M \times N$ 셀로 이루어진 이웃 반경이 r 인 시스템 (2)에서, 연결 강도 행렬 T 가 정해진 $(2r+1) \times (2r+1)$ 공간 불변 형판(space-invariant cloning template)으로부터 결정되는 경우, 이 시스템은 공간 불변 형판 셀룰라 신경망으로 불리며, 공간 불변 형판 P 는 $(2r+1)^2$ 개의 매개 변수 $p_l, l = 1, 2, \dots, (2r+1)^2$ 을 사용하여 정의된다[13].

$$P = \langle P_p \rangle = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 & \dots & p_{(2r+1)} \\ p_{(2r+1)+1} & p_{(2r+1)+2} & \dots & p_{2 \times (2r+1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \dots & \dots & \dots & p_{(2r+1)^2} \end{bmatrix} \in R^{(2r+1) \times (2r+1)}.$$

만약 셀룰라 신경망 시스템 (2)가 cloning template $\langle P_p \rangle$ 를 갖으면, 연결 강도 행렬 T 는 0과 P_k 로만 구성된다. 공간 불변 형판 셀룰라 신경망의 경우 색인 행렬 S_P 는 다음과 같이 표현된다.

$$S_P = \sum_{k=1}^{(2r+1)^2} S_P^k$$

여기서 $S_p^k = [S_{ij}^k] \in R^{n \times n}$ 이고, $k = 1, 2, \dots, (2r+1)^2$ 이다.

$$S_{ij}^k = \begin{cases} 1, & \text{if } T_{ij} = P_k, \\ & \text{즉, } T \text{의 } (i, j) \text{번째 원소가 } P \text{의 } k \text{번째 원소와 일치할 때} \\ 0, & \text{그 밖의 경우} \end{cases}$$

연결 강도 행렬 T는

$$T_{ij} = \begin{cases} p_k, & \text{if } S_{ij}^k = 1, k = 1, \dots, (2r+1)^2 \\ 0, & \text{그 밖의 경우} \end{cases}$$

로 결정된다. 즉, S_p^k 는 공간 불변 행판의 $(2r+1)^2$ 개 원소들이 연결 강도 행렬 T에 어떻게 분배되는지를 기술한다.

행판과 바이어스 항이 공간 불변인 경우 이웃 반경이 $r=1$ 인 셀룰라 신경망의 동력학은 오로지 9개의 연결 강도와 1개의 바이어스로 완전히 기술된다. 셀룰라 신경망에 공간 불변 행판을 적용할 때의 장점은 셀룰라 신경망을 구현하기 위해 요구되는 연결 강도의 개수가 적어 하드웨어 구현 작업을 간단히 할 수 있다는 것이다 [13].

위의 색인 행렬과 공간 불변 행판의 분배 규칙을 따라 연결 강도 행렬 T의 구조를 잡은 셀룰라 신경망의 설계 문제는 (7)을 다음과 같이 수정함으로써 풀 수 있다.

$$\begin{aligned} & \max \delta (> 0) \\ & \text{s.t.} \begin{cases} a_i^{(k)} (\sum_{j=1}^n \tilde{T}_{ij} a_j^{(k)} + b_i) > 2\delta \max_{1 \leq j \leq n} |\tilde{T}_{ij}|, & (7)' \\ & i = 1, \dots, n, k = 1, \dots, m, \\ \tilde{T}_{ij} = 0, & i = 1, \dots, n, \\ \tilde{T} = \tilde{T}|_{S_p}. \end{cases} \end{aligned}$$

공간 불변 행판 셀룰라 신경망의 경우에는 전역 안정성까지 요구하는 것은 일반적으로 과중한 부담이 따르므로, 대칭 조건을 요구하지 않는 것이 상례이다 [13].

식 (7)'는 3장에 기술된 GEVP로의 변환 절차를 이용하면 다음과 같은 형태로 변환된다.

$$\begin{aligned} & \min (-\delta) \\ & \text{s.t.} \begin{cases} (-\delta)(2q_i) + a_i^{(k)} (\sum_{j=1}^n \tilde{T}_{ij} a_j^{(k)} + b_i) > 0, & i = 1, \dots, n, k = 1, \dots, m, \\ a_i - \tilde{T}_{ij} > 0, & i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n, \\ a_i + \tilde{T}_{ij} > 0, & i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n, \\ L < q_i < U, & i = 1, \dots, n, \\ \tilde{T}_{ij} = 0, & i = 1, \dots, n, \\ \tilde{T} = \tilde{T}|_{S_p}. \end{cases} \end{aligned} \quad (11)'$$

다음 장에서는 3, 4장에서 제안된 설계 방법론을 설계 예제를 통해 검증해 보도록 한다.

5. 모의 실험 및 분석

본 논문에서 제안된 일반화된 고유값 문제(GEVP) 방법론의 적용 가능성을 검증하고, 기존의 설계 방법과 성능을 비교하기 위해, 상호 연결된 $n=12$ 인 셀들로 구성된 셀룰라 신경망 모델을 고려한다 [그림 1].

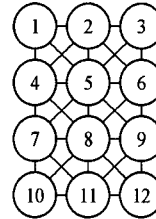


그림 1 셀룰라 신경망 상호 연결 구조

예제 1: 일반적인 셀룰라 신경망

공간 변형 행판 셀룰라 신경망의 내부 연결 구조는 [그림 3]의 색인 행렬 s에 표현되어진다. 이 예제에서는 [그림 2]의 네가지 패턴 $\alpha^{(1)}, \dots, \alpha^{(4)}$ 를 기억 벡터로 저장하는 것이 목적이다. 이것은 Liu와 Lu가 사용한 기억 벡터 [10]와 동일하다. 그림에서 12개의 칸은 각각의 메모리 벡터를 나타내는데 쓰여지고 검은색은 “+1”, 하얀색은 “-1”을 나타낸다.



그림 2 (예제 1)의 모의 실험에 사용된 4개의 원형 패턴 $\alpha^{(1)}, \dots, \alpha^{(4)}$

(9)의 경계를 $L=1, U=10$ 으로 고정시켜 GEVP를 풀었을 때, 연결 강도 행렬 $T = \tilde{T} + I_n$ [표 1]을 얻을 수 있고, 바이어스 벡터는 다음과 같다.

$$b = [+2.355 + 2.864 + 1.565 + 6.170 + 4.423 - 0.393 + 6.224 + 4.225 - 0.569 + 2.702 + 0.762 + 0.000]^T$$

본 논문에서 제안된 방법에 의해 설계된 셀룰라 신경망 연상 메모리의 성능을 평가, 비교하기 위해, Liu와 Michel이 제안한 셀룰라 신경망 설계 방법 [4] [5]인 고

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

그림 3 (예제 1) 모의 실험에서 사용된 색인 행렬

표 1 공간 변형 형판 셀룰라 신경망 연결 강도 행렬 T

1.000	-0.907	0.000	7.984	-2.241	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
-0.907	1.000	-0.573	-0.441	-1.176	-0.944	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	-0.573	1.000	0.000	-1.050	0.933	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
7.984	-0.441	0.000	1.000	-1.854	0.000	7.423	-2.247	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
-2.241	-1.176	-1.050	-1.854	1.000	0.775	-1.843	-2.563	0.963	0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	-0.944	0.993	0.000	0.775	1.000	0.000	1.344	9.040	0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	7.423	-1.843	0.000	1.000	-2.246	0.000	7.960	-0.714	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	-2.247	-2.563	1.344	-2.246	1.000	0.824	-2.611	-0.676	-1.022	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.963	9.040	0.000	0.824	1.000	0.000	-1.184	0.247	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	7.960	-2.611	0.000	1.000	-0.970	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.714	-0.676	-1.184	-0.970	1.000	0.247
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-1.022	0.247	0.000	0.247	1.000	0.000

유구조 방법에 따라 공간 변형 형판 셀룰라 신경망을 설계해 보았다. 이 두 가지 셀룰라 신경망 연상 메모리의 성능을 평가하기 위해, MATLAB의 "ode45"함수를 이용해 모의 실험을 수행하였다(이때 스텝 크기는 $h=0.06$ 으로 고정하였다). 각각의 셀룰라 신경망에 대해 모든 경우의 이진 벡터를 시스템의 초기치로 주고 그것의 최종 출력을 분석하였다. 모의 실험 결과에 의하면, 제안된 방법에 의해 설계된 셀룰라 신경망은 B^n 위에서 오직 한 개의 의사 상태를 갖는 반면, Liu와 Michel의 셀룰라 신경망[4][5]은 B^n 위에서 두 개의 의사 상태를 갖는다.

다음으로, 연상 능력 확률(recall probability)를 조사하기 위해, 초기 조건 벡터와 최종 출력 벡터 사이의 해밍 거리에 따라 데이터를 분류하였다. [표 2]는 네 개 원형 패턴들에 대한 연상 능력 확률이다. 각각의 메모리 벡터 $\alpha^{(k)}$ 와 각 초기 조건 벡터와의 해밍 거리 p 에 대해 연상 능력 확률 $P(\alpha^{(k)}, p)$ 는 ($\alpha^{(k)}$ 에서 p 비트 떨어진 초기 조건 벡터들 중 출력이 $\alpha^{(k)}$ 인 벡터의 수 / $\alpha^{(k)}$ 에서 p 비트 떨어진 초기 조건 벡터들의 총 수)로

계산된다.

표 2 셀룰라 신경망 연상 메모리의 연상 능력 확률

구분	Liu와 Michel[4] 방법				제안된 방법			
	$\alpha^{(1)}$	$\alpha^{(2)}$	$\alpha^{(3)}$	$\alpha^{(4)}$	$\alpha^{(1)}$	$\alpha^{(2)}$	$\alpha^{(3)}$	$\alpha^{(4)}$
0	1/1	1/1	1/1	1/1	1/1	1/1	1/1	1/1
1	12/12	12/12	12/12	12/12	12/12	12/12	12/12	12/12
2	49/66	52/66	48/66	52/66	65/66	52/66	58/66	48/66
3	90/220	111/220	118/220	110/220	207/220	127/220	143/220	90/220
4	80/495	127/495	161/495	117/495	409/495	184/495	205/495	101/495
5	29/792	75/792	133/792	37/792	524/792	161/792	182/792	55/792

[표 2]의 각 항에 있는 자료의 해석은 다음과 같다. [표 2]에서 "HD=3"에 해당하는 제안된 방법에 의해 설계된 셀룰라 신경망에 대한 $\alpha^{(1)}$ 항의 자료는 207/220이다. 이것은 원형 패턴으로부터 해밍 거리 3인 곳에는 총 220개의 초기 조건 벡터들이 존재하며, 그들 중 207개 벡터들이 성공적으로 원형 패턴을 연상함을 나타낸다. [그림 4]에서는 평균 연상 능력 확률의 백분율을 그래프로 나타내었다(즉, $((\sum_i P(\alpha^{(k)}, p))/4) \times 100$).

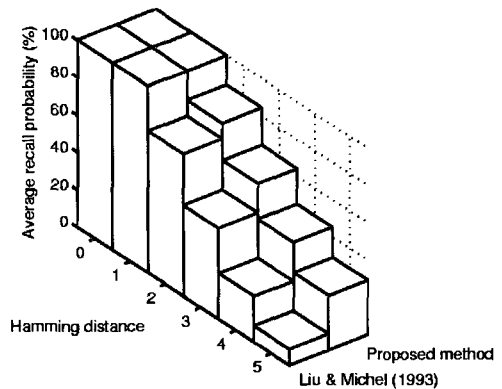


그림 4 평균 연상 능력 확률의 백분율 비교

마지막으로 [표 3]에서는, B^n 안에 존재하는 초기 조건 벡터들의 궤적이 가장 가까운 기억 벡터로 수렴한 개수를 통하여 각 셀룰라 신경망의 효율성을 비교한다. [표 3]의 내용은 본 논문에서 제안된 방법론으로 설계된 셀룰라 신경망이 원형 패턴을 연상하는데 더 효과적이라는 것을 입증한다.

표 3 B* 안에 존재하는 초기 조건 벡터들의 정상 상태 응답에 대한 요약

	가장 가까운 기억 벡터로 수렴한 초기 벡터들의 개수
Liu와 Michel[4] 방법	1464
제안된 방법	2428

예제 2: 공간 불변 형판 셀룰라 신경망

다음 예제에서는 [그림 1]의 연결 구조를 갖는 이웃 반경 $r=1$ 인 공간 불변 형판 셀룰라 신경망에 이진 패턴을 기억시키는 문제를 고려한다. 이 경우의 색인 행렬과 연결 강도 행렬은 [그림 5]에 보여진 바와 같으므로, 이 문제는 8개의 매개 변수 A, B, \dots, H 를 이용하여 주어졌던 이진 패턴을 기억하는 어려운 문제가 된다. 앞에서 다룬 [그림 2]의 패턴의 경우에는, 공간 불변 형판 셀룰라 신경망에 결코 저장될 수 없음이 이론적으로 분명히 보여질 수 있다. 본 예제에서는 [14]에서 소개한 [그림 6]의 패턴 $\alpha^{(1)}, \dots, \alpha^{(4)}$ 를 고려한다.

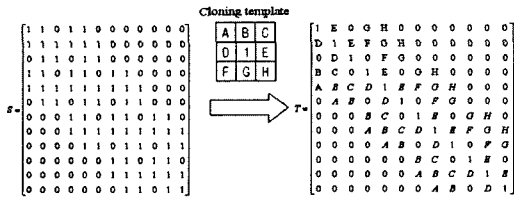


그림 5 공간 불변 형판 규칙에 따른 색인 행렬 S와 연결 강도 행렬 T

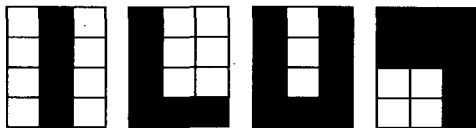


그림 6 (예제 2)의 모의 실험에 사용된 4개의 원형 패턴 $\alpha^{(1)}, \dots, \alpha^{(4)}$

(9)의 경계를 $L=2, U=5$ 으로 고정시켜 GEVP를 풀었을 때, 연결 강도 행렬 $T = \hat{T} + I_n$ [표 4]를 얻을 수 있고, 바이어스 벡터는 다음과 같다.

$$b = [+0.510 \quad +0.510 \quad +0.510 \quad +0.510 \quad +0.510 \quad +0.510 \quad +0.510 \quad +0.510 \quad +0.510 \quad +0.510]^T$$

표 4 공간 불변 형판 셀룰라 신경망 연결 강도 행렬 T

1.000	1.816	0.000	3.701	-2.351	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1.771	1.000	1.816	-3.252	3.701	-2.351	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	1.771	1.000	0.000	-3.252	3.701	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2.040	-0.796	0.000	1.000	1.816	0.000	3.701	-2.351	0.000	0.000	0.000	0.000
-0.751	2.040	-0.796	1.771	1.000	1.816	-3.252	3.701	-2.351	0.000	0.000	0.000
0.000	-0.751	2.040	0.000	1.771	1.000	0.000	-3.252	3.701	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	2.040	-0.796	0.000	1.000	1.816	0.000	3.701	-2.351	0.000
0.000	0.000	0.000	-0.751	2.040	-0.796	1.771	1.000	1.816	-3.252	3.701	-2.351
0.000	0.000	0.000	0.000	-0.751	2.040	0.000	1.771	1.000	0.000	-3.252	3.701
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	2.040	-0.796	0.000	1.000	1.816	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.751	2.040	-0.796	1.771	1.000	1.816
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.751	2.040	0.000	1.771	1.000

본 논문에서 제안된 셀룰라 신경망 연상 메모리의 성능을 평가, 비교하기 위해, Liu가 제안한 셀룰라 신경망 설계 방법[13]인 고유구조 방법에 따라 공간 불변 형판 셀룰라 신경망의 설계를 시도하여 보았다. 그 결과, $\mu = [2, 30]$ 범위에서는 주어진 패턴을 성공적으로 기억시켜줄 수 있는 공간 불변 형판을 구할 수 없음이 확인되었다. 이 실험적 결과는 8개의 연결 강도와 1개의 바이어스만으로는 주어진 패턴 집합을 기억하는 데에는 상당한 무리가 있음을 보여준다. 그럼에도 불구하고, 본 논문에서 제안된 GEVP 방법론을 통해서만 만족할만한 성능을 보이지는 못했지만 해를 구할 수 있었다. 설계된 셀룰라 신경망 연상 메모리의 성능을 평가하기 위해, 스텝 크기 $h=0.04$ 를 갖는 MATLAB의 "ode45"함수를 이용해 모의 실험을 수행하였고, 위 예제 1과 동일한 방법으로 최종 출력을 분석하였다.

모의 실험 결과에 의하면, 제안된 방법에 의해 설계된 셀룰라 신경망은 21개의 의사 상태를 가지며, 원형 패턴들에 대한 연상 능력 확률은 [표 5]와 같았다.

표 5 셀룰라 신경망 연상 메모리의 연상 능력 확률

구분 HD	제안된 방법			
	$\alpha^{(1)}$	$\alpha^{(2)}$	$\alpha^{(3)}$	$\alpha^{(4)}$
0	1/1	1/1	1/1	1/1
1	11/12	8/12	12/12	4/12
2	55/66	27/66	63/66	7/66
3	151/220	41/220	177/220	5/220
4	217/495	25/495	275/495	1/495
5	157/792	7/792	324/792	0/792

[그림 7]에서 보여지는 것은 네 개 원형 패턴들에 대한 연상 능력 확률의 평균값의 백분율이다(즉, $((\sum_{k=1}^4 P(\alpha^{(k)}, \rho))/4) \times 100$).

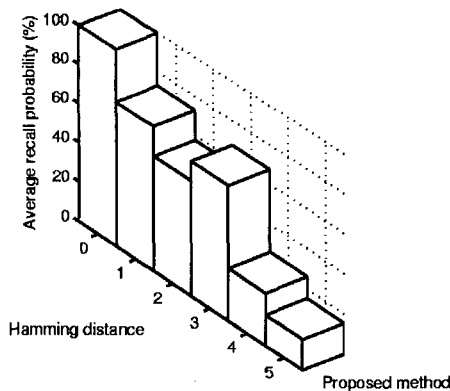


그림 7 평균 연상 능력의 백분율

마지막으로 B^n 위에 존재하는 초기 조건 벡터들의 궤적이 가장 가까운 기억 벡터로 수렴한 개수는 1252개였다.

6. 결론

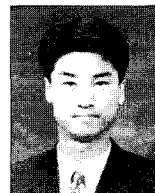
본 논문에서는, 최적 성능으로 연상 메모리 기능을 수행하는 셀룰라 신경망의 매개 변수를 찾는 문제를 다루었다. 기존의 결과와 새로 얻어진 셀룰라 신경망 모델의 특성들을 기반으로 설계 문제를 GEVP로 공식화하였다. 이 변형 작업은 실용적인 측면에서 유용하다. 그 이유는 주어진 오류 범위 내에서 전역 최적 상태(global optimum)를 찾을 수 있는 효과적인 내부점 방법이 이미 상용화되어 있기 때문이다. 제안된 방법이 일반적인 셀룰라 신경망과 공간 불변 형판 셀룰라 신경망 설계 모두에 적용될 수 있음을 예제를 통해 보였으며, 기존 방법론과의 성능 비교로 제안된 방법이 우수하다는 것을 입증하였다.

참고 문헌

- [1] Roska, T., and Vandewalle, J. (Eds.), *Cellular Neural Networks*, John Wiley & Sons, New York, 1995.
- [2] Chua, L. O., and Yang, L., Cellular neural networks: Theory and Applications, *IEEE Transactions on Circuits and Systems* **35**, 1257-1290, 1988.
- [3] Gahinet, P., Nemirovskii, A., Laub, A. J., and Chilali, M., *LMI Control Toolbox*, The Mathworks Inc., Natick, MA, 1995.
- [4] Liu, D., and Michel, A. N., Cellular neural networks for associative memories, *IEEE Transactions on*

Circuits and Systems II **40**, 119-121, 1993.

- [5] Liu, D., and Michel, A. N., Robustness analysis and design of a class of neural networks with sparse interconnecting structure, *Neurocomputing* **12**, 59-76, 1996.
- [6] Michel, A. N. and Farrell, J. A., Associative memories via artificial neural networks, *IEEE Control Systems Magazine* **10**, 6-17, 1990.
- [7] Vandenberghe, L., and Balakrishnan, V., Algorithms and software for LMI problems in control, *IEEE Control Systems Magazine* **17**, 89-95, 1997.
- [8] Nesterov, Y., and Nemirovskii, A., *Interior Point Polynomial Methods in Convex Programming*, SIAM, Philadelphia, PA, 1994.
- [9] Wu, C. W., and Chua, L. O., More rigorous proof of complete stability of cellular neural networks, *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I* **44**, 370-371, 1997.
- [10] Liu, D., and Lu, Z., A new synthesis approach for feedback neural networks based on the perceptron training algorithm, *IEEE Transactions on Neural Networks* **8**, 1468-1482, 1997.
- [11] Boyd, S., ElGhaoui, L., Feron, E., and Balakrishnan, V., *Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory*, SIAM, Philadelphia, PA, 1994.
- [12] Chan, H. Y., and Zak, S. H., Real-time synthesis of sparsely interconnected neural associative memories, *Neural Networks* **11**, 749-759, 1998.
- [13] Liu, D., Cloning template design of cellular neural networks for associative memories, *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I* **44**, 646-650, 1997.
- [14] Lu, Z., and Liu, D., A new synthesis procedure for a class of cellular neural networks with space-invariant cloning template, *IEEE Transactions on Circuits and Systems-II*, to appear



박연묵

1995년 고려대학교 제어계측공학과 학사.
1999년 고려대학교 대학원 정보공학과 석사. 2000년 ~ 현재 한국과학기술원 기계공학과 박사과정 재학중. 관심분야는 최적화 기법, 지능 제어, 연상 메모리 등



김혜연

1997년 이화여자대학교 물리학과 학사.
1997년 ~ 1999년 고려대학교 인공시각
연구센터 연구원. 1999년 ~ 현재 고려
대학교 대학원 영상정보처리학과 석사과
정 재학중. 관심분야는 신경망, 연상 메
모리, 영상 처리 등



박주영

1983년 서울대학교 전기공학과 학사.
1992년 Univ. of Texas at Austin 전기
및 컴퓨터공학과 박사. 1993년 ~ 현재
고려대학교 제어계측공학과 부교수. 관심
분야는 신경망, 제어 이론, 지능 시스템
등



이성환

1984년 서울대학교 계산통계학과 학사.
1986년 한국과학기술원 전산학과 석사.
1989년 한국과학기술원 전산학과 박사.
1989년 ~ 1995년 충북대학교 컴퓨터과
학과 조교수. 1995년 ~ 현재 고려대학
교 컴퓨터학과 부교수. 1997년 ~ 현재
고려대학교 인공시각연구센터 소장. 관심분야는 패턴 인식,
컴퓨터 시각, 신경망 등