

진동교반조에서의 액자유표면의 거동에 관한 연구 A Study on the Behavior of Liquid Free Surface in a Shaking Vessel

이영세*, 김문갑**
Young-Sei Lee*, Moon-Gab Kim**

<Abstract>

An attempt has been made to examine the highest liquid surface by means of measuring the movement of liquid free surface wave in the agitated vessel wall. Also, Relationship has been investigated between transition frequency, N_z for behavior of liquid free surface and transition frequency for behavior of mass transfer coefficient in the agitated vessel wall. A surface wave is occurred within agitated vessel, the highest height of wetted vessel wall, h_w is coincided with the highest liquid surface, h . However the lowest height of wetted vessel, h_w^* is not descended to lowest liquid free surface, h^* . The proposed model has been tested sucessfully for the behavior of liquid free surface.

Key words : *Agitated Vessel, Liquid Free Surface, Transition Frequency Highest Liquid Free Surface, Lowest Liquid Free Surface*

1. 서론

교반조작은 오래전부터 화학산업에서 화학제품의 제조 및 혼합에 잘 이용되고 있는 중요한 조작이고 실험실 규모에서 플랜트 스케일까지 폭넓게 이용되어 왔으며 그 조작의 좋고 나쁨이 화학장치의 성능 및 제조된 제품의 품질에 큰 영향을 미치는 경우가 많다.

일반적으로 액체를 균일하게 혼합하기 위한 방법은 교반조내에서 임펠러를 회전시켜 액체

를 교반하는 임펠러교반과 교반조 자체를 흔들어 움직이는 교반조작, 즉 진동교반이 있다. 여러 가지 종류의 임펠러 및 교반조를 이용한 교반조작에 관한 연구는 지금까지 많이 이루어져 왔으나[1-7] 임펠러를 이용하지 않는 교반조작에 대해서는 static mixer, jet식 혼합조[8-12]에 대한 정량적 보고가 일부 있으나 실험실에서 잘 이용하고 있는 진동교반에 관한 정량적 보고는 거의 없는 실정이다. 진동교반은 국소적인 강한 전단영역이 발생하지 않아 역학적인

* 종신회원, 상주대학교 화학공학과 조교수, 工博
E-mail : yslee@sangju.ac.kr.
경북 상주시 가장동 386

** 정회원, 상주대학교 화학공학과 부교수, 工博
E-mail : mgkim@sangju.ac.kr

Assistant Prof., Dept. of Chem. Eng.,
Sangju National University
E-mail : yslee@sangju.ac.kr

Assistant Prof., Dept. of Chem. Eng.,
Sangju National University
E-mail : mgkim@sangju.ac.kr

스트레스에 약한 물질을 교반하는데 잘 이용되고 있다. 예를들면 바이오테크놀로지 분야에서의 동,식물 세포의 배양에 적합하다고 할 수 있다.

또한 교반 임펠러나 샤프트가 없어 기하형상이 단순하여 교반액의 회수 및 세정이 용이하므로 고부가가치 제품의 생산, 다품종 소량생산이 가능하다는 점이다. 따라서 최근에는 다품종 소량생산을 지향한 회분식 반응이 많이 행하여지고 있다.

진동교반은 용기 전체를 흔들어 움직여 액체를 교반하는 방법인데 이는 진동기를 사용하여 완만하게 교반하는 방법에서 급속하게 흔들어 섞는 방법등 여러 가지 방법이 있으며 진동방법에도 원운동, 왕복운동, 8자운동 및 상하운동 등 다양한 방법이 있다. 또한 교반조의 형상도 원통조, 구형조 및 각조등 여러 가지가 있음에도 불구하고 이에 대한 정량적인 보고는 Kato 등[13-16]의 보고 외에는 거의 없다.

특히 진동교반에서의 자유표면의 거동에 대한 연구로는 원통용기내에 수평 흔들림에 의한 표면파의 불규칙 거동에 관한 연구[17-19] 및 토목공학 분야, 예를들면 원통탱크에 수평 혹은 수직으로 진동을 가한 경우 액면의 흔들림 현상에 관한 연구[20-24]는 볼 수 있으나 이들은 어느것이나 작은 진폭의 왕복운동의 경우이고 실험실에서 잘 이용하는 수평원운동을 하는 진동교반조에 대한 보고는 없는 실정이다.

본 연구에서는 교반조 벽에서의 물질이동은 교반조 내벽의 젖은 면적, 즉 교반조내의 유체와 교반조 벽의 접촉 면적에 의존하고 있으며 [15] 게다가 이 교반조 용기내의 유체와 교반조 벽의 접촉 면적은 액 자유표면의 거동에 크게 의존하고 있다고 생각할 수 있다.

따라서 전이 회전수는 액 자유표면의 거동과 관계가 있을 것으로 추측되어 본 연구에서는 수평 원운동을 하는 원통조의 물질이동계수와 전이회전수 관계를 명확히 하고 액 자유표면의 거동과 임펠러 교반에 대한 Calderbank-MooYoung[25]의 물질이동계수의 상관식이 어떠한 조건에서 수평원운동을 하는 원통조에서 성립하는가를 연구하였다.

2. 실험장치 및 방법

수평 원운동을 하는 진동교반조를 Fig.1에 나타내었다. 교반조는 아크릴 수지로 만든 평저원통조로 내경 0.140, 0.173 및 0.206m인 3종류를 이용하였다. 교반액은 물 및 여러농도로 제조한 글리세린 수용액을 이용하였으며 정지시의 액 깊이는 교반조의 직경과 같게 했다($H/D=1$). 교반조는 그 중심이 수평면으로 직경 d 의 원을 그리는 형태로 수평 원운동을 한다.

이들의 실험조건을 Table 1에 나타내었다.

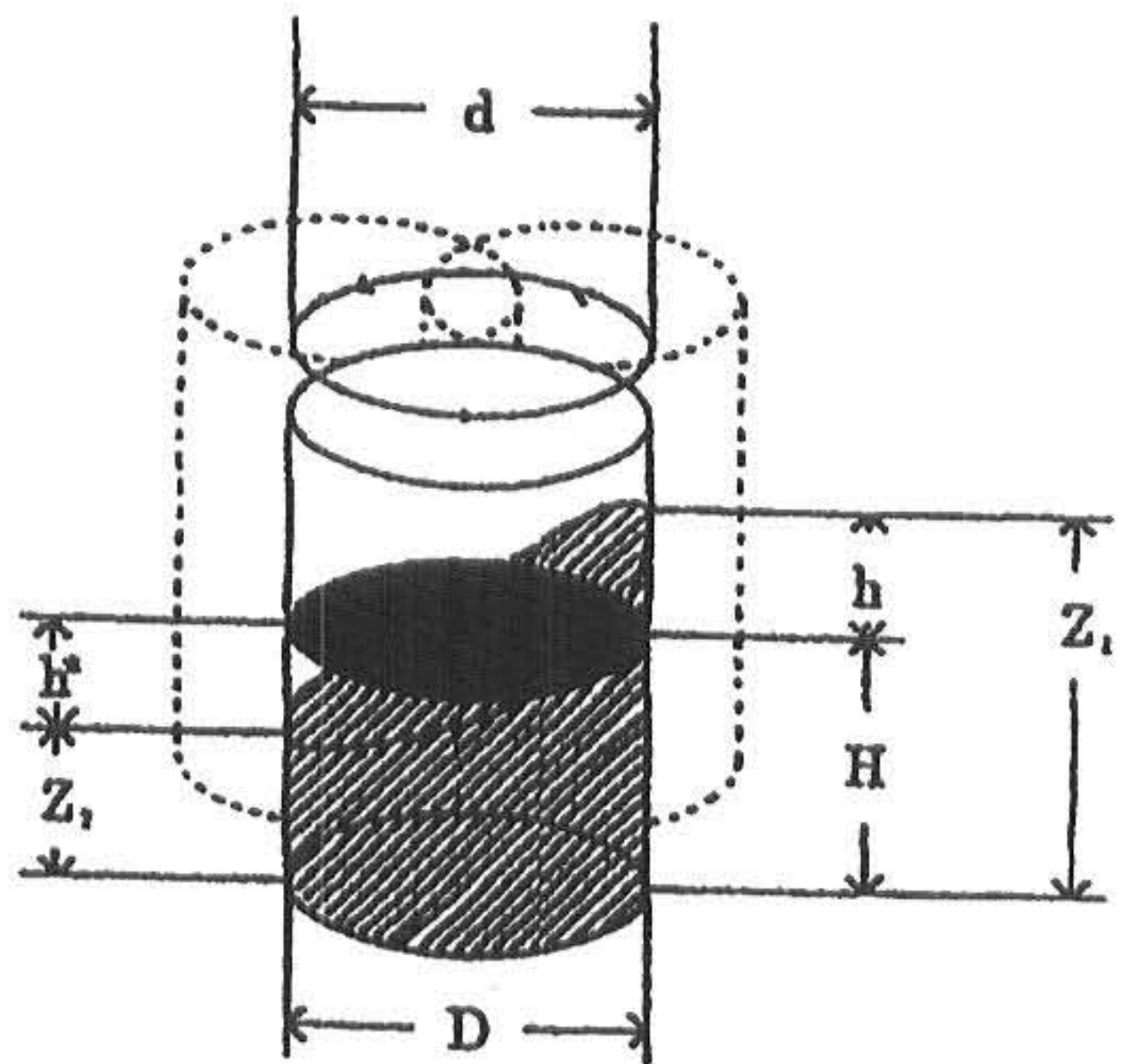


Fig.1. Schema of horizontally shaking vessel with circulation motion.

Table 1. Experimental Conditions

D[m]	0.140, 0.173, 0.206
d[m]	0.02, 0.03, 0.04
N[s ⁻¹]	0.6 ~ 3.0
ν [m ² -s ⁻¹]	$0.9 \times 10^{-6} \sim 3.0 \times 10^{-4}$

자유표면의 거동을 정량화 하기 위해 교반조 벽에서의 파동의 높이 및 파동의 형상을 측정했다.

Fig.1에 나타난 표면파의 높이 h 및 h^* 는 정지액면에서의 변화폭으로 정의 했으며 각각 자유표면의 최대 상승폭 및 최대 하강폭을 나타

낸 것이다. 또 교반조 저면에서 최대파의 높이를 $z_1(=H+h)$, 교반조 저면에서 최소파의 높이를 $z_2(=H-h^*)$ 으로 했다. 이에 대한 실험장치의 개략도를 Fig.2에 나타내었으며 표면파의 파동의 높이를 측정하는 정전용량식 레벨메타를 이용하여 연속신호를 디지털 멀티메타로 디지털화 하여 GP-IB 인터페이스에 의해 컴퓨터에 받아들여 해석했다.

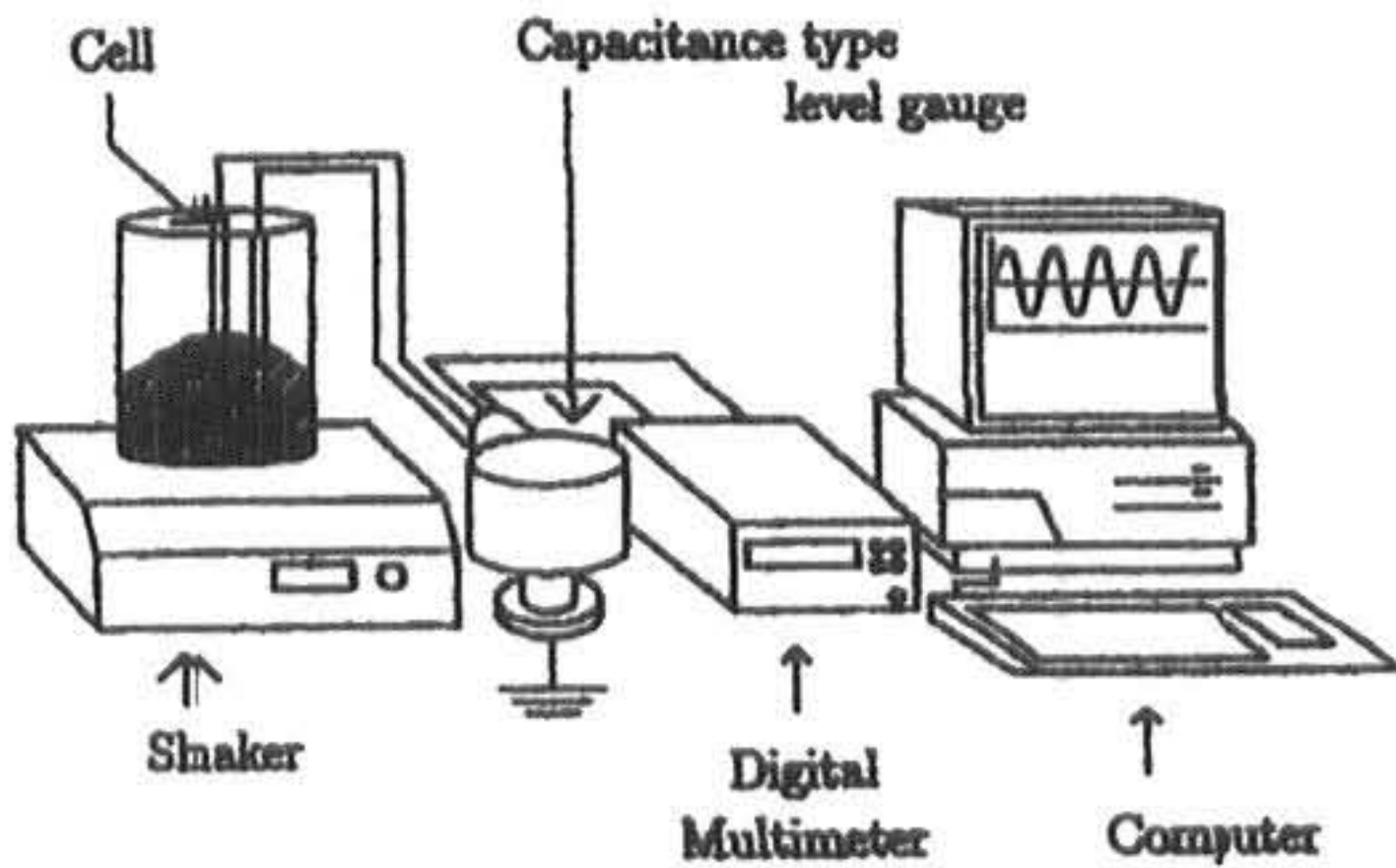


Fig.2. Experimental Apparatus for elevated height of liquid surface on vessel wall.

여기서 데이터 표본추출 시간 간격은 $0.05s^{-1}$ 로 했다. 또 동시에 비디오카메라에 의한 파동

의 높이를 측정했다.

3. 실험결과 및 고찰

3.1 표면파의 형상

교반조를 수평왕복으로 흔드는 경우 표면파에는 몇 개의 mode가 존재하고 약간 다른 진동수를 가진 파에 의해 교반조내에 발생하는 파동의 수가 다른 현상[22]을 볼 수 있는데 수평으로 원운동을 하는 진동교반조의 경우에는 Fig. 3에 나타낸 것 처럼 표면에 발생하는 파동은 하나이다.

Fig.3(a)는 여러 가지 회전수에서 정상상태에서의 자유표면파의 사진으로 파동의 높이를 나타낸 것이다. 교반조내 유체는 35wt% 글리세린 수용액을 붉은 잉크로 착색하여 사용했다.

사진에서 교반조 증상부분의 선은 정지상태에서의 액면을 나타낸 것이다. 또 Fig.3(b)는 원주방향의 교반조 벽면에서 젖은 높이의 분포를 나타낸 것이다. 여기서 젖은 높이의 최대상승폭을 h_w , 최대하강폭을 h_w^* 로 한다.

이 그림으로 부터 젖은 높이의 최대상승폭 h_w 는 표면파의 최대상승높이 h 에 일치하는데 ($h=h_w$), 최대하강폭 h_w^* 는 표면파의 최대하강높

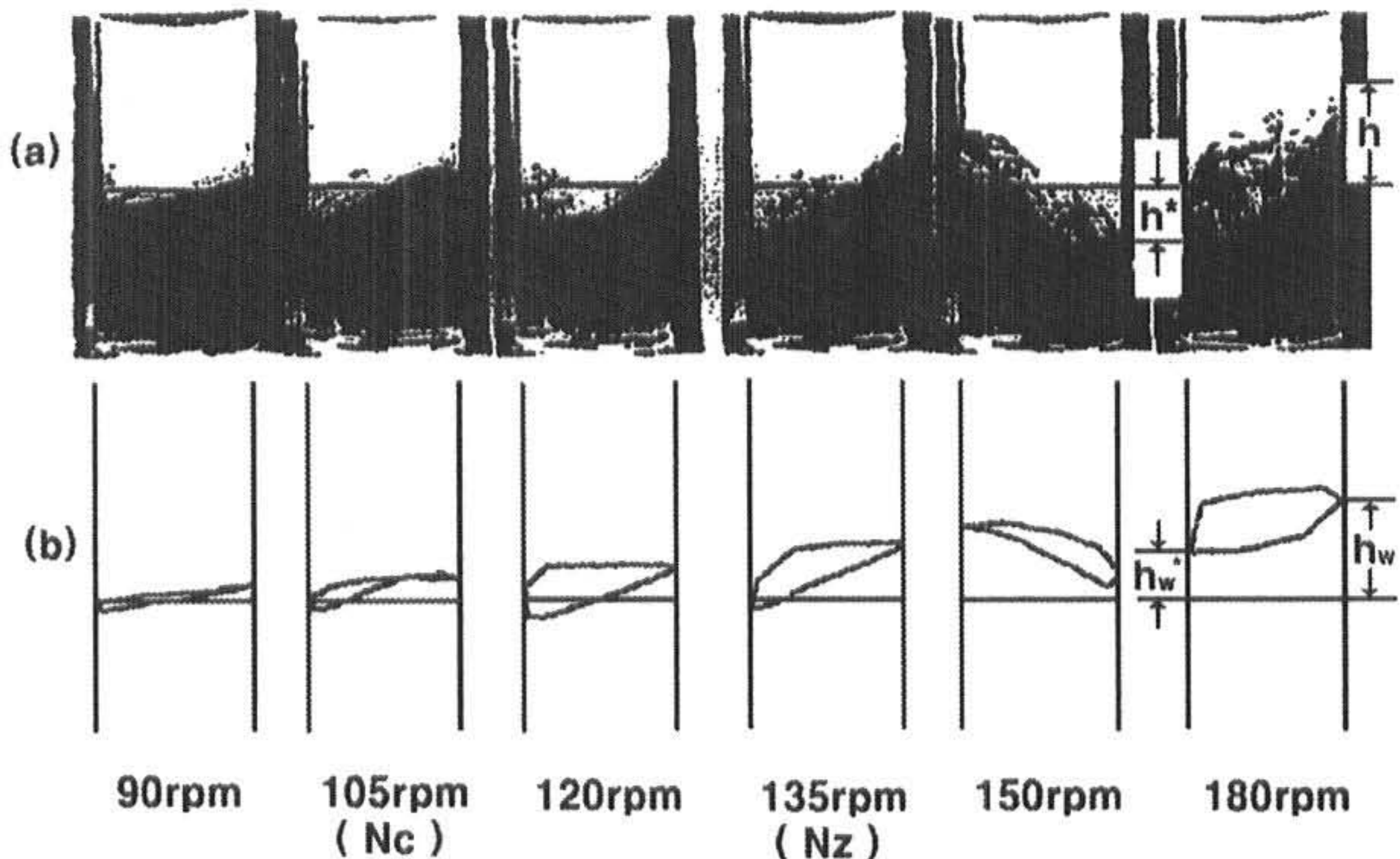


Fig.3. Photographs of liquid free surface and free surface wave.

($D=H=0.14m$, $d=0.03m$, $\mu=20Pa \cdot s$)

이 h^* 까지 내려가지 않는 것을 알 수 있다.

Fig.4에 표면파의 최대상승높이 h 및 최대하강높이 h^* 와 교반조의 회전수와의 관계를 나타내었다. 종축의 0은 정지액면을 나타낸 것이고 이 그림으로부터 h 및 h^* 는 정지액면에 대해 거의 대칭으로 변화하는 것을 알았다.

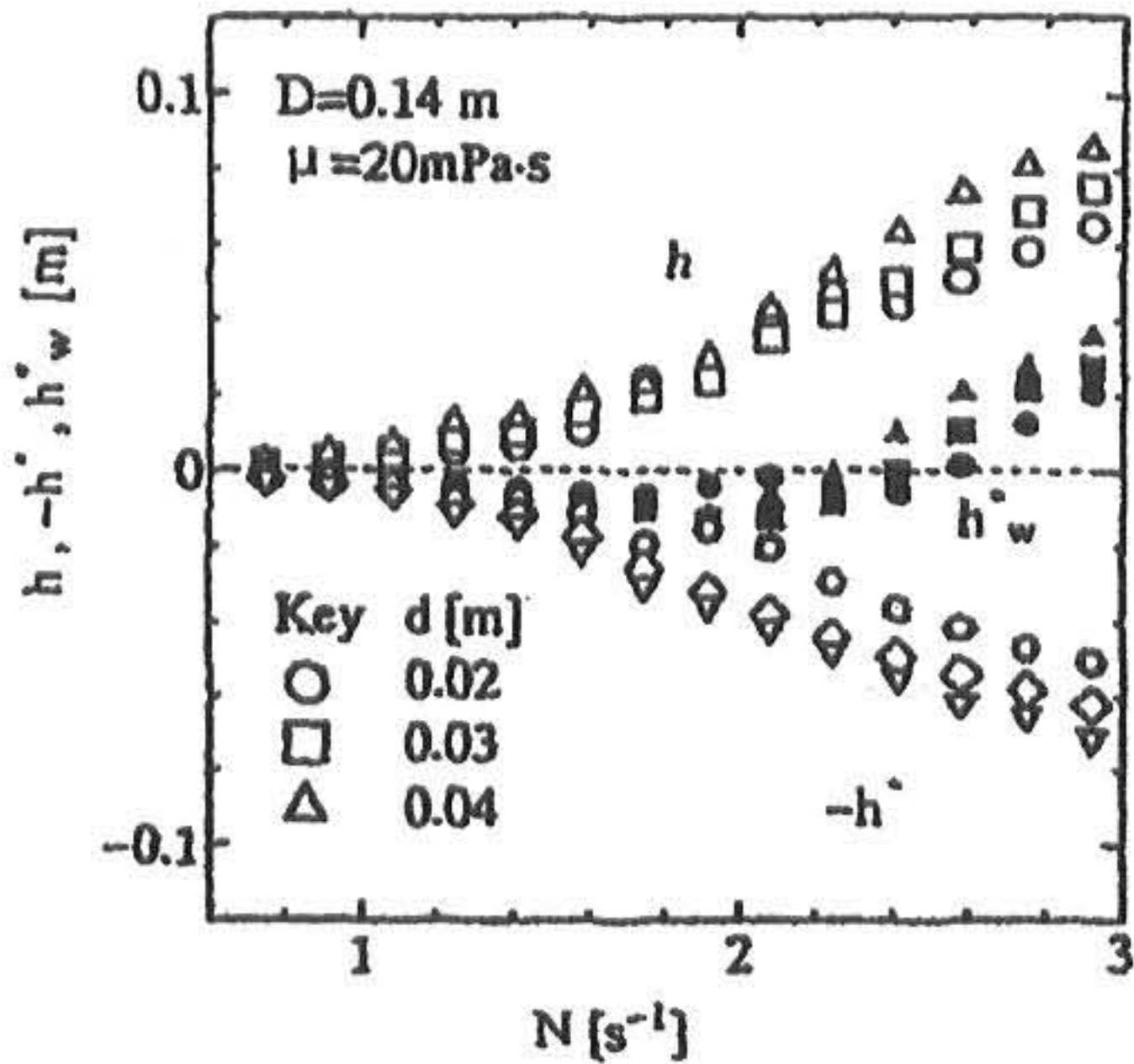


Fig.4. Effect of circulating frequency of vessel on the highest and the lowest liquid surface and the wetted vessel wall.

또 그림중의 검은 칠을 한 key는 Fig.3(b)에 나타낸 젖은 높이의 최대하강폭 h_w^* 을 plot한 것이다. 이 그림으로부터 고찰해보면 h_w^* 는 높은 회전수에서는 정지액면까지 내려가지 않는다는 것을 알았다.

3.2 표면파의 파고에 관한 모델

Fig.3의 현상은 교반액이 회전운동을 하기 때문이라 생각하여 모델로서 액체가 들어 있는 원통조를 교반조의 중심축으로부터 $d/2$ 만큼 치우친 축을 중심으로 각속도 ω 로 회전시켰을 때에 생길 수 있는 표면형상을 생각하여 이것을 본 실험에서 얻은 파동의 형태와 비교검토하였다. 이 모델의 자유표면을 모식화한 그림을 Fig.5에 나타내었다[26].

이때 자유표면의 상승과 하강폭의 차이는 다

음식으로 표시된다.

$$z_1 - z_2 = 1/2g \cdot \omega^2 \{ (D+d/2)^2 - (D-d/2)^2 \} \quad (1)$$

(1)식을 정리하면 다음식이 된다.

$$z_1 - z_2 = 1/2g \cdot \omega^2 D \cdot d \quad (2)$$

여기서 ω 는 교반조의 회전 각속도이다. 진동 교반에 대하여 $z_1 - z_2 = h + h^*$, $\omega = 2\pi N$ 로 하여 이 모델에 적용한 그림을 Fig.6에 나타내었다. 식(2)는 회전수가 극히 작을 때는 측정치와 잘 일치하지만 회전수가 증가함에 따라 어긋남이 커진다.

이것은 Fig.3과 Fig.5를 비교해도 알 수 있듯이 실제의 자유표면 형상은 모델과 크게 다르기 때문이다.

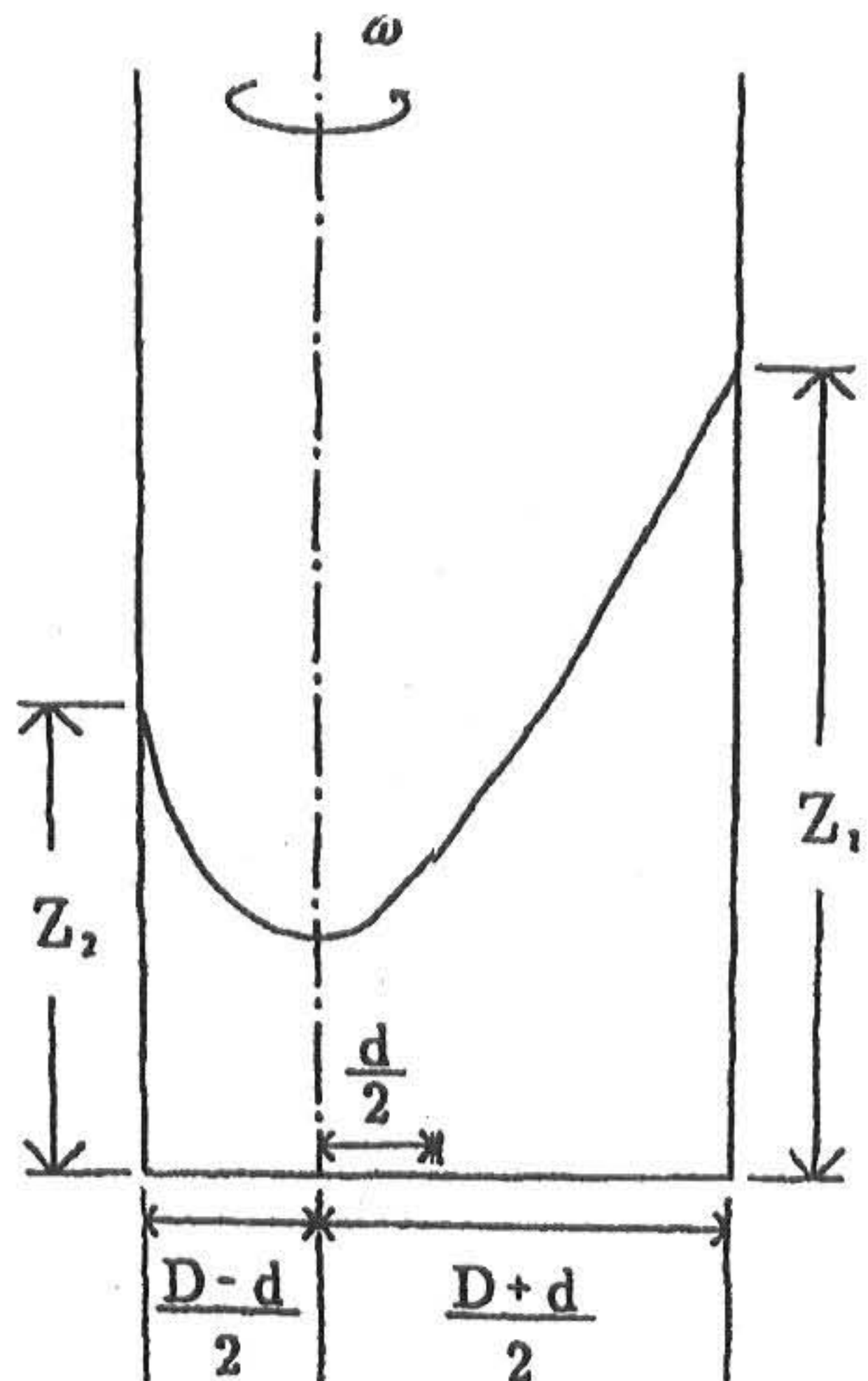


Fig.5. Rotating liquid with a free surface, the shape of which is a paraboloid of revolution.

따라서 표면형상의 모델을 다른 방법으로 나타내었다. 즉 x 를 D 와 비교하여 충분히 작은 값을 가진다고 가정하면 $D \cdot d$ 는 다음식으로 표현된다.

$$D \cdot d = (D + x)^2$$

위식을 변형하면 다음식으로 된다.

$$D \cdot d = D^2(1 + x/D)^2 \approx D^2(1 + 2x/D)$$

따라서

$$d \approx D + 2x$$

가 되고 x 는 다음식으로 주어질 수 있다.

$$x \approx (d - D)/2$$

따라서

$$D \cdot d = (D + x)^2 \approx (D + (d-D)/2)^2 = \left\{ \frac{D+d}{2} \right\}^2$$

가 된다. 식(2)의 $D \cdot d$ 대신에 위식을 넣으면 다음식이 된다.

$$z_1 - z_2 = 1/2g \cdot \omega^2 (D + d/2)^2 \quad (3)$$

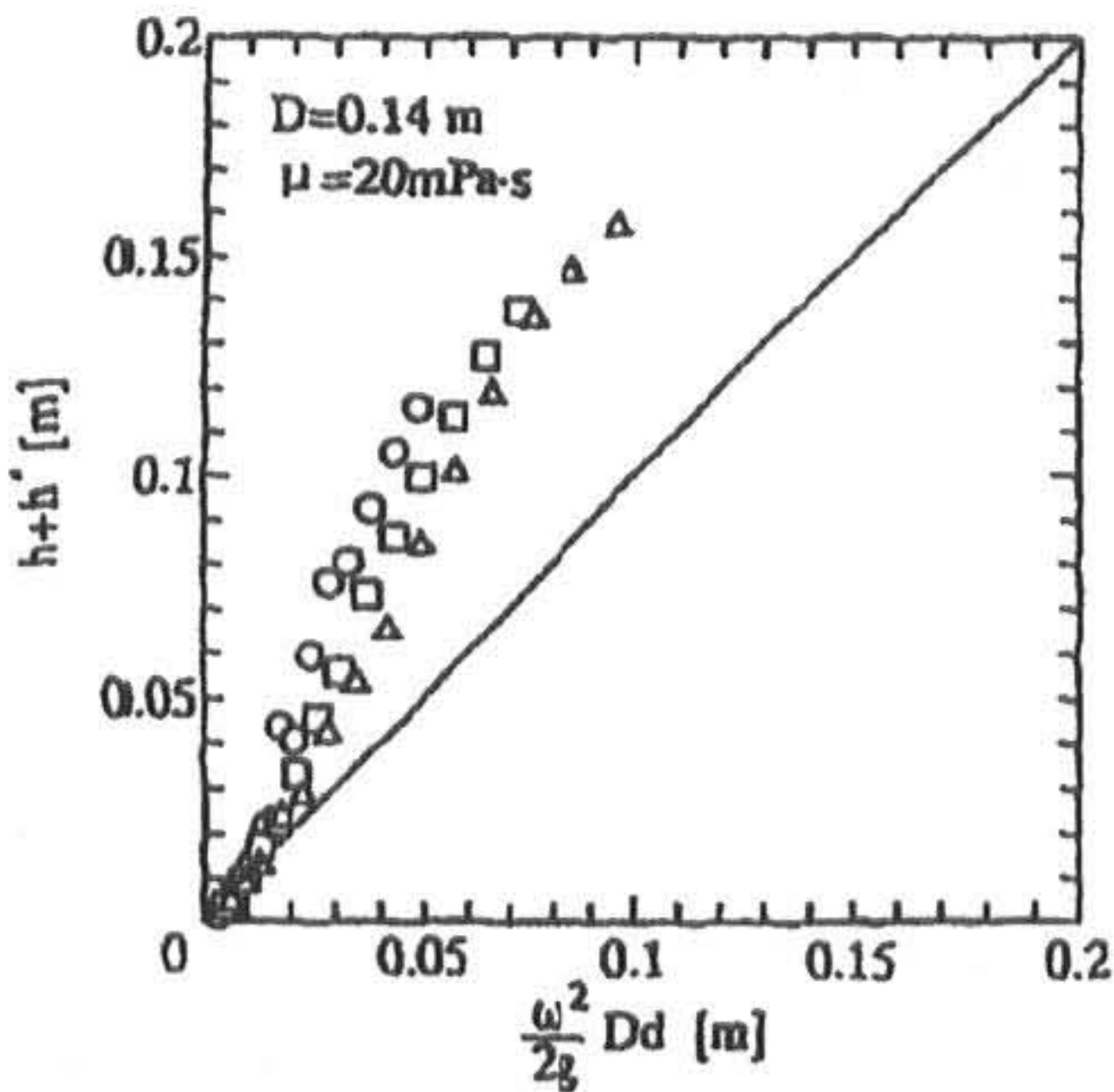


Fig.6. Comparison of observed $h+h^*$ with eq.(2), keys are referred to fig.4.

식(3)에 따라서 실험결과를 플롯트한 것을 Fig.7에 나타내었다. 여기서 실험값은 회전수가 낮을 때 식(3)보다 약간 작은값을 나타내고 회전수가 높을 때는 식(3)보다 약간 큰 값을 나타내고 있는데 식(2)보다 잘 일치하고 있음을

알 수 있다. 따라서 진동교반의 경우 식(3)에 있어서 $z_1 - z_2 = h + h^*$, $\omega = 2\pi N$ 로 했다.

$$h + h^* = (2\pi N)^2/2g \cdot \{(D + d)/2\}^2 \quad (4)$$

따라서 식(4)로서 진동교반에서의 자유표면의 거시적인 거동을 표현할 수 있었다.

3.3 교반조 벽면의 젖은 높이

교반조내에서의 물질이동현상을 연구할 때에는 교반조벽의 젖은 면적을 고려해야 한다. 본 실험에서는 파동 높이 측정용 프로우브(probe)

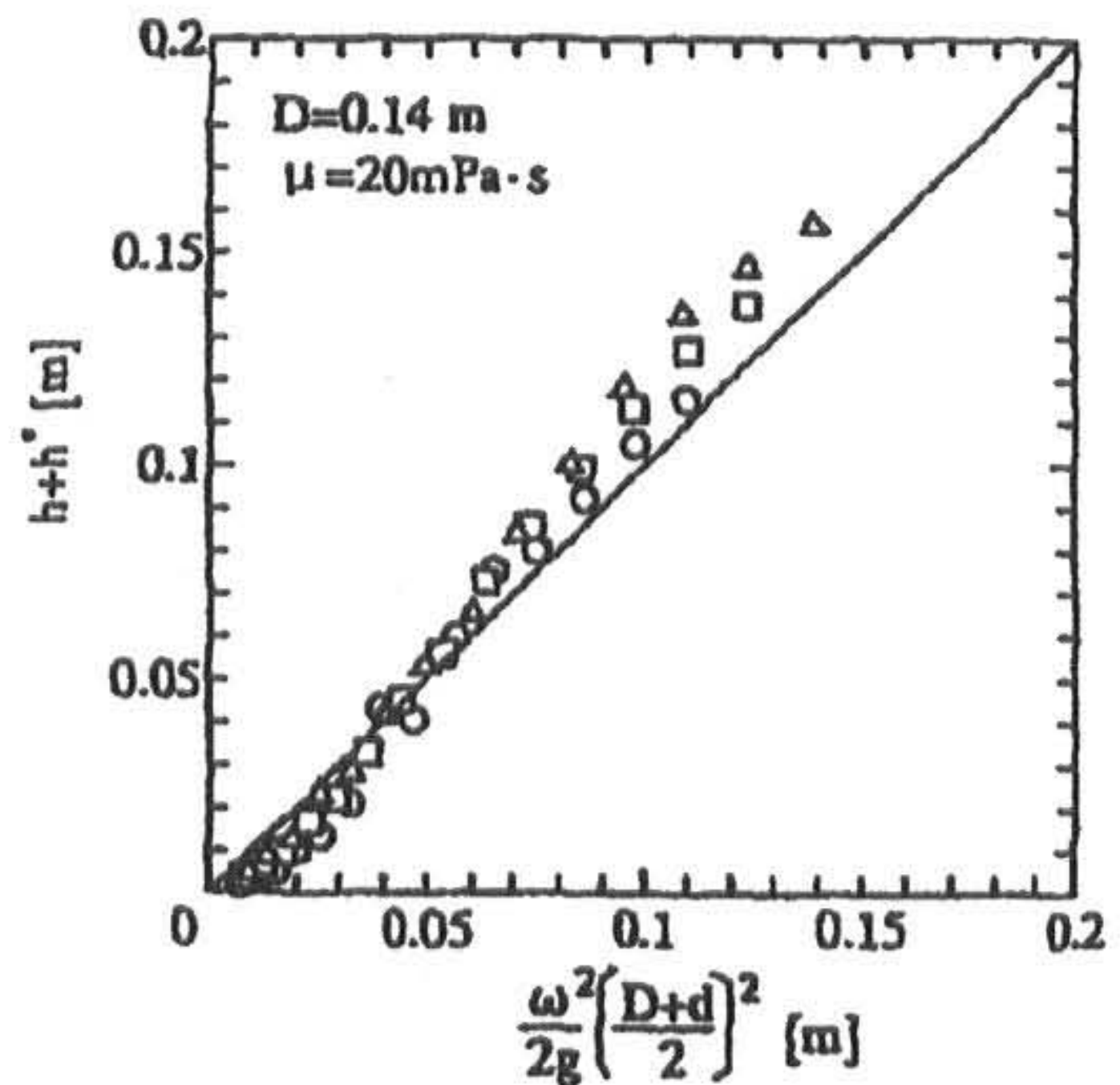


Fig.7. Comparison of observed $h + h^*$ with eq.(3), keys are referred to fig.4.

를 교반조 벽에 붙여 교반조의 원주방향으로 젖은 벽높이의 변화를 측정하여 Fig.3(b)에 입체적으로 나타내었다.

또 Fig.4에는 젖은 높이의 최대하강폭 h_w^* 를 검게 칠하여 나타내었다. Fig.3(a)와(b)를 비교해보면 교반조 벽의 젖은 높이의 최대하강폭 h_w^* 와 표면파의 최대하강높이 h^* 는 회전수가 낮아지면 거의 일치하고 있지만 회전수가 커지면 어긋남이 크게되고 h_w^* 가 정지액면보다 위에 위치하는 모양이 된다. 사진 촬영에 의해 어떠한 회전수에서도 교반조내에 발생하는 파는 하

나이므로 표면파의 주기도 교반조 회전수에 일치한다고 할 수 있다.

따라서 회전수가 크게되면 벽면에 접촉하고 있는 액이 다 내려가기전에 다음파가 오므로 교반조 벽에 얇은 막이 존재한다고 할 수 있다.

여기서 젖은 벽높이의 최대상승폭 h_w 와 최대하강폭 h_w^* 의 차이 즉 $h_w - h_w^*$ 에 대해 식(4)의 관계를 적용한 결과를 Fig.8에 나타내었다.

이 그림으로부터 회전수가 작을 때 $h_w - h_w^*$ 는 식(4)의 우변에 2/3을 곱한 직선의 관계를 가지는 것을 알 수 있다. 그러나 어떤 회전수에서 $h_w - h_w^*$ 의 값은 직선의 관계를 벗어나 극대값을 취하고 거의 일정한 값에 가까워진다. 이와 같은 경향은 어떠한 조작조건에서도 볼 수 있으므로 $h_w - h_w^*$ 가 극대로 되는 회전수를 전이회전수 N_z 로 하였다.

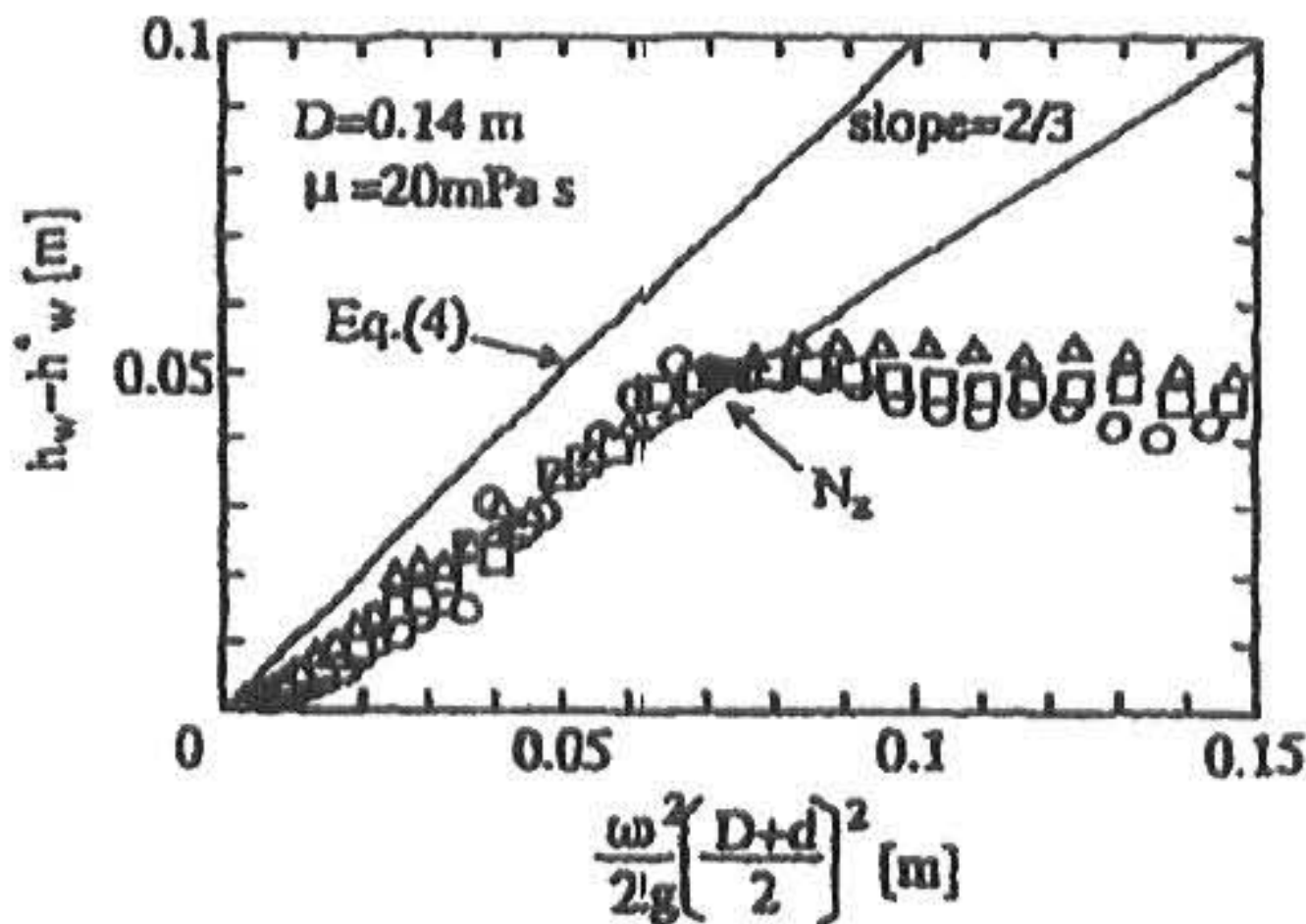


Fig. 8. Comparison of observed $h_w - h_w^*$ with eq.(4), keys are referred to fig.4.

(1) 전이회전수와 교반조 직경의 관계

여러 가지 조건에서 측정한 전이회전수 N_z 값을 무차원수로 정리한 결과 전이회전수에 대해서 다음식이 성립하는 것을 알았다.

$$Fr_z = 0.09 Re_z^{-0.04} \quad (5)$$

식(5)중의 Fr_z 수는 $N_z^2 D/g$, Re_z 수는 $N_z d^2/\nu$ 로 정의되는 무차원수이다. 이 Fr_z 수와 Re_z 수와의 관계를 Fig. 9에 나타내었다. 식(5)를 N_z 에 대해서 풀면 다음 (6)식이 얻어진다. 단 중력가속

도는 $9.8m/s^2$ 을 이용하였다.

$$N_z = 0.88 D^{-0.49} d^{-0.04} \nu^{0.22} \quad (6)$$

이로부터 N_z 는 교반조의 직경 D 의 평방근에 거의 역비례하는 것을 알 수 있다.

(2) 교반조벽의 최대 젖은 높이 폭 ($h_w - h_w^*$)

Fig.8에서 $h_w - h_w^*$ 는 N_z 에서 극대값을 가진다는 것을 알았다. 이 $h_w - h_w^*$ 의 극대값을 교반조 직경으로 무차원화한 값을 d/D 에 대하여 플롯한 결과를 Fig.10에 나타내었다.

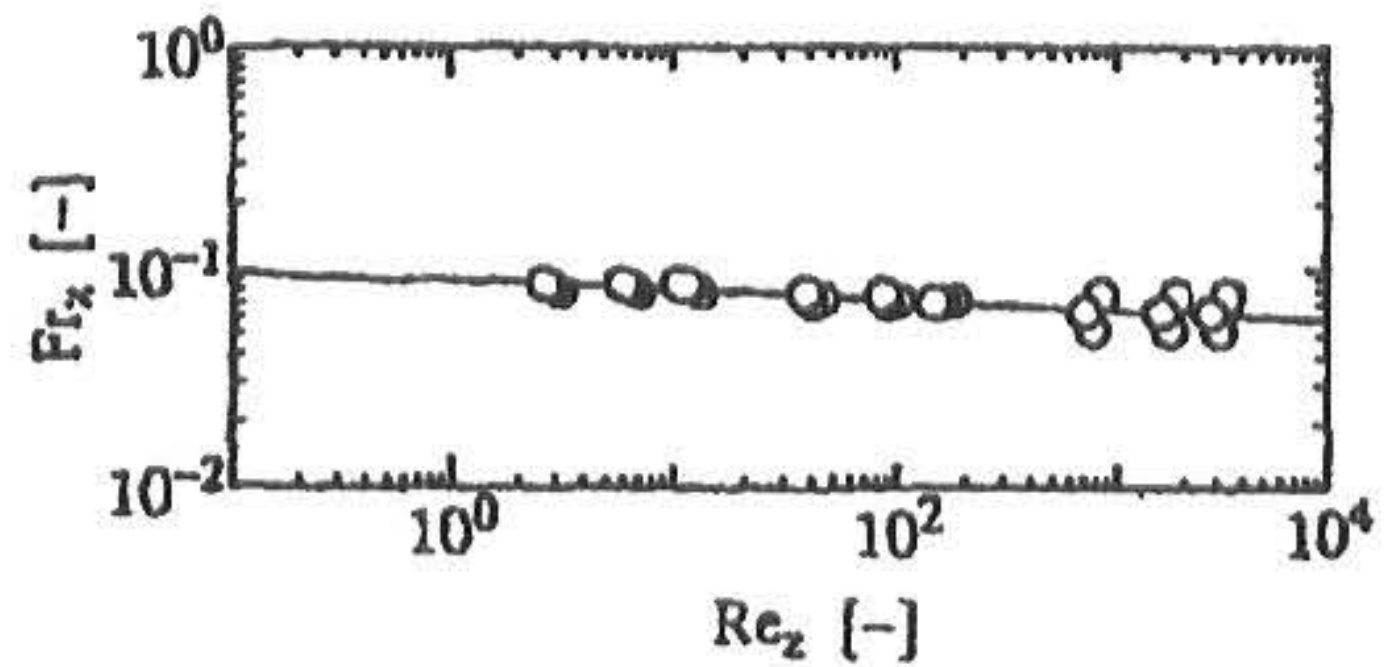


Fig. 9. Correlation of Fr number and Re number at the transition frequency, N_z .

이 그림으로부터 $(h_w - h_w^*)/D$ 는 d/D 에 의하지 않고 일정한 값 0.34를 가지는 것을 알았다.

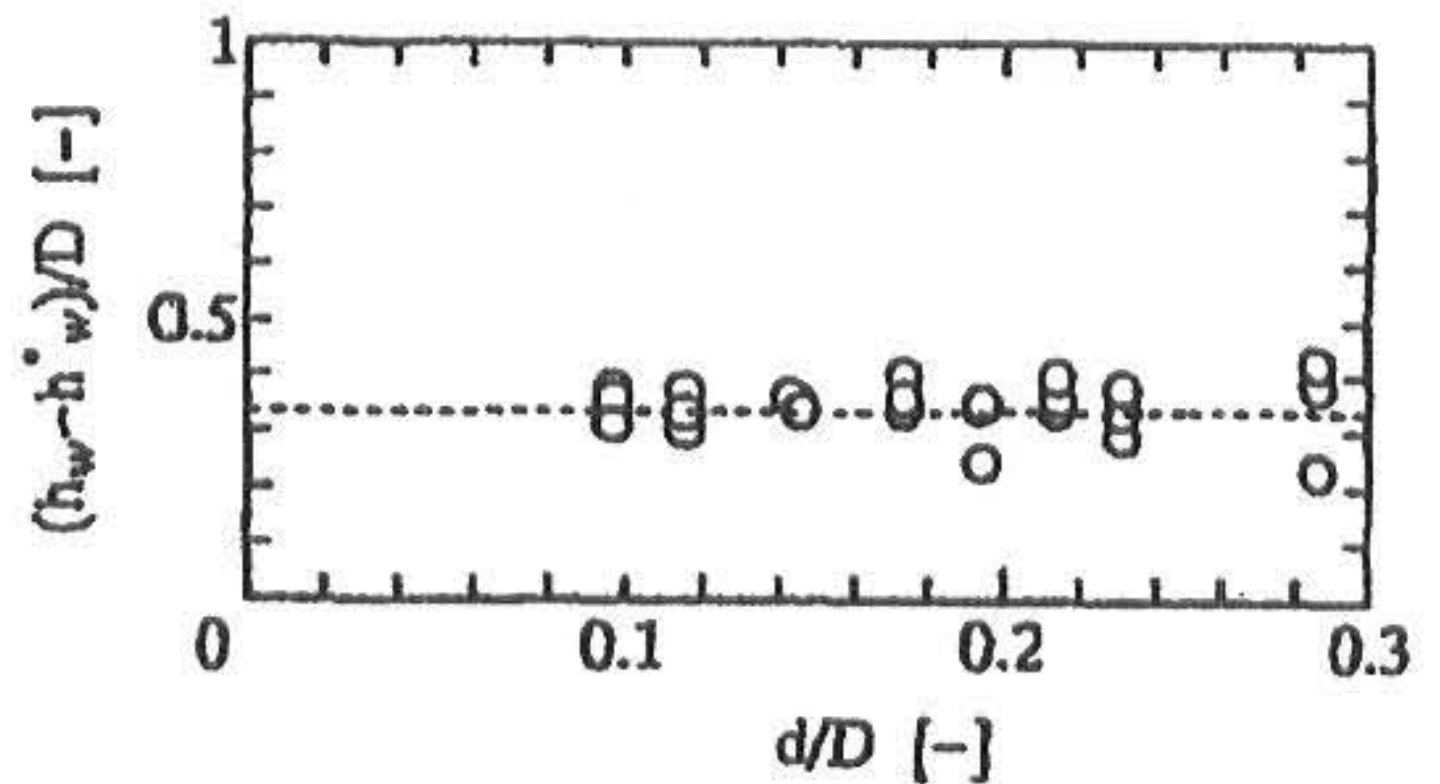


Fig.10. The ratio of the difference between the highest and lowest height of wetted vessel wall to the vessel diameter larger than at the transition frequency N_z .

(3) 전이회전수와 물질이동계수의 관계

앞에서 얻은 젖은 높이의 최대상승폭(h_w)과 최대하강폭(h_w^*)의 차 $h_w - h_w^*$ 를 나타내는 전이회전수 N_z 와 교반조벽의 젖은 면적을 기준으로 한 평균물질이동계수 k 와의 관계를 검토했다.

이때 사용한 평균물질이동계수의 데이터는 Kato등[15]이 구한 단위용적당 교반소요동력 P_v 와 평균물질이동계수 k 의 관계를 이용하였으며 Fig. 11에 나타내었다. 이 그림에서 전이회전수 N_z 에서의 데이터는 검은 칠을 하여 나타내었는데 물질이동계수에 대한 상관선의 변곡점과 일치함을 알 수 있다. 즉 자유표면의 거동에 관한 전이회전수 N_z 와 물질이동계수의 거동에 관한 전이회전수는 일치함을 알 수 있었다.

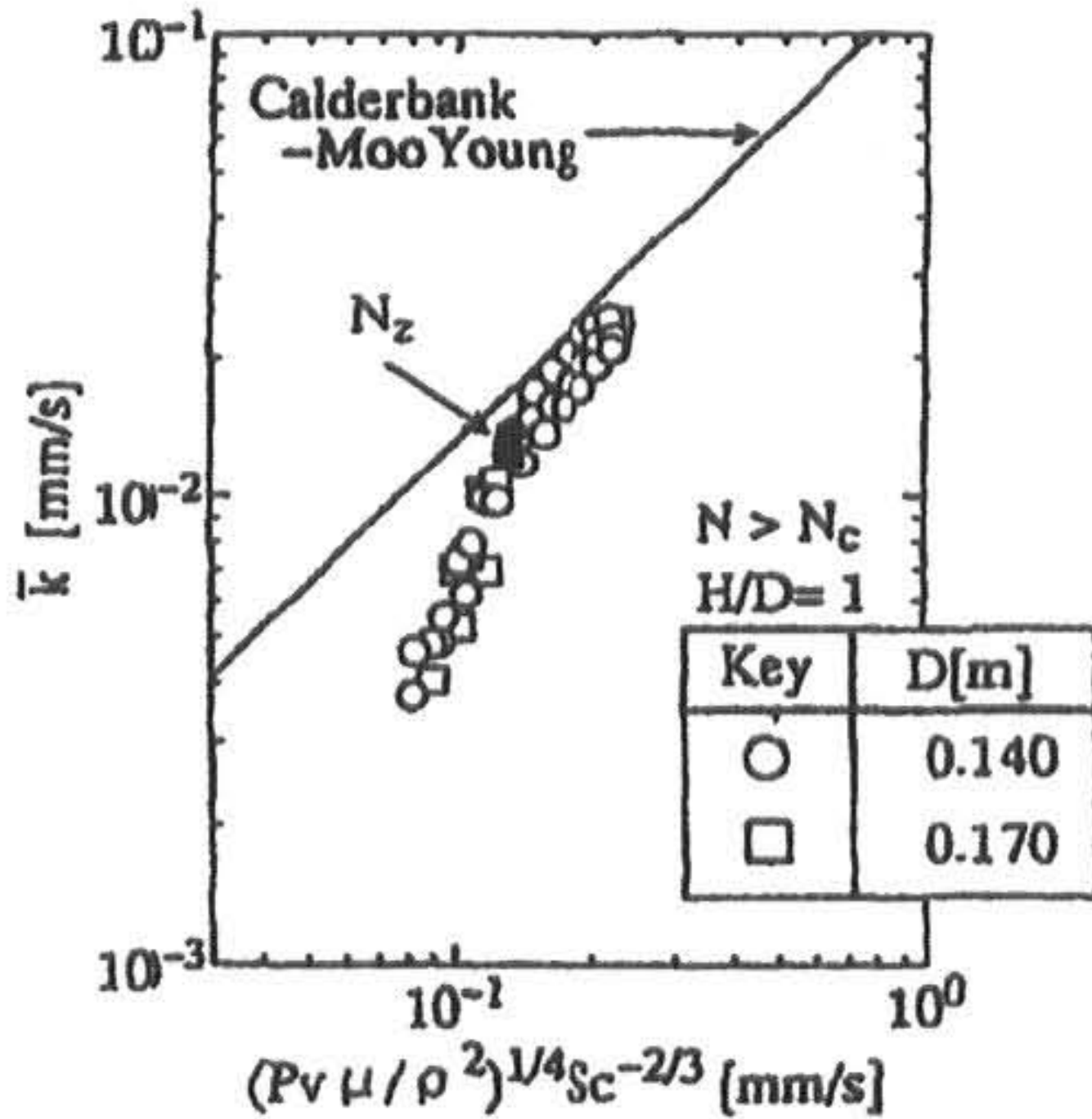


Fig.11. Correlation of average mass transfer coefficient with power consumption.

4. 결론

진동교반 조작에서의 자유표면거동에 대한 실험을 한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 진동교반에서 교반조내에 발생하는 수면파는 하나이고 액체의 젖은 높이의 최대상승폭 h_w 는 표면파의 최대상승높이 h 에 일치하지만($h = h_w$) 최대하강폭 h_w^* 는 표면파의 최대하강 높이 h^* 까지 내려가지 않는

것을 알 수 있다.

- 2) 교반조 벽면에서 자유표면의 상승과 하강폭의 차, 즉 파동의 높이 차는 근사적으로 다음식으로 나타났다.

$$h + h^* = (2\pi N)^2/2g \cdot \{(D + d)/2\}^2$$

- 3) 교반조 벽면에서 젖은 높이의 최대상승폭과 최대하강폭의 차 $h_w - h_w^*$ 는 회전수가 작을 때는 다음식과 같은 관계를 가진다.

$$h_w - h_w^* = 2/3(2\pi N)^2/2g \cdot \{(D + d)/2\}^2$$

- 4) 회전수가 $N_z^2 D/g = 0.09(N_z d^2/\nu)^{-0.04}$ 로 상관되는 전이회전수 N_z 이상일 때 $(h_w - h_w^*)/D$ 값은 거의 일정한 0.34로 나타났다.

- 5) 자유표면의 거동에 관한 전이회전수 N_z 와 물질이동계수의 거동에 관한 전이회전수는 일치하였다.

[감사] 본 연구는 상주대학교의 지원에 의해 수행되었으며 이에 깊은 감사를 드립니다.

사용기호

- D : shaking vessel diameter [m]
- d : circulation diameter [m]
- Fr : Froude number ($=N^2 D/g$) [-]
- Fr_z: Froude number ($=N^2 D/g$) [-]
- g : gravitational acceleration [$m \cdot s^{-2}$]
- H : liquid height [m]
- h : highest liquid free surface [m]
- h* : lowest liquid free surface [m]
- h_w : highest height of wetted vessel wall [m]
- h_w* : lowest height of wetted vessel wall [m]
- k̄ : average mass transfer coefficient [$mm \cdot s^{-1}$]
- N : circulating frequency [s^{-1}]
- N_c : critical circulating frequency for mixing [s^{-1}]
- N_z : transition frequency [s^{-1}]

Pv : power consumption per unit volume of liquid(= $P/(\pi/4)D^2H$) [W · m⁻³]
 Re : Reynolds number(= Nd^2/ν) [-]
 Re_z: Reynolds number for N_z(= N_zd^2/ν) [-]
 Sc : Schmidt number(= ν/D_{ferri}) [-]
 z₁ : distance from vessel bottom to trough of free surface wave [m]
 z₂ : distance from vessel bottom to crest of free surface wave [m]

그리스문자

ρ : density [kg · m⁻³]
 μ : viscosity [Pa · s]
 ν : kinematic viscosity [m² · s⁻¹]
 ω : angular velocity(= $2\pi N$) [rad · s⁻¹]

참고문헌

- 1) Biggs, R.D., "Mixing rates in stirred tanks", *AIChE J.*, **9**, 636-640(1963)
- 2) Metzner, A.B. and Taylor, J.S., "Flow patterns in agitated vessels", *AIChE J.*, **6**, 109-114(1960)
- 3) Gardner, J. and Tatterson, G., "Characterization of mixing in shaker table containers", *Biotech. Bioeng.*, **39**, 794-797 (1992)
- 4) Rhodes, R.P. and Garden Jr., R.P., "Characterization of agitation effects in shaken flasks", *Ind. Eng. Chem.*, **49**, 1233-1236 (1957)
- 5) Kamiwano, M., Yamamoto, K. and Nagata, S., "Mixing performance of various agitators", *Kagaku Kogaku*, **31**, 365-372 (1967)
- 6) Sano, Y. and Usui, H., "Interrelations among mixing time, power number and discharge flow rate number in baffled mixing vessels", *J. Chem. Eng. Japan*, **18**, 47-52 (1985)
- 7) Hiraoka, S., Tada, Y., Suzuki, H., Mori, H., Aragaki, T. and Yamada, I., "Correlation of Mass Transfer Volumetric Coefficient with Power Input in Stirred Liquid-Liquid Dispersions", *J. Chem. Eng. Japan*, **23**, 468-474 (1990)
- 8) Koh, S.T., Hiraoka, S., Tada, Y., Aragaki, T., Hijikata, T. and Yamaguchi, T., "Visualization of Jet Flow in a Mixing Vessel with a Nozzle Rotating Around the Vessel Axis", *J. Chem. Eng. Japan*, **24**, 760-766 (1991)
- 9) Koh, S.T., Hiraoka, S., Tada, Y., Takahashi, T. and Yamaguchi, T., "Heat Transfer Coefficient and Mixing Time in a Cylindrical Mixing Vessel with Axial Jet Nozzles", *J. Chem. Eng. Japan*, **24**, 506-511 (1991)
- 10) Koh, S.T., Hiraoka, S., Yamada, I., Tada, Y., Aragaki, T. and Takahashi, T., "Jet Mixing of Liquid in a Rotating Cylindrical Vessel", *J. Chem. Eng. Japan*, **22**, 611-615 (1989)
- 11) Maruyama, T., Kamishima, N. and Mizushima T., *J. Chem. Eng. Japan*, **17**, 120-126 (1982)
- 12) Maruyama, T., Ban, T. and Mizushima T., *J. Chem. Eng. Japan*, **15**, 342-348 (1980)
- 13) Kato, Y., Hiraoka, S., Tada, Y., Mori, T., Shirai, S., Ue, T. and Koh, S.T., "Mixing Time and Critical Circulating Frequency for Mixing of Low Viscosity Liquid in a Horizontally Shaking Vessel with Circulating Motion", *kagaku Kogaku Ronbunshu*, **20**, 3, 437-444(1994).
- 14) Kato, Y., Hiraoka, S., Tada, Y., Seiji, S., Ue, T., Koh, S. T. and Yamaguchi, T., "Power Consumption of Horizontally Shaking Vessels with Circulating Motion", *Kagaku Kogaku Ronbunshu*, **21**, 2, 365-371 (1995)
- 15) Kato, Y., Hiraoka, S., Tada, Y., Shirai, S., Koh, S.T. and Yamaguchi, T., "Transport Phenomena at the Wall of a Shaking Vessel with Horizontally Circulating Motion", *Kagaku Kogaku Ronbunshu*, **21**, 3, 621-624 (1995).
- 16) Kato, Y., Hiraoka, S., Tada, Y., Ue, T., Koh, S.T. and Lee, Y.S., "Measurement of Circulation Time Distribution in a Shaking Vessel",

- Kagaku Kogaku Ronbunshu, **22**, 1, 134-139 (1996).
- 17) Funakoshi M. and S. Inoue : J. Fluid Mech., 192, 219-247 (1988).
- 18) Funakoshi M. and S. Inoue : Nippon Butsuri Gakkaishi, 44, 323-329 (1989).
- 19) Taneda, S. and M. Funakoshi : Nagare, 6, 285-307 (1987).
- 20) Dodge, F. T., D. D. Kana and H. N. Abramson : AIAA J., **3**, 685-695 (1965).
- 21) Ikeda, S., M. Yamasaka, S. Mutoh and K. Hirai: Doboku Gakkai Ronbun Houkokusyu, 381, 65-74 (1987).
- 22) Ikeda, S., N. Akiyama, H. Nakamura and S. Shirai : Doboku Gakkai Ronbun Houkokusyu, **290**, 53-65 (1979).
- 23) Ishikawa, T. and H. Shiigai : Doboku Gakkai Ronbun Houkokusyu, **219**, 45-53 (1973).
- 24) Sawamoto M., and K. Kato : Doboku Gakkai Ronbun Houkokusyu, **232**, 37-47 (1974).
- 25) Calderbank, P. H. and M. B. Moo-Young, Chem. Eng. Sci., **16**, 39-54 (1961).
- 26) Bird, R. Byron, Warren E. Stewart and Edwin N. Lightfoot : "Transport Phenomena", John Wiley & Sons, New York, 96-98 (1960).

(2000년 5월 2일 접수, 2000년 8월 18일 채택)