Journal of the Ergonomics
Society of Korea
Vol.19, No.1 2000. 4. 30

자극-반응 행렬을 이용한 인지 시스템 최적화 모델

Optimal Cognitive System Modeling Using the Stimulus-Response Matrix

최 경 현*, 박 민 용**, 임 은 영**

ABSTRACT

In this research report, we are presenting several optimization models for cognitive systems by using stimulus-response matrix (S-R Matrix). Stimulus-response matrices are widely used for tabulating results from various experiments and cognition systems design in which the recognition and confusability of stimuli. This paper is relevant to analyze the optimization/mathematical programming models. The weakness and restrictions of the existing models are resolved by generalization considering average confusion of each subset of stimuli. Also, clustering strategies are used in the extended model to obtain centers of cluster in terms of minimal confusion as well as the character of each cluster.

Keyword: stimulus-response matrix, cognitive system, mathematical programming, clustering

* 한양대학교 산업공학과
주 소 : 133-791 서울시 성동구 행당동 17
전 화 : 02-2290-0471
E-mail: ghchoi@email.hanyang.ac.kr
** 한양대학교 산업공학과

1. 연구배경 및 연구목표

인지 시스템(cognitive system)은 인간이 지식을 습득하고 사용하는 과정을 지원하는 일련의 정신 작용에 대해 연구하는 인지 심리학(cognitive psychology)을 기초로 하여 인간의 과제 수행 방법과 과제 성취에 영향을 주는 변인들에 관해 연구하는 인간공학(human factors)이 포함된 개념이다. 인지 시스템에는 인간-기계시스템, 인간-컴퓨터 시스템 등 주로 사람의 인지적 사고를 필요로 하는 시스템이 포함된다. 이러한 인지 시스템들이 점점 지능화, 소형화, 자동화되어 더 많은 기능들을 수행함에 따라 직무수행의 복잡도가 증가하고 있다(이동석 외, 1992). 따라서 복잡도를 최소화하여 인간 에러를 줄이고 작업 수행도를 증가시킬 수 있는 인지 시스템 설계가 무엇보다 중요하게 대두되고 있다. 따라서, 인지 시스템 설계 시 운영자에게 부여되는 정보의 복잡성과 혼돈을 초래하는 정보 제시 양식으로 인해 인간능력의 근본적인 한계를 벗어나서는 안 된다.

Wickens (1992)는 인지 시스템의 설계에 있어 인간공학적 원칙을 고려하지 않는 대표적인 경우로 일관성의 부족, 기본적 인체측정학의 위배, 자극-반응 부합성 위배, 집단화 및 기능적 군집화 결여, 반응 혼동 등을 들었다. 본 연구에서는 이 중 자극-반응 부합성 위배와 집단화 및 기능적 군집화 결여, 반응 혼동의 문제를 최소화하기 위하여 자극-반응(S-R: Stimulus-Response) 행렬을 이용한 최적의 인지 시스템 설계를 제시하려 한다.

Kantowitz and Sorkin (1983)과 Sanders and McCormick (1993)는 Green and Pew (1978)의 행렬을 인용하여 혼동 행렬에 대한 분석 내용을 공통적으로 다루고 있다. 이러한 혼동 행렬에 관한 연구의 기본 목적은 자극-반응이 효과적으로 부합하는 쌍을 찾아내어 시스템을 재 설계함으로써 인식도와 차별성을 향상시키는 데 있다. 또 다른 이용 분야로, 많은 양의 자극-반응 쌍 중에서 사용자들이 실제로 사용할 공통적인 부분 집합을 찾아내는 것이다. 그 예로 Moore (1974)는 영국 체신청에서 사용되는 분류기기에 장착될 6개의 누름 단추를 선택하는 문제를 다루고 있다. 피실험자에게 25개의 단추 패턴을 만져보게 하고, 모든 단추가 도해되어 있는 도표 위에서 한 대의 단추를 찾도록 하였다. 각각의 단추 패턴에 대하여 80번의 실험을 하고 그 결과를 혼동 행렬로 표현한 후 군집(cluster)기법을 이용하여 결과를 도출하였다. 군집 분석은 위와 같은 종류의 혼동 행렬에 효과적으로 쓰이고 있는데 Townsend (1971)은 다차원 스케일링 기법을 이용하여 알파벳 혼동 행렬을 분석하였고, Morgan (1973)은 알파벳과, 문자·숫자를 조합한(alphanumeric) 혼동 행렬을 분석하였다.

본 연구는 자극-반응 행렬을 이용한 최적의 인지 시스템 설계를 위한 기본 모델을 제시하고, 이를 이용한 패턴 인식 분석 유형별 응용된 최적화 모델을 제안하고 가능한 해법에 대하여 소개하고자 한다. 본 논문의 구성은 먼저 기존의 자극-반응 행렬 분석 모델을 소개하고, 일반화되고 발전된 모델을 제시한 후 새로운 모델의 해법에 대한 기본 방향을 제시

하며, 마지막으로 패턴인식의 군집이론에의 응용 방향에 대한 수리계획 최적화 모델을 제안한다.

2. 자극-반응 행렬 분석 최적화 모델

자극-반응 행렬은 인간공학, 인지공학, 그리고 여러 응용심리분야에서 자극에 따른 반응 상태를 분석하기 위하여 폭 넓게 사용되고 있다. 이는 다양한 종류의 자극과 반응에 대한 혼동의 특성 분석을 통하여 반응이 유사한 자극 또는 상이한 자극의 종류를 찾는 데 사용된다. 이러한 의미에서 S-R 행렬을 혼동(confusion/confusability) 행렬이라고도 부른다. 피실험자에게 여러 종류의 자극을 제시하고 피실험자는 이를 사전에 알고 있는 자극 중에서 선택하는 실험을 통하여 그 결과를 행렬로 구성하게 된다. 이 행렬의 형태는 그림 1과 같이 표현된다.

자극 \ 반응	1	2	3	4	5	…	n	무반응
1	50	2	1	0	0	…	1	1
2	1	46	1	0	0	…	0	0
3	0	1	49	2	3	…	1	0
4	0	0	2	41	5	…	2	1
5	0	1	3	3	38	…	2	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	1	0	2	0	3	…	52	1

(a)

자극 \ 반응	1	2	3	4	5	…	n	무반응
1	50	3	1	0	0	…	2	1
2	0	46	2	0	1	…	0	0
3	0	0	49	4	6	…	3	0
4	0	0	0	41	8	…	2	1
5	0	0	0	0	38	…	5	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	0	0	0	0	0	…	52	1

(b)

그림 1. 자극-반응 행렬

그림 1(a)는 n개의 자극에 대한 60명(번)의 피실험자를 대상으로 실험한 결과를 행렬로 나타낸 것으로, 첫 번째 자극에 대하여 바르게(첫 번째 자극으로 반응한 경우) 인식한 경우가 50명(번), 2번째 자극으로 인식한 경우가 2명(번), n번째 자극으로 인식한 경우가 1명(번), 마지막으로 아무런 반응이 없는 경우(자극을 전혀 느끼지 못한 경우로 해석 가능)가 1명(번)으로 나타난 경우이다. (a) 행렬을 구체적으로 살펴보면 거의 대칭(symmetric) 행렬임을 알 수 있다. 즉, 2번의 자극을 3번으로 인식하는 경우의 수와 3번의 자극을 2번으로 인식하는 경우의 수가 비슷함을 볼 수 있다. 물론, 이러한 현상은 실험 대상인 자극의 종류에 따라 다르게 나타나지만, 많은 연구에서 분석의 복잡성을 회피하기 위하여 대칭 행렬을 가정하고 있다. 그림 1(b)는 이러한 성질을 이용해 변형시킨 행렬로써 상위 삼각행렬(upper triangle matrix)이

라 하고 원소 a_{ij}(i<j)는 원 행렬(a)의 원소 a_{ij}와 그 대칭원소 a_{ji}의 합으로 표시하였다.

이와 같은 실험의 대표적인 예는 Green and Pew (1978)에서 볼 수 있다. 피실험자들에게 다양한 운전 환경 하에서 조정이 필요하다고 생각되는 자동차 제어기기들을 표현 가능한 그림, 문자, 기호로 인지하게 하여 이를 혼동 행렬로 표현하였다. 실험을 통해 생성된 혼동 행렬을 이용하여, 피실험자들이 올바로 인지한 경우의 수에 대한 잘못 인지한 경우의 수의 비율을 뜻하는 혼동 지수가 허용오차 내에 포함되는 기호들을 확인 할 수 있었고, 궁극적으로는 타 기호에 대하여 높은 혼동 지수를 갖는 기호에 대한 합리적인 이유와 원인을 규명하는 데 초점을 맞추었다. 이와 유사한 실험으로 Zwaga and Boersema (1983)에 의하여 수행된 네델란드 기차역에서 사용되는 29개의 그래픽 기호들에 대한 분석이 있다. 이 실험을 통하여 67% 이상의 인지도를 갖는 15개의 기호들이 받아들여질 수 있음을 밝혔고, 혼동 행렬에 편차 이론을 적용하여 나이와 여행 빈도가 혼동 지수에 가장 큰 영향을 미치고 있음을 발견하였다.

Theise (1989)의 대칭 행렬을 가정한 그림 1.의 (b)를 이용한 최적화 모델을 살펴보면 다음과 같다. 여기서 사용된 행렬은 Moore (1974)에서 사용된 25개의 push button패턴을 이용한 실험 결과를 이용하였다.

첫 번째 모델은 주어진 여러 가지의 자극 중에서 원하는 개수의 자극 집합을 형성하는 문제인데, 주어진 자극-반응 행렬과, 주어진 원하는 그룹이 포함된 자극의 개수 s를 만족하는 상호 최소 혼동 지수를 가진 자극을 찾는 모델이다.

$$\text{(P1)} \quad \min \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=i+1}^{n} a_{ij}x_ix_j + \sum_{i=1}^{n} b_ix_i \quad (1)$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{i=1}^{n} x_i = s \quad (2)$$

$$x_i \in \{0,1\}, \text{ for all } i = 1, \ldots, n \quad (3)$$

여기서, x_i는 i번째의 자극을 의미하는데 만약 x_i가 선택되면 1, 그렇지 않으면 0의 값을 갖는다. 또 a_{ij}는 행렬의 원소를 나타내고, b_i는 i번째 자극을 인식 못한 경우(마지막 열)의 수를 나타낸다. 이 모델에서의 목적함수 (1)은 i번째 자극과 j번째 자극이 동시에 1인 경우(원하는 집합에 포함되는 경우) 상호간의 혼돈 지수 a_{ij}(i번 째 자극을 j로 인식하는 경우와 j번째 자극을 i로 인식하는 경우의 곱) 값의 합과, 인식하지 못한 경우의 합 b_i를 합한 값을 최소화하는 것이다. 제약식 (2)는 선택된 집합의 원소(선택된 자극의 수)가 s개임을 나타내고 있다. 문제 (P1)의 목적함수 (1)은 x_ix_j로 표현되는 비선형 함수이다. 일반적인 방법을 이용하여 선형 0-1 정수계획법 문제로 변환 할 수 있는데, 이를 위해 새로운 n^2개의 2진(binary) 변수 y_{ij}를 도입하여 식 (1)의 x_ix_j를 y_{ij}로 치환하고, $a_{ij}>0$ 인 모든 i, j에 대하여 제약식

$$2y_{ij} \le x_i + x_j \le y_{ij} + 1 \quad (4)$$

을 추가한다.

문제 (P1)의 최적해는 s개의 자극으로 이루어진 그룹의 최소 혼동 지수를 결정하는 데 사용될 수 있으며, 그러한 그룹에 포함되는 자극을 선택할 수 있다. 문제 (P1)으로 응용 가능한 확장 문제는 다음과 같다. 만약, 어떠한 시스템에서 허용되는 최소 혼동 지수 T가 주어지고, 이 허용 혼동 지수를 만족하는 최대의 자극의 그룹을 선택하는 모델을 정의할 수 있다.

$$\text{(P2)}\ \max\ s = \sum_{i=1}^{n} x_i \tag{5}$$

$$\text{subject to}\ \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=i+1}^{n} a_{ij}x_ix_j + \sum_{i=1}^{n} u_ix_i \le T \tag{6}$$

$$x_i \in \{0,1\},\ \text{for all } i = 1, \ldots, n$$

목적식 (5)는 자극 그룹에 포함될 자극의 수를 최대화하는 것이고, 제약식 (6)은 선택된 자극들 간의 혼동 지수들의 합과, 인식되지 못한 자극의 수의 합이 최소 허용 혼동 지수 T보다 작아야 한다는 조건을 나타낸다. (P2) 역시 (P1)과 같이 식 (4)를 이용하여 선형 문제로 치환 가능하다.

3. 일반화된 혼돈 시스템 최적화 모델

본 절에서는 문제 (P1)과 (P2)의 제한 사항을 분석하고, 이를 이용하여 보다 일반화된 모델을 정립하였다. 문제 (P1)은 원하는 하나의 자극 그룹에 포함될 수 있는 자극의 수 s를 고정함으로써 n개의 자극 중에서 한 개의 부분 집합을 결정하는 문제이다. 그러나, 수많은 통제가 혼돈 없이 하나의 계기판에서 이루어져야 하는 복잡한 시스템이나 설비의 경우(예를 들어, 원자력 발전소 통제 시스템, 재난 관리 시스템, 항공기 패널 등) 혼돈을 최소화하는 1개의 집합 선택으로는 실제 활용이 불가능하다. Wordprocessor에서 유용하게 사용되는 단축키의 경우 두 개 이상의 버튼을 동시에 눌러야만 실행할 수 있는데 이러한 예는 하나의 계기판으로 보다 많은 작업을 수행해야 하는 시스템들에서 공통적으로 발견할 수 있다. 그러나 문제 (P1)에는 선택된 1개 자극(예를 들어 push button)이외의 자극에 대한 처리 또는 관리 문제가 포함되어 있지 않다. 즉, n개의 자극을 m개의 부분 집합으로 나누어 효율적인 통제가 필요한 시스템의 경우, 각 자극의 부분집합 내의 혼돈지수를 최소화하거나, 최대 혼동 지수를 가지는 부분 집합의 혼동 지수를 최소로 하는 문제, 또는 각 부분집합의 혼동 지수의 평균을 최소로 하는 문제 등을 고려할 수 있다. 이러한 문제는 자원 할당 문제와 유사한 것으로 복합적인 통제가 하나의 시스템에 의하여 이루어져야 하는 경우에 필요하다.

또한, 기존 모델에서는 실험을 통한 데이터 a_{ij}와 b_i를 이용하여, 목적함수 또는 제약식으로 표현하였다. a_{ij}는 i번 째 자극을 j번 째 자극으로 인식하는 횟수를 나타내고, b_i는 i번 째 자극을 인식하지 못하는 횟수를 나타내고 있다. 그러나 이는 1개의 그룹에 대한 최소 혼돈 지수를 결정하는 모델이기 때문에 복

잡한 다기능 시스템에서 동시에 여러 자극을 통제해야 하는 경우, 혼돈을 최소화하기 위한 모델로는 적합하지 않다. 아울러 불인식 지수 b_i를 혼동 지수 a_{ij}와 동일하게 사용하는 것은 목적식 값의 단위가 서로 맞지 않으므로 완벽한 모델이라 할 수가 없다. 따라서, 본 연구에서는 Theise(1989)에서 사용된 계수 a_{ij}를 인지 시스템의 특성에 따른 비용 c_{ij}로 나타낸다. c_{ij}는 i번 째 자극을 j번째 자극으로 인식하는 경우 발생되는 비용, 또는 벌칙 등으로 설명되어질 수 있다. 단순한 예로 신호체계에서 적색등을 녹색등으로 오인하는 경우의 수 a_{ij}에 각 반응의 위험 정도를 나타내는 가중치를 곱해 발생되는 위험 지수를 나타낼 수 있다. 또한, 대부분의 기존 연구가 대칭 행렬을 가정하여 문제를 단순화시킨 반면에, 여기에서는 i를 j로 오인하는 경우에 발생되는 위험도와 j를 i로 오인하는 경우에 발생되는 위험도를 구분하여 사용하였다. 목적식 또는 제약식의 일관성을 유지하기 위하여 기존의 b_i를 i번째 자극을 인식하지 못한 경우의 벌칙 지수 c_{ii}로서 표현하였다. 이러한 일반화를 통하여, 문제 (P1)과 (P2)를 보다 현실적으로 사용 가능한 모델로 확장한 새로운 모델을 제시한다.

먼저, n개의 자극을 m개의 상호 최소 혼동 지수를 갖는 부분 집합으로 나누는 모델을 고려하자. 이 문제의 모델을 설정하기 위하여 n을 자극(혹은 인지 대상)의 개수, m을 원하는 부분집합의 개수(통제자 혹은 통제 기계가 한꺼번에 처리할 수 있는 능력), s_k^L과 s_k^U을 각각 부분 집합 k에 들어갈 수 있는 자극(인지대상)의 개수의 하한과 상한이라 하고, 모든 $i(1 \le i \le n)$와 $k(1 \le k \le m)$에 대하여 0-1 변수 x_{ik}를

$$x_{ik} = \begin{cases} 1: \text{i번째 자극이 k번째 부분 집합에 속할 경우} \\ 0: \text{그렇지 않은 경우} \end{cases}$$

으로 정의하면, 제안하는 자극 할당 문제는 다음과 같이 된다.

$$\text{(P3)} \quad \min\left(\max_{1 \le k \le m} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ik} x_{jk} \right) \quad (7)$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{k=1}^{m} x_{ik} = 1, \quad \forall i = 1, \ldots, n \quad (8)$$

$$s_k^L \le \sum_{i=1}^{n} x_{ik} \le s_k^U, \quad \forall k = 1, \ldots, m \quad (9)$$

$$x_{ik} \in \{0,1\}, \ \forall i = 1, \ldots, n, \quad \forall k = 1, \ldots, m$$

목적식 (7)에서 주어진 한 부분 집합 k에 대하여 $x_{ik} = x_{jk} = 1$ 인 경우, 즉 i번째와 j번째의 자극이 동시에 k번째 집합에 포함될 경우 혼동 지수의 합

$$z_k = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij} x_{ik} x_{jk}$$

은 k번째 집합의 혼동지수를 나타내고 있으며 $\max\{z_k: 1 \le k \le m\}$는 각 부분집합 혼동지수의 최대치를 나타낸다. 따라서 목적식 (7)은 n개의 자극을 m개의 집합으로 나눌 때 각 집합별 혼돈 지수 중 가장 큰 값을 최

소화하는데 있다. 또한, 실제 응용 필요에 따라 m개 집합의 혼동 지수의 평균치를 최소화하는 문제로도 변형이 가능한데, 이 경우 목적식 (7)은

$$\min \frac{1}{m} \sum_{k=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij} x_{ik} x_{jk} \qquad (10)$$

으로 나타낸다. 제약식 (9)는 각 자극 i가 한 개의 부분 집합에만 속해야 하는 조건을 나타내고 있으며, (10)은 각 부분 집합에 포함될 자극 개수의 조건을 나타낸다. 즉, k번째 부분 집합에는 최소한 s_k^L개의 자극이 포함되어야 하고, s_k^U개를 넘지 않아야 된다는 의미이다. 유사한 방법으로 문제 (P2)에 대하여, 각 부분집합의 한계를 정의하는 대신 각 부분집합의 허용 혼동 지수 T가 사전에 정의되었을 때, 각 집합의 혼동 지수가 T를 넘지 않는 범위 내에서, 부분집합의 개수를 최소화할 수 있는 다음과 같은 문제로 확장이 가능하다.

$$\text{(P4)} \quad \min \sum_{k=1}^{n} y_k \qquad (11)$$

subject to

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_{ik} x_{jk} y_k \le T, \quad \forall k=1,\dots,n \quad (12)$$

$$y_k \ge x_{ik}, \quad \forall i=1,\dots,n, \quad \forall k=1,\dots,n \quad (13)$$

$$x_{ik} \in \{0,1\}, \ \forall i, \ \forall k$$

$$y_k \in \{0,1\}, \ \forall k$$

먼저 n개의 0-1 2진 변수 y_k를 다음과 같이 정의하자. m개의 자극에 대하여, 가능한 최대 부분 집합의 개수는 n개이므로, y_k를 n개의 후보 부분집합으로 정의하고, 만약 y_k에 1개 이상의 자극이 포함되면 1, 아무런 자극도 포함되지 않으면 0으로 정의하면 목적식 (11)의 $\sum_{k=1}^{n} y_k$는 선택된 부분 집합의 개수, 즉, 최소 필요 부분집합의 개수가 된다. 제약식 (12)는 $x_{ik}=x_{jk}=y_k=1$일 때, 즉 k번째 부분집합이 선택되고, 그 부분집합에 i번째 자극과 j번째 자극이 동시에 포함될 때의 고려되어야 할 혼동 지수를 나타낸다. 따라서 k번째 선택된 부분집합 내의 혼동지수가 T를 넘지 않아야 됨을 표현하고 있다. 제약식 (13)은 선택되지 않은 부분집합 k, 즉 $y_k=0$에 대해서는 자극이 포함되지 않음을 나타낸다. 또한 $y_k=1$일 때, x_{ik}는 0 또는 1의 값을 가질 수 있음을 표현하고 있다. 문제 (P4)는 주어진 자극과 상호간의 혼동위험, 그리고 그룹화를 했을 때 그룹 내의 혼동 또는 위험 지수를 일정한 수준이 될 수 있도록 하는 그룹의 수와 각 그룹에 포함될 자극을 동시에 찾아내는 복합적인 문제이다.

이는 실제 인지 시스템 설계에 활용 가치가 상당히 넓다고 할 수 있다. 실제로 인간-기계 시스템의 경우 설비의 최적 배치를 위해 일반적인 인간공학적 배치의 4가지 주요 원칙 (Sanders and McCormick, 1993) 중 가장 많이 적용되는 "기능별 배치 원칙 (function of use)"에 적용될 수 있다. 이 원칙에 따르면 복잡한 시스템이라 할 수 있는 원자력 발전소의 제어판이나 첨단 항공기의 조종석의 표시 장치 또는 조종장치들의 여러

부품들을 기능적으로 관련된 것들끼리 모아서 배치하게 된다. 이렇게 함으로써 주어진 자극 상호간의 혼동 위험 즉, 각 그룹 내에 배치된 부품들의 표시장치나 조종장치를 조작할 때 인적 오류를 최소화할 수 있어 조작이나 인식 오류로 인한 시스템 전체의 치명적 오류를 방지할 수 있다. 또한 문제 (P3)과 (P4)가, 문제 (P1)과 (P2)의 발전된 모델임을 알 수 있고, 따라서 Theise(1989)에서 표현된 경우도 (P3)과 (P4)의 특수한 경우로 설명되어질 수 있다.

기존의 모델들이 많은 가정 하에서 수립되어 단순한 수리계획 문제로 표현되었기 때문에 최적해를 찾는 것은 큰 이슈가 되지 못했다. 그러나, 본 연구에서 제안한 모델 (P3)과 (P4)는 기존의 모델을 포함하는 광범위한 인지 시스템 설계 분야에 적용 가능하므로, 해법 또한 단순하지가 않다. 문제 (P3)은 2차 수리계획 문제이므로, 잘 알려진 선형화 방법을 통하여 선형 최적화 문제로 변형이 가능하다. 물론 이 때에도 n^2m개의 결정 변수가 추가되고, 최대 $2n^2m$개의 제약식이 추가된다. 따라서, 일반적인 선형계획 알고리즘보다는, 문제의 구조를 이용한 특수한 방법이 효과적일 수 있다. 먼저, 선형 최적화 문제로 변형하기 위해서 모든 i, j, k에 대하여, $p_{ijk}=x_{ik}x_{jk}$로 놓으면 식 (10), (8), (9)는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\text{(P5)}\quad \min\left(\frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}c_{ij}x_{ik}x_{jk}\right) \qquad (14)$$

subject to

$$\sum_{k=1}^{m}x_{ik}=1,\quad \forall i=1,\ldots,n \qquad (15)$$

$$s_k^L \le \sum_{i=1}^{n}x_{ik}\le s_k^U,\quad \forall k=1,\ldots,m \qquad (16)$$

$$x_{ik}+x_{jk}\le 1+p_{ijk},\quad \forall i,\ j=1,\ldots,n,\quad \forall k=1,\ldots,m \qquad (17)$$

$$2p_{ijk}\le x_{ik}+x_{jk},\quad \forall i,\ j=1,\ldots,n,\quad \forall k=1,\ldots,m \qquad (18)$$

$$x_{ik},\, p_{ijk}\in\{0,1\},\quad \forall i,j=1,\ldots,n,\quad \forall k=1,\ldots,m$$

여기서 보다 쉬운 표현을 위하여 목적식 (7) 대신 (10)을 사용하였다. 제약식 (17)과 (18)은 선형화에 의하여 발생된 각각 n^2m개의 추가 제약식이다. 따라서, 식 (17)과 (18)에 각각 Lagrangian multiplier u_{ijk}과 v_{ijk}를 도입하여 Lagrangian dual 방법의 사용을 제안한다. 이 경우 Lagrange 부분문제는 set partitioning 조건과 유계 조건을 가진 문제가 되므로 기존의 LP 알고리즘을 활용할 수 있다. 문제 (P4)의 경우는 3차식으로 제약 함수가 주어진다. 따라서 2번의 선형화 작업을 통하여서 선형 최적화 문제로 변형이 가능하다. 그러나, 이 경우 제약식의 수가 기하급수적으로 증가하게 되어 실제적인 해법의 적용이 어렵게 된다. 따라서, 비선형 제약식을 그대로 이용한 Lagrangian Dual이 보다 효율적으로 활용 가능하다.

4. 클러스트링 기법을 이용한 최적화 모델

클러스터링(clustering)이란 주어진 n개의 점 또는 데이터를 몇 개의 클러스터(cluster) 또는 집합으로 묶음으로써, 각각의 클러스터 또는 집합에 포함된 점(데이터)들의 특성을 찾아내는 것이다. 예로, 유사한 현상들의 집합은 공통적인 원인을 갖고 있음을 알 수 있고, 혹은 어떤 특정한 성격을 내포하고 있을 수도 있다. 수학적으로 클러스터링은 세분화와는 달리 원하는 군집의 개수를 사전에 알고 있지 않다는 가정에서 출발한다.

기억 내에 클러스터된 지식을 코드화하여 이를 이해를 위해 사용하고 경험에 저장해 놓는 모델들의 집합을 스키마 이론이라 한다. 스키마는 일반적인 인지 구조에 요약된 과거 경험의 구조를 뜻한다. 스키마 이론의 기본 가정은 새로운 정보가 기존 스키마에 존재하는 이론과 상호작용 한다는 것이다. 이러한 상호작용은 회상과정에서 인간 오류를 발생시킨다. 스키마 이론은 자극-반응 이론과 몇 가지 근본적인 차이가 있다. 자극-반응 이론은 지식의 작은 단위(single stimulus)에 기초하고 스키마는 좀 더 큰 단위로 지식이 클러스터와 어떻게 결합하는지 보여준다. 자극-반응 이론은 자극과 반응 사이의 관계에 대한 학습을 요구하지만 스키마는 특정 경험의 해석과 코드화를 위한 지식 구조를 제공한다. 또한 자극-반응 이론은 특정 자극과 특정 반응 사이의 관계를 보여주지만 스키마는 여러 자극과 반응간의 좀 더 일반적이고 다양한 관계를 보여준다(Reed, 1996). 따라서 본 연구에서는 자극-반응 이론에 클러스터링 기법을 병용함으로써 각 특성에 맞는 많은 자극 집합들에 대해 혼동을 최소화하는 반응을 이끌어 내고자 한다.

일반적인 클러스터링 알고리즘은 2단계로 이루어진다. 첫 번째 단계는 가능한 클러스터의 개수를 가정하고, 두 번째 단계에서 주어진 클러스터 수에 최적인 클러스터링을 하는 것이다. 이러한 알고리즘적 반복을 거듭함으로써 최적의 클러스터 수와 클러스터가 이루어진다. 이러한 두 번째 단계를 수리계획적 문제로 전환하면 다음과 같다. 주어진 d-차원 공간 n개의 점 $\{x^1, x^2, \cdots, x^n\}$과 주어진 클러스터 수 m에 대하여, 클러스터링 문제는 각 클러스터의 중심(center) $\{c^1, c^2, \cdots, c^m\}$을 찾는 문제인데, 이때, 각 점 x^i와 가장 가까운(유클리드 노름으로 가정된 경우) 중심 c^j와의 거리의 합이 최소화 되어야 한다. 수학적으로 표현하면

$$\min_{\{c^1, \cdots, c^m\}} \left\{ \sum_{i=1}^{n} \min_{1 \le j \le m} \|x^i - c^j\| \right\} \quad (19)$$

이 된다. 이 문제는 오목 함수도 볼록 함수도 아닌 매우 복잡한 문제이다. 따라서 Bradley et al. (1999)는 문제 (19)를

$$\min_{c,t} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} t_{ij} \|x^i - c^j\| \quad (20)$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{j=1}^{m} t_{ij} = 1, \quad \forall i = 1, \ldots, n \quad (21)$$

$$t_{ij} \ge 0, \quad \forall i = 1, \ldots, n, \quad \forall j = 1, \ldots, m$$

으로 변환시켜 해법을 제시하였다. 일반적으로는 $\|\cdot\|$은 임의의 실수 공간 노름(norm)으로 주어질 수 있다. 즉, 문제 (19)를 각 점과 중심 사이의 거리 $\|x^i - c^j\|$의 convex combination의 합을 최소화하는 문제로 변화시켰다.

본 연구에서는, 문제 (19)를 혼동 행렬을 이용한 새로운 모델을 제안한다. 이를 위하여, 두 자극 또는 인식 대상간의 관계를 혼동 지수 a_{ij}로 정의하자. 그러면 $a_{ii}=0,\ \forall i=1,\ldots,n$이고, 문제 (P5)를 이용하여 n개의 자극 또는 인식대상을 m개의 그룹으로 나누는 클러스터링 문제는 다음과 같이 정의된다.

$$\text{(P6)}\quad \min \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} a_{ij}t_{ij}x_i \tag{22}$$

$$\text{subject to}\quad \sum_{j=1}^{m} t_{ij}=1,\quad \forall i=1,\ldots,n \tag{23}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = m \tag{24}$$

$$0\le t_{ij}\le 1,\quad \forall i=1,\ldots,n,\quad \forall j=1,\ldots,m \tag{25}$$

$$x_i \in \{0,1\}\ \forall i$$

결정 변수 x_i는 0-1 이진 변수로 x_i가 클러스터의 중심으로 선택되면 1, 그렇지 않으면 0 값을 가진다. 또한 결정 변수 t_{ij}는 (23)과 (25)에 의하여 convex combination 가중치로서 문제 (P6)의 목적 함수는 모든 점과 선택된 (클러스터) 센터 중 가장 혼동 지수가 작은 클러스터 센터와의 관계(혼동 지수)의 합을 최소화하는 센터 x_i와 t_{ij}를 찾는 문제이다. 제약식 (24)는 클러스터를 m개로 제한하는 제약식이다. 문제 (P6)은, 주어진 자극 또는 인식 대상을 단순히 m개의 그룹으로 나누는 것 이상의 의미가 있다. 최적해 x_i^*와 t_{ij}^*는 m개의 그룹의 센터를 나타내며, 센터는 그룹을 대표하는 의미를 가진다. 즉, 같은 그룹에 속하는 자극 또는 인식 대상은 최소한의 혼동 지수를 가지며, 그룹의 특성을 나타낼 수 있다. 인간-기계 시스템을 포함하여 인지 시스템들은 제한된 영역에 보다 많은 정보를 제공하기 위해 점점 자극의 밀도를 높이고 있다. 자극의 밀도가 높아질수록 혼동 지수가 높아지게 되고 이는 의도하지 않은 인간 에러를 낳을 수 있다. 그러나 자극이 m개의 클러스터로 그룹핑되고 각 클러스터의 센터가 자신의 그룹을 명확히 대표하게 되면 인식해야 할 자극이 구별되어 사람들이 느끼는 정신부하가 훨씬 적어지고 이로 인해 혼돈도 줄어들게 된다. 또한, t_{ij}^*는 그 값에 따라, 만약 $t_{ij}^* > 0$ 이면 x_j가 x_i^*가 속한 그룹에 포함됨을 나타낸다.

5. 결 론

본 연구에서는 인간공학 관련 분야에서 활용하는 있는 자극-반응 행렬을 이용한 인지 시스템 최적 설계를 위한 수리 계획 모델을 개발하였다. 즉, 기존의 최소 혼동 지수 자극(인식 대상) 집합 선택 문제 (P1)과, 주어진

최대 허용 혼동 지수를 만족하는 최대 자극(인식 대상) 개수 선정 문제 (P2)를 확장하여, 보다 복잡한 인간-기계 통제 기능의 최적화에 활용 가능한 모델을 제시하였다. 이를 자극이 여러 개인 복잡한 시스템에도 적용 가능하도록 하기 위해 주어진 자극(인식) 대상을 여러 개의 집합으로 나누는 모델 (P3)과 각 집합의 혼동지수를 최소로 하는 집합의 개수 선정 및 자극(인식 대상의) 할당 모델 (P4)로 확장하였다. 이들은, 기존의 개념에서 출발하였지만 기존의 모델을 포함하는 복합적인 모델이다. 아울러, 단순한 모델에 대한 기존의 LP-소프트웨어를 이용하는 수준을 넘어, 복합적인 고차원 알고리즘을 제시하였다. 마지막으로, 클러스터링 기법을 이용하여 문제 ((P1)~(P4))를 복합적으로 내포하는 모델 (P6)을 제시함으로써, 자극(인식 대상)의 분류뿐만 아니라, 자극군의 특성 도출이 가능하도록 그룹의 센터까지 결정하는 문제를 정립하였다. 본 연구에서는 다양한 수리 계획 모델을 제안함으로써 혼동 행렬 분석 기법의 활용 방안을 제시하였지만, 추후 과제로는 실제 데이터와 알고리즘을 이용한 실험을 통한 모델의 정교화와 그에 따른 특정 알고리즘의 개발이 앞으로 논의되어야 할 것이다.

참고 문헌

이동석, 윤완철, 최상섭, 엔트로피를 기반으로 한 사용자 인터페이스 인지적 복잡도의 척도, 한국감성과학회, 1(1), 213-221, 1998.

Bradley, P. S., Fayyad, U. M., Mangasarian, O. L., "Mathematical Programming for Data Mining: Formulations and Challenges," INFORMS Journal on Computing, 11, 217-238, 1999.

Green, P., and Pew, R. W., "Evaluation pictographic symbols: An automotive application," Human Factors, 20, 103-114, 1978.

Kantowitz, B. H., and Sorkin, R. D., Human Factors: Understanding people-system relationships, New York: Wiley., 1983.

Morgan, B. J. T., "Cluster analysis of two acoustic confusion matrices," Perception and Psychophysics, 13, 13-2., 1973.

Moore, T. G., "Tactile and kinesthetic aspects of push-buttons," Applied Ergonomics, 5, 66-71, 1974.

Reed, S. K., Cognition: Theory and Application (4th Ed.), Brooks/Cole Publishing Company, 1996.

Sanders, M. S. and McCormick, E. J., Human Factors in Engineering and Design, New York: McGrawHill, 1993.

Theise, E. S., "Finding a Subset of Stimulus-Response Pairs with Minimum Total Confusion: A Binary Integer Programming Approach," Human Factors, 31, 291-305, 1989.

Townsend, J. T., "Theoretical analysis

of an alphabetic confusion matrix," Perception and Psychophysics, 9, 40-50, 1971.

Wickens, C. D., Engineering Psychology and Human Performance (2nd Ed.), 1 HarperCollins Publishers, 1992.

Zwaga, H. J., and Boersema, T., "Evaluation of a set of graphic symbols," Applied Ergonomics, 14, 43-54, 1983.

저자 소개

◈ 최경현

미국 Virginia Tech.(VPI&SU)에서 공학박사 학위 취득 후 삼성 SDS에서 경영 및 정보화전략 컨설팅 업무를 담당하였으며, 1997년부터 한양대학교 산업공학과에 재직중이다. 주요 연구 관심 분야로는 최적화 알고리즘 개발과 이를 이용한 통신, 물류, 금융 시스템 최적화 및 패턴 인식시스템 분석 및 구축 등이다.

◈ 박민용

미국 Virginia Tech. (VPI&SU)에서 공학 박사학위 취득 후 미국 New Jersey Institute of Technology 산업공학과 교수로 재직하였으며, 1993년부터 한양대학교 산업공학과에 재직 중이다. 주요 연구 관심분야로는 인간-컴퓨터 상호 체계 분석, 사용성 공학, 안전공학/청각보호 등이 있다.

◈ 임은영

한양대학교 산업공학과(공학사)를 졸업하였고 현재 동 대학원 산업공학과 석사과정에 있다. 주요 연구 관심분야로는 인지공학, 패턴 인식 시스템 분석, 사용성 공학 등이 있다.

논문접수일 (Date Received): 1999/7/23
논문게재승인일(Date Accepted): 1999/12/29