

## 비선형 시스템 제어를 위한 퍼지 PID 제어기의 설계 및 해석

### Design and Analysis of Fuzzy PID Controller for Control of Nonlinear System

이 철 희\* 김 성 호\*\*  
Lee, Chul-Heui Kim, Sung-Ho

#### Abstract

Although Fuzzy Logic Controller(FLC) adopted three terms as input gives better performance, FLC is in general composed of two-term control because of the difficulty in the construction of fuzzy rule base. In this paper, a three-term FLC which is similar to PID control but acts as a nonlinear controller is proposed. To reduce the complexity of the rule base design and to increase efficiency, a simplified fuzzy PID control is induced from a hybrid velocity/position type PID algorithm by sharing a common rule base for both fuzzy PI and fuzzy PD parts. It is simple in structure, easy in implementation, and fast in calculation. The phase plane technique is applied to obtain the rule base for fuzzy two-term control and the resultant rule base is Macvicar-Whelan type. And the membership function is a Gaussian function. The frequency response information is used in tuning of the membership functions. Also a tuning strategy for the scaling factors is proposed based on the relationship between PID gain and the scaling factors.

Simulation results show better performance and the effectiveness of the proposed method

키워드 : 퍼지 PID 제어기, 주파수 응답

Keywords : Fuzzy PID Controller, Frequency Response

#### 1. 서 론

PID제어는 간편한 구조와 구현의 용이성 때문에 산업적으로 가장 선호하는 제어 방법으로, 보통 단순한 공정에 대해서는 만족스러운 제어 성능을 보여준다. 그러나 실제로 대개의 산업적인 공정들

은 비선형성과 시변성 등과 같은 복잡한 성질을 가지므로, 고정된 파라미터값을 가지고 있는 일반적인 PID제어기는 그 기능에 한계를 가질 수 밖에 없다. 이러한 문제들을 해결하기 위해 자기동조(self-tuning) PID 제어와 같은 적응제어 방식이 제안되었으나 플랜트의 선형성을 전제하고 있으며 동작환경에 대한 조건이 까다로운 단점이 있다. 근본적으로 복잡한 시스템을 수학적 모델에 근거하여 제어하고자 하는데서 발생한다고 볼 수 있다.

L. A. Zadeh 에 의해서 제안된 퍼지 제어기법은

\* 강원대학교 전기공학과 교수, 공학박사

\*\* 강원대학교 대학원 전기공학과 석사과정

수학적 모델링이 곤란하거나 비선형이 강한 시스템에 많이 적용된다. 퍼지 제어기는 비선형 시스템 제어에 있어서 수학적 모델링을 요구하지 않으며, "IF-THEN" 형식의 언어적 규칙에 의해 인간의 경험이나 전문가의 정성적 지식을 반영하여 만족할 만한 성능의 제어를 설계할 수 있다는 장점을 지니고 있다. 따라서 본 논문은 비선형 제어 문제를 다루는데 있어서 더 일반적이고 유연성이 있는 퍼지 이론을 사용한 비선형 PID형 제어기를 제안하였다.

대부분의 퍼지 제어 시스템은 입력으로 시스템 출력 오차, 오차의 변화율등을 입력으로 사용하며, 제어 규칙이 PID 제어와 기본적으로 동일한 원리를 이용하여 구성된다는 점에서 일반적인 PID 제어와 유사성을 지닌다. 그러나 퍼지 제어에서는 확보되는 제어영역이 넓을 뿐 아니라 비선형적 제어 동작이 이루어진다는 점에서 커다란 차이가 있다.[1][2][3]. 일반적으로 퍼지 PD형 제어는 위치형 제어로서 오차와 오차 변화로부터 제어 입력을 생산해내고, 퍼지 PI형 제어는 속도형 제어로서 오차와 오차 변화로부터 증분 제어 입력을 생산해낸다. 그러나 기존의 PID 제어에서와 유사하게 퍼지 PI형 제어는 내부의 적분 작용 때문에 고차 공정에서의 과도응답이 나쁘고, 퍼지 PD형 제어는 정상상태 동작이 나빠진다. 이러한 성능의 개선을 위해서 퍼지 PID형 제어의 사용을 고려할 수 있다. 이론적으로 퍼지 PID형 제어는 제어 성능의 커다란 향상을 가능케 하지만 3개의 입력을 동시에 고려하는 제어규칙 기반을 설계하기가 어렵고 규칙의 수가 많아지는 문제가 있다. 그러므로 본 논문에서는 이러한 규칙기반 설계의 복잡성을 감소시키고 효율성을 증대시키기 위해서, 퍼지 PI형 제어와 퍼지 PD형 제어 모두에 공통으로 적용되는 규칙기반에 의한 hybrid 속도/위치형 PID 알고리즘으로부터 유도되는 간소화된 퍼지 PID형 제어를 제안하였다. 이는 구조가 단순하고, 다루기가 용이하며, 계산이 빠르다는 장점을 가진다.

제안된 퍼지 PID 제어 시스템에서는 상평면 해석에 의해 얻어진 규칙기반에 대해 플랜트의 주파수 응답 특성을 이용하여 소속함수를 동조할 수 있도록 하였으며, scaling factor 또한 PID 이득과 주파수 응답간의 관계를 이용하여 동조하였다.

## 2. 퍼지 PID 제어기의 구조

### 2. 1. PID 제어의 개요

현재까지도 산업 현장에서 가장 널리 사용되고 있는 제어 방식인 PID 제어는 잘 알려진 바와 같이 출력 편차 e와 그 미분치(출력편차의 미래의 변화 추이성분) 및 적분치(출력편차의 과거의 경력

성분)를 서로 적절한 가중치에 의해 조합시켜 제어 입력을 발생시키게 된다. 연속체의 경우에 대해 이를 수식적으로 나타내면 다음과 같이 표현된다.

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(t) dt + K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (1)$$

$$= K_P \left[ e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right]$$

여기서  $K_P$ 는 비례이득,  $K_I$ 는 적분이득,  $K_D$ 는 미분 이득이며,  $T_I$ 는 적분시간,  $T_d$ 는 미분시간이다. 식 (1)의 PID 제어법칙은 바로 제어입력  $u(t)$ 를 발생시키므로 위치형 PID 제어법칙이라고 한다.

식(1)에서 샘플링 시간( $T_s$ )을 고려하여 미분항과 적분항을 일차 근사화하여 이산화하면 다음과 같이 이산계에 대한 PID 제어법칙을 얻게 된다.

$$\Delta u(t) = K_P \left[ \Delta e(t) + \frac{T_s}{T_I} e(t) + \frac{T_d}{T_s} \Delta^2 e(t) \right] \quad (2)$$

$$= K_1 e(t) + K_2 \Delta e(t) + K_3 \Delta^2 e(t)$$

식(2)의 제어법칙은 제어 입력  $u(t)$ 가 아니라  $u(t)$ 의 변화량  $\Delta u(t) = u(t) - u(t - T_s)$ 를 발생시키므로 속도형 PID 제어법칙이라고 한다.

PID 제어에서는, 제어 대상 동특성에 맞게 제어기의 이득  $K_P$ ,  $K_I$ ,  $K_D$ 를 적절한 값으로 선정하는 것이 중요하다.

### 2. 2. 퍼지 제어 시스템

일반적인 퍼지 제어기(FLC)의 기본구조는 그림 1과 같다[4][5].

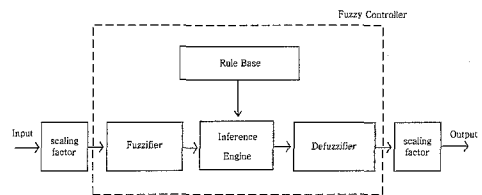


그림 1. 퍼지 제어기의 기본구조

그림에서 볼 수 있듯이 일반적인 퍼지제어기는 Scaling, 퍼지화부(Fuzzifier), 규칙기반(Rule base), 퍼지추론부(Fuzzy inference engine) 및 비퍼지화부(Defuzzifier)의 다섯 부분으로 구성되어 있으며, 각각의 요소는 퍼지 제어기의 효율성과 제어 시스템의 동작에 영향을 미친다.

지금까지 발표된 대부분의 퍼지제어기(Fuzzy Controller : FC)들은 규칙 기반을 시스템 출력(y)

의 편차(e)와 그 변화량(Δe)과 관련하여 형성하며 이에 근거해 제어 입력을 결정하게 되므로 기존의 PID 제어와 유사한 점이 있으나, 플랜트에 대해 선형적인 관계를 갖는 PID 제어기와는 달리 비선형적으로 제어 입력이 결정되므로 PID 제어가 극복할 수 있는 동작 조건보다 더욱 넓은 영역의 동작조건을 극복하기 때문에 보다 양호하고 견실한 제어 특성을 보인다.

퍼지제어기들은 e와 Δe로부터 바로 제어 입력(u)을 결정하는 PD FC와 e와 Δe로부터 제어입력의 증분(Δu)을 결정하는 PI FC로 크게 분류할 수 있는데 운전자의 전략 모방이라는 측면에서 보면 PI FC의 구현이 훨씬 용이하다고 볼 수 있다

### 2. 3. 퍼지 PID 제어기의 구조

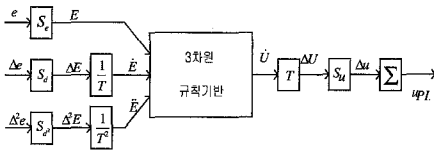


그림2. 속도형 퍼지 PID 제어의 디지털 구조

그림과 같이 퍼지 PID 제어기를 직접 구현할 경우 3개의 입력 변수를 전진부에 동시에 고려하는 제어 규칙을 찾아야 할 뿐만 아니라  $n^3$ 개의 규칙 (n은 각 입력 변수의 퍼지 집합의 수)을 생성해야 하므로 규칙 기반을 구축하기가 매우 어렵다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 본 논문에서는 고전적인 PID 제어기의 특성을 고찰하여 퍼지 PID 제어기를 일단 퍼지 PI 제어기와 퍼지 PD 제어기의 병렬 결합 형태로 구성한 뒤 위치형 알고리즘과 속도형 알고리즘의 차이를 이용하여 동일한 규칙 기반을 갖는 하나의 2 입력 퍼지 제어기 형태로 축약 시킨 구조를 제안한다.

식(1)의 위치형 PID 제어 알고리즘을 다시 쓰면

$$u_{PID}(t) = (\lambda K_P e(t) + K_I \int e(t) dt) + ((1-\lambda)K_P e(t) + K_D \dot{e}(t)) \quad (3)$$

$$= u_{PI}(t) + u_{PD}(t)$$

여기서  $0 < \lambda < 1$  이다.

식 (3)에서 보면 PID 제어기를 PI 제어와 PD 제어의 병렬 결합으로 취급할 수 있음을 알 수 있다. 따라서 이를 흉내내어 퍼지 PI 제어와 퍼지 PD 제

어로 분리하여 퍼지 PID 제어기를 구성할 수 있으나 이 경우에 각각의 규칙기반을 찾는 일과 두 개의 퍼지 출력으로부터 최종적인 제어 출력을 결정하는 문제를 해결해야 하는데 쉬운 일이 아니다 [13]. 그러므로 효과적인 제어기 실현을 위하여 위의 결과로부터 더욱 간략화된 제어기 구조를 얻을 수 있도록 PI 제어와 PD 제어를 좀더 자세히 살펴보기로 하자.

PI 제어와 PD 제어의 알고리즘은 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u_{PI}(t) = K_P e(t) + K_I \int e(t) dt$$

$$= K_P \int \left\{ \dot{e}(t) + \frac{e(t)}{T_i} \right\} dt \quad (4)$$

$$= \int \dot{u}_{PI}(t) dt = \int f(e(t), \dot{e}(t)) dt$$

$$u_{PD}(t) = K_P e(t) + K_D \dot{e}(t) = K_P \{ e(t) + T_d \dot{e}(t) \} \quad (5)$$

$$= g(e(t), \dot{e}(t))$$

식(4), (5)로부터 e(t)와  $\dot{e}(t)$ 를 입력으로 하여  $u_{PI}(t)$ 와  $u_{PD}(t)$ 를 결정할 수 있게 된다.

비선형 시스템의 제어를 위해 식(4), (5)에서 선형식 형태로 표현되는 f, g 대신에 비선형 형태의 f, g를 쓸 경우, 이 비선형특성을 퍼지 제어기로 대체할 수 있다. 이러한 퍼지 제어 시스템의 구조는 그림 3, 4와 같이 된다.

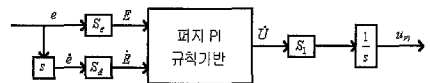


그림3. 퍼지 PI 제어의 연속시간 구조

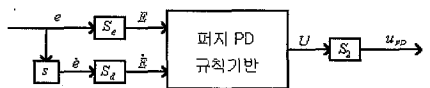


그림4. 퍼지 PD 제어의 연속 시간구조

그림 3, 4에서  $S_e$ 와  $S_d$ 는 입력 scaling factor이고  $S_1$ ,  $S_2$ 는 출력 scaling factor이다. 그림에서 볼 수 있듯이 퍼지 PI 제어기와 PD 제어기는 퍼지 PI 제어기의 출력단의 적분기를 제외하면 동일한 구조를 가진다. 두 퍼지 제어의 주된 차이점은 규칙기반이 다르고, 퍼지 출력 변수가 다르다는 점이다.

퍼지 PI형 제어는 퍼지 출력에서 적분 작용을 거처서 제어입력 u를 얻으므로 퍼지 PI형 제어의 퍼지 출력  $\dot{u}$ 는 속도형 출력이고, 퍼지 PD형 제어에서의 출력은 u로서 위치형 출력이다.

연속 시간계에서의 퍼지 제어기의 구현 보다는 디지털 컴퓨터를 이용한 이산시간계에서의 퍼지 제어기 구현이 일반적이므로, 이를 위해 식 (4)와 식 (5)의 적분과 미분 요소를 아래와 같이 일차 근사화 할 수 있다.

$$\dot{e}(t) \approx \frac{\Delta e(kT)}{T} = \frac{(e[k] - e[k-1])}{T} \quad (6)$$

$$\int u(t) dt = T \cdot \sum_n \frac{\Delta u(nT)}{T} = u[k-1] + \Delta u[k] \quad (7)$$

식 (6)과 (7)을 이용하여 그림 3, 4의 연속시간계 퍼지 PI, 퍼지 PD 제어를 이산시간계로 변환하면 그림 5, 6과 같이 된다.

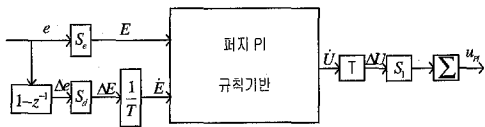


그림 5. 퍼지 PI 제어의 이산시간 구조

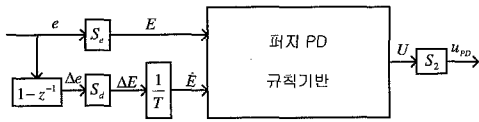


그림 6. 퍼지 PD 제어의 이산시간 구조

이제 다시 식 (3)의 PID 제어 규칙으로 돌아가서 이에 상응하는 퍼지 PID 제어를 구현하는 문제를 생각해 보자. 식 (3)와 같이 PI 제어와 PD 제어의 병렬 결합 형태로 제어를 구성할 때 그림 5, 6의 제어기 구조의 유사성을 이용하면 문제를 더욱 간략화 할 수 있다.

이 경우 전체적인 퍼지 PID 제어 알고리즘은 다음과 같은 hybrid 속도/위치형 알고리즘이다.

$$u_{PI}[k] = u_{PI}[k-1] + \Delta u_{PI}[k] \quad (8)$$

$$\Delta u_{PI}[k] = S_1 \cdot TF \left\{ S_e \cdot e[k] + S_d \cdot \frac{1}{T} \Delta e[k] \right\} \quad (9)$$

$$u_{PD}[k] = S_2 F \left\{ S_e \cdot e[k] + S_d \cdot \frac{1}{T} \Delta e[k] \right\} \quad (10)$$

그림 7에 이상의 hybrid 속도/위치형 퍼지 PID 제어기의 구조를 나타내었다.

그림 7에서 보면 알 수 있듯이 그림 1과는 달리 규칙기반의 구성이 3차원이 아닌 2차원으로 구성되어 있다. 그러나 이 방법은 3차원 규칙기반 구성

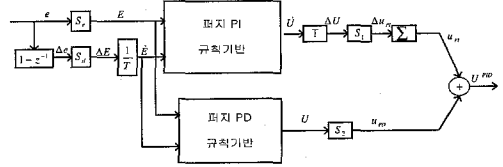


그림 7. 하이브리드 속도 위치형 퍼지 PID 제어의 이산시간 구조

의 어려운 점을 회피할 수는 있으나, hybrid 속도/위치형 퍼지 PID 제어의 규칙기반을 구축하기 위해서 PI형 규칙기반과 퍼지 PD형 규칙기반 모두를 각각 구축해야 하므로, 퍼지 제어기 파라미터의 식별과 동조가 복잡해진다. 이러한 복잡성을 제거하기 위하여 그림 8과 같이 규칙기반을 공유하는 형태로 그림 7의 제어기 구조를 더욱 간략화 할 수 있다.

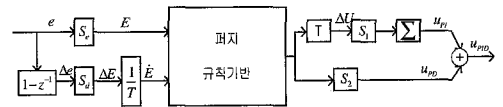


그림 8. 간편화된 퍼지 PID 제어의 이산시간 구조

이 경우 퍼지 PI 제어와 퍼지 PD 제어의 제어 동작의 상이성은 scaling factor의 적절한 동조를 통하여 확보할 수 있다.

이 간소화된 퍼지 PID 제어기는 구조가 간단하고, 다루기가 용이하며, 계산이 빠르다는 장점이 있다.

일반적으로 퍼지 제어에서는 위상면을 이용하여 제어 규칙을 구성하는 것이 효과적이다. 본 논문에서도 이러한 방법으로 얻어진 Macvicar-Whelan 형태의 퍼지 PI 제어 규칙기반을 이용하였다[6].

표 1에서 NB(Negative Big), NM(Negative Medium), NS(Negative small), ZE(Zero), PS(Positive Small), PM(Positive Medium), PB(Positive Big)는 퍼지 변수에 대한 퍼지 집합을 나타낸다.

표 1 퍼지 제어기의 rule

$\dot{E}/E$	NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
NB	PB	PB	PM	PM	PS	PS	ZE
NM	PB	PM	PM	PS	PS	ZE	NS
NS	PM	PM	PS	PS	ZE	NS	NS
ZE	PM	PS	PS	ZE	NS	NS	NM
PS	PS	PS	ZE	NS	NS	NM	NM
PM	PS	ZE	NS	NS	NM	NM	NB
PB	ZE	NS	NS	NM	NM	NB	NB

본 논문에서는 다음과 같은 형태의 Gaussian 함

본 논문에서는 다음과 같은 형태의 Gaussian 함수를 소속함수로 사용하였으며, 추론 방법으로는 Larson의 최대 승산법을 사용하였고, 비퍼지화에는 무게 중심법을 적용하였다.

$$\mu(x_i) = \exp\left\{-\left(\frac{x_i - c_{ij}}{d_{ij}}\right)^2\right\} \quad (11)$$

### 3. 주파수 응답을 이용한 제어기 동조

#### 3. 1. 규칙기반 소속함수의 학습

규칙 기반이 정해지더라도 퍼지 제어기의 설계가 다 끝난 것은 아니다. 각 퍼지 집합에 대한 소속함수를 결정해야 한다. 적절한 소속함수의 선정은 퍼지 제어기의 성능에 결정적으로 영향을 미치기 때문에 요구되는 제어 성능과 제어 대상의 특성에 관한 정보를 이용하여 최적의 값으로 학습시킬 필요가 있다.

많은 경우 시스템에 대한 요구 성능은 주파수 영역에서 주어지는 경우가 많으므로 본 논문에서는 시스템의 주파수 응답 특성을 이용하여 퍼지 제어 규칙의 소속 함수를 학습하는 방법을 제안하였다.

선형 PID 제어기를 주파수 영역에서 설계할 때 다음의 관계가 성립한다.[7]

$$\theta = \arg G_c(j\omega c) \quad (12)$$

$$= P.M. - 180^\circ - \angle G(j\omega c)$$

$$K_P = \frac{\cos \theta}{|G(j\omega c)|} \quad (13)$$

$$K_D \omega c - \frac{K_I}{\omega c} = \frac{\sin \theta}{|G(j\omega c)|} \quad (14)$$

여기서  $G_p(s)$  는 제어대상 플랜트의 전달함수,  $G_c(s)$  는 PID 제어기의 전달함수,  $\omega_c$  는 이득교차 주파수, P.M.은 실제 사양으로 주어지는 위상여유이다. 이를 이용하여 다음과 같이 소속함수를 학습시킨다.

##### [step 1]

원하는 입력 범위와 P.M.,  $\omega c$  등 주어진 시스템의 설계 사양을 정한다.

##### [step 2]

특정한 입력 크기에 대해 비선형 플랜트의 주파수 응답을 구하여 크기  $|G_p(j\omega c)|$  와 위상  $\angle G(j\omega c)$  을 저장한다.

##### [step 3]

step 2의 결과를 이용하여 식(12), (13), (14)로부터 제어기의 파라미터 값을 결정.

##### [step 4]

주어진 입력 범위 안에서 다른 입력 크기에 대한 비선형 플랜트의 주파수 응답을 구하기 위하여 step2, 3, 4를 반복하여 제어기 파라미터 값을 저장한다. 또한 이들에 상응하는  $e(j\omega c)$  값도 저장한다

##### [step 5]

위에서 얻은 파라미터 값을 이용하여 식(4)로부터 학습 데이터를 구성한다. 그리고, Gradient Descent Training 방법에 의하여 퍼지 제어기를 학습시킨다.

학습은 퍼지제어 시스템의 출력  $f(x_i)$  와 목표출력  $f_d$  사이의 오차를 구하여 다음의 평가함수를 최소화 하도록 한다.

$$J = (f(x_i) - f_d)^2 / 2 \quad (15)$$

최적화에 gradient descent 방법을 적용하면 다음과 같이 된다[5].

$$y_j = y_j - \alpha \frac{(f - f_d)}{d_{ij}} z_j \quad (16)$$

$$c_{ij} = c_{ij} - \alpha \frac{(f - f_d)}{d_{ij}} (y_j - f) z_j^2 \frac{(x_i - c_{ij})}{d_{ij}^2} \quad (17)$$

$$d_{ij} = d_{ij} - \alpha \frac{(f - f_d)}{d_{ij}} (y_j - f) z_j^2 \frac{(x_i - c_{ij})^2}{d_{ij}^3} \quad (18)$$

여기서  $\alpha$  는 학습율이고,  $y_j$  와  $z_j$  는 j번째 규칙과 관련하여 그림 9 나타낸 것과 같이 정의되는 신호값이다.

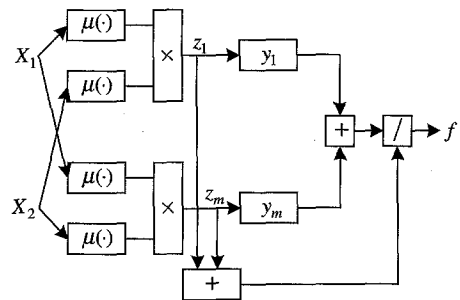


그림 9 소속함수의 학습 과정

##### [step 6]

simulation을 수행하여 시스템이 원하는 성능을 만족하면 학습을 멈추고 아니면 step3으로 되돌아간다.

### 3.2. Scaling factor의 동조

잘못된 scaling factor를 사용했을 경우 퍼지 제어기의 동작 영역이 규준화된 전체 구간의 경계부에 쏠려 버려서 제어 시스템의 출력에 직접적으로 영향을 미치게 된다. 따라서 scaling factor의 적절한 선정이 중요하나, 이는 단지 데이터의 특성에만 관련되는 것이 아니라 소속함수의 형태, 위치, 플랜트의 동특성 등에도 관련되기 때문에 선정이 쉽지 않으므로 신중을 기해야 한다[8-11].

본 논문에서는 주파수 응답으로 구한 PID 이득 값을 이용하여 다음과 같이 구해지는 PID 이득과 퍼지 PID 제어기의 scaling factor의 관계식을 가지고 scaling factor를 동조하는 방법을 제안하였다.

PID 제어이득과 그림 8의 간략화된 퍼지 PID 제어기의 scaling factor들과의 관계를 유도해 보자 우선 그림 5의 퍼지 PI제어기의 출력은 다음과 같이 되고

$$u_{PI}[k] = S_1 \cdot T \cdot \sum_n F\left\{S_e \cdot e[n], \frac{S_d}{T} \Delta e[n]\right\} \quad (19)$$

PI 제어의 경우에는 적분의 일차 근사화를 통해 다음과 같으므로

$$u_{PI}[k] = \sum_n (K_P \Delta e[n] + K_I T e[n]) \quad (20)$$

두 식의 비교를 통해 다음의 관계를 얻게 된다.

$$K_P = S_1 \cdot T \cdot F\left\{\frac{S_d}{T}\right\} \quad (21)$$

$$K_I = S_1 \cdot F\{S_e\} \quad (22)$$

여기서 F{ }는 퍼지 연산을 나타낸다.

또한 그림 6의 퍼지 PD제어기의 출력은 다음과 같이 주어지고

$$u_{PD}[k] = S_2 F\left\{S_e e[k] + \frac{S_d}{T} \Delta e[k]\right\} \quad (23)$$

PD 제어의 경우에는 미분의 일차 근사화를 통해 제어 입력이 다음과 같으므로

$$u_{PD}[k] = K_P e[k] + \frac{K_I}{T} \Delta e[k] \quad (24)$$

두식을 비교하여 다음의 결과를 얻는다.

$$K_P = S_2 \cdot F\{S_e\} \quad (25)$$

$$K_D = S_2 \cdot F\left\{\frac{S_d}{T}\right\} \quad (26)$$

이상의 결과를 그림 8의 간략화된 퍼지 PID제어기에 대입하여 식 (3)과 비교하면

$$\lambda K_P = S_1 \cdot T \cdot F\left\{\frac{S_d}{T}\right\} \quad (27)$$

$$(1 - \lambda) K_P = S_2 \cdot F\{S_e\} \quad (28)$$

$$K_P = S_1 \cdot T \cdot F\left\{\frac{S_d}{T}\right\} + S_2 \cdot F\{S_e\} \quad (29)$$

$$K_I = S_1 \cdot F\{S_e\} \quad (30)$$

$$K_D = S_2 \cdot F\left\{\frac{S_d}{T}\right\} \quad (31)$$

이다.

식 (29) ~ (31)의 PID 이득과 scaling factor의 관계식에서 퍼지 연산 F{ }가 단순한 선형 연산이라면 PID제어와 퍼지 PID제어기는 동일한 성능을 갖는다. 이 경우 식 (29) ~ (31)은 다음과 같이 된다.

$$K_P = S_e S_2 + S_d S_1 \quad (32)$$

$$K_D = S_d S_2 \quad (33)$$

$$K_I = S_e S_1 \quad (34)$$

또한  $S_e, S_d, S_1$  그리고  $S_2$ 는 양의 실수 값이 되어야 하므로 다음과 같은 관계를 얻을 수 있다.

$$K_P^2 \geq 4K_I K_D \quad (35)$$

이상의 식을 이용하여 scaling factor를 동조하며, 이때 다음과 같은 사항들을 충분히 고려한다.

- 1)  $S_e$  : E가 제어되는 모든 범위에 퍼지도록 조정한다. 이때 제어할 수 없을 정도로 E가 범위에서 너무 많이 벗어나지 않도록 주의한다.
- 2)  $\delta (= S_d/S_e)$  : 제어가 이루어지는 동안 상수로 취급 할 수 있다.[12]. 비례와 미분 또는 비례와 적분 사이를 적당히 연결되도록 적절한 값으로 정한다.
- 3) 출력 scaling  $S_1/S_2$  :  $S_1$ 는 주로 작은 값으로 반면에  $S_2$ 는 큰 값으로 선택한다.

### 4. 모의 실험

본 논문에서는 레이더 추적시스템의 개루프 함수를 사용하였다[7]. 전달함수가 다음과 같이 주어졌다.

$$G_P = \frac{4}{s(s+1)(s+2)}$$

이 시스템을 50°의 위상여유가 되도록 하고, 이득 교차 주파수( $\omega_c$ )를 1.7 rad/s가 되도록 선택한다.

시스템의 위상과 크기는 다음과 같다.

$$G_P(j1.7) = 0.4541 \angle -189.9^\circ$$

식 (12)로부터 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \theta &= \arg G_c(j\omega_c) = -180^\circ + \phi_m - \arg G_P(j\omega_c) \\ &= -180^\circ + 50^\circ + 189.9^\circ = 59.9^\circ \end{aligned}$$

그러므로 비례이득( $K_P$ )은 다음과 같이 된다.

$$K_P = \frac{\cos \theta}{|G_P(j\omega)|} = \frac{\cos 59.9^\circ}{0.454} = 1.10$$

식 (14)로부터  $K_D$ 와  $K_I$ 값을 구해야 하는데,  $K_I$ 를 크게 선택하면,  $K_D$  또한 크게 선택하여야만 한다[10]. 따라서 본 논문에서는  $K_I$ 가 0.005의 값을 갖도록 선택하였다. 따라서 식 (14)로부터 다음과 같이  $K_I$ 와  $K_D$  값을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} K_D &= \frac{\sin \theta}{\omega_c |G_P(j\omega_c)|} + \frac{K_I}{\omega_c^2} \\ &= \frac{\sin 59.9^\circ}{(1.7)(0.454)} + \frac{0.005}{(1.7)^2} \\ &= 1.121 + 0.00173 = 1.123 \end{aligned}$$

우선 시스템이 원하는 사양이 되도록 하는  $K_P$ ,  $K_I$ ,  $K_D$  값을 구했다. 다음은 식 (32)~(35)를 이용하여 임·출력 scaling factor의 초기값  $S_e$ ,  $S_d$ ,  $S_1$ ,  $S_2$ 를 결정할 수 있다. 본 논문에서는  $S_e = 1.21$ ,  $S_d = 1.0257$ ,  $S_1 = 0.00414$ ,  $S_2 = 1.0952$ 를 결정하였다. simulation은 Matlab 5.2에 있는 simulink를 이용하여 실험을 하였다.

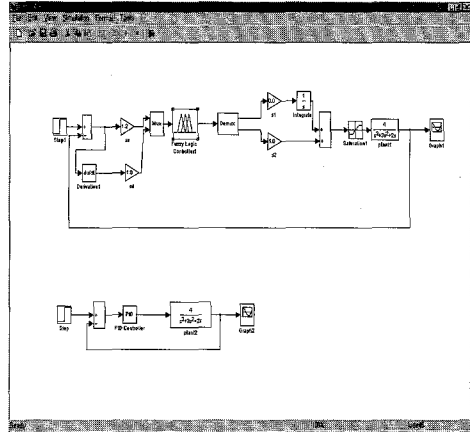
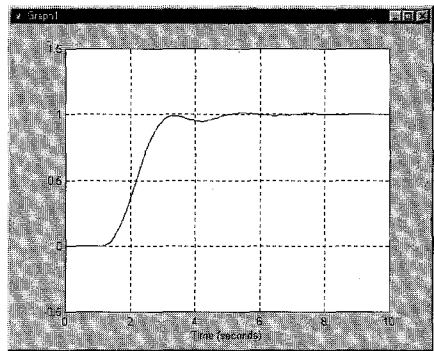
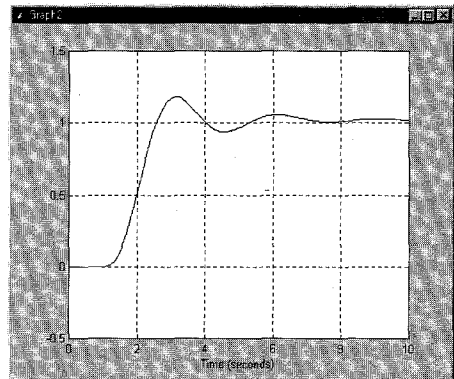


그림 10. 퍼지 PID와 일반 PID의 Simulink



① 퍼지 PID 제어기



② 일반 PID 제어기

그림 11. 퍼지 PID 제어기와 일반 PID 제어기의 단위 시간 응답

## 5. 결 론

산업공정에서 가장 널리 사용되고 있는 PID 제어는 선형 제어동작 특성으로 인해 비선형 시스템의 제어에 부적절하므로 본 논문에서는 퍼지 제어 기법을 적용하여 비선형 제어 동작이 가능하도록 하였다.

퍼지 제어기의 구현에 있어 좋은 정상상태 응답 성능을 유지하면서도 과도 응답 특성을 개선할 수 있도록 PID 형태로 제어기를 구현하였다. 이때 비례, 적분, 미분 항을 동시에 고려하는 퍼지 제어 규칙의 구축이 어려움을 속도형 PI 제어와 위치형 PD 제어의 병렬 결합 형태로 제어를 구성하여 해결하고 이를 더욱 간략화하여 하나의 2차원 규칙 기반을 PI와 PD 제어가 공유하는 hybrid 속도/위치형 퍼지 PID 제어기를 구현하였다. 이 간편화된 퍼지 PID 제어기는 구조가 단순하고, 다루기가 용이하며, 계산이 빠르다는 장점을 가진다. 그결과 기존의 PID 제어기보다 overshoot가 작고 상승시간 및 정정시간등 시스템의 속응성이 향상된 과도 응답 특성을 나타내면서도 입력의 크기 변화에 덜 민감한 제어가 가능하도록 하였다.

Computer simulation을 통하여 제안된 퍼지 PID 제어기를 레이다 추적 시스템등의 제어에 적용한 결과 PID 제어기 보다 우수한 성능을 수행함을 입증하였다. 제안된 퍼지 PID 제어기는 복잡한 비선형 시스템의 제어에 효과적으로 이용될 수 있을 것으로 기대된다.

## 참 고 문 헌

- [1] K. J. Astrom and T. Hagglund, "Automatic Tuning of PID Controllers," Instrum. Soc. Amer., 1988
- [2] H. X. Li and H. B. Gatland, "Enhanced methods of fuzzy logic control," in Proc. 4th IEEE Int. Conf. Fuzzy Systems, Japan, pp. 331-335, Mar. 1995
- [3] H. X. Li and H. B. Gatland, "Conventional fuzzy control and its enhancement," IEEE Trans. Syst., Man, Cybern., vol. 26 pp. 791-796, Oct. 1996
- [4] 이광형, 오길록, 퍼지 이론 및 응용 I·II, 홍릉 과학 출판사, 1991
- [5] 채석, 오영석, 퍼지이론과 제어, 청문각, 1999
- [6] H. X. Li and H. B. Gatland, "A New Methodology for Designing a Fuzzy Logic Controller," IEEE Trans. Syst., Man, Cybern., vol. 25 No.3 pp. 505-512 Mar. 1995.
- [7] C.L. Phillips and R. Harbor. "Feedback control systems," Prentice Hall, 3ed., 1996
- [8] Zheng, L., "A Pratical Guide to Tune of Proportional and Integral(PI) like Fuzzy Controller," IEEE Int. Con on Fuzzy Systems, Sandiego, pp. 633-640, March, 1992.
- [9] Palm, R., "Tuning of Scaling Factors in Fuzzy Controllers Using Coreelation Functions," IEEE Int. Conference on Fuzzy Systems, pp. 691-696, March, 1993.
- [10] Madedda, M., and Murakami, S., "A Self Tuning Fuzzy Controller," Fuzzy Sets and Systems, Vol. 51, pp.29-40, 1992.
- [11] 이철회, 서선학, "퍼지 제어기의 Scaling factor의 영향 분석," 산업기술연구, 강원대학교, 제 15집, pp. 195- 202, 1995.
- [12] K.L. Tang, "Comparing fuzzy logic with classical controller design," IEEE trans. Syst., Man, Cybern., vol. SMC-17, no.6, pp. 1085-1087, Nov. 1987.
- [13] C. H. Lee & R. R. Yager, "An Alternative Design of PID Fuzzy Logic Controller," IASTED Int'l. Conf. on Artificial Intelligence, Expert Systems and Neural Networks, pp. 157-160. Honolulu, Hawaii, August, 1996.