

평판-핀의 2차원 성능 해석

2-Dimensional Performance Analysis of a Plate Fin

김 윤 하* 강 형 식**
Kim, Yun-Ha Kang, Hyung-Suk

Abstract

Heat loss, fin effectiveness and efficiency of a plate fin are investigated as a function of non-dimensional fin length and Biot number using a two-dimensional separation of variables method. The value of temperature of the left side is set to be different from that of the right side for this plate fin to satisfy the real physical condition. Also temperature distribution within this plate fin is listed. One of the results shows that the fin can be considered to be useful in view of fin effectiveness on the given range of Biot number when non-dimensional fin length is larger than 3.

키워드 : 열손실, 핀 유용도, 핀 효율, 비오투 수, 평판 핀

Keywords : heat loss, fin effectiveness, fin efficiency, Biot number, plate fin

1. 서론

열전달이란 온도차에 의하여 이동하는 에너지 형태인 열의 이동과정과 그 해석을 다루는 학문이다. 열전달이 일어나는 장치로는 열교환기와 냉각 또는 방열장치 등이 있으며 이러한 장치에서 열전달을 촉진시키는 방법으로는 주위의 온도를 낮추거나 열전도율이 좋은 재질을 사용할 수 있으나 주위의 온도를 낮추는 것은 비현실적이며 열전도율이 좋은 재질도 사용에 한계가 있다. 따라서 가장 보편적으로 사용되는 방법으로는 전열면적의 확대에 의한 열전달을 촉진시킬 수 있는 핀이 널리 사용되고 있다. 지금까지 핀에 대하여 직접 또는 간접적으로 관련된 많은 논문들이 발표되어 왔으며 지금도 많은 연구들이 진행되고 있는데 이들 논문들은 해석방법, 차원, 열전달 유형, 핀의 형상 등 다양하게 분류할 수 있다. 이 중에서 핀의 형상에 대한 연구로는 사각[1], 환형[2], 원통형[3], 포물선형[4], pin fin[5] 등 다양한 형상에 대하여 많은 연구가 이루어지고 있다. 특히 평판 핀[6][7][8]은 자동차 라디에이터 부분이나 냉동장치 등 여러 곳에서 많이 사용되고 있기 때

문에 본 논문에서는 평판 핀의 실제모형을 해석 가능하도록 근사적인 모델로 변형시켜 해석을 시도하였다. 즉 Fig. 1에서 보여지듯이 실제로는 핀이 양쪽 평판에 떨어져 있으나 해석 가능하도록 Fig. 2처럼 핀의 양 끝이 평판에 부착되어 있는 것으로 변형시켰다. 여기서 기존 평판 핀의 양쪽 열원의 온도는 Fig. 1에 나와 있는 것처럼 좌측에서 우측으로 갈수록 온도가 떨어지기 때문에 우측의 온도는 조금 낮게 놓는 것이 물리적으로 타당하다고 생각하여 좌측 열원 보다 우측 열원의 온도를 약간 낮게 설정하여 해석을 진행하였다. 본 해석에서 Biot수를 0.001, 0.01 그리고 0.1인 경우에 대하여 평판 핀의 무차원 길이 L 을 1부터 10까지 변화시키면서 그에 따른 열손실, 핀 유용도 그리고 핀 효율의 변화를 고찰하였다. 그리고 우측 열원 온도를 좌측 열원 온도에 대하여 상대적으로 0.95, 0.9 그리고 0.85로 하였을 때 Biot수의 변화에 따른 열손실의 변화를 나타내고, 무차원 길이를 각각 1, 5 그리고 10인 경우에 Biot수의 변화에 따른 핀 유용도와 핀 효율의 변화를 보여준다. 또한 각각 x 축과 y 축을 변화시킬 때 양쪽 열원의 비대칭에 기인한 비대칭의 온도분포가 보여진다. 이러한 해석을 위하여는 2차원의 변수분리법이 사용되었으며 정상상태에서 평판 핀의 열전도도와 주위의 열대류 계수는 상수로 가정하였다. 본 해석을 통하여 실제 평판 핀 열교환기의 근사적인 적절한 핀 길이에 대한 데이터를 제시하였다.

* 강원대학교 기계메카트로닉스공학부 석사과정

** 강원대학교 기계메카트로닉스공학부 교수

2. 2차원 수치해석

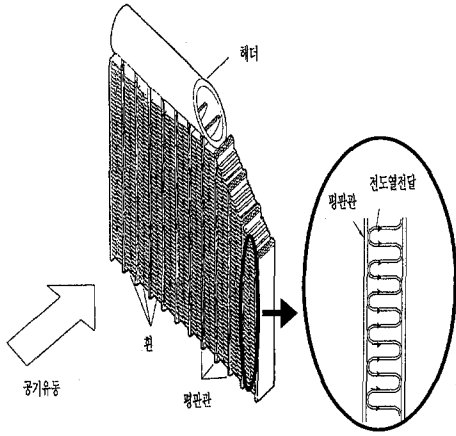


Fig. 1 Plate fin heat exchanger for automobile

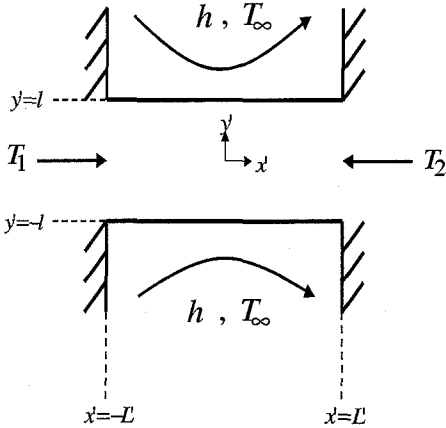


Fig. 2 Geometry of an approximate plate fin

Fig. 1에서 보여지는 모델과 같이 자동차나 에어컨에 사용되는 평판-핀 열교환기를 해석하기 위해 헤더에서 보는 즉 위에서 핀을 바라본 형태인 Fig. 2로 단순화하였다. 여기서 실제 끝면이 양측 벽면과 완전 접촉되어 있지는 않으나 해석을 좀더 쉽게 하기 위해서 완전 접촉되었다고 가정한다. 그렇게 함으로써 실제 열전달량 보다는 좀더 큰 값이 구해지겠지만 경향분석은 상당히 정확하리라

예상된다. 이 모델을 해석하기 위한 정상상태에서의 2차원 지배방정식은 식(1)로 주어진다.

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = 0 \quad (1)$$

식 (1)을 풀기 위해 네 개의 경계조건이 요구되는데, 이러한 조건들은 식 (2)부터 식(5)에서 보여진다.

$$\theta = \theta_1 \quad \text{at} \quad x=0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial y} = 0 \quad \text{at} \quad y=0 \quad (3)$$

$$\theta = \theta_2 \quad \text{at} \quad x=L \quad (4)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial y} + Bi \cdot \theta = 0 \quad \text{at} \quad y=1 \quad (5)$$

위의 경계조건들을 이용하여 지배방정식을 풀면 편 내의 온도 분포식을 식 (6)과 같이 얻을 수 있다.

$$\theta(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \theta_1 \cdot N_n \cdot f_1(x) \cdot \cos(\lambda_n y) + \sum_{n=1}^{\infty} \theta_2 \cdot N_n \cdot f_2(x) \cdot \cos(\lambda_n y) \quad (6)$$

여기서

$$N_n = \frac{2 \sin(\lambda_n)}{2\lambda_n + \sin(2\lambda_n)} \cdot f_n \quad (7)$$

$$f_1(x) = \sinh(\lambda_n(L-x)) \quad (8)$$

$$f_2(x) = \sinh(\lambda_n(L+x)) \quad (9)$$

$$f_n = \frac{1}{\cosh(\lambda_n L) \cdot \sinh(\lambda_n L)} \quad (10)$$

이 온도 분포식을 Fourier의 열전도 방정식에 적용하여 평판-핀으로부터의 열손실 값을 나타내는 식은 다음과 같다.

$$Q = 2k \cdot (\theta_1 + \theta_2) \left[\sum_{n=1}^{\infty} N_n \cdot \cosh(2\lambda_n L) \cdot f_n \cdot \sin(\lambda_n) - \sum_{n=1}^{\infty} N_n \cdot f_n \cdot \sin(\lambda_n) \right] \quad (11)$$

식 (6)과 식 (11)에서 보여지는 eigenvalues λ_n 은 식 (12)로부터 얻어진다.

$$Bi = \lambda_n \cdot \tan(\lambda_n) \quad (12)$$

또한, 평판 핀에 대한 유용도와 효율은 그 정의에 의하여 식 (13)과 식 (14)와 같이 쓸 수 있다.

$$\epsilon = \frac{1}{Bi} \cdot \left[\sum_{n=1}^{\infty} N_n \cdot f_n \cdot \sin(\lambda_n) \cdot \cosh(2\lambda_n L) - \sum_{n=1}^{\infty} N_n \cdot \sin(\lambda_n) \cdot f_n \right] \quad (13)$$

$$\eta = \frac{1}{Bi \cdot L} \left[\sum_{n=1}^{\infty} N_n \cdot f_n \cdot \sin(\lambda_n) \cdot \cosh(2\lambda_n L) - \sum_{n=1}^{\infty} N_n \cdot \sin(\lambda_n) \cdot f_n \right] \quad (14)$$

3. 결과 및 고찰

Fig. 3은 좌측 열원의 온도를 1, 우측 열원의 온도를 0.9로 고정하였을 때 Biot수를 각각 0.001, 0.01 그리고 0.1의 경우에 대하여 무차원 길이 L을 1부터 10까지 변화시키면서 그에 따른 평판 fin으로부터의 열손실 변화를 나타낸다. 먼저 Biot수가 0.1인 경우 무차원 길이가 5까지는 열손실의 값이 급격히 증가하다가 그 이후로는 증가율이 현저히 줄어들며 무차원 길이가 8이후로는 거의 길이에 따른 변화가 없음을 나타낸다. 이것은 물리적으로 길이가 8이후에는 더 길이를 늘린다하더라도 중앙 부분에서 더 이상 온도가 떨어지지 않음을 의미한

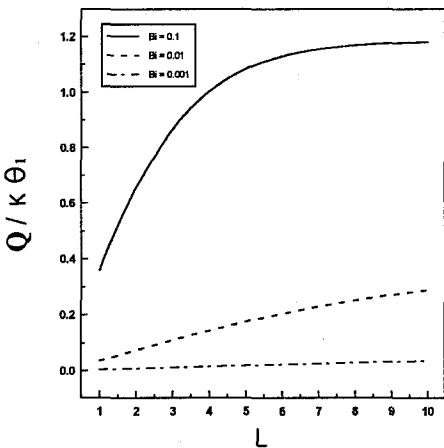


Fig. 3 Heat loss vs. the non-dimensional fin length for $\theta_2/\theta_1 = 0.9$

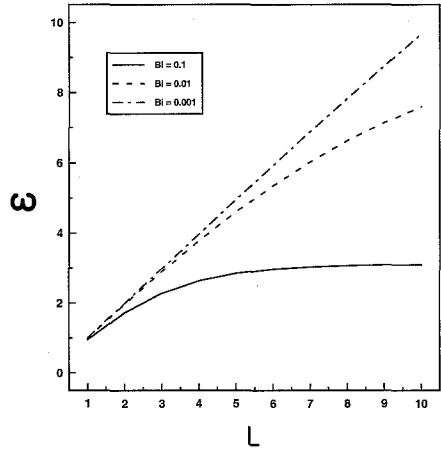


Fig. 4 Fin effectiveness versus the non-dimensional fin length for $\theta_2/\theta_1 = 0.9$

다. Biot수가 0.01인 경우에는 열손실이 길이의 증가에 따라 거의 선형적으로 증가하는 반면에 Biot수가 0.001인 경우는 열손실의 변화가 무차원 길이의 변화에 거의 영향을 받지 않음을 보여준다.

Fig. 4는 Fig. 3과 동일한 조건에서 유용도의 변화를 보여준다. 열손실의 변화와는 반대로 주어진 길이에서 Biot수가 작아짐에 따라 유용도의 값은 증가한다. Biot수가 0.1인 경우 무차원 길이가 4까지는 현저한 증가율의 증가를 보이다가 그 이후로는 증가율이 줄어들며 7이후에는 거의 변화가 없는데 이러한 경향은 열손실의 변화 경향과 비슷함을 보여준다. 또한 Biot수가 0.01인 경우에는 유용도는 열손실의 변화와 마찬가지로 길이가 길어짐에 따라 계속하여 증가한다. 반면에 Biot수가 0.001인 경우에는 열손실의 변화와는 달리 무차원 길이가 늘어남에 따라 유용도가 현저히 증가함을 알 수 있다.

Fig. 3과 동일한 조건에서 길이의 변화에 따른 효율의 변화가 Fig. 5에서 보여진다. Biot수가 0.001일 때는 무차원 길이가 길어짐에 따라 효율이 감소하나 L이 10에 이르러서도 그 값이 거의 97%를 나타낸다. 그러나 Biot수가 증가함에 따라 길이에 따른 효율의 감소는 현저하여 L이 10에서 Biot수가 0.01일 때는 L이 1인 경우 99.4%에서 L이 10일 때 약 76%로 떨어지고 Biot수가 0.1일 때 L이 1인 경우 94.5%에서 L이 10으로 증가함에 따라 거의 30%로 낮아진다.

Fig. 6은 무차원 길이 L이 5로 고정되었을 때 우측 열원의 온도가 각각 0.95, 0.9 그리고 0.85인 경우에 Biot수를 0.001부터 0.1로 변화시켰을 때 그

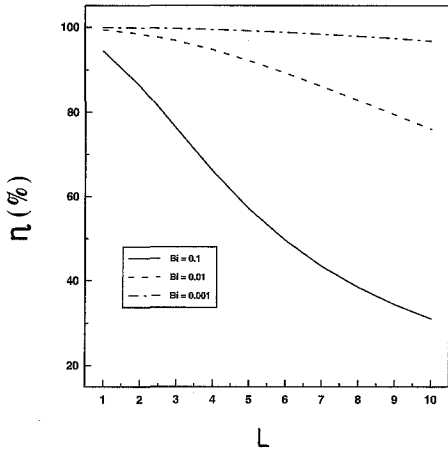


Fig. 5 Fin efficiency versus the non-dimensional fin length for $\theta_2/\theta_1 = 0.9$

에 따른 열손실의 변화를 나타낸다. 예상대로 Biot수가 증가함에 따라 세 경우의 온도차는 더 커지며 구체적으로 Biot수가 0.1인 경우에 우측 열원의 온도가 0.85일 때의 열손실에 비하여 0.9, 0.95의 우측 열원의 온도에서 각각 2.7%, 5.4%의 상대적인 증가를 나타낸다.

Table 1은 Biot수가 0.01이고 무차원 길이가 5일 때, 두 열원의 온도비를 0.9로 고정한 경우에 대하여 x축과 y축의 변화에 따른 핀 내부의 온도 분포를 나타낸다. 이 표를 보면 y축을 따라 핀 내부보다 외부로 갈수록 온도 감소율이 증가하고 있음을 알 수 있고, x축에 대해서는 중앙을 지난 부분에서 온도가 가장 낮게 나타났다. 표에서는 나타나지 않았지만 x가 약 1부분에서 최소값을 보이는데 이는 양쪽 열원온도의 비대칭에 기인한 물리

Table 1 Temperature distribution within the plate-fin for L=5 and Bi=0.01

θ x	$\theta(x,y=0)$	$\theta(x,y=0.5)$	$\theta(x,y=1)$
-5	1.000	1.000	1.000
-2	0.880	0.879	0.876
0	0.844	0.843	0.840
2	0.842	0.841	0.838
5	0.900	0.900	0.900

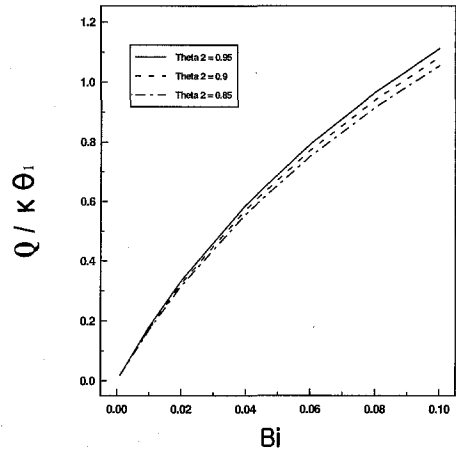


Fig. 6 Heat loss versus Biot number for L=5

적 현상과 일치한다.

Fig. 7은 우측 열원의 온도를 0.9로 고정하였을 때 세 경우의 무차원 길이에 대하여 Biot수의 변화에 따른 유용도의 변화를 나타낸다. 무차원 길이가 1인 경우에는 Biot수에 대한 유용도의 변화가 거의 없을 뿐더러 주어진 Biot수의 전체 범위에 대하여 유용도가 2이하이기 때문에 핀의 사용이 타당하지 않음을 알 수 있다. 무차원 길이가 5와 10일 때는 주어진 전체 범위의 Biot수에 대하여 핀의 사용이 타당함을 보여주며 Biot수가 감소할수록 유용도는 증가하며 특히 무차원 길이가 10인 경우에

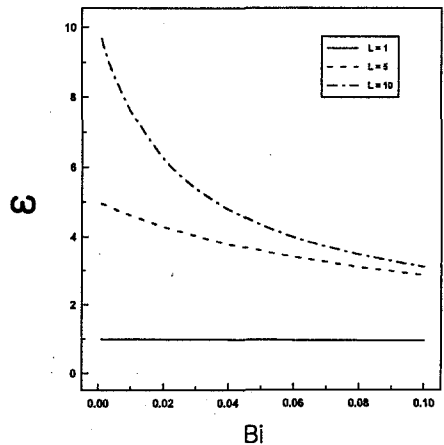


Fig. 7 Fin effectiveness vs. Biot number for $\theta_2 = 0.9$

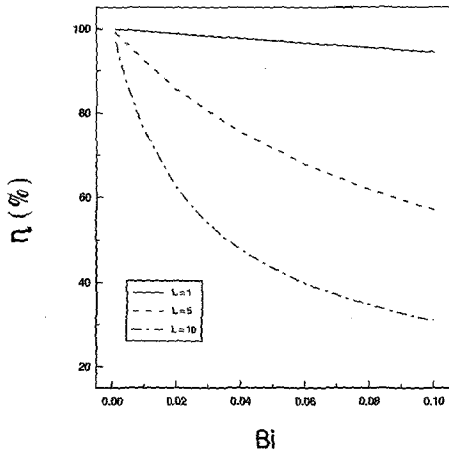


Fig. 8 Fin efficiency versus Biot number for $\theta_2 = 0.9$

는 Biot수에 따른 변화가 현저함을 나타낸다.

Fig. 7과 같은 조건에서 효율의 변화가 Fig. 8에서 보여진다. 무차원 길이가 1인 경우 주어진 전 범위의 Biot수에서 비록 효율은 95%이상의 높은 값을 나타내지만 Fig. 7의 유용도의 관점에서 보면 핀의 사용은 의미가 없음을 알 수 있다. 무차원 길이가 길어짐에 따라 Biot수의 증가에 따른 효율의 감소는 현저해지며 Biot수가 0.1에 도달했을 때 무차원 길이가 각각 1, 5 그리고 10인 경우의 효율은 각각 95%, 57% 그리고 31%로 나타났다. Fig. 7과 Fig. 8의 두 그래프로부터 Biot수의 변화에 따른 유용도와 효율의 변화 경향은 비슷함을 알 수 있다.

4. 결론

본 연구의 결과 및 고찰로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

첫째, Biot수가 작은 경우 (i.e. $Bi=0.001$) 평판 핀의 길이에 따른 열손실의 변화는 커 보이지 않으나 유용도는 현저히 증가함을 보여주는데 이로부터 열손실 값 자체는 그다지 크지 않으나 길이에 따른 열손실의 증가율은 상당히 큼을 알 수 있다.

둘째, 본 연구에서 주어진 Biot수의 범위에 대하여 핀의 유용성은 무차원 길이가 3이상에서 타당함을 보여준다.

셋째, 주어진 Biot수에서 무차원 길이가 증가함에 따라 유용성은 증가하나 효율은 감소하는 반면 주어진 무차원 길이에서 Biot수가 증가함에 따라 유용성과 효율은 모두 감소한다.

Nomenclature

- Bi : Biot number ($h l / k$)
- h : heat transfer coefficient ($W/m^2\text{ }^\circ\text{C}$)
- k : thermal conductivity ($W/m\text{ }^\circ\text{C}$)
- l : fin half height (m)
- L' : fin half length (m)
- L : L'/l
- Q : heat loss from a plate fin
- T : temperature ($^\circ\text{C}$)
- T_1 : temp. of left reservoir of fin ($^\circ\text{C}$)
- T_2 : temp. of right reservoir of fin ($^\circ\text{C}$)
- T_∞ : surrounding temperature ($^\circ\text{C}$)
- x' : fin length variable (m)
- x : x'/l
- y' : fin height variable (m)
- y : y'/l
- θ : $T - T_\infty$ for a plate fin ($^\circ\text{C}$)
- θ_1 : $T_1 - T_\infty$ ($^\circ\text{C}$)
- θ_2 : $T_2 - T_\infty$ ($^\circ\text{C}$)
- λ_n : eigenvalues ($n = 1, 2, 3, \dots$)
- ϵ : effectiveness for a plate fin
- η : efficiency for a plate fin

Subscripts

- 1 : left reservoir
- 2 : right reservoir
- ∞ : surrounding

Superscripts

- : dimensional variable

참고 문헌

- [1] D. C. Look and H. S. Kang, "Optimization of a thermally non-symmetric fin : preliminary evaluation," *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 35, No. 8, pp. 2057~2060, 1992.
- [2] A. Brown, "Optimum Dimensions of Uniform Annular fins," *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 8, pp. 655~662, 1965.

- [3] L. T. Yu and C. K. Chen, "Optimization of Circular Fins with Variable Thermal Parameters," *J. of The Franklin Inst.*, 336(B), pp. 77~ 95, 1999.
- [4] K. T. Kim and H. S. Kang, A Heat Loss Comparison Between the Two Parabolic fin Models Using Two Different Numerical Methods, *J. KSIAM* Vol. 2, pp. 97~109, 1998.
- [5] G. Ledezma, A. M. Morega and A. Bejan., "Optimal Spacing Between Pin fins With Impinging Flow," *Transactions of the ASME.*, Vol. 118, pp. 570~577, 1996.
- [6] J. D. Maltson, D. Wilcock and C. J. Davenport, "Comparative Performance of Rippled Fin Plate Fin and Tube Heat Exchangers," *ASME J. of Heat Transfer*, Vol. 111, pp. 21~28, 1989.
- [7] B. S. V. Prasad, "Fin Efficiency and Mechanisms of Heat Exchange through Fins in Multi-Stream Plate-Fin Heat Exchangers : Formulation," *Int. J. Heat Mass Transfer.*, vol. 39, No. 2, pp. 419~428, 1996.
- [8] E. C. Rosman, Carajilescov, P. Carajilescov and F. E. M. Saboya, "Performance of One-and Two-Row Tube and Plate Fin Heat Exchangers," *ASME J. of Heat Transfer*, Vol. 106, pp. 627~632, 1984.