

비선형특성 보상에 의한 공기압 실린더의 위치제어

A Method of a Nonlinear Position Control of a Pneumatic Cylinder

장 지 성

J. S. Jang

Key Words : Fixed Gain(고정 게인), Linearization Controller(선형화 제어기), Operating Position(동작 위치), Pneumatic Cylinder(공기압 실린더), Position Control(위치제어), Response Change(응답 변화)

Abstract : A method for the position control of a pneumatic cylinder using a linearized controller is proposed. Pneumatic cylinder has highly nonlinear characteristics and modelling of the system has been difficult. Compliance of the pneumatic cylinder is materially changed according to the operating position. So, in the case that fixed gain controller obtained by a linearized model at a specified position is used, response of the cylinder should be changed according to the operating position. In order to get a designed results regardless of operating positions, a controller for compensation of the nonlinear characteristic with a linearization compensator is designed and simulation results show that this method is appropriate for the control object.

1. 서 론

공기압 실린더는 취급이 간단하고 저렴한 가격으로 자동화 시스템을 구축할 수 있으므로 산업계에서 폭넓게 사용되어 지고 있다. 그러나, 동작위치가 변화하는 경우에는 공기의 압축성에 의한 구동계의 특성변화가 크기 때문에 PID제어, 최적제어 등의 고정계인을 이용하는 방식으로는 고정밀도의 위치제어를 수행하기가 용이하지 않다. 그러므로 제어성을 향상시키기 위하여 플랜트의 특성을 동정하여 컨트롤러의 게인을 변화시키는 방법¹⁾, 플랜트의 특성변화량을 고려하여 컨트롤러를 설계하는 방법²⁾등을 응용한 결과가 보고되어졌으나, 종래의 제어방식에 비하여 컨트롤러의 설계가 간단하지 않고, 컨트롤러의 튜닝이 어려운 단점이 있다.

본 논문에서는 공기압 실린더 구동계의 비선형 방정식을 이용하여 동작위치가 변화할 때의 비선형 특성을 보상할 수 있는 컨트롤러를 설계하고, 시뮬레이션에 의하여 유용성을 증명한다.

본 논문에서 설계한 컨트롤러는 고정계인의 컨트롤러 내부에 비선형보상기를 삽입한 형태이므로,

고정계인의 컨트롤러를 이용하여 평형상태가 변화하는 폐루프계의 극을 임의로 배치할 수 있고, 기존의 가변계인 컨트롤러와 비교해서는 컨트롤러의 내부구조를 파악하기 쉬우며 컨트롤러의 튜닝이 용이한 장점이 있다.

2. 공기압 실린더 구동계의 특성

공기압 실린더를 이용한 구동회로도를 Fig. 1에 나타낸다. 이 때, 실린더의 운동을 나타내는 기초 방정식은 다음과 같다.

① 실린더실로 공급되는 유입 유량 G_1

$P_1/P_s > 0.528$ 인 경우

$$S_{el}P_s \sqrt{\frac{2k}{R\theta_s(k-1)} \left\{ \left(\frac{P_1}{P_s} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{P_1}{P_s} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right\}} \quad (1)$$

$P_1/P_s \leq 0.528$ 인 경우

$$S_{el}P_s \sqrt{\frac{k}{R\theta_s} \left(\frac{2}{k} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}} \quad (2)$$

② 실린더실에서 방출되는 유출 유량 G_2

접수일 : 1999년 12월 28일

장지성 : 부경대학교 제어기계공학과

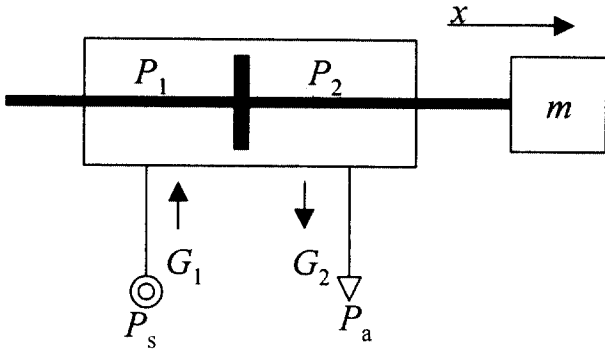


Fig. 1 Pneumatic cylinder driving system

$P_a/P_2 > 0.528$ 인 경우

$$S_e P_2 \sqrt{\frac{2k}{R\theta_2(k-1)} \left[\left(\frac{P_a}{P_2} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{P_a}{P_2} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]} \quad (3)$$

$P_a/P_2 \leq 0.528$ 인 경우

$$S_e P_2 \sqrt{\frac{k}{R\theta_2} \left(\frac{2}{k} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}} \quad (4)$$

③ 실린더실의 압력변화

실린더내의 공기의 유동이 빠른 경우를 가정하여 상태변화를 단열변화로 생각하면 아래의 식이 성립한다.

$$\frac{dP_1}{dt} = \frac{k}{V_1} \left\{ -P_1 \frac{dV_1}{dt} + G_1 R \theta_1 \right\} \quad (5)$$

$$\frac{dP_2}{dt} = \frac{k}{V_2} \left\{ P_2 \frac{dV_2}{dt} + G_2 R \theta_2 \right\} \quad (6)$$

④ 운동방정식

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = A(P_1 - P_2) - b \frac{dx}{dt} - F_r \quad (7)$$

⑤ 실린더실내의 온도변화³⁾

$$C_v W \frac{d\theta}{dt} = G \cdot C_p \cdot \theta_a - G \cdot C_v \cdot \theta - P \frac{dV}{dt} + (\theta_a - \theta) \cdot h \cdot A_h \quad (8)$$

$$C_v W \frac{d\theta}{dt} = G \cdot R \cdot \theta - P \frac{dV}{dt} + (\theta_a - \theta) h \cdot A_h \quad (9)$$

식(8)은 실린더실 내로 공기가 공급되는 경우,

식(9)는 실린더실에서 대기로 공기가 방출되는 경우의 실린더실 내 공기의 공간 평균온도를 나타낸다.

식(1)~(9)에서 A 는 실린더의 수압면적, A_h 는 열전달 면적, b 는 동마찰 계수, C_v 는 정적비열, C_p 는 정압비열, F_r 은 정지마찰력, h 는 열전달율, h 는 비열비, m 은 부하의 질량, P 는 압력, R 은 기체상수, S_e 는 유로의 유효 단면적, V 는 실린더실 내의 체적, W 는 실린더실 내의 공기의 질량, x 는 피스톤의 위치, θ 는 공기의 온도를 나타내고, 아래첨자1은 유입측, 2는 유출측, s는 공급측, a는 대기를 의미한다.

평형위치에서 $x=x_0$, 부하의 이동속도 $v=0$, $P_1=P_0$, $P_2=P_0$, $\theta=\theta_a$ 로 가정하고 실린더의 전 행정을 L , 출력을 부하의 위치라고 하면, 공기압 실린더 구동계의 상태방정식은 식(1)~(7)을 이용하여 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ v \\ P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{b}{m} & \frac{A}{m} & -\frac{A}{m} \\ 0 & -k \frac{P_0}{x_0} & 0 & 0 \\ 0 & k \frac{P_0}{(L-x_0)} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ v \\ P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k \frac{R\theta_a}{Ax_0} \\ -k \frac{R\theta_a}{A(L-x_0)} \end{bmatrix} G$$

$$y = [1 \ 0 \ 0 \ 0][x \ v \ P_1 \ P_2]^T \quad (10)$$

식(10)을 이용하여 실린더 구동계의 전달함수를 구하고, 고유진동수를 ω_n , 감쇠비를 ζ 라고 하면, 다음과 같이 표현되어 진다.

$$\frac{x}{G} = \frac{\frac{kR\theta_a L}{m(L-x_0)x_0}}{s \left\{ s^2 + \frac{b}{m} s + \frac{kAP_0 L}{m(L-x_0)x_0} \right\}}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{kAP_0 L}{mx_0(L-x_0)}}, \quad \zeta = \frac{b}{2m\omega_n} \quad (11)$$

Fig. 2는 x_0 를 0에서 L 까지 변화시킨 경우의 무차원 고유진동수를 나타낸다. Fig. 2에서 실린더의 고유진동수는 중립점에서 최소가 되고 피스톤이 실린더실의 양 끝단으로 접근함에 따라서 무한대로

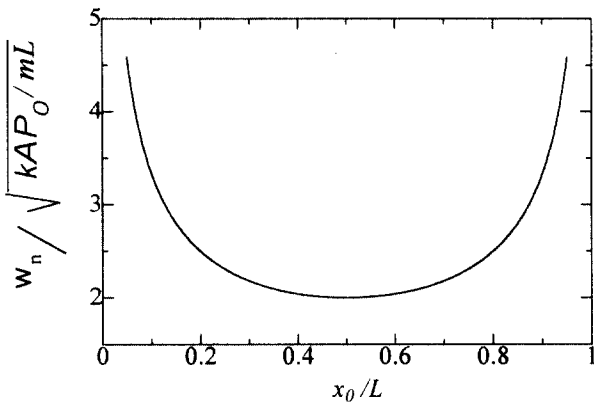


Fig. 2 Change of natural frequency according to the operating position of a pneumatic cylinder

증가하며, 피스톤의 위치에 따라서 계의 특성이 크게 변화함을 알 수 있다.

3. 고정 게인 콘트롤러를 이용한 위치제어

제어밸브의 입력·질량유량계인을 k_a , 목표위치를 x_r 이라고 하면 목표위치에서 출력까지의 전달함수는 다음과 같이 나타내어진다.

$$\frac{x}{x_r} = \frac{k_n \omega_n^2}{s(s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2)}, \quad k_n = \frac{k_q R \theta_a}{AP_0} \quad (12)$$

콘트롤러는 Fig. 3과 같은 상태피드백 콘트롤러를 구성한다. Fig. 3에서 $P(s)$ 는 식(12)의 전달함수를 나타내고 $K_p[V/m]$, $K_v[V/m/s]$, $K_d[V/m/s^2]$ 는 각각 비례게인, 속도게인 및 가속도게인을 나타낸다.⁴⁾ Fig. 3과 같은 콘트롤러를 구성하는 경우, 식(13)의 α 및 β 를 조절하면 목표로 하는 게인 여유 및 위상여유를 임의로 설정할 수 있다.⁵⁾

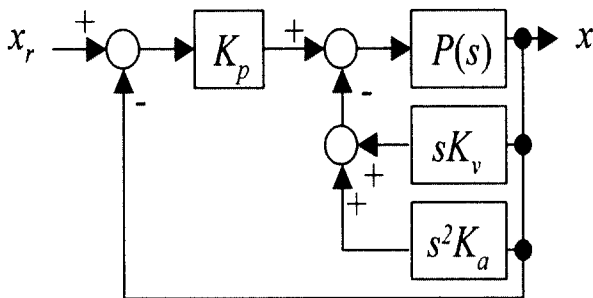


Fig. 3 Position control system with fixed gain controller

$$K_v = (\beta \cdot \sqrt{(k_n \omega_n^2 K_p)^2 - \omega_n^2}) / (k_n \omega_n^2),$$

$$K_a = (\alpha \cdot \sqrt{(k_n \omega_n^2 K_p) - \omega_n^2}) / (k_n \omega_n^2) \quad (13)$$

시뮬레이션에 사용한 파라미터를 Table.1에 나타낸다.

Table 1 Physical parameters used in the simulation

A [m ²]	$0.8 \cdot 10^{-3}$	P_s [kPa]	600
k_q [kg/s/V]	$1.43 \cdot 10^{-3}$	R [J/kgK]	287
L [m]	0.6	S_{emax} [mm ²]	10
m [kg]	10	θ_a [K]	293
P_o [kPa]	400		

Fig. 4는 피스톤의 초기위치가 변화하는 경우에 고정게인 콘트롤러를 적용하여 위치제어를 수행한 시뮬레이션 결과를 나타내고, Fig. 5는 이 때의 실린더실의 압력변화를 나타낸다. Fig. 4는 목표스텝을 0.05[m]로 설정하고, 피스톤의 초기 위치를 0.1[m]~0.3[m]까지 변화시킨 경우의 위치제어 결과를 나타내며, 콘트롤러는 초기위치 0.1[m]를 기준으로 하여 페루프계의 극이 $-68.4, -11.8 + 9.2j, -11.8 - 9.2j$ 이 되도록 배치하였다. 횡축은 시간을 나타내고, 종축은 피스톤의 위치를 무차원화한 위치를 나타내며, 실선, 파선, 일점쇄선으로 나타낸 결과는 피스톤의 초기위치를 각각 0.1[m], 0.2[m], 0.3[m]로 설정한 경우의 응답이다.

Fig. 4의 결과로부터 피스톤의 초기위치에 따라서 위치제어 성능이 현저하게 변화하는 것을 알 수 있으며, 그 원인으로서는 두가지 요인이 있다.

첫번째로는 피스톤의 위치가 실린더의 중립위치로 접근함에 따라서 Fig. 2와 같이 실린더 구동계의 고유진동수가 변화하므로 루프게인의 변화에 의하여 페루프계의 위상여유 및 게인여유가 감소하고, 그 결과 계의 안정성 및 감쇠특성이 손상되는 것을 원인으로 생각할 수 있다. 두번째로는 실린더를 구동하는 압력의 동특성은 부하측 압력의 변화 및 실린더실의 용적변화에 의하여 변화하므로 피스톤의 위치변화 및 실린더실의 압력변화에 의하여 압력 시정수 $GR\theta/V$ 가 현저하게 변화하고, 그 결과 Fig. 5와 같이 피스톤의 위치 변화에 의하여 압력의 진동주기가 변화하므로, 피스톤의 초기위치 변화에 의하여 위치제어의 결과가 다르

게 나타난다.

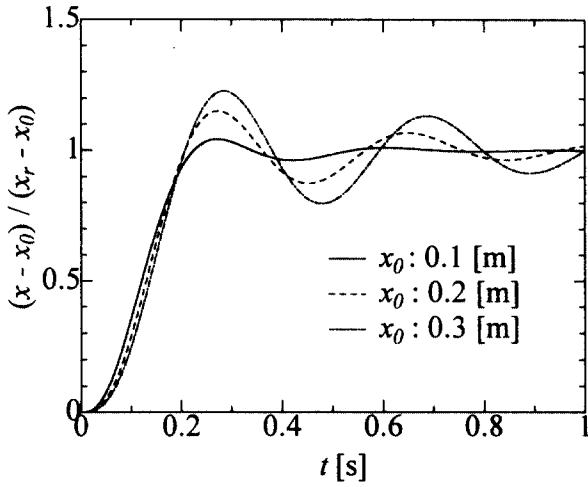


Fig. 4 Position control performance with a fixed gain controller

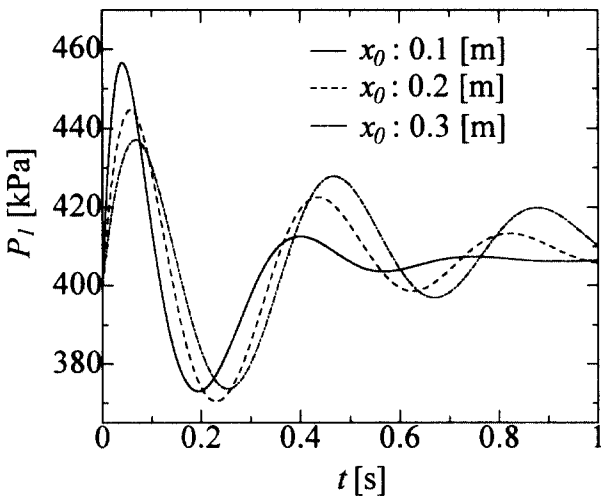


Fig. 5 Pressure response in the cylinder with a fixed gain controller

4. 비선형 특성 보상기

3장의 고찰에 의하여 공기압 실린더 구동계는 실린더의 동작위치에 따라서 제어 특성이 크게 변화하는 것을 설명하였다. 본 장에서는 동작위치 및 실린더실의 압력변화에 의한 특성변화를 보상하기 위하여 비선형특성 보상기를 설계한다.

식(7)의 운동방정식을 시간에 대하여 한번 더 미분하면 다음의 식이 얻어진다.

$$\frac{d^3x}{dt^3} = \frac{A}{m} \frac{dP_1}{dt} - \frac{A}{m} \frac{dP_2}{dt} - \frac{b}{m} \frac{d^2x}{dt^2} \quad (14)$$

식(14)에 식(5)~(7)을 대입하면 다음의 관계가

얻어진다.

$$\begin{aligned} \frac{d^3x}{dt^3} &= f(x, v, P_1, P_2) + B(x)G, \\ f(x, v, P_1, P_2) &= -\frac{A}{m} \frac{kP_1}{x} v - \frac{A}{m} \frac{kP_2}{(L-x)} v \\ &\quad - \frac{Ab}{m^2} (P_1 - P_2) + \frac{b^2}{m^2} v + \frac{bF_r}{m^2}, \\ B(x) &= \left\{ \frac{kR\theta_a}{mx} + \frac{kR\theta_a}{m(L-x)} \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

새로운 입력 Φ 를 정의하고, Φ 를 이용하여 식(15)를 정리하면 다음 식이 얻어진다.

$$\bar{G} = \frac{1}{B(x)} \{ \Phi - f(x, v, P_1, P_2) \} \quad (16)$$

식(16)에서 $\frac{d^3x}{dt^3} = \Phi$ 의 관계가 성립하도록 유량

\bar{G} 를 결정하면 새로운 입력 Φ 에서 피스톤의 위치 x 까지가 선형적인 관계가 된다. 이러한 상태에서 상태 피드백 컨트롤러를 이용하면 Fig. 6과 같은 폐루프계를 구성할 수 있고, 컨트롤러 게인의 설정에 의하여 폐루프계의 극을 원하는 위치로 배치할 수 있다. 식(17)은 Fig. 6의 x_r 부터 x 까지의 전달함수이고, 비선형보상기를 이용한 위치제어계의 공칭 모델을 나타낸다.

$$\frac{x}{x_r} = \frac{K_p}{s^3 + K_a s^2 + K_v s + K_p} \quad (17)$$

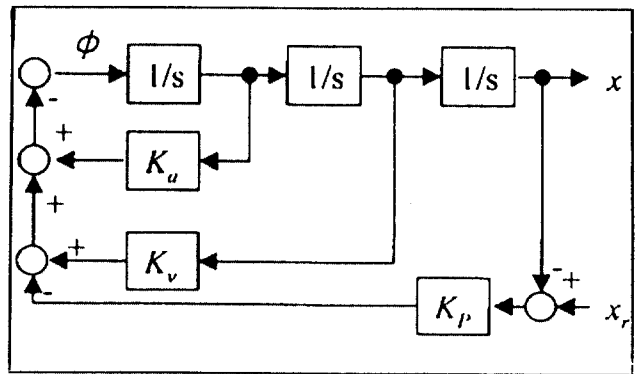


Fig. 6 Closed loop system with new input Φ and state feedback controller

제어밸브로부터의 출력유량이 제어입력 u 와 실린더실의 압력 P 의 함수임을 생각하면, 제어입력 u 는 $u = G^{-1}(\bar{G}, P)$ 의 관계를 얻을 수 있고, $G^{-1}(\bar{G}, P)$ 는 식(1)~(2)를 이용하여 다음과 같이 표현된다.

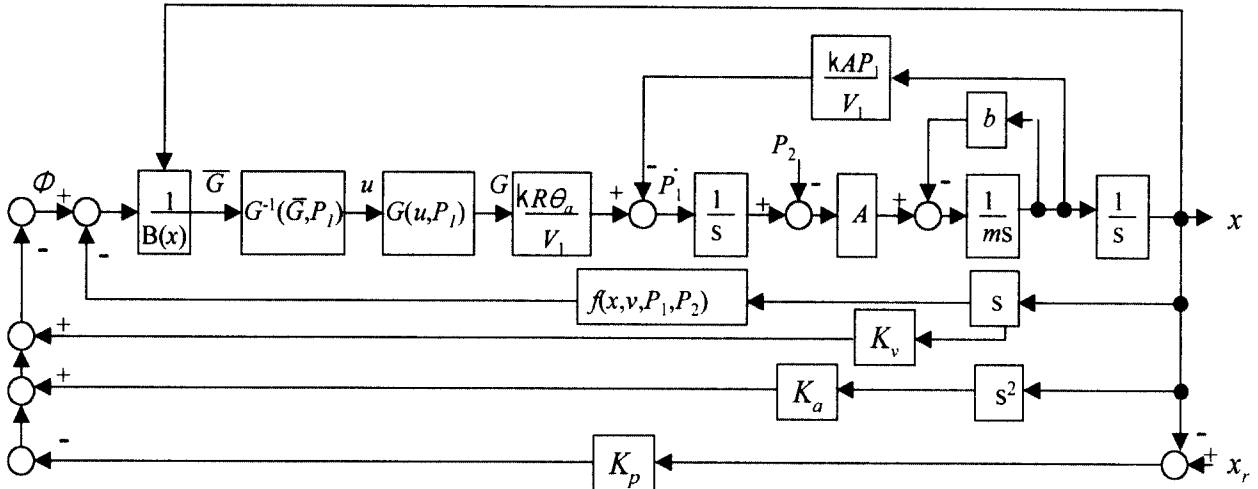


Fig. 7 Block diagram of position control system with linearizing compensator and state feedback controller

$P_1/P_s > 0.528$ 인 경우

$$G^{-1}(\bar{G}, P) = \frac{\bar{G}}{K \cdot P_s \sqrt{\frac{2k}{R\theta_s(k-1)} \left\{ \left(\frac{P_1}{P_s} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{P_1}{P_s} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right\}}} \quad (18)$$

$P_1/P_s \leq 0.528$ 인 경우

$$G^{-1}(\bar{G}, P) = \frac{\bar{G}}{K \cdot P_s \sqrt{\frac{k}{R\theta_s} \left\{ \left(\frac{2}{k} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \right\}}} \quad (19)$$

식(18), (19)에서 K 는 제어입력과 제어밸브의 유효단면적간의 관계를 나타내는 계수이다. Fig. 7은 식(1)~(7)과 식(10)~(19)를 이용한 제어계의 블록 선도를 나타낸다.

Fig. 7의 블록선도에서는 Fig. 1에서 기술한 구동계의 P_1 측만을 표시하고 P_2 측은 생략하였으나, 식(5)와 (6)을 비교하면 P_2 측도 용이하게 알 수 있다.

5. 비선형보상기를 이용한 위치제어

본 장에서는 4장에서 설계한 비선형보상기를 이용하여, 위치제어를 수행한다.

위치제어계의 극은 페루프계의 극이 $-68.4, -11.8+9.2j, -11.8-9.2j$ 이 되도록 배치하여, 3장에서 설계한 위치제어계와 같아지도록 제어 계인을 설계하였다. 그 결과 위치제어계의 공칭모델은 다음과 같이 된다.

$$\frac{x}{x_r} = \frac{15340}{s^3 + 92s^2 + 1840s + 15340} \quad (20)$$

Fig. 8은 비선형보상기와 고정계인 컨트롤러를 이용하여 위치제어를 수행한 시뮬레이션결과를 나타낸다. Fig. 8에서도 Fig. 4의 경우와 동일하게 목표스텝을 0.05[m]로 설정하고, 피스톤의 초기 위치를 3가지의 경우로 변화시켰다. 이 그림에서 횡축은 시간, 종축은 피스톤의 위치를 무차원화한 위치를 나타내며, 실선, 파선, 일점쇄선으로 나타낸 결과는 피스톤의 초기 위치를 0.1[m], 0.2[m], 0.3[m]로 설정한 경우의 응답이고, 굵은 실선으로 표시되어 있는 그림은 식(20)의 공칭모델을 이용한 시뮬레이션 결과이다. 피스톤의 초기 위치가 변화하여도 양호한 결과가 얻어지고, 식(20)에서 설계한 공칭모델과 유사한 응답이 얻어짐을 알 수 있다.

Fig. 8에서 공칭모델의 응답과 제어응답이 약간 다른 결과를 보이고 있다. 그 이유는 비선형보상기를 설계할 때 공기의 상태변화를 단일변화로 가정하였으나, 시뮬레이션에서는 실린더내의 공기의 온도변화를 실제상황에 가까운 상태로 계산하였기 때문이며, 그 결과 페루프계의 루프게인이 감소하여 비선형 시뮬레이션의 응답이 공칭모델의 응답보다 약간 느리게 나타났다.

Fig. 9는 목표 스텝을 0.1[m]로 설정한 경우(실선)와 0.05[m]로 설정한 경우(파선)의 응답을 비교한 그림이다. 목표 스텝을 변화시켜도 비선형보상기의 작용에 의하여 양호한 결과가 얻어짐을 알 수 있다.

Fig. 10은 실린더실의 압력변화를 나타내고, 비선형보상기를 사용하여 실린더실의 체적 및 압력 변화에 의한 응답변화를 보상함으로써 압력진동의

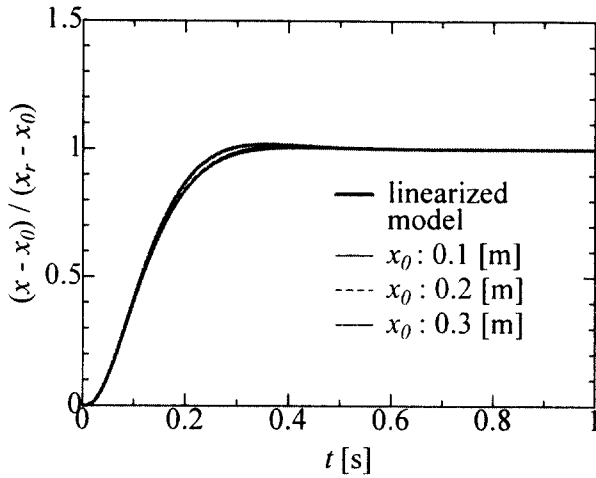


Fig. 8 Position control performance with linearizing compensator and state feedback controller

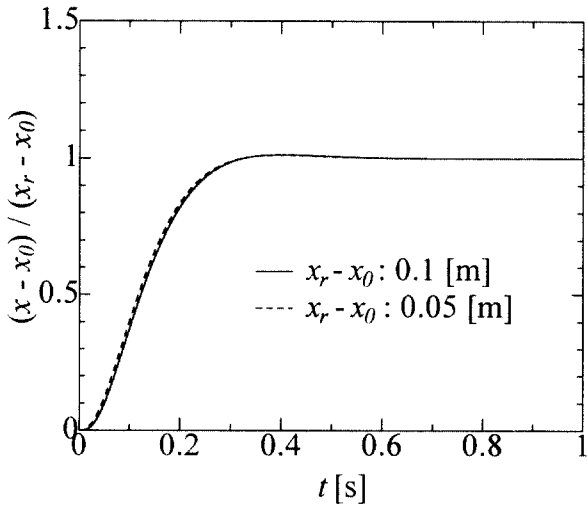


Fig. 9 Position control results according to the change of step width ($x_0: 0.3$ [m])

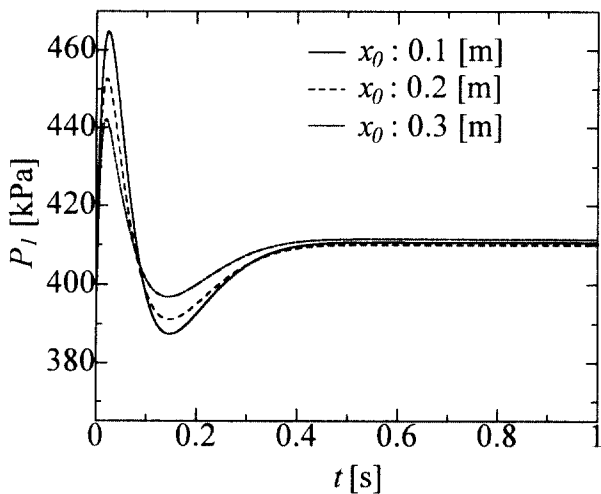


Fig. 10 Pressure response in the cylinder with linearizing compensator

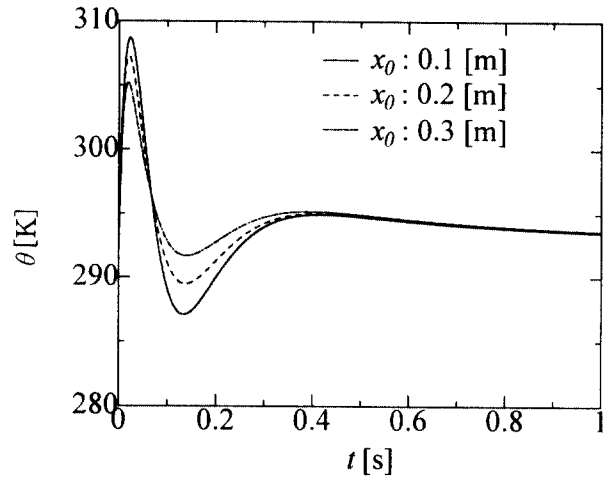


Fig. 11 Temperature change in the cylinder

주기가 일정하게 유지되는 것을 알 수 있다.

Fig. 11은 식(8), (9)를 사용하여 실린더실내의 온도변화를 계산한 결과이고, 제어종료후 대기온도로 접근하고 있는 것을 알 수 있다.

6. 결 론

본 논문에서는 공기압 실린더를 이용하여 위치 제어를 수행하는 경우, 동작위치의 변화에 의하여 제어성능이 변화하는 현상을 보상하기 위하여 공기압 실린더 구동계의 비선형 수학적 모델을 이용한 비선형보상기를 설계하고 위치제어를 수행하였다. 그 결과 피스톤의 동작위치 및 구동 압력이 변화하여도 실린더실 내의 압력진동 주기가 일정하게 유지되는 것을 확인하였고, 실린더실의 용적변화 및 압력변화가 위치제어 결과에 미치는 영향을 억제하여 피스톤의 초기위치가 변화하여도 제어성능이 거의 변화하지 않고, 양호한 위치제어 성능이 얻어졌다.

참고문헌

1. O. Oyama, T. Yoshimitu, "Switching the Adaptive Gain Control of a Pneumatic Servo Cylinder", 油壓と空氣壓, Vol. 27, No. 2, pp. 293~298, 1996
2. 門脇 和, 宮川 透, 石田 義久, "H ∞ 制御理論を用いた空氣壓シリンダの位置決め制御", 秋季油空壓學會講演論文集, pp. 113~116, 1995
3. T. Kagawa, "Air Temperature Change of Pneumatic Cylinder with Meter-out Control and Its Effect on the Velocity",

FLUCOME'91, pp. 549~554, 1991

4. P. R. Moore, "Compensation in pneumatically actuated servomechanisms", Trans. Inst. M. C., Vol. 7, No. 5, pp. 238~244, 1985
5. 花房 秀郎, "關節形robotの制御を目的とした電氣油壓サーボ系の設計", 油壓と空氣壓, Vol. 20, No. 7, pp. 429~436, 1982